



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 47(10), 747-752(2019)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2019.47.10.747

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

베이지안 기법을 적용한 Incomplete data 기반 신뢰성 성장 모델의 모수 추정

박천건¹, 임지성¹, 이상철²

Parameter Estimation of Reliability Growth Model with Incomplete Data Using Bayesian Method

Cheongeon Park¹, Jisung Lim¹ and Sangchul Lee²

School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

ABSTRACT

By using the failure information and the cumulative test execution time obtained by performing the reliability growth test, it is possible to estimate the parameter of the reliability growth model, and the Mean Time Between Failure (MTBF) of the product can be predicted through the parameter estimation. However the failure information could be acquired periodically or the number of sample data of the obtained failure information could be small. Because there are various constraints such as the cost and time of test or the characteristics of the product. This may cause the error of the parameter estimation of the reliability growth model to increase. In this study, the Bayesian method is applied to estimating the parameters of the reliability growth model when the number of sample data for the fault information is small. Simulation results show that the estimation accuracy of Bayesian method is more accurate than that of Maximum Likelihood Estimation (MLE) respectively in estimation the parameters of the reliability growth model.

초 록

신뢰성 성장 시험을 수행하며 획득하게 되는 고장 정보와 누적 시험수행시간을 이용하면 신뢰성 성장 모델의 모수 추정이 가능하며, 모수 추정을 통해 해당 제품의 MTBF를 예측할 수 있다. 그러나 시험에 대한 비용, 시간 혹은 제품의 특성 등의 여러 제약으로 인해 고장 정보가 구간적으로 획득되거나, 획득한 고장 정보의 샘플 데이터(Sample Data)의 수가 작을 수 있다. 이는 신뢰성 성장 모델의 모수 추정의 오차를 커지게 하는 원인이 될 수 있다. 본 논문에서는 샘플 데이터의 수가 작을 경우 신뢰성 성장 모델의 모수 추정 시 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법의 적용에 대해 연구를 수행하였다. 시뮬레이션 결과 신뢰성 성장 모델의 모수를 추정할 때, MLE를 적용하여 추정하는 방법보다 베이지안 기법을 적용하는 방법이 추정 정확도가 높음을 확인하였다.

Key Words : Reliability Growth Model(신뢰성 성장 모델), AMSAA Model(AMSAA 모델), Bayesian Method(베이지안 기법), Maximum Likelihood Estimation(최대우도추정법), Markov Chain Monte Carlo(마코브 체인 몬테 카를로), Mean Squared Error(평균 제곱근 편차)

† Received : May 31, 2019 Revised : August 19, 2019 Accepted : August 21, 2019

¹ Graduate Student, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : slee@kau.ac.kr

© 2019 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

I. 서 론

신뢰성 성장이란 주어진 시간 및 자원 하에서 시험, 고장분석, 시정조치(Test, Analysis and Fix, TAAF)의 프로그램을 통해 목표신뢰성을 달성하고자 하는 과정이다. Duane 등에 따르면, 신뢰성 성장에 적용되는 신뢰성 성장모델은 신뢰성 성장 시험 계획수립과 신뢰성 예측의 정확도에 큰 영향을 미친다. 신뢰성 성장 시험의 고장정보와 누적 시험수행시간을 이용하여 신뢰성 성장모델의 모수를 추정하고 이를 통해 MTBF를 예측할 수 있기 때문이다[1]. 대표적인 신뢰성 성장모델로는 Duane이 제시한 Duane 모델과 U.S. Army Materiel Systems Analysis Activity를 통해 만들어진 AMSAA 모델이 있다. Lee 등은 Duane 모델과 AMSAA 모델을 이용하여 항공기의 신뢰성 성장을 분석한 결과 누적 시험수행시간에 따라 MTBF가 성장함을 확인하였다[2].

일반적으로 신뢰성 성장 모델은 지수분포나 와이블분포를 통해 유도된 고장함수를 사용한다[1,3]. 가 정된 특정 분포에 대한 모수 추정 방법을 적절히 선택하는 것이 중요하다. 알고자 하는 분포의 모수 추정 방법은 샘플 데이터의 수가 충분할 경우와 작을 경우로 나누어 생각할 수 있다. 모수 추정 시 샘플 데이터의 수가 비교적 충분할 경우에는 MLE 혹은 Least Squares Estimation(LSE)을 사용하는 것이 모수 추정에 적합하다고 알려져 있다[4]. Zhao 등은 샘플 데이터가 충분할 경우에 일회성 장비의 저장 신뢰도를 추정하기 위해 고장시간의 분포를 지수분포로 가정하여 이 분포의 모수를 추정하는 방법으로 MLE와 LSE를 사용하였다[5]. Berger 등은 샘플 데이터의 수가 작을 경우 사전 정보만 주어진다면 베이 지안 기법 기반의 접근법이 모수 추정에 더 적합함을 보였다[6]. Lee 등은 고장정보의 수가 작은 경우 일회성 부품의 신뢰도 추정에 베이 지안 기법을 적용 하였다[7]. 또한 Mun 등은 고장 정보의 수가 작을 경우 미사일, 우주 발사체 등의 일회성 장비의 신뢰도 추정 시 베이 지안 기법을 적용하는 것이 MLE를 적용하는 것보다 추정 정확도가 높음을 보였다[8]. 신뢰성 성장 시험 또한 시험에 대한 비용, 시간 혹은 제품의 특성 등으로 인해 고장정보가 충분하지 않을 수 있다. 신뢰성 성장 시험의 고장정보가 충분하지 않은 경우는 정수종결, 정시종결, 구간별 정보, 혹은 적은 개수의 고장정보 등으로 나눌 수 있다. 이와 같은 충분하지 않은 고장정보를 기반으로 수명자료를 분석한 많은 연구들이 수행되어 왔다[9].

본 논문에서는 신뢰성 성장모델의 모수를 추정하는 연구를 수행하였다. 신뢰성 성장모델은 AMSAA 모델로 가정하였고 모수 추정 시 고장정보가 충분하지 않은 경우에 베이 지안 기법 기반의 모수 추정 방법과 MLE를 적용한 결과를 비교 분석하였다. 이를

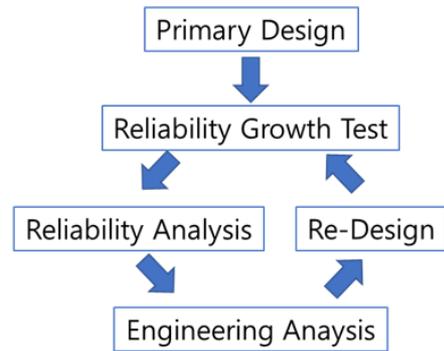


Fig. 1. Cycle of Reliability Growth

위해 베이 지안 기법 기반의 모수 추정 방법과 MLE를 적용한 모수 추정 결과 값들의 Mean Squared Error(MSE)를 산출하여 추정 정확도를 비교하였다.

II. 본 론

2.1 신뢰성 성장

신뢰성 성장이란 개발, 설계 그리고 제조단계에서 MTBF 등의 신뢰성 척도 개선 현상으로 정의할 수 있다. 또한 신뢰성 성장이란 TAAF 과정을 통해 실현되며 이는 Fig. 1에 나타내었다[10].

2.1.1 와이블 분포

신뢰성과 고장 데이터에 대한 분석에 있어 가장 넓게 사용되는 분포로 와이블 분포를 들 수 있다 [11]. 고장데이터가 와이블 분포를 따르는 경우, 와이블 분포의 확률밀도함수는 식 (1)과 같으며 누적분포함수는 식 (2)와 같다.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta}} \quad (1)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta}} \quad (2)$$

여기서 η 는 척도모수, β 는 형상모수이다[11].

2.1.2 신뢰성 성장 모델

신뢰성 성장 모델은 신뢰성 성장에 있어 시험 계획 수립과 신뢰성 예측의 정확도에 큰 영향을 주며, 대표적인 신뢰성 성장모델로는 Duane 모델과 AMSAA 모델이 있다.

Duane은 누적 시험시간 T와 누적고장확률 혹은 누적 MTBF가 log-log 용지에서 선형관계가 성립함을 파악하였다[1]. 이 경험적 모델에 기초하는 것이 Duane 모델이다. 신뢰성 성장 시험 대상 제품이 Duane 모델을 따른다면 i번째 누적 시험시간 T_i 에서 관측된 누적고장 수가 $N(T_i)$ 일 때, 최소제곱법을 사용하여

Table 1. Related Equations of Duane Model and AMSAA model

	Duane	AMSAA
Average(Cumulative) Failure Rate	$KT^{-\alpha}$	$\lambda T^{\beta-1}$
Cumulative Failure Number	$KT^{1-\alpha}$	λT^{β}
Instantaneous Failure Rate	$(1-\alpha)KT^{-\alpha}$	$\lambda\beta T^{\beta-1}$
Cumulative MTBF	$(KT^{-\alpha})^{-1}$	$(\lambda T^{\beta-1})^{-1}$
Instantaneous MTBF	$((1-\alpha)KT^{-\alpha})^{-1}$	$(\lambda\beta T^{\beta-1})^{-1}$

Duane 모델의 모수를 추정한다[1].

Crow-AMSAA 모델로도 불리는 AMSAA 모델은 Duane 모델과 신뢰성 성장 패턴이 일치하는 것이 특징이다. 이 모델은 Duane 모델의 이론적 기초를 제공하는 멱함수 형태의 Non-Homogeneous Poisson Process(NHPP)를 따르는 확률 모형으로 와이블 분포를 통해 유도된 고장함수를 사용한다[3].

Table 1은 Duane 모델과 AMSAA 모델에 관련된 식들을 보여준다. 여기서 α 는 Duane 모델에서 신뢰성 성장률이며 AMSAA 모델에서 신뢰성 성장 관련 모수는 β, λ 이다. 여기서 λ 는 $\frac{1}{\eta^\beta}$ 와 같다.

2.2 와이블 분포의 모수 추정

2.2.1 Maximum Likelihood Estimation

MLE는 관측된 자료를 통해 고장 발생 가능성을 의미하는 우도 함수(Likelihood Function)를 최대화 하는 모수를 찾아내는 기법이다.

와이블 분포를 따르는 임의의 n 개의 관측 데이터가 주어진다면 우도 함수는 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned}
 L(t_i | \eta, \beta) &= \prod_{i=1}^n f(t_i) \\
 &= \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta} \\
 &= \left(\frac{\beta}{\eta^\beta}\right)^n \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta}
 \end{aligned} \tag{3}$$

식 (3)의 우도 함수에 대수 변환을 취하면 식 (4)와 같고 이를 대수우도함수(Log Likelihood Function)라 한다.

$$\begin{aligned}
 \ln(L(t_i | \eta, \beta)) \\
 = n \ln \beta + \beta n \ln \left(\frac{1}{\eta}\right) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln t_i - \left(\frac{1}{\eta}\right)^\beta \sum_{i=1}^n t_i^\beta
 \end{aligned} \tag{4}$$

식 (4)를 η, β 에 대해 각각 편미분을 하여 그 값이 0이 되도록 하는 η, β 값을 찾는다. 이렇게 찾아진 모수의 추정값이 MLE를 통해 추정된 모수이다[12].

2.2.2 베이지안 기법

베이지안 기법은 사전분포와 관측된 데이터의 정보를 이용하여 사후분포를 계산하고 사후분포를 통해 모수를 추정하는 기법이다.

베이즈 정리에 따르면 자료 t 가 주어졌을 때 모수 ψ 의 조건부 분포를 구할 수 있으며 이 사후분포는 식 (5)와 같다.

$$p(\psi | t) = \frac{p(t|\psi)\pi(\psi)}{p(t)} \propto p(t|\psi)\pi(\psi) \tag{5}$$

여기서 $p(t|\psi)$ 는 조건부로 관찰된 자료의 우도이고, $\pi(\psi)$ 는 ψ 의 사전분포이다. 따라서 식 (5)를 우도함수로 다시 표현하면 식 (6)과 같다.

$$p(\psi | t) \propto L(t|\psi)\pi(\psi) \tag{6}$$

와이블 분포의 모수에 대해 식 (6)을 다시 정리하면 식 (7)과 같다.

$$p(\eta, \beta | t) \propto L(t|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta) \tag{7}$$

식 (7)에서 사후분포는 결합사후분포이고 결합 사후분포를 통해 모수를 추정하기 위해 주변사후분포의 기댓값을 사용하게 된다. 이 과정에서 결합사후분포와 주변사후분포의 기댓값은 이중 적분 형태로 표현되며 결합사후분포는 식 (8), 주변사후분포의 기댓값은 식 (9), (10)과 같다.

$$p(\eta, \beta | t) = \frac{L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)}{\int_0^\infty \int_0^\infty L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)d\eta d\beta} \tag{8}$$

$$\hat{\eta} = \frac{\int_0^\infty \eta \int_0^\infty L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)d\beta d\eta}{\int_0^\infty \int_0^\infty L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)d\eta d\beta} \tag{9}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\int_0^\infty \beta \int_0^\infty L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)d\eta d\beta}{\int_0^\infty \int_0^\infty L(x|\eta, \beta)\pi(\eta, \beta)d\eta d\beta} \tag{10}$$

이와 같은 이중 적분 형태는 계산이 어렵기 때문에 일반적으로 적분이 필요 없는 기법인 Markov Chain Monte Carlo(MCMC) 기법을 활용하여 모수를 추정한다.

2.3 Incomplete data 기반의 신뢰성 성장 모델 모수 추정

본 논문에서는 신뢰성 성장 모델을 AMSAA 모델로 가정하였고 모수를 추정하기 위한 방법으로 MLE와 베이지안 기법을 사용하였다.

관측된 고장 데이터가 와이블 분포를 따르며 표본의 크기가 작을 경우, 신뢰도 추정을 위한 와이블 분포의 모수 추정 시 베이지안 기법을 적용하는 것이 MLE를 적용하는 것보다 모수 추정의 정확도가 높다 [12,13].

AMSAA 모델의 경우 와이블 분포를 통해 유도된 고장함수를 사용하기 때문에, 관측된 고장 데이터의 수가 작을 경우 모수 추정시 베이지안 기법의 적용이 MLE 적용보다 좋은 추정 정확도를 보일 것이다.

본 논문에서는 베이지안 기법을 통해 신뢰성 성장 모델의 모수를 추정하는 과정에서 발생하는 이중 적분 형태의 계산의 어려움을 해결하기 위해 MCMC 기법 중 Metropolis-Hastings Algorithm(MHA)을 사용하였다.

2.3.1 MCMC: Metropolis-Hastings Algorithm

적분 계산 시 적분 대상함수 $g(x)$ 를 함수 $f(x)$ 와 확률분포 $p(x)$ 로 나누어 표현하면 식 (11)과 같으며 적분결과 $p(x)$ 에 대한 $f(x)$ 의 기댓값이다.

$$\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)p(x)dx = E_{p(x)}[f(x)] \quad (11)$$

만약 $p(x)$ 로부터 확률변수 x_1, \dots, x_n 이 샘플링되었다면 식 (11)은 식 (12)로 표현할 수 있다.

$$\int_a^b g(x)dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (12)$$

이 샘플링 과정에서 i 번째 표본(x_i)을 참고하여 $i+1$ 번째 표본(x_{i+1})을 샘플링하는 과정이 포함된 기법이 MCMC 기법이다.

MHA는 x_i 를 참고하여 x_{i+1} 을 샘플링할 때 proposed state인 x' 를 제안하여 x_{i+1} 을 x' 로 채택할지 결정하는 과정을 포함한다. 이 과정에서 제안 분포(Proposal Distribution)와 채택 비율(Acceptance Ratio)을 이용하며, 각각 식 (13), (14)와 같이 표현한다. 여기서 제안분포란 이전 표본의 참고를 도와주는 조건부 확률 분포로 알고리즘 사용자가 임의로 정하는 분포이며 채택비율은 x_{i+1} 을 x' 으로 채택하는 비율이다.

$$q(x'|x) \quad (13)$$

$$A(x'|x) = \frac{f(x')q(x|x')}{f(x)q(x'|x)} \quad (14)$$

여기서 $f(x)$ 는 추정하고자 하는 목표 함수(분포)이다.

계산된 $A(x'|x)$ 값과 1중 최솟값을 a 라 가정하였을 때, a 와 균등분포(Uniform Distribution) $u \in [0,1]$ 에서 임의로 생성한 수를 비교하여 a 가 작다면 x_{i+1} 을 x' 로 채택하고, 반대의 경우 x_{i+1} 은 x_i 로 유지된다[14].

2.3.2 신뢰성 성장 모델 모수 추정으로의 적용

신뢰성 성장 모델의 모수를 α, β 라 하면 모델에 사용되는 고장함수는 식 (15)와 같다.

$$r(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} \quad (15)$$

각 모수 α, β 의 사전분포를 α 의 경우 형상모수 p 와 척도모수 q 를 가지는 감마분포, β 의 경우 형상모수 r 과 척도모수 s 를 가지는 감마분포로 가정하였다.

β 의 경우 사전분포를 모수가 r 은 1, s 는 1의 값을 가지는 감마분포로 가정하였으며 모수가 설정되어있기 때문에 사전정보가 필요하지 않다. 그러나 α 에 대한 사전분포를 감마분포로 가정하였기 때문에 사전정보가 필요하다. 이를 위해 본 논문에서 가정한 신뢰성 성장 모델의 참 모수와 식 (16)을 통해 계산한 분산(σ^2)과 평균(μ)을 계산하여 사전정보로 사용하였다.

$$\mu = \alpha\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right), \sigma^2 = \alpha^2\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \quad (16)$$

사전정보로 설정된 분산과 평균을 역감마분포의 분산과 평균으로 가정하여 식 (17)을 통해 α 의 사전분포의 모수를 설정하였다[9,12].

$$p = \frac{\mu^2}{\sigma^2} + 2, q = \mu(p-1) \quad (17)$$

따라서 α 와 β 에 대한 사전분포는 식 (18), (19)와 같다.

$$\pi(\alpha) = \frac{q^p \alpha^{p-1} e^{-q\alpha}}{\Gamma(p)} \quad (18)$$

$$\pi(\beta) = \frac{s^r \beta^{r-1} e^{-s\beta}}{\Gamma(r)} \quad (19)$$

α, β 가 서로 독립적이라고 가정하면 α, β 의 결합 사전분포는 식 (20)과 같다.

$$\pi(\alpha, \beta) = \pi(\alpha)\pi(\beta) \quad (20)$$

고장 데이터는 정시종결을 통해 얻는 것으로 가정하였고 이 경우 우도함수는 식 (21)과 같다.

$$L(x|\alpha, \beta) = e^{(-\alpha T^{\beta})} \cdot \prod_{i=1}^n \alpha \beta x_i^{\beta-1} \quad (21)$$

α 와 β 는 독립적이라고 가정하였고, MHA를 적용하기 위해 식 (13), (14)를 α, β 에 대한 식으로 나타내면 식 (22), (23)과 같다.

$$q(\alpha', \beta' | \alpha, \beta) = q(\alpha' | \alpha)q(\beta' | \beta) \tag{22}$$

$$A(\alpha', \beta' | \alpha, \beta) = \frac{f(\alpha', \beta')q(\alpha, \beta | \alpha', \beta')}{f(\alpha, \beta)q(\alpha', \beta' | \alpha, \beta)} \tag{23}$$

여기서 $f(\alpha, \beta)$ 는 식 (7)의 결합사후분포이다. 식 (23)과 식 (7)을 결합하면 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A(\alpha', \beta' | \alpha, \beta) &= \frac{p(\alpha', \beta' | t)q(\alpha, \beta | \alpha', \beta')}{p(\alpha, \beta | t)q(\alpha', \beta' | \alpha, \beta)} \\ &= \frac{\pi(\alpha', \beta')L(t | \alpha', \beta')q(\alpha, \beta | \alpha', \beta')}{\pi(\alpha, \beta)L(t | \alpha, \beta)q(\alpha', \beta' | \alpha, \beta)} \end{aligned} \tag{24}$$

식 (24)와 식 (18)~(21)을 결합하여 채택 비율을 구할 수 있으며, 이를 $u \in [0, 1]$ 에서 임의로 생성한 수를 비교하는 과정을 거쳐 신뢰성 모델의 모수를 추정하였다.

여기서 제안 분포는 각각 분산이 0.01인 정규분포로 가정하였다. 식 (22)에서 우변의 각 항을 정리하면 식 (25), (26)과 같다.

$$q(\alpha' | \alpha) = N_{\alpha}(\alpha', 0.1^2) / N_{\alpha}(\alpha, 0.1^2) \tag{25}$$

$$q(\beta' | \beta) = N_{\beta}(\beta', 0.1^2) / N_{\beta}(\beta, 0.1^2) \tag{26}$$

이 때 α', β' 는 각각 평균을 α, β 분산은 공히 0.01을 가지는 정규분포에서 임의로 샘플링한 값이다.

2.4 시뮬레이션 결과

본 논문에서 목표 신뢰성 성장 모델이 AMSAA 모델이므로, 고장 데이터는 NHPP 시뮬레이션을 통해 생성하였으며 신뢰성 성장 모델의 모수의 참값은 $\alpha = 1.6, \beta = 0.5$ 로 가정하였다. 시뮬레이션은 총 1000회 수행하였으며 추정 정확도를 비교하기 위해 MSE 값을 산출하여 비교하였다. MSE 값의 비교는 Fig. 2, Fig. 3에 나타내었으며 상세 값은 Table 2에 나타내었다.

시뮬레이션 결과 데이터의 수가 작을 경우 베이저안 기법을 적용하여 신뢰성 성장 모델의 모수를 추정하였을 경우의 MSE 값이 MLE를 적용하였을 경우의 MSE 값보다 작은 것을 확인 할 수 있다. Fig. 2와 Fig. 3을 보면 데이터의 수가 많을 경우 데이터의 수가 적을 경우보다 베이저안 기법 적용 시와 MLE 적용 시의 MSE 값의 차이가 작음을 알 수 있다.

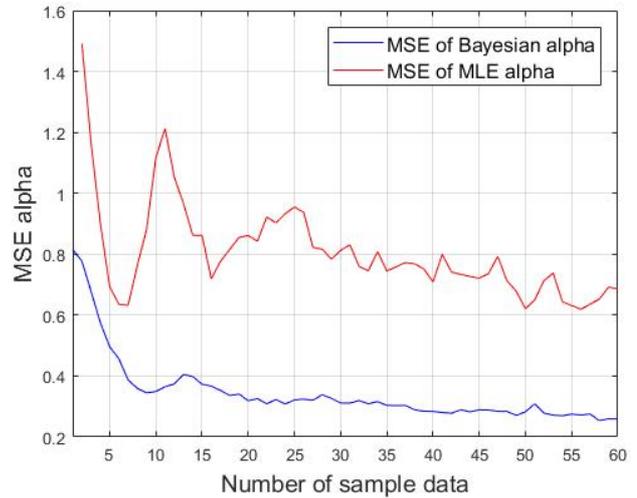


Fig. 2. Comparison of MSE(alpha)

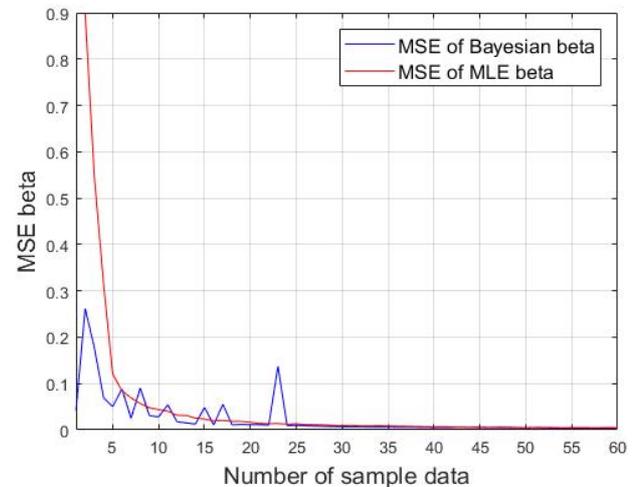


Fig. 3. Comparison of MSE(beta)

Table 2. MSE of estimation for each parameter

		Bayesian		MLE	
		α	β	α	β
Number of sample data	3	0.6768	0.1772	1.1623	0.5462
	6	0.4564	0.0802	0.6354	0.0847
	9	0.3446	0.0305	0.8814	0.0477
	20	0.3188	0.0112	0.8614	0.0164
	30	0.3112	0.0068	0.8122	0.0091
	50	0.2623	0.0042	0.6208	0.0049

III. 결 론

본 논문에서는 고장 데이터의 수가 충분하지 않을 경우 신뢰성 성장 모델의 모수를 추정하는 방법으로 MLE와 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법을 적용하여 비교 분석하였다. 고장 데이터의 수가 충분하지 않을 경우에는 MLE보다 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법을 적용하는 것이 보다 좋은 추정 결과를 보여주는 것으로 알려져 있다. 신뢰성 성장 모델은 AMSAA 모델로 가정하였으며 성장 모델의 모수의 사전분포는 감마분포로 가정하였다. 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법의 적용 시 이중 적분의 어려움을 해결하기 위해 MCMC 기법 중 MHA를 적용하였다. 시뮬레이션 결과 고장 데이터의 수가 충분하지 않은 경우 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법을 이용한 신뢰성 성장 모델의 모수 추정 정확도가 MLE를 이용한 신뢰성 성장 모델의 모수 추정 정확도보다 높음을 확인하였다. 또한 고장 데이터의 수가 많을 경우가 데이터의 수가 적을 경우보다 MLE와 베이지안 기법 기반의 모수 추정 방법의 추정 정확도의 차이가 작은 결과를 보였다.

References

- 1) Duane, T. J., "Learning Curve Approach to Reliability Monitoring," *IEEE Transactions on Aerospace*, Vol. 2, No. 2, 1964, pp. 563~566.
- 2) Lee, Y. E., Kim, G. Y., Lee, G. H., Kim, Y. H., and Jung, Y. M., "Reliability growth analysis for KA-1 Aircraft-Based on Duane and Crow-AMSAA Model," *The Korean Society for Aeronautical and Space Science*, 2010, pp. 871~874.
- 3) Ahmed, A. O. M., Al-Kutubi, H. S., and Ibrahim, N. A., "Comparison of the Bayesian and maximum likelihood estimation for Weibull distribution," *Journal of mathematics and statistics* 6.2, 2010, pp. 100~104.
- 4) Zhao, M., and Xie, M., "A model of storage reliability with possible initial failures," *Reliability Engineering & System Safety* 43.3, 1994, pp. 269~273.
- 5) Berger, J. O., *Statistical decision theory and Bayesian analysis*, Springer Science & Business Media, 2013.
- 6) Lee, H. N., Moon, S. I., and Jang, S. G., "Reliability Estimation for One-Shot Items by Empirical Bayes," *Proceeding of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences Fall Conference*, 2017, pp. 1042~1043.
- 7) Mun, B. M., Sun, E. J., and Bae, S. J., "Bayesian Reliability Estimation for Small Sample-Sized One-shot Devices," *Journal of Applied Reliability*, Vol. 13, No. 2, 2013, pp. 99~107.
- 8) Won, D. Y., Lim, J. H., Sim, H. S., Sung, S. I., Lim, H. S., and Kim, Y. S., "A Review on the Analysis of Life Data Based on Bayesian Method: 2000~2016," *Journal of Applied Reliability*, Vol. 17, No. 3, 2017, pp. 213~223.
- 9) Seo, S. K., *Minitab Reliability Analysis: Completion of minitab practice centered on case studies*, 2nd Ed., Eretech, 2015.
- 10) Tang, Z., and et al. "Comparison of the Weibull and the crow-AMSAA model in prediction of early cable joint failures," *IEEE Transactions on Power Delivery* 30.6, 2015, pp. 2410~2418.
- 11) Crow, L. H., and Basu, A. P., "Reliability growth estimation with missing data II," *Annual Reliability and Maintainability Symposium(IEEE)*, 1988, pp. 248~253.
- 12) Cho, H. J., Lim, J. H., and Kim, Y. S., "A Comparison of the Reliability Estimation Accuracy between Bayesian Methods and Classical Methods Based on Weibull Distribution," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 42, No. 4, 2016, pp. 256~262.
- 13) Mohammed A, A. O., Ibrahim, N. A., Adam, M. B., and Arasan, J., "Bayesian survival and hazard estimate for Weibull censored time distribution," *Journal of Applied Sciences*, Vol. 12, Issue 12, 2012, pp. 1313~1317.
- 14) Bergomi, M., and Pedrazzoli, C., "Bayesian Statistics: Computational Aspects," *Seminar on Statistics*, FS 2008, 2008.