

쇄빙시물레이션을 위한 반해석적 빙하중 계산법 고찰

김정환^{1,2}·장범선^{2,†}·김유일³

노르웨이과학기술대학교 공과대학 토목환경공학과¹
서울대학교 조선해양공학과 해양시스템공학연구소²
인하대학교 공과대학 조선해양공학과³

Study on the Semi-Analytical Ice Load Calculation Methods for the Ice-Breaking Simulation

Jeong-Hwan Kim^{1,2}·Beom-Seon Jang^{2,†}·Yooil Kim³

Department of Civil and Environmental Engineering, Norwegian University of Science and Technology¹
Research Institute of Marine Systems Engineering, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University²
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Inha University³

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

This paper presents the semi-analytical ice load calculation methods that are useful to simulate the ice-breaking process. Since the semi-analytical methods rely on the previously developed closed form equations or numerical analysis results, the user's exact understanding for the equations must be supported in order to use the methods properly. In this study, various failure modes of ice such as local crushing, in-plane splitting failure, out-of-plane bending failure and radial or circumferential cracking with rotation of the broken ice floe are considered. Based on the presented methods, the fracture modes were evaluated according to the size and thickness of ice. In addition, time series analysis for the ice-breaking process was performed on several ice conditions and the results were analyzed.

Keywords : Semi-analytical ice load calculation method(반해석적 빙하중 계산법), Ice-breaking process(쇄빙과정), Local crushing(국부분쇄), In-plane splitting failure(면내분리파괴), Out-of-plane bending failure(면외굽힘파괴), Radial or circumferential cracking(반경 또는 원주방향 균열), Rotation(회전)

1. 서론

지구온난화로 인해 북극항로를 통한 항해가 현실이 되면서 더욱 안전하고 우수한 성능을 가진 쇄빙선의 개발에 큰 관심이 모아지고 있다. 특히, 최근에는 아말 LNG 플랜트에서 생산된 LNG를 북극항로를 통해 수송하는 극지 LNG운반선이 성공리에 임무를 수행하면서, 이제는 기존의 쇄빙선뿐만 아니라 쇄빙이 가능한 대형상선에 대한 수요도 높아지고 있다.

컴퓨터의 성능이 높아지면서, 쇄빙선의 설계와 성능평가에 관한 많은 부분이 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 이루어지고 있다 (Lubbad and Løset, 2011; Su et al., 2010; Alawneh, 2014). 과거에는 쇄빙선의 성능평가가 실선계측(full-scale measurement)나 모

형시험(model test)을 통해 제한적으로 이루어졌지만, 이제는 용도에 맞는 시뮬레이션 프로그램을 이용하여 다양한 상황에 대한 성능평가가 가능해지고 있다.

쇄빙시물레이션에 사용되는 방법은 물리적인 현상의 구현방법에 따라 크게 수치해석(numerical analysis)을 적용하는 방법과 반해석적 기법(semi-analytical method)을 적용하는 방법으로 나눌 수 있다. 수치해석을 적용하는 방법으로는 유한요소법(finite element method)과 경계요소법(discrete element method) 등이 주로 사용되고 있다 (Lu et al., 2014a; Haase et al., 2010; Ji et al., 2013; Lau 2006; Hilding et al., 2011). 수치해석을 이용한 방법은 얼음의 파괴에 대한 상세한 묘사가 가능하기 때문에 물리적 현상에 대한 사용자의 충분한 이해가 뒷받침된다면 비교적 현실적인 결과를 도출할 수 있는 장점이

있다. 하지만 이 방법의 가장 큰 단점은 해석시간이 오래 걸린다는 것이다. 대상의 거동을 충분히 묘사하기 위해서는 요소(element)의 크기가 충분히 작아야 하기 때문이다. 동일한 대상에 대해 요소의 크기가 작으면 요소의 수가 많아져야 하기 때문에 이로 인해 해석시간은 늘어나게 된다. 또한, 얼음의 경우 복잡한 재료적 특성을 가지고 있기 때문에 이를 고려한 재료모델을 적용하기 위해서는 복잡한 비선형 해석을 수행해야 한다. 많은 수의 요소와 복잡한 비선형 재료모델의 적용은 필연적으로 긴 해석시간을 수반한다. 따라서, 수치해석을 이용하는 방법은 정확한 물리적 현상의 파악이 필요하거나, 국부적으로 복잡한 구조물에 걸리는 하중이나 응력을 평가할 때 주로 사용된다.

반면, 반해석적 방법은 기존에 만들어진 수식을 이용하여 특정 상황에서의 결과를 도출하기 때문에 해석시간 측면에서 큰 장점이 있다. 수치해석을 이용한 방법과는 달리 수렴된 결과를 얻기 위한 반복(iteration)이 필요 없고, 정도 높은 결과를 도출하기 위해 시간간격(time step)을 조밀하게 할 필요도 없다. 따라서 이 방법은 주로 장시간의 시간영역해석(time domain analysis)이 필요한 경우에 사용된다. 다양한 상황에 따른 빙저항을 계산한다거나, 평탄빙(level ice)이나 빙편(ice floe)으로 덮인 바다를 항해하는 선박의 조종성능을 평가하는 등에 요긴하게 사용되고 있다 (Daley et al., 2014; Su et al., 2010). 또한, 극지운항선박을 운용하는 항해사들의 훈련을 위한 시뮬레이터 개발에도 적용되고 있다. 다만 구현되는 대상(object)이 선택된 이론에 따라 움직이기 때문에 이론의 정확성이 시뮬레이션의 정확도를 결정한다. 모든 상황을 다 해석적 방법으로 표현하기는 힘들기 때문에 경우에 따라서 실험결과를 도입하기도 하고, 미리 수행된 수치해석 결과를 바탕으로 회귀식(regression equation)을 도출하여 사용하기도 한다. 따라서, 반해석적 방법의 경우 배경이론에 대한 철저한 검토를 바탕으로 도입해야 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 쇄빙시뮬레이션에 적용되는 반해석적(semi-analytical) 빙하중 계산법에 대해 살펴보았다. 다양한 반해석적 계산법 중 특히, SAMCoT Project를 통해 개발된 방법에 대한 연구결과를 바탕으로 얼음의 다양한 파괴모드에 대해 살펴보고, 그에 대한 이론을 정리하였다. 마지막으로, 몇 가지 서로 다른 빙조건에 대한 간단한 시뮬레이션을 수행하여, 선박과 얼음의 접촉 및 얼음의 파괴모드를 분석하였다.

2. 연구동향

국내에 잘 알려진 반해석적 방법을 이용한 시뮬레이션 프로그램은 대표적으로 캐나다 MUN(Memorial University of Newfoundland)의 GEM(GPU-Event-Mechanics)과 노르웨이 NTNU(Norwegian University of Science and Technology)에서 개발한 Su et al. (2011)의 프로그램, 그리고 SAMS(Simulator for Arctic Marine

Structures)를 들 수 있다. 먼저, GEM (Alawneh, 2014)은 Daley (1999)가 제안한 빙하중 계산 방법을 바탕으로 만들어 졌다. 실제로 Daley (1999)의 방법이 그대로 IACS Polar rule (IACS, 2006)에 포함되었기 때문에 이론의 신뢰도에는 별다른 이견이 없지만 프로그램의 주된 대상이 빙해관리(ice management)에 의해 생성된 빙편(ice floe)이기 때문에 평탄빙에 적용하기에는 다소 무리가 있다. 또한, 프로그램의 이름에서 유추할 수 있듯이 GPU(graphics processing unit)를 적용한 초실시간(hyper real-time) 해석에 초점을 맞추고 있기 때문에 계산시간 단축을 위해 시뮬레이션이 2차원으로 이루어진다는 특징이 있다. 실제 계산에서는 선형(hull form)을 고려한 3차원 접촉면적을 고려하고 있지만, 운동방정식에서는 대상선박과 얼음의 평면운동(planar motion)만을 구현하기 때문에, 선박과 얼음의 운동을 현실적으로 표현하기에는 다소 무리가 있다.

Su et al. (2011)의 방법은 GEM과는 달리 평탄빙에서 선박의 저항과 조종성능을 평가하기 위해 개발되었다. 하지만, 이 역시 계산시간을 최소화하기 위해 많은 부분을 단순화(simplification)하였다. 특히, 평탄빙의 구현에서 가장 중요한 부분을 차지하는 ‘얼음이 파괴되고 파괴된 얼음을 밀어내는 과정’을 Lindqvist (1989)의 계산식을 활용하여 구현하였다. 따라서, 얼음의 파괴로 인해 발생하는 ‘깨진 빙편(broken ice floe)’이 별도로 구현되지 않고, 단순히 하중으로만 고려되어 선박의 빙저항에 포함되었다. 또한, GEM의 경우와 마찬가지로 선박과 얼음의 Surge, Sway, Yaw만을 구현하였다. 하지만, 이 방법은 평탄빙 속에서 다양한 환경 조건이나 운항법을 구현할 수 있고, 계산속도가 빠르기 때문에 장시간 해석(long-term analysis)을 통한 확률적 분석도 가능하다는 장점이 있다.

앞에서 소개한 두 개의 프로그램과 달리 SAMS (Lubbad and Løset, 2011)는 선박과 얼음의 거동을 3차원으로 구현하고, 충격 이후 파괴된 얼음까지 모두 컴퓨터 그래픽으로 표현할 수 있다. 이러한 다물체 동역학 프로그램의 경우 접촉검출(contact detection)이 계산 시간에 가장 중요한 영향을 미치게 되는데, SAMS에서는 오픈소스(open source) 물리엔진을 적용하여 자동으로 접촉이 검출되도록 하였다. SAMS의 경우, Lubbad and Løset (2011)의 논문에서 처음으로 소개된 이후 SAMCoT(Sustainable Arctic Marine and Coastal Technology) Project의 지원으로 지금까지 10년 가까이 계속 업그레이드되고 있다. 그 사이 사용하는 물리엔진도 Physx에서 Bullet으로 변하였고, 얼음의 파괴를 구현하는 방법도 이론식에 의해 얼음의 파괴길이를 계산하여 쐐기(wedge)형태로 표현하는 것에서 현재의 격자(lattice)모델링 기법을 이용하는 것까지 많은 부분이 바뀌었다 (van den Berg et al., 2019). 특히, SAMS가 발전하는 기간 동안 SAMCoT Project에서는 얼음의 파괴 메커니즘에 대한 많은 연구가 수행되었다. 사실상, 이 연구들 대부분은 SAMS에 적용하기 위한 이론식 또는 경험식을 도출하기 위해 수행된 것이다.

3. 쇄빙선의 운항 시 발생하는 얼음의 파괴모드와 그에 따른 하중 계산법

쇄빙선이 북극항로를 향해하면 다양한 형태의 해빙(sea ice)과 마주치게 된다. 그 중 쇄빙시물레이션에서 주로 고려되는 해빙은 쇄빙선이 가장 빈번하게 조우하는 평탄빙(level ice)과 빙편(ice floe)이다. 본 연구에서는 이 두 가지 해빙의 파괴모드와 그에 따른 하중 계산법을 살펴보았다.

선박과 얼음의 상호작용 시 발생하는 얼음의 파괴모드는 얼음의 크기와 경계조건에 따라 Fig. 1과 같이 나눌 수 있으며, 각각의 파괴모드는 Fig. 2에서 그림으로 나타내었다. 파괴모드에 대한 자세한 설명 및 하중계산 방법은 3.1~3.5장에 나타내었다.

먼저, 얼음의 재료적 특성에 의해 충돌 초기에는 얼음의 국부적인 분쇄(local crushing)가 발생한다. 이 때 선박이 받는 하중은 분쇄력(crushing force)인데 이는 통상 접촉면적과 얼음의 압축강도를 이용하여 계산한다. 선박은 일종의 경사구조물(sloping structure)이기 때문에 충돌 시 얼음에 수평방향 하중과 수직방향 하중을 동시에 가하게 된다. 이때, 얼음의 크기와 경계조건이 얼음의 파괴에 기여하는 지배적인(dominant) 하중이 무엇인가를 결정하게 된다. 예를 들어, 얼음의 크기가 매우 작으면 얼음에 부력을 제외한 아무런 경계조건이 적용되지 않은 상황과 같기 때문에 수직방향으로 누르는 힘에 의해 얼음은 회전(rotation)하게 된다. 반대로, 얼음이 매우 커서 실질적으로 얼음의 모든 면에 강한 횡방향 경계조건이 적용된 것과 유사한 상황이 되면 얼음의 변형은 수직방향 중심으로 발생하게 되고, 이로 인해 국부적인 면외굽힘파괴(out-of-plane bending failure)가 발생하게 된다. 이때, 얼음의 크기를 판별하는 기준으로는 얼음을 사각형으로 가정했을 때, 폭(B)과 길이(L) 그리고 특성길이(characteristic length, l_c)가 사용된다. 참고로, Fig. 1에서는 간단히 표현하기 위해 얼음을 정사각형으로 가정하여 길이(L)만으로 얼음의 크기를 나타내었다.

식 (1)에서 보는 바와 같이 특성길이(l_c)는 지지대(foundation)의 강성(k)에 대한 빙판의 굽힘강성(D)의 비를 차원축소(dimensionality reduction)하여 길이의 단위로 표현한 개념이다. 따라서, 탄성지지대(elastic foundation) 위에 놓여있는 평판의 굽힘특성을 설명할 때 주로 사용된다.

$$l_c = \sqrt[3]{\frac{D}{k}} \tag{1}$$

$$k = \rho_w \cdot g \tag{2}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3}$$

여기서, ρ_w 은 물의 밀도를 나타내며, g 는 중력가속도를 의미한다. E 와 ν 는 각각 탄성계수와 포아송 비(Poisson's ratio)를 나타내며, h 는 빙판의 두께를 의미한다.

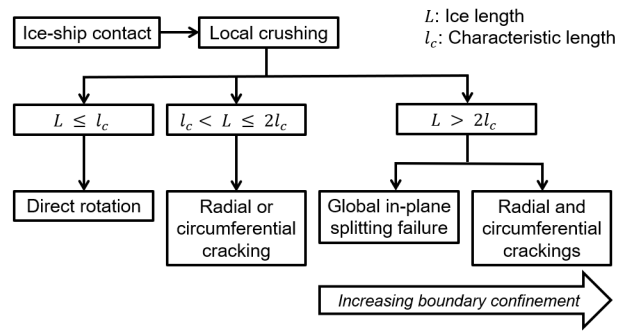


Fig. 1 Fracture modes of ice sheets according to size and boundary confinement (adapted from Lu et al., 2016)

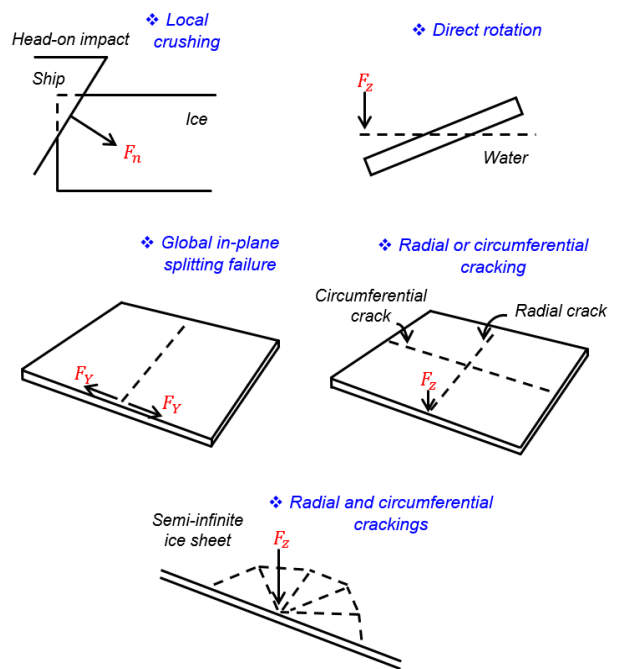
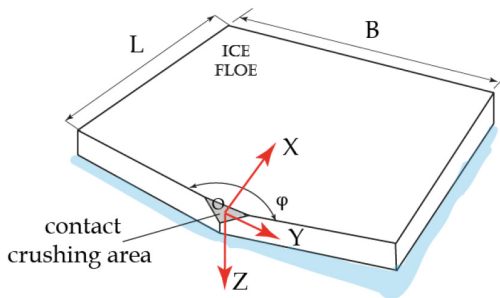


Fig. 2 Fracture modes of ice sheets (adapted from Lu et al., 2016)

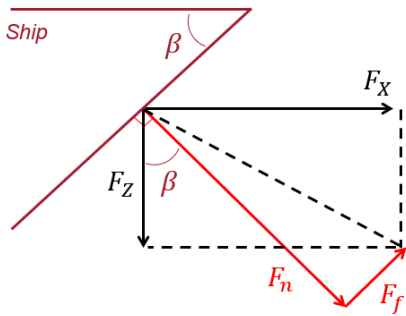
3.1 국부분쇄(local crushing)에 의한 하중

선박과 얼음의 충돌 시 가장 먼저 발생하는 국부분쇄는 충돌의 크기나 모드에 상관없이 항상 일어나는 현상이기 때문에 빙하중의 계산에서 가장 중요한 부분이다. 즉, 빙하중의 최대값(peak)은 얼음의 다양한 파괴모드로 인해 결정되지만, 그 전까지는 분쇄로 인한 하중을 받게 되는 것이다.

얼음의 국부분쇄로 인한 하중 계산에 대한 연구는 지금까지도 꾸준히 진행되고 있지만, 대부분은 Popov et al. (1967)과 Sanderson (1988)의 연구에 뿌리를 두고 있다. 굽힘파괴에 대한 하중은 비교적 다양한 방법으로 계산되고 있는 반면, 분쇄하중을 위한 계산은 Popov et al. (1967)과 Sanderson (1988)을 바탕으로 Daley (1999)가 발표한 방법이 가장 많이 사용되고 있다. 또한 이 방법은 IACS Polar rule에 포함되면서 실질적으로



(a) Bird's eye view (Kim et al., 2015)



(b) Elevation view

Fig. 3 Coordinate system for ship-ice interaction

선박의 구조 재료치수(structural scantling)를 위한 하중 계산에 적용되고 있다.

Fig. 3에서는 본 연구에서 사용되는 좌표계를 나타내고 있다. 선박과 얼음의 충돌 시 접촉면에 수직방향으로 발생하는 분쇄 하중(F_n)과 그에 따른 마찰력(F_f)은 선수 버턱각(buttock angle, β)을 이용하여 수직하중(F_z)과 수평하중(F_x)으로부터 도출할 수 있다.

Daley(1999)에 따르면 분쇄하중(F_n)은 식(4)와 같이 접촉면에서의 평균압력(P_{av})과 접촉면적(A)의 곱을 통해 계산할 수 있다. 실제로 얼음이 분쇄될 때 접촉면이 받는 압력은 매우 국부적이고, 시간과 공간에 따라 달라지기 때문에 평균압력을 적용하는 방법에 대한 많은 논쟁이 있지만 현재까지는 가장 실용적이고 믿을 만한 방법으로 알려져 있다.

평균압력은 식 (5)와 같이 압력-면적 모델을 이용하여 계산할 수 있다(Daley, 1999). 여기서 P_0 는 얼음의 분쇄강도를 나타내며 Polar Class(PC)에 따라 정해질 수 있다. 예를 들어, 얇은 1년생빙에서 항해하는 선박을 위한 Class인 PC7의 경우 적용되는 분쇄강도값은 1.25 MPa이고, 모든 빙조건에 연간 운항이 가능한 PC1의 경우 6.0 MPa이 적용된다 (Daley, 2000). ex 는 압력-면적 관계지수를 나타내며, 조건에 따라 -1에서 0사이의 값으로 결정된다. 이는 현장계측(field measurement) 결과를 바탕으로 도출될 수 있는데, Daley(2000)에서는 -0.1로 가정하였다.

결국 분쇄하중의 계산은 접촉면의 형상에 의해 결정된다고 할 수 있다. 다양한 형상에 대한 분쇄하중 계산식은 Daley(1999)를 참고하여 사용할 수 있으며, 흔히 사용되는 'V'자형 썰기형상에

대한 식은 식 (6)에 나타내었다. 여기서, δ_n 은 접촉면과 수직방향의 분쇄깊이(crushing depth)를 나타내며, φ 는 Fig. 3(a)에서 나타낸 얼음의 모서리각도(ice edge angle)를 의미한다.

$$F_n = P_{av}A \tag{4}$$

$$P_{av} = P_0 A^{ex} \tag{5}$$

$$F_n = P_0 A^{1+ex} = P_0 \left(\frac{\delta_n^2 \tan(\varphi)}{\cos^2(\beta) \sin(\beta)} \right)^{1+ex} \tag{6}$$

3.2 면외굽힘파괴(out-of-plane bending failure)에 의한 하중

선박이 반무한빙판(semi-infinite ice sheet)을 지나갈 때 가장 흔하게 관찰되는 얼음의 파괴모드는 면외굽힘파괴이다. 반무한빙판의 경우 충돌되는 모서리를 제외한 얼음의 모든 면에 강한 횡방향 경계조건이 적용된 것과 유사한 상황이 되기 때문에, Fig. 4에서 설명하는 바와 같이 접촉점에 수직하중이 가해지면 양방향 변형이 동시에 발생하게 된다. 이후 반경방향(radial) 균열이 먼저 발생하고, 반경방향 균열에 의해 생성된 썰기형(wedge) 빙판은 굽힘하중을 받아 원주방향(circumferential) 균열을 일으키며 파괴되게 된다.

면외굽힘파괴에 의해 생성되는 얼음조각의 형상은 빙하중의 계산에 중요한 역할을 한다. 만들어지는 형상에 따라 계산방법이 조금씩 달라지기 때문이다. Sawamura et al. (2009)는 원형으로 깨진다고 가정하였고, Lubbad and Loset (2011)은 썰기형으로 깨진다고 가정하였다. 본 연구에서는 SAM의 초기버전(Lubbad and Løset, 2011)에서 사용된 Nevel (1958)의 이론에 따라 썰기형상으로 가정하였다.

Nevel (1958, 1972)은 면외굽힘하중으로 인해 파괴되는 빙판(ice sheet)을 탄성지지대(elastic foundation)위에 놓여진 썰기형 보(wedge beam)로 취급하여 그에 대한 해석적 계산법을 제시하였다. 그는 썰기형 보의 끝부분에 가해진 수직하중을

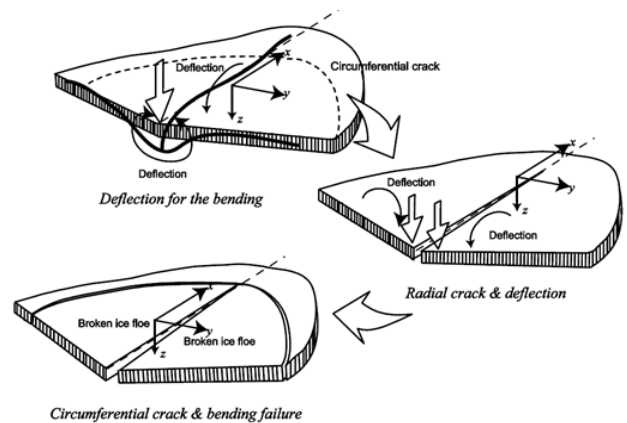


Fig. 4 Mechanism of out-of-plane bending failure (Sawamura et al., 2010)

표현하는 지배 방정식(governing equation)을 멱급수(power series)를 이용하여 계산하고 최대굽힘모멘트를 도출하였다.

실제로 면외굽힘파괴 발생 시에 반경방향의 균열이 먼저 발생한 후 원주방향 균열이 발생하게 되는데, 빙판이 견딜 수 있는 최대하중은 결국 원주방향 균열을 일으키는 하중이기 때문에 많은 경우 쐐기형 보(wedge beam)만을 이용하여 빙판의 내하중 능력을 검토한다 (Nevel, 1958). Nevel (1972)의 식은 계산의 효율성을 위해 식 (7)과 같이 단순화 되었다 (Lu et al., 2016).

$$F_z = \frac{\theta}{180} \frac{2}{3} \sigma_f t^2 \left[1.05 + 2.0 \left(\frac{r}{l_c} \right) + 0.50 \left(\frac{r}{l_c} \right)^3 \right] \quad (7)$$

여기서, θ 는 쐐기의 각도를 의미한다. 따라서 식 (7)은 반경방향 균열에 의해 발생하는 쐐기의 개수를 이용하는 Nevel (1972)의 식을 변형하여, 생성된 개별 쐐기의 각도를 직접 고려하도록 만든 식이라고 할 수 있다. r 은 분포하중이 가해진다고 가정했을 때 하중이 가해지는 면적의 반경(radius)을 나타낸다. σ_f 는 얼음의 굽힘강도(flexural strength)를 의미하며, t 는 얼음의 두께이다.

쐐기형 보의 파괴를 일으키는 최대하중 뿐만 아니라 파괴되는 위치(길이) 또한 쇄빙시물레이션을 위해서는 반드시 도출되어야 한다. Nevel (1972)는 이를 수식으로 표현하지는 않았지만 하중반경(r)에 따른 파손위치를 표로 나타내었다. 예를 들어, 하중반경이 매우 작아 집중하중과 유사한 상황에서는 파손위치가 특성길이의 1/3 가량이 되고, 하중반경이 커질수록 파손위치는 하중점에서 멀어지는 경향을 보인다. 하지만, 이 결과는 정적인 상태에서 계산되었기 때문에 실제상황에 그대로 적용하기에는 무리가 있다. 동적인 상황, 즉 하중의 속도를 고려한 파손위치 산정에 대한 다양한 연구가 시도되었지만, 실제로 많은 시물레이션에서는 정적인 상태에서의 계산결과를 적용하거나 임의의 값을 가정하여 사용하였다.

3.3 깨진 빙편(ice floe)의 회전(rotation)에 의한 하중

굽힘하중에 의한 균열이 더 이상 발생하지 않을 정도로 작은 빙편(ice floe)은 유체력을 제외하면 아무런 거동의 제한을 받지 않기 때문에 강체운동(rigid body)에 가까운 거동을 하게 된다. 얼음이 강체운동을 하게 되는 크기의 기준은 정사각형을 가정했을 때 변의 길이가 특성길이(characteristic length) 보다 짧을 때이다. 따라서, 그 기준보다 작은 얼음이 선박에 부딪히면 파손되지 않고 회전을 하거나 선체를 따라 미끄러지게 된다. 특히, 얼음이 면외굽힘파괴를 겪게 되면 통상 특성길이의 절반 이하의 크기로 파괴되기 때문에, 면외굽힘파괴로 인해 깨진 얼음은 필연적으로 회전에 의한 하중을 경험하게 된다.

깨진 빙편의 회전에 의해 발생하는 최대수직하중은 식 (8)과 같다 (Lu et al., 2014b). 특히, 하중점의 위치가 해수면 위 또는 아래에 있느냐에 따라 하중이 달라지기 때문에 식 (8)에는 건

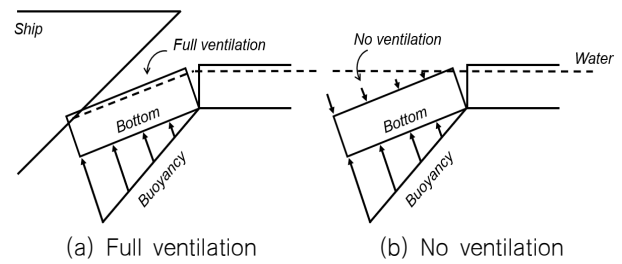


Fig. 5 Effect of ventilation in ship-ice contact

현의 위치가 고려되어 있다. 자세한 식의 유도과정은 Lu et al. (2014b)을 참고할 수 있다.

$$F_z = \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w} \right) \frac{t}{4} \rho_w g B L \quad (8)$$

여기서, ρ_i 과 ρ_w 는 각각 얼음과 해수의 밀도를 나타낸다. B 는 빙판의 폭을 의미하며, L 은 빙판의 길이를 나타낸다.

하지만, 식 (8)에서는 부유한(floating) 빙판이 깨지면서 발생하는 통풍효과(ventilation effect)를 고려하지 않았다. 얼음의 통풍효과는 Fig. 5을 통해 설명할 수 있다. 빙판이 선박과 충돌하여 굽힘파괴를 일으키면 이 때 부서진 얼음은 선박과의 마찰로 인해 선박의 아래쪽으로 들어가면서 회전하게 된다. 얼음의 통풍효과는 충돌속도가 빠를 때 주로 발생하게 되는데, 충돌속도가 빠르면 얼음이 아래로 파고 들어갔는데도 해수(sea water)가 그 빈 공간을 미처 채우지 못할 때 발생한다(Fig. 5(a)). 이 때 깨진 얼음을 위에서 누르는 힘이 없으므로, 선박은 얼음이 받는 부력을 그대로 전달받게 된다. 따라서 완전한 통풍효과(full ventilation)를 고려하면 빙하중이 크게 계산되는 특징이 있다. 반면, 선박과 얼음의 충돌속도가 느릴 때에는 얼음의 파손으로 인해 발생하는 빈 공간을 해수가 채우면서 얼음의 하부(bottom)에 받는 압력을 줄이는 역할을 한다. 이렇게 빈 공간을 해수가 채우는 것을 'Backfill'이라고 한다. 따라서, 통풍효과를 전혀 고려하지 않으면 빙하중이 작게 계산되게 된다 (Lu et al., 2012). 이러한 통풍효과는 충돌속도에 따라 그 양상이 달라지기 때문에 적용에 각별한 주의가 필요하다. 속도에 따른 통풍효과의 영향은 아직까지 제대로 연구된 바가 없어 실제 시물레이션에서는 대부분 이를 고려하지 않고 있다.

3.4 반경방향 또는 원주방향(radial or circumferential) 균열로 인한 하중

3.2장에서 살펴본 면외굽힘파괴는 빙판이 충분히 커서 하중점 근처의 거동이 제한되기 때문에 반경방향과 원주방향 파괴가 거의 동시에 발생한다. 본 장에서 살펴볼 파괴는 이와는 구별되는 반경방향 '또는' 원주방향 균열이다. '또는'을 강조한 이유는 상황에 따라서 반경방향 또는 원주방향 균열이 하나만 발생하기 때문이다. Lu et al. (2016)에 따르면 이러한 균열은 빙판의 크기가 $l_c < L, B \leq 2l_c$ 인 다소 제한적인 상황에서 발생한

다. 특히 빙편의 길이(L)가 폭(B) 보다 클 때는 원주방향 균열이 발생하며, 반대의 경우에는 반경방향 균열이 발생한다. 반경방향 또는 원주방향 균열을 발생시키는 수직하중의 크기는 식 (9)와 같이 계산할 수 있다.

$$F_Z = \frac{D}{WL^2} \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)t \quad (9)$$

여기서, W는 정규화된(normalized) 얼음의 두께방향 처짐을 나타내며, D는 식 (3)에서 나타낸 빙판의 굽힘강성을 의미한다. W는 판이론(Plate theory)를 바탕으로 도출된 Li et al. (2013)의 식을 이용하거나 수치해석을 통해 얻을 수 있다.

반경방향 또는 원주방향 균열의 경우 빙편의 크기에 큰 영향을 받을 뿐만 아니라 주변 얼음과의 추가 충돌이 없는 매우 제한적인 경우에만 발생한다. 예를 들어, 동일한 크기의 얼음이라도 밀집도(concentration)가 높아 주변의 얼음들이 횡방향 거동을 제한한다면, 반경방향 또는 원주방향 균열이 발생하지 않고 면외굽힘파괴가 발생하게 된다. 또한 충돌하중의 방향에 따라 고려되는 빙판의 기하학적 특징이 달라지기 때문에 실제 시뮬레이션에 식 (9)를 그대로 적용하기에는 무리가 있다. 다양한 상황에 적용될 수 있는 방법에 대한 추가 연구가 필요하다.

3.5 면내분리파괴(in-plane splitting failure)로 인한 하중

3.1~3.4장에서 살펴본 얼음의 파괴 및 거동의 양상과는 달리, 본 장에서 살펴볼 면내분리파괴는 그 이름에서 유추할 수 있듯이 면내(in-plane) 하중에 의해 얼음이 분리되는 것을 말한다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이, 수직하중이 아닌 수평하중(F_Y)에 의해 균열이 열리게 되는 상황이기 때문에 빙판의 경계조건에 큰 영향을 받는다. 즉, 횡방향 구속이 크면 면외굽힘파괴가 발생하고, 거의 없으면 빙판은 회전하게 된다. 이 둘 사이의 어느 특정 횡방향 구속, 즉 적당히 약한 구속이 있으면 최초 접촉에 의해 발생한 균열이 열리게 되고 빙판은 결국 분리되게 된다. 실험을 통해 계측한 대략적인 횡방향 구속의 양을 보면, 면내분리파괴의 경우 약 0.6 MPa, 면외굽힘파괴의 경우 약 1.8 MPa의 구속량을 보였다 (Grape and Schulson, 1992). 일단 빙판이 분리가 되면 이후의 얼음 분포 및 거동은 현저히 달라지기 때문에 면내분리파괴의 발생 여부를 판단하는 것은 매우 중요한 과제로 판단된다.

본 연구에서 주로 다루고 있는 평탄빙(level ice)이나 빙편(ice floe)은 선박과 충돌 시 전형적인 취성파괴(brittle fracture)의 양상을 보인다. 따라서, 파괴역학적 방법을 기반으로 얼음의 파괴를 구현하는 연구가 다양하게 시도되었다.

Fig. 6과 같이 균열선단(crack tip)에서의 비탄성(inelastic) 구간이 전체 빙편의 크기에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다면, 이러한 균열체(cracked body)의 파괴는 선형탄성파괴역학(Linear Elastic Fracture Mechanics, LEFM)으로 표현할 수 있

다. Lu et al. (2015)은 선형탄성파괴역학과 가중함수법(weight function method)을 이용하여 면내분리파괴 하중을 계산할 수 있는 방법을 제안하였다. 여기서 가중함수법은 균열체의 응력확대계수(stress intensity factor)를 용이하게 계산하기 위해 적용된다. 기본적으로 가중함수법의 경우 아래의 제한된 상황에 대해서만 적용이 가능하다.

- 얼음의 형상 및 균열의 경로가 대칭이어야 한다.
- 얼음에 가해지는 하중조건이 대칭이어야 한다. 따라서 정면충돌(head-on collision)의 경우에 한해서 적용할 수 있다.

상기의 제한을 극복하기 위해서는 수치해석 기법을 추가로 적용할 수 있으며, 신속한 계산이 필요한 경우 Lu et al. (2015)이 제시한 방법을 보수적으로 사용할 수 있다.

Fig. 6에서 나타낸 균열체에서 길이방향(X)의 응력확대계수는 식 (10)와 같이 계산할 수 있다. 여기서, A는 초기균열의 길이이다. $\sigma(X)$ 는 균열면에서의 응력프로파일(stress profile)을 나타내며 식 (11)과 같이 계산된다. H(A,X)는 초기균열이 A일 때 위치에 따른 가중함수를 나타내며, Fett and Munz (1997)과 Wu and Carlsson (1991)의 핸드북을 통해 도출할 수 있다.

$$K(A) = \int_0^A \sigma(X)H(A,X)dX \quad (10)$$

$$\sigma(X) = \frac{F_Y}{t\delta(X)} \quad (11)$$

여기서, $\delta(X)$ 는 위치에 따른 디랙델타함수(Dirac delta function)를 나타내며, $\sigma(X)$ 를 응력의 단위로 만들기 위해 $\delta(X)$ 는 길이의 단위를 가진다.

면내분리파괴를 일으키는 임계하중을 계산하기 위해 식 (10)의 응력확대계수를 첫 번째 파괴모드에 대한 파괴인성(fracture toughness)으로 변환하고, X=0 위치에서의 가중함수를 적용하면, 최종 면내분리파괴로 인한 하중을 식 (12)와 같이 도출할 수 있다.

$$F_Y(A) = \frac{tK_{IC}}{H(A,0)} \quad (12)$$

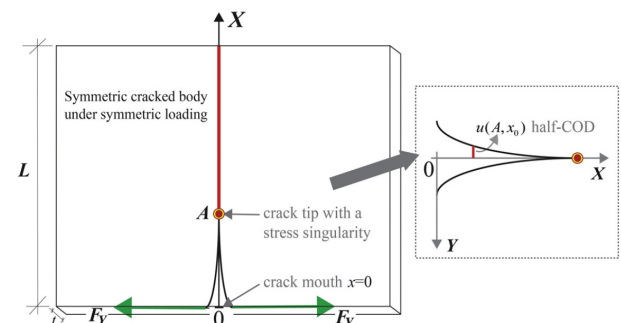


Fig. 6 Symmetrically crack body under a splitting load (Lu et al., 2015)

4. 빙판의 크기에 따른 파괴모드 분석

본 장에서는 3장 전체에 걸쳐 설명한 반해석적 빙하중 계산 방법을 이용하여 빙판의 크기에 따른 파괴모드를 분석하였다. 계산에 사용된 기본적인 입력 데이터는 Table 1에 나타내었다. 계산의 편의를 위해 빙판은 정사각형으로 가정하였으며, 그 결과는 Fig. 7에 나타내었다.

빙판의 두께와 길이에 따라 계산된 최대분쇄력(maximum crushing force)을 길이와 두께로 다시 나누어 정규화(normalization)하여 하나의 표에 나타내었다. 전술한 바와 같이 선박과 얼음의 충돌이 진행되면서 접촉깊이(contact depth)가 증가하면, 분쇄력은 계속해서 증가하다가 특정 파괴모드를 일으키는 하중에 도달하게 되면 파괴를 일으키기 때문에 계산된 최대분쇄력을 보면 얼음의 파괴모드를 파악할 수 있다. 또한, 실험을 통해 도출된 파괴에너지(15 J/m²)와 식 (12)를 이용하여 계산된 각 조건별 면내분리파괴 하중을 Fig. 7에 추가하였다. 각 파괴모드 별로 도출된 하중은 방향이 서로 다르기 때문에 비교를 위해 분쇄하중방향(F_n)으로 변환하여 나타내었다. 또한, 결과의 효율적인 비교를 위해 그래프의 각 축은 로그스케일로 나타내었다.

빙두께 1, 2, 3 m에 대해 계산을 수행한 결과, 빙판의 길이가 길어질수록 최대분쇄력이 증가하다가 어느 길이에 도달하면 반대로 빙판의 길이가 증가하면 최대분쇄력이 점차 작아지는 것을 볼 수 있다. 최대분쇄력이 줄어드는 지점은 두께가 두꺼워질수록 길이가 증가하는 방향으로 이동하는 것을 알 수 있다. 각 두께에 대한 결과를 면내분리하중값을 나타내는 직선과 비교해본 결과, 두께 2 m 이상의 일부 구간에서 최대분쇄력이

면내분리하중을 넘어가는 것을 볼 수 있다. 이를 통해, 두께 1 m인 빙판에서는 길이에 상관없이 면내분리하중이 발생하지 않는다는 것을 알 수 있다. Fig. 7의 결과를 자세히 살펴보기 위해 Fig. 8과 Fig. 9에서는 1 m 두께와 3 m 두께의 빙판에 대해 각각 결과를 나타내었다.

Fig. 8에서는 1 m 두께의 빙판에 대한 최대분쇄력과 면내분리파괴 하중을 나타내었다. 먼저, 모든 점이 면내분리파괴를 나타내는 선 아래에 있어 해당 파괴는 일으키지 않을 것으로 판단된다. 빙판의 길이가 1 m에서 특성길이까지는 회전만을 일으키며, 그 이후 특성길이의 두 배에 도달하기까지 반경방향 또는 원주방향 균열이 발생하는 것을 알 수 있다. 특성길이 두 배를 초과하는 구간에서는 면외굽힘파괴만 발생하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 9에서는 3 m 두께의 빙판에 대하여 알아보았다. 이 경우 약 50 m에서 270 m 사이 구간에서 최대분쇄력이 면내굽힘 파괴하중을 초과하여 면내분리파괴가 발생하는 것을 알 수 있다. 면내굽힘파괴가 발생하는 것을 제외하면 나머지 부분에 대한 해석은 1 m 두께의 경우와 동일하다.

Table 1 Summary of input data for the calculation

Ice edge angle, ϕ	150° (IACS UR scenario)
Buttock angle, β	45°
Elastic modulus, E	5 GPa (ISO A.8.2.8.9)
Poisson ratio, ν	0.3
Water density, ρ_w	1025 kg/m ³
Ice density, ρ_i	900 kg/m ³
Crushing strength, P_0	6.0 MPa (Kim et al., 2015)
Flexural strength, σ_f	0.65 MPa (Kim et al., 2015)
Exponent in pressure-area relationship, ex	-0.1 (Daley, 2000)
loading radius, r	0.1 l_c
Critical crack length, A	0.145 L (Lu et al., 2015)
Fracture energy	15 J/m ² (Lu et al., 2015)

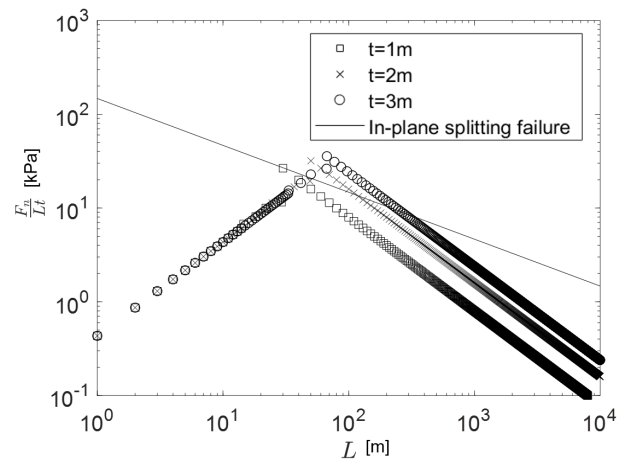


Fig. 7 Maximum crushing force according to the ice size and thickness

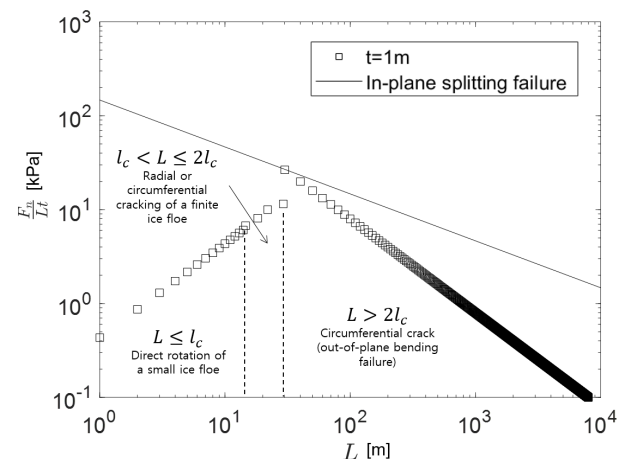


Fig. 8 Ice fracture modes according to the ice size (thickness: 1 m)

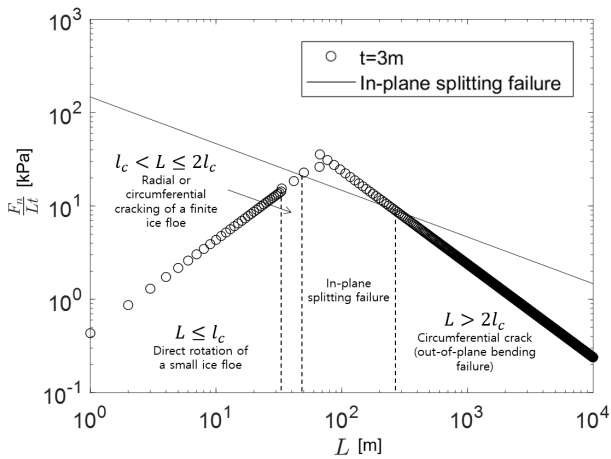


Fig. 9 Ice fracture modes according to the ice size (thickness: 3 m)

5. 쇄빙과정에 대한 시계열 해석

5.1 해석순서와 가정(Assumptions)

Fig. 10에서는 상기의 방법을 이용하여 쇄빙시뮬레이션을 수행하기 위한 순서도를 나타내었다.

먼저, 시뮬레이션이 시작되어 쇄빙선이 전진하다 빙판과의 충돌이 감지되면 가장 먼저 빙판의 크기(L,B)와 특성길이(l_c)를 비교한다. 빙판의 크기가 특성길이보다 작으면 회전을 하고 다음 계산으로 넘어가지만, 특성길이보다 크면 얼음이 파괴될 조건을 갖추었기 때문에 각각의 기준(criteria)을 적용하여 얼음의 파괴모드를 판별한다. 판별기준으로는 각 모드별 파괴하중이

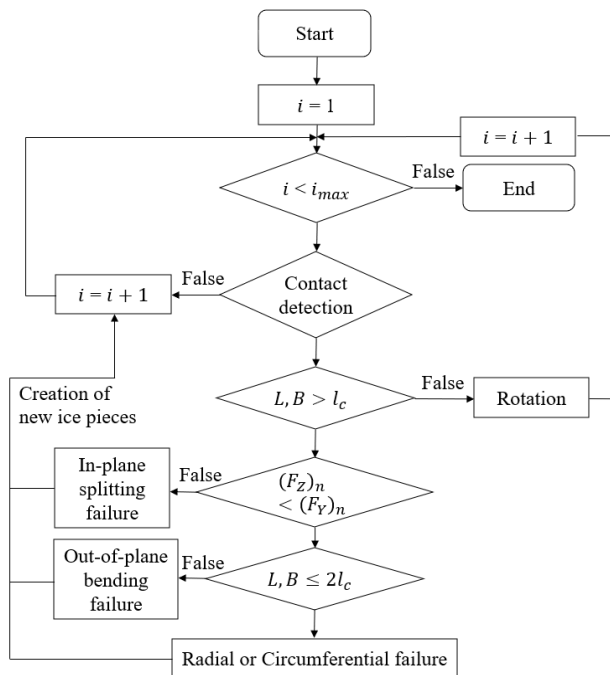


Fig. 10 Flow chart of the calculation model

적용되는데, 이들의 방향이 서로 다르기 때문에 계산된 모든 하중은 분쇄하중방향으로 변환하여 비교하였다. 얼음은 특성길이보다 작을 때 까지 계속해서 부서지고, 미리 정해진 계산시간 또는 진행거리에 도달하면 계산은 종료된다.

Table 1에 나타난 기본적인 정보 외에 시계열 계산에 적용된 가정은 아래와 같다.

- 해석에 고려된 밀집도(concentration)는 80% 이상으로, 빙편들 사이의 간섭으로 인해 ‘반경방향 또는 원주방향 파괴’는 발생하지 않는다.
- 깨진 빙편이 회전하는 경우, Lu et al. (2014b)의 완전소성 지지대모델(perfect plastic foundation model)에 따라 회전이 진행되는 동안의 하중은 식 (8)에 의해 계산된 회전력을 넘지 못한다.
- 실제로는 면내분리파괴 발생 시 다양한 각도로 2~3개의 분리가 발생할 수 있지만 (Lu et al., 2015), 본 계산에서 면내분리파괴는 접촉면에 수직인 방향으로 하나만 발생한다.
- 면외굽힘파괴시에 발생하는 반경방향 균열과 원주방향 균열은 모두 동시에 발생한다.
- 면외굽힘파괴의 구현은 Fig. 11에서 설명한 방법을 따른다. 접촉이 감지되면(Fig. 11의 가운데 그림), 접촉점을 중심으로 파괴길이(breaking length)를 반지름으로 하는 원을 그린다. 파괴길이는 속도에 따라 달라질 수 있으나

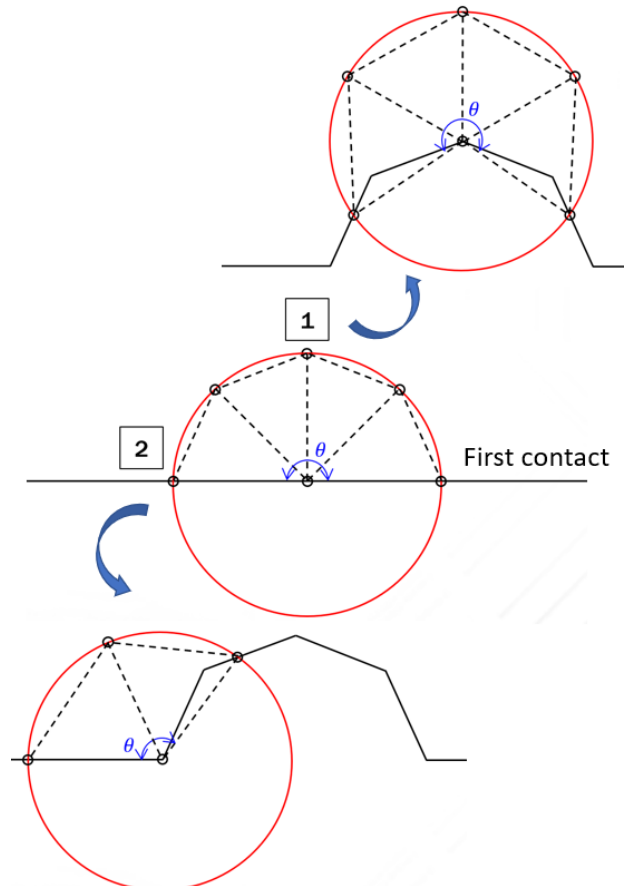


Fig. 11 Implementation of out-of-plane bending failures

본 계산에서는 Lindqvist (1989)와 같이 특성길이의 1/3로 가정하였다. 원과 모서리가 만나는 두 개의 점을 기준으로 각도(θ)를 계산한다. 만나는 점이 두 개 이상이면 원주방향으로 가장 거리가 먼 두 개의 점을 선택하여 각도를 계산한다. 계산된 θ 를 기준으로 동일한 각도를 가지는 수 개의 썰기를 만든다. 이때 각 썰기의 각도는 $45^\circ \leq \theta < 60^\circ$ 를 만족한다. 예를 들어, 접촉면이 180° 인 경우, 45° 의 각도를 가지는 4개의 썰기가 형성된다. 파괴된 조각은 바로 회전하게 된다. 이후 선박이 계속 진행하면서 선수부와 어깨부에 충돌을 경험하게 되는데 이 경우 Fig. 11의 1번과 2번 그림을 참고할 수 있다. 실제 시뮬레이션에서는 썰기의 형상 및 개수를 결정하는 과정에서 난수(random number)를 적용하여 깨진 형상을 다양하게 구현할 수 있다.

5.2 해석결과

5.1장의 해석순서와 가정을 바탕으로 1 m 두께와 3 m 두께 빙판에 대한 시계열 계산을 수행하였다. 빙판은 변의 길이 100 m인 정사각형으로 가정하였고, 발트해를 운항하는 중소형 쇄빙선을 참고하여 선폭(Ship beam)은 18m로 설정하였다.

Fig. 12에서는 1 m 두께의 빙판에 대한 시계열 계산 결과를 보여주고 있다. 여기서, x축은 선박의 진행거리를 나타내며, y축은 쇄빙과정 중 발생하는 빙저항을 보여준다. 빙저항은 '얼음으로 인해 선박이 받는 전진방향 힘의 총합'을 의미하기 때문에 계산된 빙하중값을 선박의 전진방향(x방향)으로 변환하여 나타내었다. Fig. 12(a)에서는 100 m의 길이가 다 파괴될 때까지 전체 시계열결과를 나타내었으며, Fig. 12(b)에서는 하중패턴을 설명하기 위해 초반 10 m까지의 해석결과를 나타내었다.

Fig. 13에서는 Fig. 12(b)에서 나타낸 두 번째와 세 번째 파괴에 대한 선박의 쇄빙과정을 그림으로 나타내었다. 첫 번째 쇄빙과정은 Fig. 11의 가운데 그림에서 나타낸 것과 동일하기 때문에 설명에서는 제외하였다. 계산된 특성길이의 1/3인 4.87 m가 빙판의 파괴길이이며, 매 순간 면외굽힘파괴로 인해 발생하는 파괴의 형상은 4.87 m를 반지름으로 하는 원을 이용하여 구현된다.

Fig. 12(b)를 보면, 최초 충돌로 인해 분쇄력(식 (6)으로 계산)이 증가하다가 면외굽힘파괴 하중(식 (7)로 계산)에 도달하면 얼음은 깨지면서 순간적으로 하중은 0으로 돌아온다. 이후 선박은 깨진 얼음의 회전에 의한 하중(식 (8)로 계산)을 받다가 다시 충돌하는 것을 반복한다. 회전하는 빙편의 크기가 특성길이의 1/3로서 매우 작기 때문에 이로 인한 회전력 또한 낮은 것을 볼 수 있다. 또한, 가정에서 언급한 완전소성지지대모델로 인해 회전력이 잠시 증가하다가 일정한 값으로 유지되는 것을 볼 수 있다. 두 번째 파괴 이후 얼음은 어깨부에 순차적으로 충돌이 발생하는 것을 볼 수 있는데, 이때 선박과 얼음형상의 대칭성으로 인해 양측 어깨부에서 동시에 발생한 파괴하중은 그대로 더해진다. 식 (7)에서 나타낸 바와 같이, 본 계산에서는 파괴길이가 4.87 m로 일정하기 때문에 면외굽힘파괴 하중은 결국 생성되는 썰기의 각도에 따라 달라진다고 할 수 있다. Fig. 13

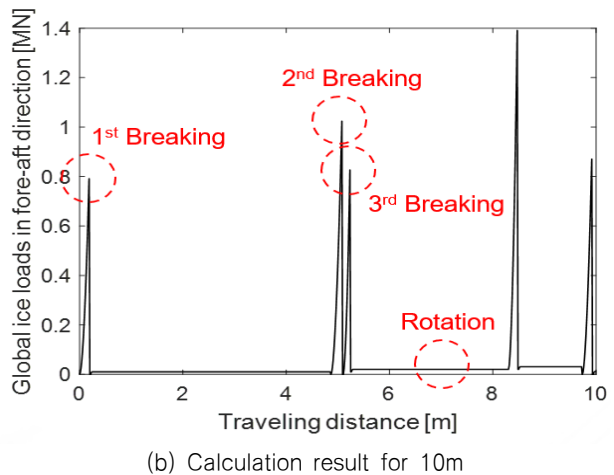
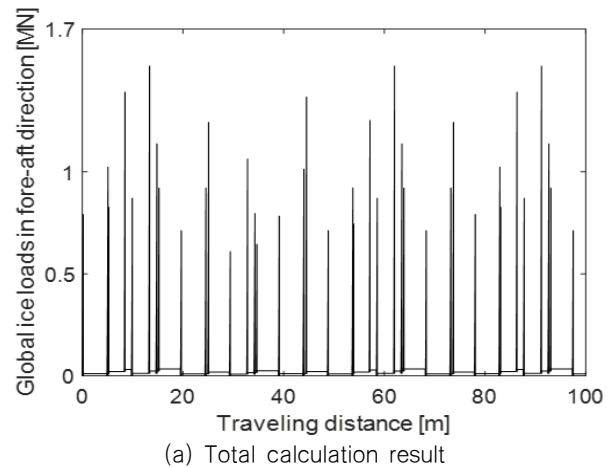


Fig. 12 Global ice load time history for 1m thickness condition

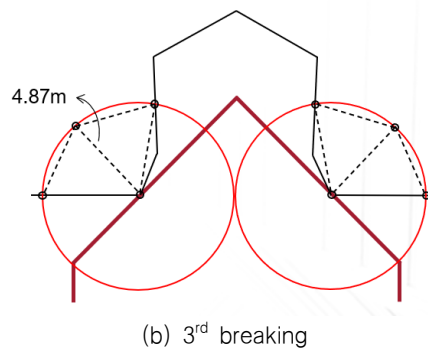
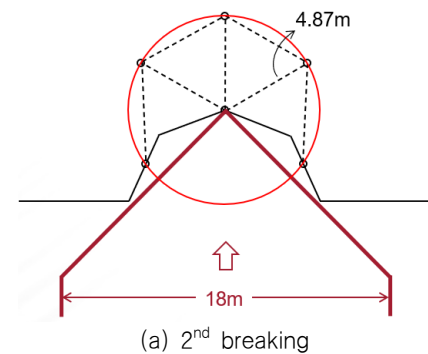


Fig. 13 Ice breaking pattern during ship-ice interaction for 1m thickness condition

의 각 단계에서 충돌점을 기준으로 모든 썰기의 각도를 더하면, 첫 번째 파괴는 180°, 두 번째 파괴는 약 230° 그리고 세 번째 파괴는 약 95°인 것을 볼 수 있다. 세 번째 파괴의 경우 양 쪽 파괴하중이 그대로 더해지기 때문에 결국 190° 각도를 가진 썰기에 대한 결과와 같다(최대하중까지 도달하는 시간은 다르다.) 따라서, 그 시계열 결과를 보면 두 번째 파괴하중이 가장 크고, 세 번째 파괴가 첫 번째 파괴에 비해 아주 조금 큰 것을 확인할 수 있다.

Fig. 14에서는 3 m 두께의 빙판에 대한 시계열 계산 결과를 보여주고 있다. 1 m 두께 빙판의 경우와 마찬가지로 Fig. 14(a)에서는 전체 시계열 결과를, 그리고 Fig. 14(b)에서는 해석 초반 20 m까지의 결과를 나타내었다. 먼저, Fig. 12와 Fig. 14를 비교했을 때, 두께에 따라 파괴길이가 달라지므로 파괴하중의 발생주기(impact period)가 다른 것을 확인할 수 있다. Fig. 15에서는 Fig. 14(b)에서 나타난 첫 번째, 두 번째, 세 번째 파괴에 대한 선박의 쇄빙과정을 그림으로 나타내었다. 이는 1 m 두께 빙판의 경우와는 달리 3 m 두께 빙판에서는 면내분리파괴가 발생하기 때문에 이를 설명하기 위해 첫 번째 파괴에 대한 그림을 추가하였다. 최초 충돌 직후 빙판은 면내분리파괴로 인해 두 개로 나누어진다. 이후 두 개로 나누어진 빙판을 쇄빙선이

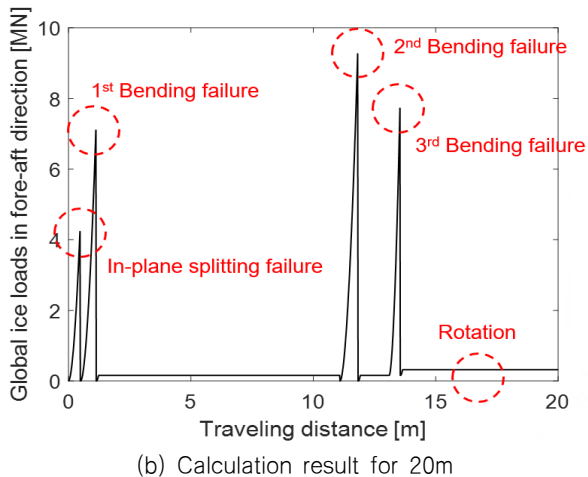
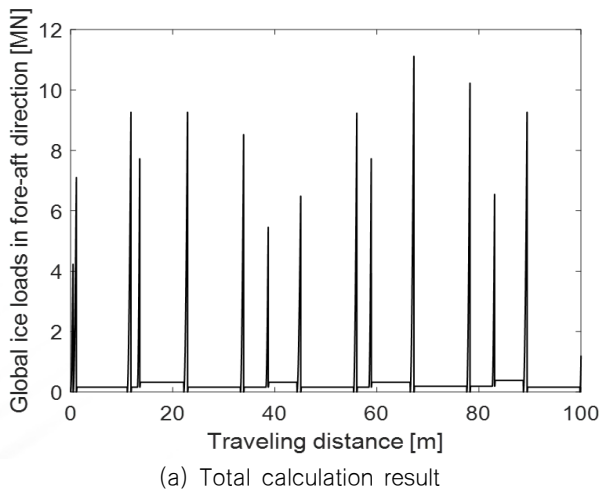


Fig. 14 Global ice load time history for 3m thickness condition

지나가게 되면 이론적으로는 빙판의 한쪽 변 길이(50 m)가 특성길이(33.3 m)의 두 배보다 작아져 '반경방향 또는 원주방향 파괴'가 발생해야 하겠지만, 5.1장의 가정에서 언급한 바와 같이 밀집도가 높아 빙판의 거동에 제한을 받기 때문에 바로 면외굽힘파괴가 발생하게 된다. 면내분리파괴는 최초에 한번만 발생하고 그 이후에는 추가로 발생하지 않았다. 최초 면내분리파괴 이후 뒤따르는 면외굽힘파괴로 인해 빙판의 한쪽 변의 길이가 38.9 m($100 \text{ m} \div 2 - (33.3 \div 3)$)로 Fig. 9에서 나타난 면내분리파괴 기준에 못 미치기 때문이다. 그 이후의 과정은 1 m 두께 빙판의 경우와 유사하게 진행된다.

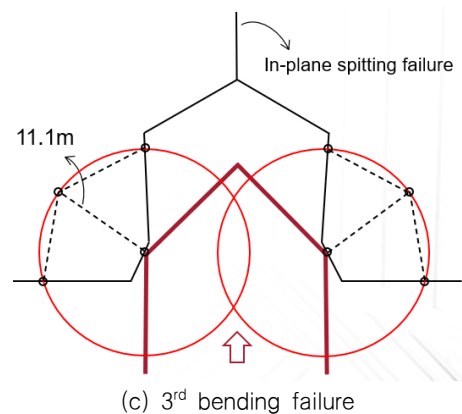
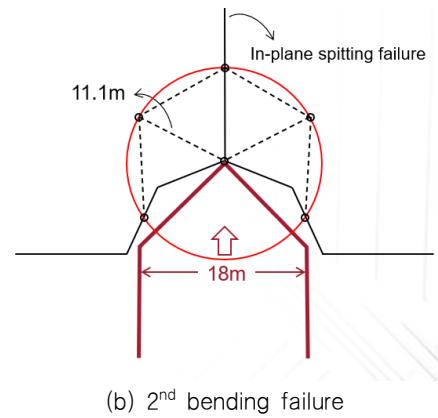
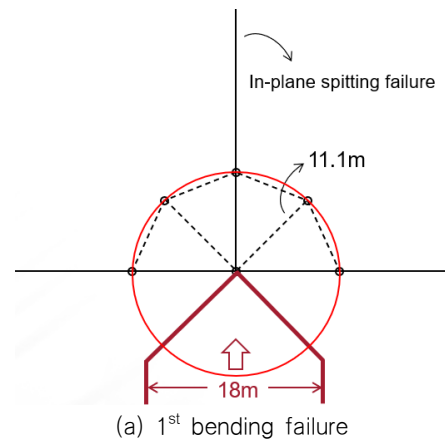


Fig. 15 Ice breaking pattern during ship-ice interaction for 3m thickness condition

6. 결론

본 연구에서는 쇄빙시뮬레이션에 적용되는 반해석적 빙하중 계산법에 대해 살펴보고, 얼음의 다양한 파괴모드를 구현할 수 있는 이론들을 정리하였다. 마지막으로 다양한 빙조건에 적용하여 빙판의 파괴모드를 판별하고 빙하중의 시계열을 도출하였다. 상기의 연구 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 쇄빙시뮬레이션에서 주로 고려되는 평탄빙과 빙편은 쇄빙선과 충돌 시 다양한 형태로 파괴되는데, 충돌하는 '얼음의 크기'는 파괴모드를 결정하는 데 매우 중요한 역할을 한다.
- 빙판은 최초 접촉 이후 크기나 구속조건에 따라 반경방향 또는 원주방향파괴, 면내분리파괴 또는 면외굽힘파괴를 일으키거나, 더 이상 깨지지 않을 정도로 작으면 회전하게 된다. 각각의 과정 중에 발생하는 얼음의 거동이나 계산되는 하중이 다르기 때문에 파괴모드의 판별에 대한 정확한 기준이 필요하다.
- 복잡한 과정에 대한 이해를 돕기 위해 몇 가지 상황을 예로 들어 파괴모드의 판별을 위한 계산을 수행하였다. 얼음의 두께 및 크기에 따라 발생하는 다양한 파괴모드를 확인할 수 있었으며, 특히 면내분리파괴는 미리 구해진 파괴에너지에 따라 발생 여부가 달라지기 때문에 특정 두께에서는 전혀 일어나지 않을 수도 있다는 것을 알 수 있었다.
- 두 개의 서로 다른 두께를 가진 빙판에 대한 시계열 계산을 수행한 결과, 계산결과에 영향을 미치는 요소 중 여전히 단순 가정에 의존하는 부분들이 많이 있다는 것을 알 수 있었다. 추가연구를 통해 계산방법을 정교하게 하면 더욱 현실적인 시뮬레이션이 될 것으로 판단된다.
- 시뮬레이션의 정확도를 높이기 위해 필요한 부분을 정리하면 아래와 같다.
 - 동적효과를 고려한 파괴길이 및 파손형상
 - 빙편의 회전 시 발생하는 속도에 따른 통풍효과(ventilation effect)의 규명
 - 반경방향 또는 원주방향 파괴 시 적용할 수 있는 파손형상 및 하중방향에 따른 빙하중 계산

후 기

본 연구는 산업통상자원부 및 한국산업기술진흥원의 혁신성장 글로벌인재양성사업의 수행결과임. (P0008747, 미래 제조신산업 글로벌 혁신리더 양성)

References

Alawneh, S., 2014. *Hyper-real-time ice simulation and modeling using GPGPU*. Ph.D. thesis. Memorial University of Newfoundland.

- Daley, C. G., 1999. Energy based ice collision forces. *In Proceedings of the 15th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions (POAC)*, 2, pp.674-686.
- Daley, C. G., 2000. *IACS Unified requirements for polar ships. background notes to design ice loads*. Prepared for: IACS ad-hoc group on polar class ships. Transport Canada. Memorial University.
- Daley, C., G., Alawneh, S., Peters, D., & Colbourne, B., 2014. GPU-event-mechanics evaluation of ice impact load statistics. *Arctic Technology Conference*, 10-12 February 2014, OTC paper number 24645, doi:10.4043/24645-MS.
- Fett, T., & Munz, D., 1997. Stress intensity factors and weight functions. International series on advances in fracture, ISSN 1366-7114. *Computational Mechanics Publications Southampton*.
- Grape, J. A., & Schulson, E. M., 1992. Effect of confining stress on brittle indentation failure of columnar ice. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 2(3).
- Haase, A., Polojavi, A., & Tuhkuri, J., 2010. 3D Discrete numerical modelling of conical structure-ice rubble interaction. *IAHR International Symposium on Ice*, pp.330-335.
- Hilding, D., Forsberg, J., & Grtner, A., 2011. Simulation of ice action loads on offshore structures. *In Proceedings of the 8th European LS-DYNA Users Conference*, Strasbourg.
- IACS, U., 2006. Requirements concerning polar class.
- Ji, S., Li, Z., Li, C., & Shang, J., 2013. Discrete element modeling of ice loads on ship hulls in broken ice fields. *Acta Oceanologica Sinica*, 32(11), 50-58.
- Kim, E., Lu, W., Lubbad, R., Lset, S., & Amdahl, J., 2015. Toward a holistic load model for structures in broken ice. *Proceedings - International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*, Trondheim, Norway.
- Lau, M., 2006. Discrete element modeling of ship manoeuvring in ice. *18th IAHR International Symposium on Ice*, pp. 25-32.
- Li, R., Zhong, Y., & Li, M., 2013. Analytic bending solutions of free rectangular thin plates resting on elastic foundations by a new symplectic superposition method. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 469(2153)(20120681).
- Lindquist, A., 1989. Straightforward method for calculation of ice resistance of ships. *POAC'89*, Lulea, Sweden.
- Lu, W., Lset, S., & Lubbad, R., 2012. Ventilation and backfill effect during ice-structure interactions. *The 21st IAHR International Symposium on Ice*. Dalian, China, June 11 to 15, 2012
- Lu, W., Lubbad, R., & Lset, S., 2014a. Simulating ice-sloping structure interactions with the cohesive element method.

- Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 136(3), 031501.
- Lu, W., Lubbad, R., Høyland, K., & Løset, S., 2014b. Physical model and theoretical model study of level ice and wide sloping structure interactions. *Cold Regions Science and Technology* 101, 40–72.
- Lu, W., Lubbad, R., & Løset, S., 2015. In-plane fracture of an ice floe: a theoretical study on the splitting failure mode. *Cold Regions Science and Technology*, 110, 77–101.
- Lu, W., Lubbad, R., Løset, S., & Kashafutdinov, M., 2016. Fracture of an ice floe: Local out-of-plane flexural failures versus global in-plane splitting failure. *Cold Regions Science and Technology*, 123, pp.1–13.
- Lubbad, R., & Løset, S., 2011. A numerical model for real-time simulation of ship-ice interaction. *Cold Regions Science and Technology*, 65(2), pp.111–127.
- Nevel, D.E., 1958. The narrow infinite wedge on an elastic foundation. US Army Snow Ice and Permafrost Research Establishment, Corps of Engineers Report No. TR56.
- Nevel, D.E., 1972. The ultimate failure of a floating ice sheet. *International Association for Hydraulic Research, Ice Symposium*, pp.17–22.
- Popov, Y., Faddeyev, O., Kheisin, D., & Yalovlev, A., 1967. Strength of ships sailing in ice. Sudostroenie Publishing House, Leningrad., pp.223, Technical Translation, U.S. Army Foreign Science and Technology Center, FSTC-HT-23-96-68.
- Sanderson, T.J.O., 1988. Ice mechanics. Risks to offshore structures. Graham and Trotman, London, UK.
- Sawamura, J., Riska, K., Moan, T., 2009. Numerical Simulation of Breaking Patterns in Level Ice at Ship's Bow. *In Proceedings of 19th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Osaka, Japan, pp. 600–607.
- Sawamura, J., Tachibana, T., Tsuchiya, H., Osawa, N., 2010. *Numerical Investigation for the Bending Failure of Wedge-Shaped Floating Ice*. The 20st IAHR International Symposium on Ice. Lahti, Finland. June 14 to 18, 2010.
- Su, B., Riska, K. & Moan, T., 2010. A numerical method for the prediction of ship performance in level ice. *Cold Regions Science and Technology*, 60(3), pp.177–188.
- van den Berg, M., Lubbad, R., Løset, S., 2019. The effect of ice floe shape on the load experienced by vertical-sided structures interacting with a broken ice field. *Marine Structures* 65, 229–48.
- Wu, X.R., & Carlsson, J., 1991. *Weight functions and stress intensity factor solutions*. Pergamon Press.



김정환

장범선

김유일