

인발 선재의 반경 방향 변형률 분포 예측

이상곤^{*,#}, 황선광^{*}, 조용재^{*}

^{*}한국생산기술연구원 극한가공기술그룹

Prediction of Radial Direction Strain in Drawn Wire

Sang-Kon Lee^{*,#}, Sun-Kwang Hwang^{*}, Yong-Jae Cho^{*}

^{*}Extreme Fabrication Technology Group, Korea Institute of Industrial Technology

(Received 30 May 2019; received in revised form 5 June 2019; accepted 10 June 2019)

ABSTRACT

In wire drawing, arterial deformation is concentrated on the surface of the drawn wire because of surface contact with the drawing die. Therefore, strain varies from the center to the surface of the drawn wire. In this study, based on the upper bound method, an effective strain prediction method from the center to the surface of a drawn wire was proposed. Using the proposed method, the effective strain of the drawn wire was calculated verify the proposed prediction method, the predicted effective strain was compared with the result of finite element analysis.

Key Words : Wire Drawing(인발), Upper Bound Method(상계법), Strain Prediction Model(변형률 예측 모델), FE Analysis(유한요소해석)

1. 서 론

대표적인 소성가공 공정 중 하나인 인발공정은 길이가 긴 초기 봉재(bar) 혹은 선재(wire)를 한 개 혹은 여러 개의 다이를 통과시켜 요구 단면 및 치수를 가진 제품을 제조하는 공정이다^[1-4]. 소재가 다이를 통과하면 직경이 감소하게 되며, 인발공정 시 다이를 통과하는 소재의 경우 다이와 접촉되는 표면부에 상대적으로 많은 변형이 발생된다. 이로 인해 중심부와 표면부의 변형률 차이가 발생하게 된다. 이러한 불균일한 변형은 최종 인발된 제품에 과도한 잔류응력을 발생시키는 등 기계적 성질에

악영향을 미친다^[5-9]. 최근까지 다양한 인발관련 연구들이 수행되었으나^[10-12], 변형률 분포에 대한 이론적 연구는 거의 수행되지 않았다^[13]. 현재까지 대부분 인발된 소재의 변형률 분포는 유한요소해석을 이용한 수치해석적 방법으로 평가되고 있다^[14,15]. 따라서, 중심부에서부터 표면까지의 변형률을 이론적으로 계산할 수 있다면, 소재의 불균일한 변형률을 효과적으로 예측할 수 있을 것이다.

인발공정 시 유효변형률(effective strain) 분포는 다이 반각, 단면 감소율 등 인발 공정변수에 의존한다. 소성가공 공정 해석을 위해 다양한 이론들이 활용되었으며, 본 연구에서는 상계법(upper bound method)를 이용하여 인발된 와이어의 반경 방향 유효변형률 분포를 예측하였다. 인발 시 소재의 반경

Corresponding Author : sklee@kitech.re.kr

Tel: +82-53-580-0136, Fax: +82-53-580-0130

Copyright © The Korean Society of Manufacturing Process Engineers. This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 License (CC BY-NC 3.0 <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

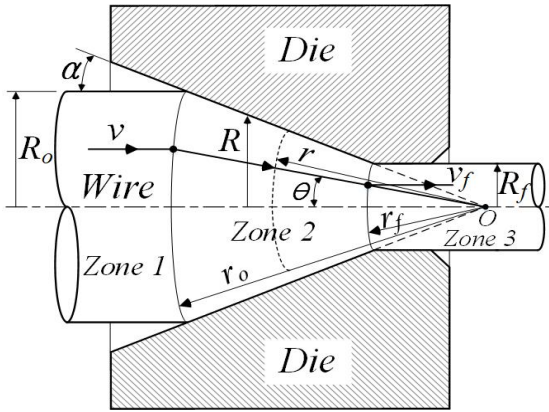


Fig. 1 Velocity field for upper bound method

방향 유효변형률 분포는 단면감소율, 다이 반각, 그리고 마찰에 영향을 받는다. 본 연구에서는 상계법을 적용하여 이러한 공정변수로 표현되는 예측모델을 제안하였다. 제안된 예측 모델을 이용하여 인발 공정 시 소재의 반경 방향 유효변형률을 평가하였다. 또한, 예측된 유효 변형율의 타당성 검증을 위해 유한요소해석을 수행하였으며, 해석결과와 예측된 유효변형률을 비교하였다.

2. 상계법 활용 변형률 예측 모델

상계법은 소성가공 공정해석을 위해 적용되는 대표적인 방법으로 소성변형을 일으키는데 필요한 정확한 힘 이상의 값을 계산할 수 있다^[6]. 본 연구에서는 상계법을 이용하여 인발된 선재의 반경 방향 유효변형률 분포를 예측하였다. Fig. 1은 축대칭 인발공정 해석을 위한 동적가용속도장(kinematically admissible velocity field)을 나타낸 것이다. 구좌표계(spherical coordinate system, \$(r, \phi, \theta)\$)에서 중심 \$O\$로부터 변형영역인 Zone 2 내의 임의의 위치 \$r\$에서의 각 방향별 속도성분은 다음의 식(1)과 같다^[7].

$$\begin{aligned} \dot{U}_r = v &= -v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^2} \\ \dot{U}_\theta = \dot{U}_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, \$v_f\$는 다이 출구부 인발속도, \$r_f\$는 중심 \$O\$에

서 Zone 2와 Zone 3의 경계면까지의 거리이다.

식(1)로부터 각 방향의 변형률 속도(strain rate, \$\dot{\epsilon}\$)는 다음의 식(2)로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r} = 2v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{\dot{U}_r}{r} = -v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_\phi &= \frac{\dot{U}_r}{r} = -v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \end{aligned} \quad (2)$$

또한, 축대칭(axisymmetric) 조건에 의해

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2r} \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial \theta} = \frac{1}{2} v_f r_f^2 \frac{\sin\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\phi} = \dot{\epsilon}_{r\phi} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

따라서, 유효변형률속도(\$\dot{\epsilon}\$)는

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \\ &\cong 2v_f r_f^2 \frac{1}{r^3} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서 \$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(r, \theta)\$의 함수이나, 동일한 \$\theta\$에서 \$r\$을 따라 출구에서의 유효변형률(\$\bar{\epsilon}\$)이 필요하기 때문에 총변형률(total strain)은 \$r\$에 대해서만 다음과 같이 적분을 수행한다.

$$\bar{\epsilon} = \int_{t=0}^t \dot{\epsilon} dt \quad (5)$$

여기서,

$$dt = \frac{dr}{v} = -\frac{r^2 dr}{v_f r_f^2 \cos\theta} \quad (6)$$

따라서, 식(4)와 식(6)을 식(5)에 대입하여 적분을 수행하면 유효변형률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= -2 \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \int_{r=0}^r \frac{dr}{r} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \ln \left(\frac{r_o}{r} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 1과 식(7)로부터 유효변형률의 최대값은 $\theta = \alpha$ 일 때, 즉 다이 표면에서 발생함을 알 수 있다. 또한, 단면감소율과 다이반각(α)이 증가하면 유효 변형률도 증가한다.

인발 후, 즉 $r=r_f$ 일 때, 축적된 유효변형률은 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon} = 2 \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \ln \left(\frac{R_o}{R_f} \right) \quad (8)$$

여기서, $r_o/r_f = R_o/R_f$ 이다.

$r=r_f$ 에서 $\sin \theta = R/r_f = R/R_f \sin \alpha$ 이므로, 식(8)에 의해 최종 유효변형률은 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{\epsilon} = 2 \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \ln \left(\frac{R_o}{R_f} \right) \quad (9)$$

식(9)로부터 단면 감소율이 증가할수록 유효변형률이 증가하며, 유효변형률은 소재 중심부에서 표면으로 갈수록 높아지지만, 다이반각이 작은 경우에는 거의 일정한 값을 나타낸다. 또한 다이반각이 증가하면 유효변형률도 증가하며, 특히 소재 표면에서 상대적으로 많이 증가함을 알 수 있다.

식(9)에서 만약, α 가 0에 가까워지면, 인발 후 유효변형률은 다음의 식(10)으로 표현되며, 이는 소재내부에 과잉변형(redundant deformation)이 없는 이상적 유효변형률 식이다.

$$\bar{\epsilon} = 2 \cdot \ln \left(\frac{R_o}{R_f} \right) \quad (10)$$

Table 1 Effective strain of radial direction (Eq. 9)

Distance from wire center(mm)	Eff. strain
0.03	0.30165
0.11	0.30165
0.25	0.30166
0.44	0.30167
0.693	0.30168
0.99	0.30170
1.35	0.30171
1.76	0.30173
2.23	0.30176
2.75	0.30178

Table 1은 식(9)로 계산된 반경 방향 유효변형률 값을 나타낸 것이다. 직경 5.5mm인 초기 소재를 4.73mm로 인발한 공정으로 단면 감소율은 26.04%, 다이 반각은 6°이다. 계산 결과에서 알 수 있듯이, 중심부와 표면부의 변형률 차이가 0.000137로 매우 적음을 알 수 있다. 본 연구에서는 식(9)에서 알 수 있듯이 기존 상계법의 경우 마찰 영향을 고려할 수 있는 항이 없기 때문인 것으로 판단하였다. 마찰은 인발공정에 큰 영향을 미치며, 특히 상대적으로 소재 표면부의 유효변형률 분포에 영향을 미치기 때문에 반드시 마찰 영향이 고려되어야 한다.

일반적으로 인발 후 반경 방향 유효변형률 값은 중심부가 낮고 표면부가 높은 포물선 형태를 나타낸다^[15,18]. 따라서 본 연구에서는 2차식으로 표현되는 마찰항을 추가하여 식(9)를 식(11)로 수정하였다. 식(11)에서 알 수 있듯이 중심부의 경우 마찰항 값은 0이 되고, 표면부의 경우 마찰항의 영향으로 변형률이 증가하게 된다.

$$\bar{\epsilon} = 2 \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \ln \left(\frac{R_o}{R_f} \right) + \mu \cdot \left(\frac{R}{R_f} \right)^2 \quad (11)$$

Table 2는 식(11)로 계산된 반경 방향 유효변형률 값을, 그리고 Fig. 2는 식(9)과 식(11)로 계산된 변형 값을 비교한 그래프를 나타낸 것이다. 계산결과에서

Table 2 Effective strain of radial direction (Eq. 11)

Distance from wire center(mm)	Eff. strain
0.03	0.30218
0.11	0.30378
0.25	0.30645
0.44	0.31019
0.693	0.31499
0.99	0.32087
1.35	0.32781
1.76	0.33582
2.23	0.34489
2.75	0.35504

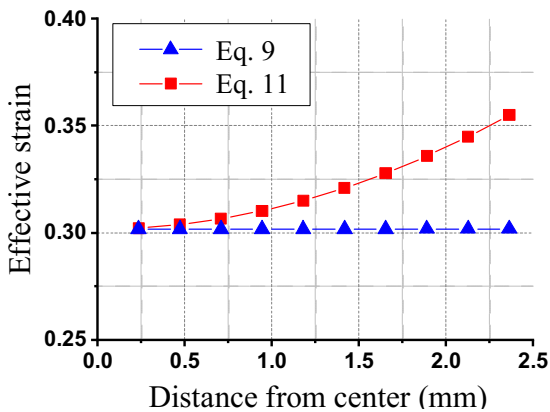


Fig. 2 Comparison of effective strain between Eq.(9) and Eq.(11)

알 수 있듯이 마찰을 고려한 경우 중심부와 표면부의 변형률 차이는 약 0.05286이었다. 또한, 두 경우의 표면부 변형률 차이는 약 0.05326이었다. 따라서, 마찰이 고려된 경우 중심부와 표면부의 변형률 차가 상대적으로 높으며, 변형률은 포물선 형태의 분포를 나타냄을 알 수 있다.

3. 유한요소 해석

본 연구에서는 제안된 변형률 예측 모델의 타당성을 검증하기 위하여 강소성 유한요소해석을 수행하여 반경 방향 유효변형률을 평가하였다. 유한요소

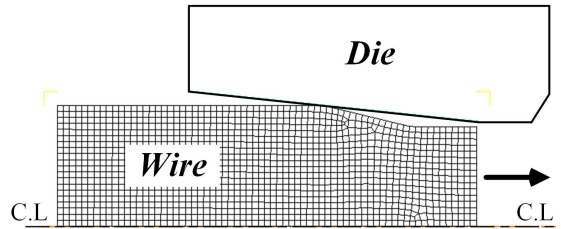


Fig. 3 Initial FE analysis model

Table 3 Conditions of FE analysis

Conditions	Value
Material	AISI1080
Drawing velocity (mm/s)	10.0
Friction Coeff.(μ)	0.06
Flow stress (MPa)	$\bar{\sigma} = 1104.6 \cdot \bar{\epsilon}^{-0.0953}$

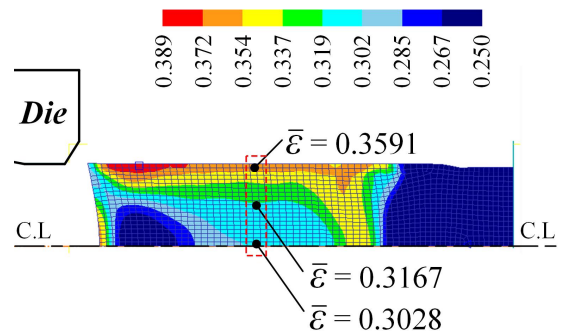


Fig. 4 Distribution of effective strain

해석은 DEFORM 2D로 수행되었으며, 초기 해석모델과 해석조건은 Fig. 3과 Table 3에 나타내었다. 적용 소재는 AISI1080 고탄소강이며, 인발속도는 10.0 mm/s, 소재와 다이 접촉면의 마찰계수(μ)는 0.06이다^[9].

유한요소 해석결과 인발 후 유효변형률 분포와 변형률 정상상태(steady state) 영역에서 변형률 값을 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 알 수 있듯이 인발된 소재의 중심부와 중간부, 그리고 표면부의 변형률 값은 각각 0.3028, 0.3167, 그리고 0.3591이었다. 해석결과 다이와 직접적인 접촉으로 인해 표면부의 유효변형률이 중심부보다 높았으며, 특히 표면부와 가까워질수록 변형률 증가량이 높음을 알 수 있다.

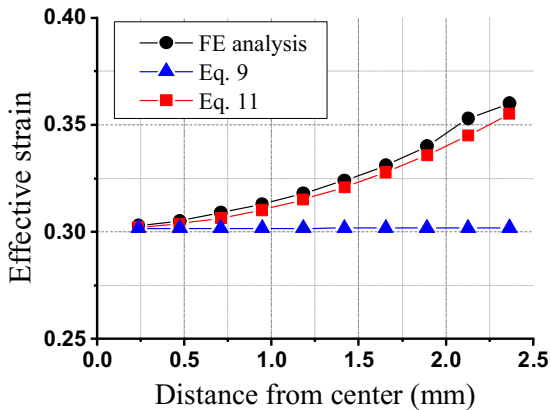


Fig. 5 Comparison of effective strain

Fig. 5는 식(9)와 식(11), 그리고 유한요소 해석결과 유효변형률 분포를 비교한 그래프이다. 그래프에서 알 수 있듯이 마찰이 고려되지 않은 경우 유한요소 해석결과와 예측모델(식(9))의 표면부에서 변형률 차는 약 0.05822이었으나, 마찰이 고려된 경우 0.00496로 오차가 상당히 감소함을 알 수 있다.

따라서, 상계법과 마찰을 고려한 변형률 예측 모델을 이용하여 인발된 소재의 반경 방향 변형률을 효과적으로 예측할 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

인발된 소재의 중심에서 표면까지 반경 방향 유효변형률은 불균일한 분포를 나타낸다. 표면부의 경우 일반적으로 다이와의 직접적인 접촉 및 마찰로 인하여 변형률이 상대적으로 높다.

본 연구에서는 인발된 소재의 반경 방향 유효변형률 예측 모델을 제안하였으며, 이를 통해 다음의 결론을 도출하였다.

1) 상계법을 이용하여 인발된 소재의 반경 방향 유효변형률 예측모델을 제안하였다. 제안된 모델을 이용하여 직경 5.5 mm인 초기 소재를 단면 감소율 약 26%를 적용하여 직경 4.73mm 로 인발한 후 변형률을 계산한 결과, 중심부와 표면부의 변형률 차이는 약 0.000137로 거의 차이가 없음을 알 수 있었다.

2) 마찰영향을 고려한 수정된 예측모델을 제안하였으며, 수정된 모델을 적용한 결과 중심부와 표면

부의 변형률 차이는 약 0.05286이었다.

3) 예측모델의 타당성 검증을 위해 강소성 유한요소해석을 수행하였다. 해석결과 마찰을 고려한 경우 표면부의 변형률 차이는 고려하지 않은 경우보다 상당히 낮은 약 0.00496이었다. 따라서 마찰을 고려한 경우 해석결과와 매우 유사한 값을 나타낼 수 있었다.

본 연구결과를 토대로 향후 다단 인발공정에 적용하기 위한 추가적인 연구와 제안된 모델의 효과적인 실험적 검증을 위한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

후 기

“이 논문은 한국생산기술연구원의 지원으로 수행된 연구임”

REFERENCES

1. Lange, K., Handbook of Metal Forming, Mc Graw-Hill Book Company, New York, pp. 13.6-13.7, 1985.
2. Altan, T., Oh, S. I., Gegel, H., Metal Forming: Fundamentals and Applications, ASM, Metals Park, pp. 25, 1983.
3. Lee, Y. S., Yang, Y. J., “An Envaluation of Structural Stability on Mold Frame of Drawing Process System of SUS Hexagonal Bar,” Journal of Korean Society of Mechanical Technology, Vol. 20, No. 3, pp. 279~286, 2018.
4. Lee, Y. S., Yang, Y. J., “Structural Analysis on Clamp Guide Bar of Drawing Process System for SUS Hexagonal Bar,” Journal of Korean Society of Mechanical Technology, Vol. 20, No. 6, pp. 703~808, 2018.
5. Atienza, J. M., Martinez-Perez, M. L., Ruiz-Hervias, J., Mompean, F. J., Garcia-Hernandez, M., Elices, M., “Residual Stresses in Cold Drawn Ferrite Rods,” Scripta Materialia, Vol. 52, No. 2, pp. 305-309, 2005.

6. Elices, M., Ruiz, J., Atienza, J. M., "Influence of Residual Stresses on Hydrogen Embrittlement of Cold Drawn Wires," *Materials and Structures*, Vol. 37, No. 5, pp. 305-310, 2004.
7. Lee, S. K., Kim, D. W., Jeong, M. S., Kim, B. M., "Evaluation of Axial Surface Residual Stress in 0.82wt% Carbon Steel Wire During Multi-pass Drawing Process Considering Heat Generation," *Materials and Design*, Vol. 34, pp. 363-371, 2012.
8. Lee, S. B., Lee, I. K., Jeong, M. S., Kim, B. M., Lee, S. K., "Prediction of Surface Residual Stress of Multi-pass Drawn Steel Wire Using Numerical Analysis," *Transactions of Materials Processing*, Vol. 26, No. 3, pp. 162-167, 2017.
9. Kim, S. J., Kim, J. H., "Analysis of the Effect of Tension on the Deformation of Wire Cross - Section During Reed Wire Rolling," *Journal of Korean Society of Mechanical Technology*, Vol. 20, No.4, pp. 479~484, 2018.
10. Lee, S. K., Kim, B. M., "A Study on the Fine Wire Drawing Process Design to Improve the Productivity," *Transactions of Materials Processing*, Vol. 17, No. 4, pp. 257-267, 2008.
11. Lee, S. K., Lee, S. B., Kim, B. M., "Process Design of Multi-stage Wet Wire Drawing for Improving the Drawing Speed for 0.72 wt% C Steel Wire," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 210, pp. 776-783, 2010.
12. Vega, G., Haddi, A., Imad, A., "Temperature Effects on Wire-drawing Process: Experimental Investigation," *International Journal of Material Forming*, Vol. 2, pp. 229-232, 2009.
13. Cetlin, P. R., "Redundant Deformation Factor Evaluation Through the Hardness Profile Method in Round Section Bar Drawing," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 106, pp. 147-151, 1984.
14. Chen, D. C., Guo, Z. Y., Wang, S. J., "Finite Element Analysis of Double Layers Alloy Wire Drawing Processes," *International Journal of Material Forming*, Vol. 1, pp. 415-418, 2008.
15. Lee, I. K., Lee, S. Y., Kim, D. H., Lee, J. W., Lee, S. K., "Wire Drawing Process Design for Fine Rhodium Wire," *Transactions of Materials Processing*, Vol. 27, No. 4, pp. 244-249, 2018.
16. Hosford, W. F., Caddell, R. M., *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 110, 2007.
17. Avitzur, B., *Metal Forming: Processes and Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York, pp. 155-157, 1968.
18. Venet, G., Balan, T., Baudouin, C., Bigot, R., "Direct Usage of the Wire Drawing Process for Large Strain Parameter Identification," *International Journal of Material Forming*, Vol. 11, pp. 1-14, 2018. Part B: *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 11, pp. 365-373, 2002.
19. Jo, H. H., Lee, S. K., Kim, M. A., Kim, B. M., "Pass Schedule Design System in the Dry Wire-drawing Process of High Carbon Steel," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 216, pp. 365-373, 2002.