韓韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2019.33.3.377
제 33집 제 3호, 2019. 9. 377-394

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 33, No. 3, Sep. 2019. 377-394

수학교과역량과 수학교사의 담론적 역량

최 상 호 (고려대학교 연구교수)
김 동 중 (고려대학교 교수)†

본 연구의 목적은 수학교과역량을 바탕으로 수학교사의 담론적 역량을 분석하여 구체화하는 것이다. 이를 위해 학생들의 참여를 촉진하기 위해 20년 이상 교수법을 변화시킨 중학교 교사의 수업을 한 학기 동안 관찰하여 자료를 수집하고 담론을 분석하였다. 분석 결과, 교사는 문제해결 역량에서 문제 이해를 위해 학생들이 수학적으로 중요한 요소에 초점을 맞추게 하고, 추론 역량에서 수학적 정당화의 필요성 이해를 위해 사고를 명확히 하는 교사의 담론적 역량이 있었다. 그리고 창의·융합 역량에서 동료의 풀이 방법 공유와 다른 풀이 방법 활용을 격려하기 위해 논의를 생성하는 교사의 담론적 역량이 있었고 의사소통 역량에서 다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 협의를 위해 수학적 관계를 탐구하는 교사의 담론적 역량이 있었다. 이러한 결과를 토대로 수학 교수를 위해 필요한 교수학적 내용 지식을 바탕으로 실행을 통합할 수 있는 아이디어를 제안함으로써 향후 교사교육과정 개발에 구체적인 방향성을 제공할 수 있을 것이다.

Ⅰ. 서론

주변의 모든 것을 연결하여 새로운 가치를 창출할 수 있는 역량이 필요한 미래 사회에 우리 학생들이 적응할 수 있도록 도움을 주기 위한 방법 중에 하나는 소통, 공유, 협업의 중요성을 인식하고 경험할 수 있도록 하는 것이다(김동중 외, 2017). 학생들이 이러한 가치의 중요성을 알고 실천할 수 있도록 하기 위해서는 역동적인 상호작용을 바탕으로 수업의 과정에 참여할 수 있도록 하는 것이다. 교사와 학생의 상호작용을 촉진하는 교수법을 실행하기 위해서는 교실 맥락과 학생 맥락을 종합적으로 고려할 수 있는 교사의 교수법적 역량이 중요한 변수 중에 하나라고 볼 수 있다(김동중 외, 2019; 최상호, 하정미, 김동중, 2016a). 교수법적 역량에 영향을 줄 수 있는 것 중에 하나가 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)이다. 교사가 가지고 있는 내용 지식을 교과 내용에 대한 지식, PCK, 교육과정에 대한 지식으로 분류하면서 사용되기 시작한 PCK는 교과 내용에 대한 지식과 교수법 차원의 지식이 결합된 개념이다(Shulman, 1986). 수학과 PCK를 바탕으로 진행된 연구들은 교사가 수학 수업의 효과성을 향상시키기 위해 수학 내용에 대한 지식이나 교수 방법, 학생 이해, 수업 상황에 대한 지식을 알고 있으면 실제 수업에서 발현될 수 있다고 보는 내용 중심의 접근 방식이라고 볼 수 있다(김방진, 류성림, 2011; 박선영, 강완, 2012; 박슬아, 오영열, 2017; 최민정, 이종학, 김원경, 2016).

수학과 PCK는 교수법에 영향을 주고 학생들에게 어떤 문제를 제시하고 질문을 해야 하는지 등과 같은 교수학적 결정에 직접적으로 영향을 미치는 실천적 지식이라고 볼 수 있다(최승현, 황혜정, 2008). 하지만 실제 수업

* 접수일(2019년 7월 1일), 심사(수정)일(2019년 8월 22일), 게재 확정일(2019년 9월 17일)
* ZDM 분류 : D40
* MSC2000 분류 : 97C90
* 주제어 : 담론적 역량, 수학교과역량, 수업 참여, 발문 전략
* 본 연구는 제 1저자의 학위논문을 수정·보완한 내용임.
* 고려대학교에서 지원된 연구비로 수행되었음(Supported by a Korea University Grant)
†교신저자: dongjoongkim@korea.ac.kr

의 과정에서 학생들의 역동적인 참여가 있다면 교사가 수업 전에 생각하고 있던 수업 계획 지식들은 학생들과 효과적인 소통을 위해 변화가 필요하다. 소통과 참여를 기반으로 하는 교수법 개발에 좀 더 구체적인 도움을 주기 위해서는 교수법의 지식 측면과 함께 실제 수업의 과정에서 소통할 수 있는 실행 측면을 통합하는 것이다. 이러한 방법 중에 하나는 학생들의 개인차를 고려함으로써 더 효과적으로 소통할 수 있는 교사의 상향식 담론적 역량을 개발하는 방식이다(김동중 외, 2019). 교사의 담론적 역량은 학생들이 수업에서 자신의 생각을 적극적으로 표현할 수 있도록 하고, 학생의 다양한 담론들을 조정하여 수학적으로 유의미한 담론을 개발할 수 있는 기회들을 제공하는 역량으로 학생들과 함께 소통, 공유를 통해 새로운 가치를 창출하는데 도움을 줄 수 있다(최상호, 2018).

따라서 학생들의 수업 참여와 교실 문화 형성에 도움을 줄 수 있는 담론적 역량은 학생들의 다양한 지식과 경험을 연결할 수 있는 기회를 부여할 뿐 아니라 학생들과 함께 4차 산업 혁명 시대에 소통, 공유, 협업의 가치를 인식하고 실행하는데 도움을 줄 수 있기 때문에 담론적 역량을 개발하고 구체화하는 것은 필요하고 중요하다고 볼 수 있다. 담론적 역량의 필요성과 중요성을 바탕으로 학생들의 수학교과역량을 바탕으로 교사 담론의 구조와 발문 전략을 밝힘으로써 학생들의 수학교과역량 개발을 위한 교사의 담론적 역량을 구체화하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 의사소통활동과 수학교과역량

의사소통학적 접근은 수학적 사고가 언어와 기호 같은 도구를 매개로 하는 고등적 사고라고 볼 수 있고(Vygotsky, 1986) 의사소통학에서 중요한 '의미'는 담론에서 단어의 사용과 구조를 통해서 이루어진다고 보는 것이다(Wittgenstein, 1953/2003). 이러한 연속적인 담론의 개발 과정에서의 단어 사용은 수학적 개념 이해와 문제를 해결하는 능력에 관한 학습의 특징을 형성하게 한다고 볼 수 있다. 이와 같은 의사소통학적 접근 방식에서는 소통 과정에서 역동성과 다양성이 있기 때문에 복잡한 담론의 발전 과정에서 학생 각자가 받아들이고 해석할 수 있는 수학적 의미는 맥락에 따라 다양할 수 있다. 따라서 사람 간의 연속적인 의사소통 과정에 존재하는 의미성과 구조 전달력이 다르게 형성될 수 있다고 보는 것이다. 결국 이러한 접근 방식에서 사고는 다른 사람과의 "의사소통 활동"의 개별화된 측면을 강조하는 것으로 담론은 하나의 공동체를 형성하는 의사전달의 한 유형이라고 볼 수 있다(최상호, 하정미, 김동중, 2016a; Sfard, 2008). 이러한 관점에서 수학교과역량은 수학 내용을 바탕으로 교사와 학생 모두가 교실 공동체에 참여하여 소통하는 의사소통 활동의 한 부분이라고 볼 수 있다. 따라서 인식에 대한 의사소통학적 접근에서는 수학교과역량을 "의사소통활동"에 대한 하나의 하위 분류로 바라볼 수 있다(최상호, 하정미, 김동중, 2016a).

의사소통활동에 기반하여 수학교과역량의 효과적인 변화를 위한 원동력으로 공유된 창의성을 생각해볼 수 있다(최상호, 하정미, 김동중, 2016a). 공유된 창의성은 세계적인 기업가였던 스티브 잡스가 "창의성은 단지 여러 가지 요소들을 연결하는 것이다."라고 말한 것에서 생각할 수 있다. 그는 창의성이 한 개인의 순간적인 통찰로 개발된다고 보는 것보다 기존에 존재하는 다양한 경험과 영역들을 연결시킴으로써 가능하다고 보았다(Dyer, Gregersen, & Christensen, 2009; Gallo, 2010). 이러한 공유된 창의성은 교사가 다양한 의사소통 방식의 적용을 통해 학생들의 공평한 참여를 위해 노력함으로써 지나친 경쟁으로 인한 개인주의 문제를 해결할 수 있다. 그리고 긍정적 관계성, 참여도, 공동체 의식을 향상시킬 수 있다. 이를 통해 수학의 지식과 기능을 토대로 새로운 아이디어를 다양하게 산출하고 논리적인 분석과 정교화를 할 수 있다(교육부, 2015). 또한 여러 가지 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생

성하고 주어진 문제를 해결할 수 있도록 상호작용성을 통해 다양한 담론을 개발하는데 도움을 줄 수 있다. 이러한 연속적인 역동성을 바탕으로 협력을 통해 공동체의 시너지 효과를 체험하는 과정 속에서 “귀납적인 도약”(Gagne, 1985) 이라는 창의성 함양의 토대를 갖추게 될 것이다. 특히, 이러한 담론 개발과정에서 각자 수준에 맞는 언어를 매개로 하여 자신만의 다양한 담론 개발에 주체로 참여함으로써 수학교과역량을 경험하는 과정에서 수학적 창의성 개발에 도움을 줄 수 있을 것이다. 수학교과역량의 목적은 미래사회를 능동적으로 준비하는 미래지향적 창의성인 공유된 창의성이고 그 과정이 교사와 학생, 학생과 학생 간의 공유, 참여, 상호작용을 통한 협업이라고 볼 수 있다(최상호, 하정미, 김동중, 2016a). 이렇게 의사소통활동에 기반한 공유된 창의성의 원리는 수학교과역량과 관련된 교수법 실천의 철학적 기초로서 중요한 역할을 할 수 있을 것이다.

2. 수학교과역량과 담론적 역량

공유된 창의성의 원리를 바탕으로 학생들의 수학교과역량과 관련하여 교사에게 필요한 역량 중에 하나는 담론적 역량이다. 교사의 담론적 역량은 학생들의 적극적인 참여를 촉진하여 그들의 다양한 담론들을 연결하고 조정하여 수학적으로 의미있는 담론을 개발하는 역량으로 볼 수 있기 때문에(김동중 외, 2019; 최상호, 2018) 의사소통활동을 바탕으로 공유된 창의성의 원리와 그 지향점이 같다. 따라서 교사의 담론적 역량을 수학교과역량과 관련시킬 수 있다. 수학교과역량과 관련지을 수 있는 담론적 역량으로, 문제해결 역량에서는 문제 해결 과정에서 학생들이 참여를 할 수 있도록 도움을 주기 위해 주어진 문제를 이해할 수 있도록 (박장희, 유시규, 이중권, 2012; 이광호, 신현성, 2009) 도움을 주는 것이다. 학생들이 어려움을 겪는 문장제의 경우 문제에 대한 이해를 하지 못하는 것은 문제 해결에 많은 어려움을 초래할 수 있기 때문에 학생들의 동기 유발과 참여를 바탕으로 문제를 이해할 수 있도록 도움을 주는 교사의 담론적 역량 개발이 중요하다고 볼 수 있다. 추론 역량에서는 학생들이 왜 수학적 정당화를 해야하는지 그 필요성을 인식하고, 수학적 정당화를 어떠한 과정을 통해 해야 하는지에 대한 아이디어를 제공하는 것이 중요하다고 볼 수 있다(오세연, 송상헌, 2016; 이승환, 송상헌, 2016). 이와 같이 추론의 필요성 인식과 추론 과정에 대한 이해를 위한 교사의 담론적 역량 개발은 중요하다고 볼 수 있다. 창의·융합 역량에서는 학생들이 하나의 문제에 대해 다양한 접근 방법을 적용할 수 있도록 교사의 구체적인 방향성 제시가 중요하다고 볼 수 있다(백소영, 김도형, 이경언, 2014; 한정민, 박만구, 2010). 따라서 학습자의 상황과 맥락에 맞게 다양한 방향성을 제공할 수 있는 담론적 역량의 개발이 중요하다고 볼 수 있다. 의사소통 역량에서는 수학적 표현을 정확하게 사용하고 표현들 간에 변환할 수 있도록 하는 활동이 중요하지만 (최상호, 김동중, 신재홍, 2013; Han et al., 2016) 학생들이 어려움을 느끼는 현재의 상황 속에서 정확한 표현 사용과 변환 활동을 자연스럽게 받아들이고 그 필요성을 느낄 수 있도록 하는 교사의 역할이 중요하다고 볼 수 있기 때문에 이를 위한 담론적 역량의 개발이 중요하다.

수학교과역량과 관련된 교사의 담론적 역량 개발의 가능성들을 바탕으로 교사가 담론의 구조 안에서 효과적인 의사소통활동을 위해 중요하게 생각해야 할 것 중에 하나는 수학적 내용과 학습자의 특성을 고려하여 시기적절한 발문을 하는 것이다(최상호, 김동중, 하정미, 2016b; Schwartz, 2015). 교사의 발문은 학생들의 참여를 결정하는데 중요한 역할을 하기 때문에 교사 담론의 구조 안에서 시기적절한 발문 전략을 활용하는 것은 중요하다고 볼 수 있다. 수학적 의사소통과정에서 사고 개발에 도움을 줄 수 있는 발문 전략으로는 주의를 환기시키기 위해 즉각적인 답변을 요구하거나 알고 있는 사실과 절차를 상기하여 연습하고 학생들이 사실과 절차를 진술할 수 있도록 정보를 수집하거나 절차를 말하도록 유도하는 발문, 일상생활의 맥락에서 수학의 맥락으로 학생들의 사고를 연결하기 위한 논의를 하는 중에 일상적인 단어를 수학적 용어로 표현하는 방법에 대한 발문, 수학적 의미와 관계를 탐구할 수 있는 발문, 증명하기와 친구들에게 자신의 사고를 명확히 설명하는 발문, 학생들의 의사소통활동을 촉진하기 위해 교실의 다른 친구들이 발표할 수 있는 기회 부여하는 논의를 생성하는 발문, 수학적

아이디어 및 다른 학문 영역 사이의 연결성과 관계성을 지적하는 것으로 수학적인 개념이 다른 상황에서 어떠한 것과 연결될 수 있고 적용될 수 있는지 발문, 현재 논의 중인 상황을 비슷한 아이디어가 사용될 수 있는 다른 상황으로 확장할 수 있도록 하는 발문, 방향을 정하고 초점을 맞추기 위한 발문, 수학적 해석을 할 수 있도록 도움을 주기 위해 다양한 맥락을 제공하여 맥락을 설정할 수 있도록 하는 발문이 있다(Boaler & Brodie, 2004).

교사가 학생 참여를 위한 담론의 구조를 만들고 소통하는 과정에서 시기적절한 발문 전략을 활용하는 것은 학습의 효과성을 향상시키는데 도움을 줄 수 있을 것이다(최상호, 김동중, 하정미, 2016b). 이를 위해 본 연구에서는 수학교과역량을 분석틀로 하여 수학교과역량에서 교사 담론의 구조를 밝히고 그 구조 안에서 핵심적으로 활용되는 발문 전략을 분석하여 담론적 역량을 밝히기 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

연구 문제. 학생들의 문제해결, 추론, 창의·융합, 의사소통 역량과 관련된 수학 교사의 담론적 역량은 무엇인가?

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

교사의 담론적 역량을 분석하기 위한 연구 대상은 경기도 소재 K중학교 여교사이다. 이 교사는 20년 이상 학생들의 참여를 촉진하기 위해 동료 멘토링 교수법을 실행하고 변화시켰다. 교육청이나 대학에서 주관하는 교사 연수에 강사로 초빙되어 자신의 경험을 나누고, 각종 수업 실기 대회에서 수상을 하였다. 이러한 상황에 안주하지 않고 자신의 교수법을 변화시키고 개발하기 위해 교육대학원에 진학하여 자신이 20년 넘게 실행해 온 동료 멘토링 교수법에서 학생들의 참여를 촉진시키는 특징들을 분석하여 석사학위를 받았다. 그 후 이 교사의 수업 사례들이 동영상으로 촬영 및 분석이 되어 전문서적의 형태로 출간되거나, 국제 학회(PME 38)에서 발표되기도 하였으며, 학술지 논문(KCI급)으로 출간되기도 하였다. 학생들의 수업 참여를 중심으로 수학 시간에 소통하는 능력을 대내·외적으로 인정을 받은 교사를 본 연구의 목적 달성을 위한 연구 대상으로 선정하게 되었다. 교사가 참여를 바탕으로 수학적인 유의미성을 만드는 담론적 역량을 분석하기 위해 연구자가 현장에 있는 자료에 근거를 두고 새로운 이론을 생성하는 근거 이론을 적용하였다(Glaser & Strauss, 1967).

2. 자료 수집 및 분석

교사의 담론적 역량 분석을 위한 자료 수집은 연구 대상 교사가 수업을 하는 중학교 1학년 한 개 반의 한 학기 동안의 수업으로, 이 수업을 관찰하고 비디오로 촬영하였다(44차시). 수집된 자료를 분석하기 위해 44차시의 동영상 자료를 전사 자료로 제작하였다. 동영상 전사 자료의 코딩을 위해 학생은 1차시 수업을 기준으로 말을 한 학생부터 순서대로 S1, S2,...로 하였고 두 명 이상의 학생들이 대답을 한 경우에는 S로 코딩하였으며 교사는 T로 하였다. 그리고 말이 끝나는 마침표가 아닌 경우를 제외하고 소통이 없는 경우 점(.) 하나에 2초가 경과한 것으로 표현하였다. 해당 중학교의 1학년 1학기 단원은 소인수분해, 정수와 유리수, 문자와 식이다. 소인수분해의 첫 번째 수업은 “소1”, 두 번째 수업은 “소2”로 표현하고 정수와 유리수 단원의 첫 번째 수업은 “유1”, 두 번째 수업은 “유2”로 표현하였다. 그리고 문자와 식 단원의 첫 번째 수업은 “문1”, 두 번째 수업은 “문2”로 표현하였다. 또한 담론의 순서를 나타내기 위해 “소3-2”는 소인수분해 단원의 세 번째 수업에 두 번째로 말한 사람의 순서이다. 특히 한 차시의 수업 안에 소인수분해의 15번째 시간과 정수와 유리수 단원의 첫 번째 수업이 바로 이어지는 경우 “소15유1”이라고 표현하였다.

3. 분석틀

수학교과역량에서의 담론적 역량을 분석하기 위해 수학교과역량과 교사 담론의 구조, 그 구조 안에서 교사가 활용하는 핵심적인 발문 전략을 연결하였다. 먼저 수학 교육 연구에서 담론 분석 연구 결과를 다수 발표한 연구자 2인이 전체 수업 44차시 중에서 교사 담론 전개의 공통성과, 학생들이 교사의 담론 개발 과정에 적극적으로 참여하여 수학교과역량과 관련될 수 있다고 판단되는 대표 샘플을 찾았다. 샘플로 선택된 동일한 담론을 보고 교사 담론의 구조를 분석하고, 그 구조 안에서 활용되는 핵심 발문 전략은 교사 발문의 공통성과 연속성을 중심으로 분석하여 도출하였다. 서로 다르게 분석한 부분들에 대해서는 전문가 협의회를 통해 조율하여 연구 결과를 도출하였다.

<표 III-1> 수학교과역량과 담론적 역량의 분석틀(교육부, 2015; Boaler & Brodie, 2004)

담론적 구조 분석을 위한 수학교과역량 \ 핵심 발문 전략		수학적 관계 탐구	사고의 명확화	논의 생성	중요한 요소에 초점
문제 해결	문제해결 할 때에는 문제 이해, 전략 탐색, 과정 실행, 검증 및 반성 단계를 거치는 것				√
추론	관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 사용하여 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고 적절한 근거에 기초하여 정당화		√		
창의·융합	하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결, 해결 방법을 비교하여 효율적인 방법을 찾기 또는 정교화하기			√	
의사소통	수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하며, 수학적 표현을 만들거나 변환하는 활동	√			

본 연구에서는 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통 역량과 관련된 담론적 역량들 중에서 대표적인 담론을 설명하였다. 문제 해결 역량에서 대표적으로 제시된 담론적 역량은 문제를 이해하는데 도움을 주기 위해 중요한 요소의 초점을 맞추는 것, 추론 역량에서는 수학적인 정당화의 필요성을 이해하는데 도움을 주기 위해 사고를 명확히 하는 것, 창의·융합 역량에서는 다른 풀이 방법을 활용할 수 있도록 도움을 주기 위해 논의를 생성하는 것, 의사소통 역량에서는 다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 인식에 도움을 주기 위해 수학적 관계를 탐구할 수 있도록 하는 것이다. 수학교과역량 별로 각각의 하위 요소들 중에서 문장제 문제에 대한 이해, 추론에 대한 필요성과 이해, 창의·융합 역량을 위해 하나의 문제에 대한 다양한 접근 방식, 다양한 표상들 간의 번역 활동들은 학생들이 어려움을 겪는 부분들이다(박장희, 유시규, 이중권, 2012; 백소영, 김도형, 이경언, 2014; 오세연, 송상헌, 2016; Han et al., 2016). 이러한 어려움 해결에 도움을 주기 위해 수학적 내용의 재구조화도 가능하지만, 학생들의 참여를 위한 교사 담론 구조의 개발을 바탕으로 하는 담론적 역량이 효과적이라고 볼 수 있는 하위 요소들이다(최상호, 2018). 이러한 수학교과역량과 관련된 대표 담론에서 교사 담론의 구조들을 단계별로 분석하고 그 과정에서 핵심적으로 활용하는 발문 전략을 분석하였다. 연구의 결과를 분석한 후에는 연구의 신뢰도와 타당도를 향상시키기 위해 수학교육 전문가 3인의 검토를 받고 수정하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 문제 이해를 위해 수학적으로 중요한 요소에 초점을 맞추는 담론적 역량

주어진 담론의 과제는 소인수분해에서 소단원인 소수와 합성수, 소인수분해 학습을 마치고 세 번째 소단원인 최대 공약수에서 최대공약수의 성질을 이해하고 최대공약수를 구한 후에 최대공약수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는 학습 목표를 달성하는 과정에서 제시된 것이다. 이 단원에서는 서로소에 대한 개념을 탐구하고, 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구한 후에 실생활 맥락에서 최대공약수를 구하는 것이다(문제: 어느 중학교에서 남학생 60명과 여학생 45명을 몇 개의 모둠으로 나누어 체험 학습을 하려고 한다. 각 모둠에 속하는 남학생과 여학생의 구성 인원수가 각각 같도록 할 때, 최대 몇 개의 모둠을 만들 수 있는지 구하여라.).

발췌문 1.

순서	화자	담론
소9-614	T	조금 어려울 거 같은데 문장제 문제거든요. 한 번 예제 2번을 읽어주세요. 중요하다고 생각하는 부분을 동그라미 한 번 쳐보세요. 예제 2번은요. 문제를 분석해야 되는데 중요하다고 생각하는 부분을 동그라미 한 번 해보세요.. 동그라미
소9-615	S1	다했습니다.
소9-616	T	조금만 기다려주는 배려(칠판에 푼 학생들의 번호를 체크한다).........네 중요한 단어에 동그라미 치셨어요? 어디가 중요하다고 생각이 들어요?
소9-617	S	나누어
소9-618	T	어. 나누어 동그라미 정말 중요해요 왜 나눌까?
소9-619	S1	어. 최대공약수
소9-620	T	네. 약수를 의미해요. 약수 거기 다 쓰세요. 나누어에 약수라고 써보세요. 또 어떤 부분이 중요할까?
소9-621	S	최대
소9-622	T	최대 동그라미 최대입니다. 또 뭐가 있을까?
소9-623	S	같다. 같도록
소9-624	T	같도록 중요해요. 같도록 동그라미. 같도록은 뭘 의미할까?
소9-625	S6	공약수
소9-626	T	그렇지 플러스 1점 드립니다. 공자 공이에요. 그럼 뭐가 되죠? 다 합치면?
소9-627	S	최대공약수
소9-628	T	최
소9-629	S	최대 공약수
소9-630	T	최대공약수 아 문제에 다 힌트를 주고 있습니다. 지금 이 문제는 아 문제를 읽으면서 중요한 부분에 동그라미를 치면서 핵심을 찾으면 되요. 그 다음 볼께요. 아 문제를 살짝 바꿔봅니다. 이 문제를 어떻게 바꿀 수 있어요? 어떻게 이 문장제 문제를 이렇게 바꿀 수 있어요. 60과 45의 뭐로 바꾸는 거야?
소9-631	S	최대 공약수
		...(중략)...
소9-652	T	근데 선생님이 문제를 살짝 바꿔봅니다. 잠깐만 얘가 남학생이에요. 얘는 머에요?
소9-653	S	여학생
소9-654	T	여학생이에요. 모둠은 15모둠이 됐어요. 한 모둠에 남학생은 몇 명 여학생은 몇 명일

		까로 문제를 바꿨어요.
		...(중략)...
소9-662	T	그럼 선생님이 물어볼께요. 한 모둠에 인원수는 몇 명일까요?
소9-663	S	일곱명
소9-664	T	선생님이 문제를 지금 몇 개 했죠?
소9-665	S	세 개
소9-666	T	어. 한 문제 갖고 세 개로 문제를 바꿨어요. 선생님이 첫 번째 질문한 게 뭐에요?
		...(중략)...
소9-670	T	...(중략)...근데 오늘의 핵심은 뭐냐면요. 얘보다도 더 핵심이 있어요 뭘까요?
소9-671	S1	최대공약수?

문제 이해를 위해 수학적으로 중요한 요소에 초점을 맞추는 담론적 역량을 추출하기 위해 교사 담론의 구조와 핵심 발문 전략을 요약하면 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 문제 이해를 위해 수학적으로 중요한 요소에 초점을 맞추는 담론적 역량

<table>
<tr><th colspan="3">대표 담론</th><th rowspan="2">교사 담론의 구조</th><th rowspan="2">핵심 발문 전략</th></tr>
<tr><th>순서</th><th>교사</th><th>학생</th></tr>
<tr><td>소9-614</td><td>문제를 분석해야 되는데 중요하다고 생각하는 부분을 동그라미 한 번 해보세요.</td><td></td><td rowspan="2">중요하다고 생각하는 부분에 대한 강조와 학생 반응을 통한 문제 이해</td><td rowspan="8">방향을 정하고 초점을 맞추기 위한 발문</td></tr>
<tr><td rowspan="2">소9-630</td><td>이 문제는 아 문제를 읽으면서 중요한 부분에 동그라미를 치면서 핵심을 찾으면 되요.</td><td></td></tr>
<tr><td>이 문제를 어떻게 바꿀 수 있어요?</td><td></td><td>표현의 다양성 개발</td></tr>
<tr><td>소9-652</td><td>근데 선생님이 문제를 살짝 바꿔봅니다.</td><td></td><td>문제의 조건 변경</td></tr>
<tr><td>소9-664</td><td>선생님이 문제를 지금 몇 개 했죠?</td><td></td><td rowspan="2">세 가지 조건 변경의 통합</td></tr>
<tr><td>소9-665</td><td></td><td>세 개</td></tr>
<tr><td>소9-670</td><td>핵심은 뭐냐면요. 얘보다도 더 핵심이 있어요 뭘까요?</td><td></td><td rowspan="2">핵심 개념 요약</td></tr>
<tr><td>소9-671</td><td></td><td>최대공약수?</td></tr>
</table>

학생들의 문제 해결 역량과 관련하여 상호작용하는 담론을 개발하기 위한 교사의 담론적 구조는 “중요하다고 생각하는 부분에 대한 강조와 학생 반응을 통한 문제 이해 → 표현의 다양성 개발 → 문제의 조건 변경 → 세 가지 조건 변경의 통합 → 핵심 개념 요약”을 하였는데 이 과정에서 방향을 정하고 초점을 맞추기 위한 발문 전략을 활용하였다. 구체적으로 살펴보면 먼저 주어진 문제에서 중요하다고 생각하는 부분에 동그라미를 할 수 있도록 하여 강조하였고 이를 바탕으로 의사소통을 통해 학생들이 문제를 이해할 수 있도록 돕고 있다([소9-614], [소9-630]). 주어진 문제에서 핵심을 찾고 문제를 이해하게 한 후에 문제를 다른 표현 방법으로 나타낼 수 있는 기회를 제공함으로써([소9-630]) 학생들이 표현의 다양성에 대한 경험을 할 수 있도록 하였다. 문제에 대한 이해를 하고 다르게 표현할 수 있도록 한 후에 교사가 문제의 조건을 바꿈으로서 문제 이해와 해결에 대한 과정적 이해를 깊이 있게 하였다([소9-652]). 세 번 문제를 변경하고 문제를 해결한 후 몇 개의 문제를 변경했는지 학생들에게 발문하고([소9-664]) 학생들의 답변을 받음으로서([소9-665]) 세 가지 서로 다른 문제 이해와 문제 해결

을 통합하고자 하였다. 뿐만 아니라 하나의 문제를 가지고 조건을 변경하면 다양한 문제를 해결할 수 있는 경험에 대한 가치를 부여한 후 서로 유사한 세 문제를 이해하고 해결하는 과정에서 핵심 개념이 무엇인지 다시 중요한 요소에 초점을 맞출 수 있도록 발문하고([소9-670]) 학생들의 답변을 받음으로서([소9-671]) 문제 해결 과정보다 중요한 핵심 개념에 대해 다시 강조하고 요약하였다.

2. 수학적 정당화의 필요성 이해를 위해 사고를 명확히 하는 담론적 역량

주어진 담론의 과제는 정수와 유리수 단원의 모든 내용을 학습한 후 “단원 마무리”에 제시된 것이다. 정수와 유리수 단원에서는 정수와 유리수의 뜻을 이해하고 유리수를 수직선 위에 나타내며 절댓값을 뜻을 이해하였다. 그 후 유리수의 대소 관계를 이해하고 유리수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 원리를 이해하고 계산할 수 있게 하였다. 이 모든 과정이 종료된 후 단원을 정리하는 단계에서 해결하는 것이다(문제: $-9 \div 3 \div 6$을 푸는 문제).

발췌문 2.

순서	화자	담론
유16문1-61	T	어 13번에 나누기가 두 개 있는 경우네($-9 \div 3 \div 6$을 쓰며)요럴 때 오 좋은 질문이에요. 진짜 좋은 질문인데. 나누기가 두 개 있는 것들에 대해 이번에 이번에요(단원평가 결과지들을 가리키며). 문제를 했는데 어떤 일이 발생했는지 한 번 보여드릴게요. 요걸 보니까 요렇게 됐을 때(-9 와 3을 가리키며) 어떤 친구가 요걸(3과 6을 가리키며) 먼저 한 친구들이 있는데 가능할까요?
유16문1-62	S	아니요.
유16문1-63	T	왜 가능하지 않을까요?
유16문1-64	S	사칙연산은 앞에서부터 천천히
유16문1-65	T	앞에서 부터 하죠?
유16문1-66	S	네
유16문1-67	T	왜 앞에서 부터 해야 될까요?
유16문1-68	S	값이 달라져요.
유16문1-69	T	값이 왜 달라지죠?
유16문1-70	S5	순서가 있어서요.
유16문1-71	T	어 순서 무슨 법칙이 성립이 않되요.
유16문1-72	S	교환법칙
유16문1-73	T	교환법칙 또
유16문1-74	S	결합법칙
유16문1-75	T	결합법칙. 교환법칙과 결합법칙이 성립이 않되요. 정말 잘 하셨습니다. 그래서 볼게요 마이너스 9 곱하기((-9)×를 쓰며)
유16문1-76	S	3분의 1
유16문1-77	T	3분의 1 곱하기
유16문1-78	S	6분의 1
유16문1-79	T	6분의 1. 이 다음부터는 뒤에 먼저 해도 되죠?($\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{6}$을 가리키며) 왜요?
유16문1-80	S	곱하기
유16문1-81	T	곱셈은
유16문1-82	S3	똑같아서요.
유16문1-83	T	뭐가?

유16문1-84	S	앞에서 곱하거나 뒤에서 곱하는 거나. 순서
유16문1-85	T	순서. 그건 무슨 법칙이 성립하는
유16문1-86	S3	교환법칙이
유16문1-87	T	교환법칙이
유16문1-88	S	성립해서요.
유16문1-89	T	결합법칙도 성립하기 때문에 가능한 거에요.
유16문1-90	S3	네. 맞아요.
유16문1-91	T	3, 3($(-9)\times\frac{1}{3}$을 3으로 약분하며) 3, 2(-9를 -3으로 약분한 결과와 $\frac{1}{6}$의 6을 약분하며) 그럼 뭐가 남을까요?
유16문1-92	S	마이너스 2분의 1

수학적 정당화의 필요성 이해를 위해 사고를 명확히 하는 담론적 역량을 추출하기 위해 교사 담론의 구조와 핵심 발문 전략을 요약하면 <표 Ⅳ-2>와 같다.

<표 Ⅳ-2> 수학적 정당화의 필요성 이해를 위해 사고를 명확히 하는 담론적 역량

대표 담론			교사 담론의 구조	핵심 발문 전략
순서	교사	학생		
유16문1-61	어떤 친구가 요걸(3과 6을 가리키며) 먼저 한 친구들이 있는데 가능할까요?		동료의 오류 예시를 바탕으로 수학적으로 가능하지 않은 이유 정당화	사고의 명확화를 위한 발문
유16문1-62		아니요.		
유16문1-63	왜 가능하지 않을까요?			
유16문1-64		사칙연산은 앞에서부터 천천히		
유16문1-67	왜 앞에서 부터 해야 될까요?		수학적으로 가능한 이유에 대한 정당화	
유16문1-68		값이 달라져요.		
유16문1-69	값이 왜 달라지죠?			
유16문1-70		순서가 있어서요.		
유16문1-75	결합법칙. 교환법칙과 결합법칙이 성립이 않되요. 정말 잘 하셨습니다. 그래서 볼게요 마이너스 9 곱하기($(-9)\times$를 쓰며)		수학적 정당화의 적용	
유16문1-79	6분의 1. 이 다음부터는 뒤에 먼저 해도 되죠?($\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{6}$을 가리키며) 왜요?			
유16문1-80		곱하기		

학생들의 추론 역량과 관련하여 상호작용하는 담론을 개발하기 위한 교사의 담론적 구조는 "동료의 오류 예시를 바탕으로 수학적으로 가능하지 않은 이유 정당화 → 수학적으로 가능한 이유에 대한 정당화 → 수학적 정당화의 적용"을 하는데 이 과정에서 사고의 명확화를 위한 발문 전략을 활용하였다. 교사는 $-9\div3\div6$을 계산하기 위해 $3\div6$을 먼저 계산하게 되는 학생들의 오류를 제시하며 이러한 계산이 가능한지 발문을 하였다([유16문1-61]). 학생들의 올바른 답변에 대해([유16문1-62]) 교사는 왜 가능하지 않은지 사고를 명확히 할 수 있도록 발문을 하며 ([유16문1-63]) 동료의 오류 예시를 바탕으로 수학적으로 가능하지 않는 이유를 먼저 정당화하고 있다. 이러한 정당화를 한 후에 교사는 수학적으로 가능한 이유를 정당화하기 위해 학생들이 사칙연산은 앞에서

부터 계산을 해야 한다는 답변을 하자 ([유16문1-64]) 왜 앞에서부터 해야 하는지 사고를 명확히 할 수 있도록 발문을 하여([유16문1-67]) 학생들의 수학적 정당화를 유도하고 있다. 그리고 학생들이 순서를 다르게 할 경우 값이 달라진다는 답변을 하자 ([유16문1-68]) 교사는 값이 왜 달라지는지 발문을 하고([유16문1-69]) 학생은 순서가 있다고 답변하며 정당화를 하였다([유16문1-70]). 교사는 학생들이 발견한 교환법칙과 결합법칙을 실제 계산에 적용하기 위해 나누기를 곱하기로 고치는 과정에서 전체 학생들이 참여할 수 있도록 독려한 후에 ([유16문1-75]) 정수를 분수로 고칠 수 있도록 하였다. 나눗셈을 곱셈으로 바꾸고 정수를 유리수로 바꾼 후에 계산 순서를 정당화할 수 있도록 발문하자 ([유16문1-79]) 학생들은 올바른 정당화를 통해 문제를 해결하는 모습을 볼 수 있었다([유16문1-80], [유16문1-92]).

3. 동료의 풀이 방법 공유와 다른 풀이 방법 활용을 격려하기 위해 논의를 생성하는 담론적 역량

주어진 담론의 과제는 소인수분해에서는 소수와 합성수의 뜻을 알고, 자연수 중에서 소수를 찾는 것이다. 두 번째 소단원인 소인수분해에서는 거듭제곱과 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해 하고 소인수분해를 위해 거듭제곱, 밑, 지수에 대한 개념을 탐구하고 소인수의 개념 탐구를 바탕으로 소인수분해를 도입한다. 소인수분해의 다양한 방법을 함께 탐구한 후에 60을 다양한 방법으로 소인수분해 할 수 있도록 하는 과정이다.

발췌문 3.

순서	화자	담론
소6-230	T	최소공배수 최대공약수를 하면서 소인수분해를 하지 않고 그냥 나누기의 형식을 함께 하는 방법으로 너희가 배웠었어요. 근데 말이 소인수분해라는 말을 처음 배운 것 뿐입니다. 그러면 한 번 볼께요. 선생님이 지금 하는게 맞는가 한 번 봐주세요. 60을 분해하려고 해요. 소인수로 근데 어떤 친구가 이렇게 했어요. 나누기를 하라고 해서 음 나누기 거꾸로 했으니까 뭐할까? 뭐할까? 너희 뭐하고 싶어요?
소6-231	S	5
소6-232	T	5하고 싶어요? 5 좋아요 5 그럼 뭐할까요?
소6-233	S	12
		...(중략)...
소6-241	S	2
소6-242	T	또 할까요?
		...(중략)...
소6-305	S3	무조건 소수로
소6-306	T	네 소수로만 나누는게 소인수분해입니다. 그럼 요런 방법만 있을까?
소6-307	S	아니요
소6-308	T	아니요 어떤 방법이 또 있죠?
소6-309	S6	가지치기
소6-310	T	가지치기 네 가지 네
		...(중략)...
소6-332	T	한 개 결론은 순서 상관이 없구요. 결론은 똑같애 2 두개 3 한 개 5 한 개 얘도 2 두개 3 한 개 5 하나 순서 전혀 상관없는데 결론은 어때요?
소6-333	S	같아요.
소6-334	T	같아요. 나랑 내 옆짝이 순서를 달리 했다고 너는 맞고 나는 틀리고가 아니라는 거에요 결과는 같아요. 그러면 어떤 친구가 또 요렇게 60을 이렇게 가는 겁니다. 가지치

		기 뭐하까? 또 마찬가지 나 하고 싶은대로 ...(중략)...
소6-354	T	하나 다양한 방법 너희들이 창의력을 발휘해서 하세요. 하지만 어느 범위 내에서
소6-355	S2	소수
소6-356	T	그렇죠. 소수 범위 내에서 하는게 소인수분해입니다. 그럼 지금부터 너희들이 다양한 방법으로 하시는데 18페이지 3번 보세요. 18페이지 3번 소인수분해 해보시면 되요. 그러면 나와서 풀거에요. 나와서 풀어서 맞추시면 몇 점?

동료의 풀이 방법 공유와 다른 풀이 방법 활용을 격려하기 위해 논의를 생성하는 담론적 역량을 추출하기 위해 교사 담론의 구조와 핵심 발문 전략을 요약하면 <표 Ⅳ-3>과 같다.

<표 Ⅳ-3> 동료의 풀이 방법 공유와 다른 풀이 방법 활용을 격려하기 위해 논의를 생성하는 담론적 역량

대표 담론			교사 담론의 구조	핵심 발문 전략
순서	교사	학생		
소6-230	소인수로 근데 어떤 친구가 이렇게 했어요. 나누기를 하라고 해서 음 나누기 거꾸로 했으니까 뭐할까? 뭐할까? 너희 뭐하고 싶어요?		동료의 풀이 예시로 한 가지 해결 방법 공유	논의를 생성하는 발문
소6-231		5		
소6-306	그럼 요런 방법만 있을까?		공유된 풀이 방법 이외에 다른 풀이가 있는지 문제 제기	
소6-307		아니요		
소6-308	어떤 방법이 또 있죠?			
소6-309		가지치기		
소6-334	나랑 내 옆짝이 순서를 달리 했다고 너는 맞고 나는 틀리고가 아니라는 거에요 결과는 같아요.		다양한 풀이 방법 활용 격려	
	또 마찬가지 나 하고 싶은대로			
소6-354	다양한 방법 너희들이 창의력을 발휘해서 하세요. 하지만 어느 범위 내에서			
소6-355		소수		

학생들의 창의·융합 역량과 관련하여 상호작용하는 담론을 개발하기 위한 교사의 담론적 구조는 “동료의 풀이 예시로 한 가지 해결 방법 공유 → 공유된 풀이 방법 이외에 다른 풀이가 있는지 문제 제기 → 다양한 풀이 방법 활용 격려”를 하였는데 이 과정에서 논의를 생성하는 발문 전략을 활용하였다. 교사는 소인수분해를 위해 동료의 아이디어라고 이야기하며 초등학교에서 배운 나누기를 거꾸로 표현하여 소인수분해 하는 방법을 설명하며 동료의 풀이를 예시하고 한 가지 소인수분해 방법에 대한 공유를 하였다([소6-230]). 하나의 풀이 방법에 대한 공유를 한 후에 이런 방법만 있는지 논의를 생성하는 발문을 하자([소6-306]) 학생들은 다른 방법이 존재한다는 답변을 하였다([소6-307]). 이에 교사는 어떤 방법이 있는지 논의를 생성하는 발문을 하자([소6-308]) 학생들은 가지치기 방법을 이야기함으로서([소6-309]) 공유된 풀이 방법 이외에 다른 풀이가 있는지 문제를 제기하였다. 교사의 문제 제기에 대해 학생은 가지치기 방법으로 소인수분해하는 것을 제안하였다([소6-308]). 소인수분해를 하는 두 가지 방법을 공유한 후에 다양한 풀이 방법의 활용을 격려하기 위해 동료와 풀이 결과를 비교하여 수학적으로 성립하는 핵심 개념 이외에 다른 부분은 학생 각자가 하고 싶은 방법으로 창의력을 발휘해서 할 수 있도록 자율성을 부여하였다([소6-334], [소6-354]~[소6-355]).

4. 다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 협의를 위해 관계를 탐구하는 담론적 역량

주어진 담론의 과제는 2단원 정수와 유리수 단원에서 정수와 유리수의 뜻에 대해 이해를 하고 유리수를 수직선 위에 나타내고 절댓값의 뜻을 이해하고 정수와 유리수를 수직선 위에 나타낸 후 수직선 위에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 나타내는 방법에 대한 문제 제기를 바탕으로 절댓값의 개념을 도입하였다. 절댓값에 관련된 문제를 해결한 후 배운 내용들을 정리하는 “스스로 해결하기”에서 제시된 과제이다(두 수 a, b의 절댓값은 같고 a는 b보다 4만큼 작다고 할 때, a, b의 값을 각각 구하여라.)

발췌문 4.

순서	화자	담론
유5-286	T	6번 문제 별표 한 번 해봅시다. 요거는 말로 되어 있는 걸 식으로 표현하는 문제인데 선생님이 조금 전에는 수식을 사용을 했구요. 수식 말고 말로 되어 있는 문장제 문제를 너희가 한 번 표현을 해보는 거에요. 뭐라고 문제에 되어 있어요? a, b의 절댓값이 같다. 요 말을 어떻게 표현할까? 요 말을 우리가 수식으로 한 번 표현해보기 어떻게 어떻게 쓸까?
유5-287	S1	절댓값 a는 절댓값
유5-288	T	어. 절댓값 a는 ($\|a\|$=을 쓰며)
		...(중략)...
유5-296	T	...(중략)...어렵지 않은데 너희들이 수식을 쓸 때 굉장히 어려워해요. 근데 오히려 수학은요. 요렇게 표현하면 눈에 확 잘 들어와요. 이렇게 문장으로 쓰면 잘 않들어와요 오히려. 요런 간단히 저기 있는데 아직까지는 여기는 너희가 넘기기는 힘들 뿐입니다. 자꾸 한 번 해볼게요. 그 다음 a는 b보다 4만큼 작다. 이걸 어떻게 쓸까 a는 b보다 4만큼 작다 이걸 어떻게 쓸까 애들아. 이걸 어떻게 쓸까. a는 b보다 4만큼 작다. a는 b보다 4만큼 작다.
유5-297	S1	a는 b빼기 4
유5-298	T	a는 b보다 4만큼 작다(a=b-4를 쓰며). 요렇게 됐나요?
유5-299	S	네
유5-300	T	어. 요렇게 썼어요. 요 두 개를 했더니 잘 들어와요?
유5-301	S	네
유5-302	T	풀 수 있겠어요?
유5-303	S	네
유5-304	T	우와. 선생님이 이걸 또 다른 방법으로 해볼게요. 너희 어느 게 가장 쉽나 보세요. 선생님이 그림으로 한 번 표현해볼게요. 수직선 a와 b가 같다. 절댓값 같다 그니까 같은 건 아닌 거 같애. 그럼 어떻게 하면 될까. 오른쪽 간거랑 왼쪽 간게
유5-305	S	같아요.
		...(중략)...
유5-322	T	이렇게(식으로 표현한 경우를 가리키며) 했을 때 답이 보였어요?
유5-323	S	아니요
유5-324	T	않보이죠. 답이 보였나요?(글로 써진 경우를 가리키며) 않보이죠. 근데 얘(수직선으로 표현한 경우를 가리키며)는 보이죠?
유5-325	S	네
유5-326	T	이게(b를 가리키며) 얼마에요 혹시?
유5-327	S	2

유5-328	T	2 얘(a를 가리키며) 얼마에요?
유5-329	S	마이너스 2
유5-330	T	마이너스 2 아 때로는 이렇게 문장제 문제가 식으로 표현했을 때보다 이렇게 그림으로 표현했을 때 쫌 더 쉽게 와 닿기도 해요. 수학문제가 그니까 요 문제는 요 문제는 요거(식을 가리키며)보다 요게(수직선으로 표현한 경우) 훨씬 쉽게 받아들여져요. 그래서 요 문제는 그림으로 표현하면 양쪽에 똑같은 개념의 차이 선생님이 요 문제를 살짝 바꿔볼게요. 너희가 얼마나 빠르게 이해하나 볼게요. 요 문제를 바꿨어요. 요거 요거 바꿨어요. a가 있고 b가 있다는 건 알았어요. a의 절댓값과 b의 절댓값이 같아요. a는 b보다 8이 작아요. a는 얼마일까요?
유5-331	S	마이너스 4요.

다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 협의를 위해 관계를 탐구하는 담론적 역량을 추출하기 위해 교사 담론의 구조와 핵심 발문 전략을 요약하면 <표 Ⅳ-4>와 같다.

<표 Ⅳ-4> 다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 협의를 위해 관계를 탐구하는 담론적 역량

대표 담론			교사 담론의 구조	핵심 발문 전략
순서	교사	학생		
유5-286	수식 말고 말로 되어 있는 문장제 문제를 너희가 한 번 표현을 해보는 거에요.		학생의 표현 격려	수학적 의미와 관계를 탐구하는 발문
	요 말을 우리가 수식으로 한 번 표현해보기 어떻게 어떻게 쓸까?		수식 표현 격려	
유5-287		절댓값 a는 절댓값		
유5-296	어렵지 않은데 너희들이 수식을 쓸 때 굉장히 어려워해요. 근데 오히려 수학은요. 요렇게 표현하면 눈에 확 잘 들어와요. 이렇게 문장으로 쓰면 잘 않들어와요 오히려.			
유5-300	두 개를 했더니 잘 들어와요?		다른 표현의 필요성 협의	
유5-301		네		
유5-304	이걸 또 다른 방법으로 해볼게요. 너희 어느 게 가장 쉽나 보세요.			
유5-330	문장제 문제가 식으로 표현했을 때보다 이렇게 그림으로 표현했을 때 쫌 더 쉽게 와 닿기도 해요.		다른 표현의 편이성 강조	
	그래서 요 문제는 그림으로 표현하면 양쪽에 똑같은 개념의 차이 선생님이 요 문제를 살짝 바꿔볼게요.		수학적 표현의 차이 설명	

학생들의 의사소통 역량과 관련하여 상호작용하는 담론을 개발하기 위한 교사의 담론적 구조는 "학생의 표현 격려 → 수식 표현 격려 → 다른 표현의 필요성 협의 → 다른 표현의 편이성 강조 → 수학적 표현의 차이 강조"를 하였는데 이 과정에서 수학적 의미와 관계를 탐구하는 발문 전략을 활용하였다. 교사는 먼저 주어진 문제에서 학생들의 표현을 격려하기 위해 말로 되어 있는 문장제 문제를 학생들이 표현해 보는 것으로 문제 해결의 방향성을 제시하였다([유5-286]). 교사는 주어진 말을 수식으로 표현하면 어떻게 되는지 수학적 의미와 관계를

탐구할 수 있도록 발문하고([유5-286]) 학생들이 수식 표현을 하였다([유5-287]). 수식으로 표현할 때는 어렵지만 이런 표현을 한 경우 눈에 잘 들어온다고 이야기하며([유5-296]) 수식 표현을 격려하였다. 주어진 문제를 수식으로 표현했지만 학생들의 눈에 잘 들어오는지 발문하자([유5-300]) 학생들이 잘 들어온다고 답변하고([유5-301]), 또 다른 표현 방법을 제시하며([유5-304]) 수직선 표현의 필요성을 강조하였다. 수직선으로 표현을 한 후 이러한 표현의 장점에 대해 이야기를 하며([유5-330]) 그림 표현의 편이성을 강조하였다. 그리고 수직선으로 표현한 경우와 수식으로 표현한 경우를 비교하며([유5-330]) 수학적 표현의 차이를 설명하였다.

Ⅴ. 결론 및 제언

학생들의 수학교과역량을 바탕으로 교사의 담론적 역량을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 학생들의 참여를 촉진하여 수학적으로 유의미한 담론을 개발하는 교사의 담론적 역량은 수학교과역량 개발과 관련이 있다. 연구의 결과를 보면 문제 해결 역량에서 문제 이해를 위해 수학적으로 중요한 요소에 초점을 맞출 수 있도록 도움을 주는 담론적 역량이 있었고, 추론 역량에서 수학적 정당화의 필요성 이해를 위해 학생들의 사고를 명확히 하는 담론적 역량이 있었다. 그리고 창의·융합 역량에서는 동료의 풀이 방법 공유와 다른 풀이 방법 활용을 격려하기 위해 학생들의 논의를 생성하는 담론적 역량이 있었고, 의사소통 역량에서는 다양한 수학적 표현의 필요성과 차이점 협의를 위해 관계를 탐구하는 담론적 역량이 있었다. 이렇게 교사 담론의 구조에서 핵심 발문 전략을 통합적으로 분석하여 담론적 역량을 구체화함으로서 교수학적 내용 지식을 바탕으로 실제 수업에서 교사와 학생, 학생과 학생 간의 역동적인 의사소통활동을 바탕으로 학생들의 수학교과역량을 개발할 수 있는 아이디어를 제안하였다고 볼 수 있다. 이러한 아이디어를 바탕으로 수학적 내용에 대한 지식, 교수법에 대한 지식을 포함하는 PCK를 중심으로 진행된 내용 중심 교수법에 대해 교사 담론의 구조와 발문 전략을 바탕으로 수학교과역량과 연관된 담론적 역량 중심의 교수법에 대한 교사교육과정을 접근할 수 있도록 구체적인 담론적 과정을 제시할 수 있을 것이다. 따라서 교사는 수학적 내용 지식이나 교수학적 내용 지식을 바탕으로 교수를 위한 담론적 역량 측면에 관심을 가지고, 이를 바탕으로 개발된 교사교육과정에 적극적으로 참여함으로써 향후 학교현장에서 학생들과 소통하여 수학교과역량을 개발할 수 있는 교실 문화를 창출할 필요가 있다.

이와 같은 교사의 변화를 위해 교육과정과 교육정책 측면에서도 변화가 필요하다. 교육과정측면에서는 교사의 담론적 역량을 실행하는데 도움을 줄 수 있는 수학 교과서의 교사용 지도서 개발이 필요하다고 볼 수 있다. 지금 학교 현장에서 사용되고 있는 교사용 지도서에 제시된 주요 내용은 단원 지도상의 유의점이나 수준별 지도 방법 등이다. 예를 들어 중학교 1학년 수학의 소인수분해 단원에서 지도상의 유의점은 "1은 소수가 아니므로 소인수로 생각하지 않도록 지도한다"(김서령 외, 2013)와 같이 내용을 바탕으로 제시되어 있다. 이러한 유의점은 실제 교사가 어떻게 지도를 해야하는지에 대한 구체적인 방법이 제시되어 있지 못해 실제 담론을 개발하는 과정에서 활용하기에는 다소 어려움을 줄 수 있을 것이다. 따라서 지도상의 유의점과 같은 내용을 제시할 때 실제 대표적인 담론의 예시를 함께 제시하여 학생과의 소통을 하는데 실질적인 도움을 줄 필요가 있다.

교육정책측면에서도 소통과 공유를 위한 수학교육정책을 과정적 측면에서 개발하고 실천할 수 있는 방향성을 설정하는 것이 필요하다. 연결과 공유를 강조하는 4차 산업 혁명이라는 큰 변화 앞에 우리 교육은 각 과목들의 내용학적 연결성을 바탕으로 융합교육을 강조하고 있다. 특히 2015 교육과정에서도 수학교과역량의 하위 요소로 강조하고 있는 창의·융합도 수학 내용에 대한 중요성과 연결성을 강조하고 있다(교육부, 2015). 수학 내용에 대한 강조들을 바탕으로 본 연구의 결과를 통해 향후 수학교육정책을 수립할 때는 수학교과역량 개발을 위한 소통과 공유를 위한 과정적 측면의 중요성과 필요성, 그 방법들에 대한 구체적인 아이디어를 제시할 필요가 있다.

교사의 변화, 교육과정과 정책의 변화를 위해 연구측면에서는 담론적 역량의 일반화 가능성을 높이기 위해

다양한 맥락의 교사들을 대상으로 분석할 필요가 있다. 본 연구의 결과를 도출하기 위한 연구 대상 교사는 경력이 20년 이상인 경력교사로 학생들과의 소통을 중시하는 교사였다. 향후 연구에서는 교사 중심 강의식 전달 수업을 하는 교사의 담론적 역량을 함께 비교 분석하거나 동료 멘토링 교수법을 실천하는 교사도 단계별로 담론적 역량을 분석할 필요가 있다. 즉, 연구 대상 교사도 학생들의 참여를 위해 동료 멘토링 교수법을 지속적으로 수정하고 변형해온 것처럼 멘토링 교수법을 막 시작하는 교사나 멘토링 교수법을 실행하다가 어려움에 부딪히는 교사 등 다양한 맥락에 있는 교사의 담론적 역량을 분석하고 그 특징들을 도출할 필요가 있다. 이러한 연구들을 통해 담론적 역량의 변화 과정과 그 구체성은 더욱 확장될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2015). 수학과 교육과정, 교육부 고시 제 2015-74호[별책 8].

The Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum,* Se Jong: The Ministry of Education.

김동중・김원・안병주・유종숙・이다희・최계현・최상호・하정미・황우형 (2017). 멘토링 교수법, 서울: 교우사.

Kim, D., Kim, W., Ahn, B., Ryu, J., Lee, D., Choi, K., Choi, S., Ha, J., & Whang, W. (2017). *A communicational approach to teaching method,* Seoul: Kyowoosa.

김동중・신재홍・이지은・임웅・이윤희・최상호 (2019). 교사의 담론적 역량의 개념화를 위한 사례 연구, 학교수학, 21(2), 291-318.

Kim, D., Shin, J., Lee, J., Lim, W., Lee, Y., & Choi, S. (2019). Conceptualizing discursive teaching capacity: A case study of a middle school mathematics teacher, *School Mathematics,* 21(2), 291-318.

김방진・류성림 (2011). 소수 나눗셈에 대한 교사의 PCK와 실제 수업의 분석, 한국초등수학교육학회지, 15(3), 533-557.

Kim, B., & Ryu, S. (2011). An analysis of the PCK of teachers and their educational practice about division of decimals, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 15(3), 533-557.

김서령・이정례・선우하식・이진호・김원・김양수・신지영・김윤희・노창균・정혜윤・주우진 (2013). 교사용 지도서 중학교 수학 1, 서울: ㈜천재교육.

Kim S., Lee, J., Sunwoo, H., Lee, J., Kim, W., Kim, Y., Shin, J., Kim, Y., Noh, C., Jeong, H., Joo, W. (2013). *Teacher's guide middle school mathematics 1,* Seoul: chunjae.

박선영・강완 (2012). 평면도형의 넓이 지도에 대한 교사의 PCK 분석, 수학교육학연구, 22(4), 495-515.

Park, S., & Kang, W. (2012). A study of teachers' pedagogical content knowledge about area of plane figure, *The Journal of Educational Research in Mathematics,* 22(4), 495-515.

박슬아・오영열 (2017). 비와 비율 지도에 대한 교사의 PCK 분석, 한국초등수학교육학회지, 21(1), 215-241.

Park, S., & Oh, Y. (2017). An analysis of teachers' pedagogical content knowledge about teaching ratio and rate, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 21(1), 215-241.

박장희・유시규・이중권 (2012). 실생활 문장제의 해결과정에 나타나는 오류유형 분석, 한국학교수학회논문집, 15(4), 699-718.

Park, J., Ryu, S., & Lee, J. (2012). The analysis of mathematics error type that appears from the process of solving problem related to real life, *Journal of the Korean School Mathematics Society,* 15(4), 699-718.

백소영・김도현・이경언 (2014). 수업 시연에 나타나는 예비 수학교사의 발문 유형과 특성 분석, 교사교육연구, 53(3), 400-415.

Back, S., Kim, D., & Lee, K. (2014). An analysis of the types and characteristics of pre-service mathematics teachers' questioning in demonstrative lessons, *Teacher Education Research,* 53(3), 400-415.

오세연・송상헌 (2016). 초등학교 영재학급 학생들의 형식적 정당화를 돕기 위한 교사 발문의 역할, 한국초등수학교육학회지, 20(1), 131-148.

Oh, S., & Song, S. (2016). A questioning role of teachers to formal justification process in generalization of a pattern task for the elementary gifted class, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 20(1), 131-148.

이광호・신현성 (2009). 숙련된 교사의 문장제 문제해결 지도 전략, 한국학교수학회논문집, 12(4), 433-452.

Lee, K., Shin, H. (2009). Exemplary teachers' teaching strategies for teaching word problems, *Journal of the Korean School Mathematics Society,* 12(4), 433-452.

이승환・송상헌 (2016). 최대 넓이의 정다각형 종이접기 정당화 활동을 위한 영재학급에서의 교수 · 학습 방법 개선에 관한 연구, 한국초등수학교육학회지, 20(4), 695-715.

Lee, S., Song, S. (2016). A study on the teaching method for activities justify of paper folding by given size colored paper, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 20(4), 695-715.

최민정・이종학・김원경 (2016). 통계적 추정을 가르치기 위한 수학적 지식의 분석, 수학교육, 55(3), 317-334.

Choi M., Lee J., & Kim W. (2016). An analysis of mathematical knowledge for teaching of statistical estimation, *The Mathematical Education,* 55(3), 317-334.

최상호 (2018). 수학교사의 담론적 역량, 고려대학교 대학원 박사학위논문.

Choi, S. (2018). *Mathematics teachers' discursive competency,* Korea University Graduate School Doctoral thesis.

최상호・김동중・신재홍 (2013). 수학적 사고 스타일에 따른 함수의 문제해결과정의 특징 분석, 수학교육학연구, 23(2), 153-171.

Choi, S., Kim, D., & Shin, J. (2013). Analysis on characteristics of university students' problem Solving processes based on mathematical thinking styles, *Journal of Educational Research in Mathematics,* 23(2), 153-171.

최상호・하정미・김동중 (2016a). 학생 중심 동료 멘토링 교수법에서 수학적 과정에 대한 의사소통학적 접근, 수학교육 논문집, 30(3), 375-392.

Choi, S., Ha, J., & Kim, D. (2016a). A communicational approach to mathematical process appeared in a peer mentoring teaching method, *Communications of Mathematical Education,* 30(3), 375-392.

최상호・하정미・김동중 (2016b). 동료 멘토링 교수법에서 교사의 수업 참여전략과 발문전략 분석, 한국학교수학회논문집, 19(2), 153-176.

Choi, S., Ha, J., & Kim, D. (2016b). An analysis of student engagement strategy and questioning strategy in a peer mentoring teaching method, *Journal of the Korean School Mathematics Society,* 19(2), 153-176.

최승현・황혜정 (2008). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구, 한국학교수학회논문집, 11(4), 569-593.

Choe, S., & Hwang, H. (2008). The research on pedagogical content knowledge in mathematics teaching, *Journal of the Korean School Mathematics Society,* 11(4), 569-593.

한정민・박만구 (2010). 수학적 창의성 관점에서 본 교사의 발문 분석, 한국초등수학교육학회지, 14(3), 865-884.

Han, J., & Park, M. (2010). An analysis of teacher questioning focused on mathematical creativity, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 14(3), 865-884.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions, *Proceedings of the 26th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*(pp. 774-783). Toronto, Canada.

Dyer, J., Gregersen, H., & Christensen, C. (2009). *The innovator's DNA,* Brighton, MA: Harvard Business Review Press.

Gagne, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*(4th ed.), New York: Holt, Rinehart & Winston.

Gallo, C. (2010). 스티브 잡스 무한 혁신의 비밀(박세연 옮김), 서울: 비즈니스북스.

Glaser, B. F., & Strauss, A. L. (1967). The discovery of grounded theory, New York: Aldine de Gruyter.

Han, S., Flores, R., Inan, F. A., & Koontz, E. (2016). The use of traditional algorithmic versus instruction with multiple representations, *School Mathematics, 18*(2), 257-275.

Schwartz, C. (2015). Developing the practice of teacher questioning through a K-2 elementary mathematics field experience, *Investigations in Mathematics Learning, 7*(3), 30-50.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating,* New York: Cambridge university press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching, *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language,* Cambridge, M. A.: MIT Press.

Wittgenstein, L. (1953/2003). *Philosophical investigations: The German text, with a revised English translation*(3rd ed., G. E. M. Anscombe, Trans.), Malden, MA: Blackwell.

A mathematics teacher's discursive competence on the basis of mathematical competencies

Choi, Sang-Ho
Korea University
E-mail : shchoi83@korea.ac.kr

Kim, Dong-Joong †
Korea University
E-mail : dongjoongkim@korea.ac.kr

The purpose of this study is to scrutinize the characteristics of a teacher's discursive competence on the basis of mathematical competencies. For this purpose, we observed all semester-long classes of a middle school teacher, who changed her own teaching methods for the last 20 years, collected video clips on them, and analyzed classroom discourse. Data analysis shows that in problem solving competency, she helped students focus on mathematically important components for problem understanding, and in reasoning competency, there was a discursive competence which articulated thinking processes for understanding the needs of mathematical justification. And in creativity and confluence competency, there was a discursive competence which developed class discussions by sharing peers' problem solving methods and encouraging students to apply alternative problem solving methods, whereas in communication competency, there was a discursive competency which explored mathematical relationships through the need for multiple mathematical representations and discussions about their differences. These results can provide concrete directions to developing curricula for future teacher education by suggesting ideas about how to combine practices with PCK needed for mathematics teaching.

* ZDM Classification : D40
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C90
* Key Words : discursive competence, mathematical competencies, class engagement, questioning strategy
† Corresponding author