

베이지안 추론을 이용한 VLOC 모형선 구조응답의 확률론적 시계열 예측

손재현·김유일[†]
인하대학교 공과대학 조선해양공학과

Probabilistic Time Series Forecast of VLOC Model Using Bayesian Inference

Jaehyeon Son, Yooil Kim[†]
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, College of Engineering, INHA University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

This study presents a probabilistic time series forecast of ship structural response using Bayesian inference combined with Volterra linear model. The structural response of a ship exposed to irregular wave excitation was represented by a linear Volterra model and unknown uncertainties were taken care by probability distribution of time series. To achieve the goal, Volterra series of first order was expanded to a linear combination of Laguerre functions and the probability distribution of Laguerre coefficients is estimated using the prepared data by treating Laguerre coefficients as random variables. In order to check the validity of the proposed methodology, it was applied to a linear oscillator model containing damping uncertainties, and also applied to model test data obtained by segmented hull model of 400,000 DWT VLOC as a practical problem.

Keywords : Volterra series(볼테라 급수), Laguerre polynomials(라게르 다항식), Impulse response function(충격 응답 함수), Bayesian linear regression model(베이지안 선형 회귀 모델), VLOC(초대형 광석 운반선), Vertical bending moment(수직 굽힘 모멘트)

1. 서론

선박 및 해양구조물의 건전한 구조 설계에 있어 응답의 추정 은 구조물의 피로 손상도를 추정하는 문제에 있어 매우 큰 영향을 미치는 요소이다. 파랑 하중에 노출되는 구조물의 응답은 알 수 없는 불확실성의 영향을 직접 받고 이러한 불확실성은 구조 물의 피로 손상도 계산 결과에 매우 큰 영향을 끼칠 수밖에 없다. 일반적으로 구조물의 피로 손상도는 구조물이 경험하는 응 력 진폭의 3승에 비례하는데, 응력의 추정이 정밀하게 이루어지 지 않는 경우 피로 손상도의 오차는 매우 커지게 된다 (DNV, 2003). 불확실성에 기인한 응력의 편차들 또한 피로 손상도에 많은 영향을 줄 수밖에 없는데, 구조물에 대한 보수적인 관점의 설계를 위해서는 구조물이 경험하는 응력 진폭의 불확실성을 확률적으로 고려하고 이를 이용하여 보다 합리적인 보수적 관 점의 설계를 수행할 필요가 있다.

구조물이 경험하는 응답의 불확실성을 고려하기 위해 과거 다양한 연구들이 수행된 바 있다. Iwan and Jensen (1993)은

전단하중을 받는 1 자유도 동적 보(beam) 시스템의 응답을 무 작위장(random field)으로 표현하여 시스템을 정식화하였다. Kafatygiotis et al. (1998)은 데이터의 개수가 모수의 개수보다 상대적으로 적을 때 다양체(manifold)를 도입하여 베이지안 확 른론에 기반한 모델 모수의 사후 확률분포를 얻어내는 방법론을 제안하였다. Sedehi et al. (2018)은 시간 영역 계층적 베이지안 구조 접근법을 제안하여 불확실성에 대한 경계를 확장시켰으며 3층 구조물의 속도 및 변위 시계열을 비계층적 베이지안 구조 접근법 및 계층적 베이지안 구조 접근법으로 확률론적으로 추정 하여 두 접근법의 성능을 비교하였다. Son and Kim (2020)은 약한 비선형 시스템의 응답을 시스템 식별 대상으로 가정하여 이를 2차 볼테라 급수로 표현하였으며 최소 오차 제곱법에 기반 한 모수 추정법을 이용하여 볼테라 커널 추정을 시도하였다. Xu et al. (2019)는 정상 하중과 비정상 하중의 확률 모델을 나누어 다루었다. 각 하중에 대한 예측 모델로 구성된 확률 하중 예측 모델(probabilistic load forecasting model)을 제안하였으며 인 공 신경망 기법을 이용하여 정상 하중을 예측, 통계 모델을 이용 한 PAD(Peak Abnormal Differential) 하중 예측을 시도하였다.

본 연구에서는 불확실성을 포함하는 선형 시스템을 그 대상으로 가정하였다. 주어진 시스템의 응답을 1차 볼테라 급수로 표현하였으며 이를 라게르 다항식의 선형조합으로 급수 전개한 후 베이저안 추론에 기반한 베이저안 선형 회귀 모델을 적용하였다. 베이저안 선형 회귀 모델을 구성함에 있어 라게르 다항식의 계수들과 시스템 응답의 오차의 분산을 확률 변수 취급함으로써 시스템 응답의 불확실성을 추정하였다. 본 연구에서 제안한 방법론의 검증을 위해 1차적으로 스프링-질량-댐퍼 모델을 도입하였다. 학습 데이터를 이용하여 라게르 계수 및 응답의 오차의 확률 분포를 구하였고 검증 데이터를 이용하여 응답 시계열을 확률론적으로 추정하였다. 실용적인 문제에서의 적용성을 확인하기 위해 Kim and Park (2015)의 VLOC 모형선 파랑 및 수직 굽힘 모멘트 시계열 데이터를 이용하여 라게르 계수 및 오차의 확률 분포를 구하였고 수직 굽힘 모멘트 시계열을 확률론적으로 추정하였다.

2. 이론적 배경

2.1 볼테라 급수

볼테라 급수는 일반적으로 비선형 동적 시스템의 응답을 식별하기 위해 널리 사용된다. 볼테라 급수는 응답의 차수에 기반한 볼테라 커널을 가지고 있으며, n차 볼테라 커널은 n차 충격응답함수(impulse response function)와 같으며 n차 볼테라 커널과 n차 입력의 컨볼루션으로 n차 응답이 구해진다. 시스템의 응답은 모든 차수의 응답의 합으로 이루어지며 단일 입력 $u(t)$ 하에 단일 출력 $y(t)$ 는 볼테라 급수로 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{j=1}^n u(t - \tau_j) d\tau_j \quad (1)$$

h_n 은 n차 볼테라 커널이다. 볼테라 급수의 차수는 N에 의해 결정되며 시스템이 선형일 때, 즉 $N=1$ 일 때 식 (1)은 식 (2)와 같이 1차 볼테라 급수로 표현된다.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) u(t - \tau_1) d\tau_1 \quad (2)$$

만약 시스템이 유한한 기억 효과(Memory effect)를 갖는 인과(causal) 시스템이면 연속적인 볼테라 커널을 볼테라 계수로 이산화하여 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{M_1} h_1(\tau_1) u(t - \tau_1) \Delta\tau_1 \quad (3)$$

M_1 는 시스템의 기억 길이(Memory length)를 의미하며 $\Delta\tau_1$ 는 샘플링 시간 간격을 의미한다. 본 연구에서는 시스템이 선형이라는 가정하에, 계측을 통해 얻어진 데이터를 이용하여 식 (3)에 주어진 1차 볼테라 커널 $h_1(\tau_1)$ 을 확률적으로 식별하고자 하였다.

볼테라 커널의 효과적인 식별을 위해 먼저 커널을 적절한 기저 함수로 급수 전개하여 계산에 소요되는 과도한 시간 및 과적합 등의 문제를 해결하고자 하였다.

2.2 라게르 다항식

볼테라 커널은 다양한 기저 함수를 이용하여 급수 전개할 수 있는데, 본 연구에서는 자유감쇠신호의 추정에 적합한 라게르 다항식을 적용하였다 (Schetzen, 1980). 라게르 다항식은 직교하는 성질을 가지고 있으며 충격응답함수와 같이 시간에 따라 감쇠하는 함수를 추정하기에 적합하다. 라게르 다항식은 식 (4)와 같으며 라게르 다항식의 직교관계는 식 (5)와 같다 (Israelsen & Smith, 2014).

$$l_n(t) = \sqrt{2a} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k n!}{k! [(n-k)!]^2} (2at)^{n-k} e^{-at} \quad (4)$$

$$\int_0^{\infty} l_n(t) l_m(t) dt = \delta_{mn} = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 1 & (m = n) \end{cases} \quad (5)$$

라게르 다항식의 모수 a 는 시간축에 대한 스케일 팩터(Scale factor)이며 $1/a$ 값에 비례하여 t축 방향으로 확대 변환된다. 추정하는 시스템의 특성에 따른 적당한 a 값을 선정하는 것은 추정도에 큰 영향을 미치는 요소이다. Fig. 1은 $a = 0.1$ 일 때 라게르 다항식을 시간축에 따라 도시한 것으로 시간에 따라 감쇠하는 임의의 자유감쇠신호를 추정하기에 적합한 형상을 가지고 있다. 볼테라 급수를 라게르 다항식으로 급수 전개했기 때문에 볼테라 계수는 라게르 다항식의 계수를 구함으로써 얻을 수 있으며, 본 연구에서는 시스템이 가지는 불확실성을 고려하기 위해 라게르 다항식의 계수를 랜덤 변수로 취급하고, 그들의 확률 분포를 계산하고자 하였다.

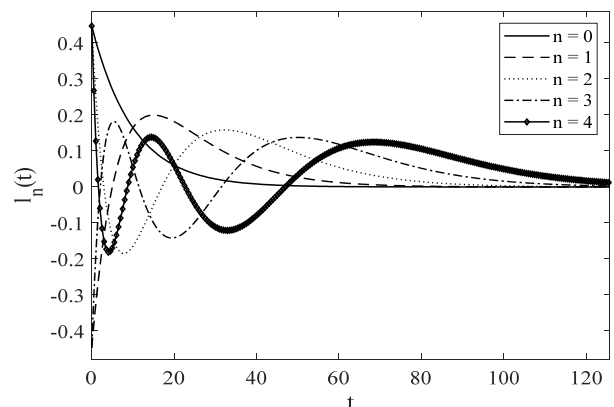


Fig. 1 The first five Laguerre functions

2.3 베이저안 선형 회귀 모델

베이저안 추론은 베이즈 정리에 기반한 추론기법으로, 시스템을 특정 짓는 변수들의 확률 분포를 추정하는 방법 중 하나이

다. 베이저안 추론에 따르면, 식 (6)에 표현된 바와 같이, 시스템의 확률변수 β 에 대한 사후 확률분포(posterior probability distribution)는 확률변수 β 의 사전 확률분포(prior probability distribution)와 계측을 통해 얻어진 데이터 D 의 우도함수(likelihood function)의 곱으로 표현이 가능하다.

$$p(\beta|D) = \frac{p(D|\beta)p(\beta)}{p(D)} \propto p(D|\beta)p(\beta) \quad (6)$$

여기서, $p(\beta)$ 는 확률변수 β 에 대한 사전 확률분포이며, $p(D|\beta)$ 는 우도 함수로서 확률 변수 β 에 대해 데이터가 발현될 가능성을 의미한다. $p(D)$ 는 사후 확률 분포 $p(\beta|D)$ 의 전체 확률이 1이 되도록 하는 정규화 상수이다.

베이저안 선형 회귀모델은 베이저안 추론에 기반하여 선형회귀 방정식의 계수들을 확률적으로 구하는 모델이다. 베이저안 선형 회귀모델에서는 입력 값 행렬이 X , 출력 값 벡터를 Y , 라게르 다항식의 계수를 β , 출력의 에러를 ϵ 이라 하고, 에러 ϵ 은 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규 분포를 따른다고 가정한다. 식 (7)은 선형회귀모델의 방정식을 행렬로 표현한 것이다 (Stevens et al., 2020).

$$Y = X\beta + \epsilon, \epsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (7)$$

일반적으로 베이저안 선형 회귀모델에서는 β 와 σ^2 의 사전 확률분포를 정규 역감마(Multivariate normal inverse gamma)분포로 가정하여 사후 확률분포를 추정한다. 정규 역감마분포는 확률 변수 β 의 다변수 정규 분포와 확률 변수 σ^2 의 역 감마 분포의 결합 확률 분포이다. 또한 정규 역감마분포는 결레 사전 확률 분포로서 사전 확률분포와 사후 확률분포가 같은 종류의 확률분포를 갖는 특성이 있다. 일반적으로, 사후 확률분포는 해석적으로 구하거나 계산하기에 어려움이 있지만 결레 사전 확률 분포의 경우 해석적으로 구할 수 있어 매우 유용하다.

사전 확률분포의 평균을 μ_β , 분산을 $\sigma^2 V_\beta$, 형태 모수(shape parameter)를 A , 척도 모수(scale parameter)를 B 라 하면 사전 확률분포는 식 (8)과 같다.

$$p(\beta, \sigma^2) = p(\beta|\sigma^2)p(\sigma^2) = N(\mu_\beta, \sigma^2 V_\beta) \times IG(A, B) \quad (8)$$

$$= N(\mu_\beta, V_\beta, A, B)$$

$$p(\beta, \sigma^2|D) = p(\beta, \sigma^2)p(D|\beta, \sigma^2)/p(D) \quad (9)$$

$$= N(\mu_\beta^*, V_\beta^*, A^*, B^*)$$

결레 사전 확률분포를 가정했으므로 사후 확률분포 또한 정규 역감마분포로 식 (9)와 같이 계산된다. 사후 확률분포의 초모수(hyper-parameter)인 μ_β^* , V_β^* , A^* , B^* 는 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_\beta^* = (V_\beta^{-1} + X^T X)^{-1} (V_\beta^{-1} \mu_\beta + X^T Y) \quad (10)$$

$$V_\beta^* = (V_\beta^{-1} + X^T X)^{-1}$$

$$A^* = A + n/2$$

$$B^* = B + \frac{1}{2} [\mu_\beta^T V_\beta^{-1} \mu_\beta + Y^T Y - \mu_\beta^{*T} V_\beta^{*-1} \mu_\beta^*]$$

사후 확률분포는 사전 확률분포가 측정된 데이터로 인해 업데이트되어 생성되는 확률분포이기 때문에 사전 확률분포가 균일 확률분포(uniform probability distribution)이거나 측정 데이터가 많을수록 사후 확률분포의 초모수는 측정 데이터에 지배적으로 결정된다.

사후 확률분포가 주어져 있을 때 새로 측정 및 관측된 상황을 고려하면 사후 확률분포를 이용하여 시스템의 응답 시계열을 확률론적으로 추정할 수 있으며 이를 사후 예측분포(Posterior predictive distribution)라 한다. 새로운 입력 행렬 \tilde{X} 가 들어왔을 때 사후 예측분포는 식 (11)과 같이 계산되며 다변수 t 분포(Multivariate t distribution)를 따른다.

$$p(\tilde{y}|y) = \int \int p(\tilde{y}|\beta, \sigma^2) p(\beta, \sigma^2|y) d\beta d\sigma^2 \quad (11)$$

$$= \int \int N(\tilde{X}\beta, \sigma^2 I) \times NIG(\mu_\beta^*, V_\beta^*, A^*, B^*)$$

$$= MVS_{2A^*}(\tilde{X}\mu_\beta^*, \hat{\sigma}^2), \hat{\sigma}^2 = \frac{B^*}{A^*} (I + \tilde{X}V_\beta^* \tilde{X}^T)$$

3. 수치 모델의 적용

본 연구에서 제안한 방법론의 정확성과 유효성을 검증하기 위해서 선형 스프링-질량-댐퍼 모델에 적용하였다. 해석 대상으로 삼은 스프링-질량-댐퍼는 식 (12)에 주어진 선형 1자유도 스프링-질량-댐퍼 모델이다.

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = x(t) \quad (12)$$

모델에 사용된 모수들의 값은 $m = 1$ kg, $c = 1 + 0.5\sin(0.1t)$ Ns/m, $k = 10$ N/m으로 설정하였다. 시스템의 불확실성을 수치적으로 고려하기 위해 감쇠 계수 c 가 평균값을 기준으로 진동한다고 가정하였다. 모델에 작용하는 외력 시계열은 평균이 0인 가우시안 백색 잡음의 특성을 갖도록 생성하였다. 서로 다른 랜덤한 위상각을 갖는 두 개의 가우시안 백색 잡음을 생성하여 하나는 사후 확률분포를 추정하기 위해 사용하였고 다른 하나는 사후 확률분포를 검증하기 위해 사용되었다. 가우시안 백색 잡음의 입력의 경우 0~100 rad/sec의 주파수 범위를 0.01 rad/sec 간격으로 이산화하여 각 주파수에 해당하는 크기가 0.1을 갖도록 설정하였다. 시스템의 응답 시계열인 변위는 4차 룬게쿠타(Runge-Kutta)법을 이용하여 수치적으로 계산하였다. 수치 모델인 선형 스프링-질량-댐퍼 모델의 충격응답함수는 일반적으로 잘 알려진 식 (13)을 통해 구하였다.

$$\hat{h}_1(t) = \frac{\exp(-\zeta\omega_n t)}{m\omega_d} \sin\omega_d t \quad (13)$$

$$(\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}, \zeta = \frac{c}{2m\omega_n}, \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}})$$

Fig. 2는 스프링-질량-댐퍼 모델의 계수 값이 $m = 1$ kg, $k = 10$ N/m이고, $c = 0.5$ Ns/m, $c = 1$ Ns/m, $c = 1.5$ Ns/m인

경우의 충격응답함수와 사후 확률분포의 평균으로 추정된 충격 응답함수를 비교한 그림이다. 예측할 수 있는 바와 같이, 이론해를 통해 얻은 충격응답함수 중 감쇠계수가 1 Ns/m인 경우의 결과가 베이지안 선형회귀 모델로 얻은 평균치와 유사하게 나타남을 확인할 수 있다.

Fig. 3는 변위의 수치해석을 통해 얻은 시계열과 사후 확률 분포의 평균으로부터 추정된 시계열, 표준편차에 해당하는 시계열의 영역, 2 표준편차에 해당하는 시계열의 영역을 도시한 것이다. Fig. 3(a)는 사전 확률분포를 업데이트 하기 위해 사용된 학습 시계열 데이터이며, Fig. 3(b)는 사후 확률분포를 검증하기 위해 사용된 검증 시계열이다. 확률론적으로 추정된 시계열의

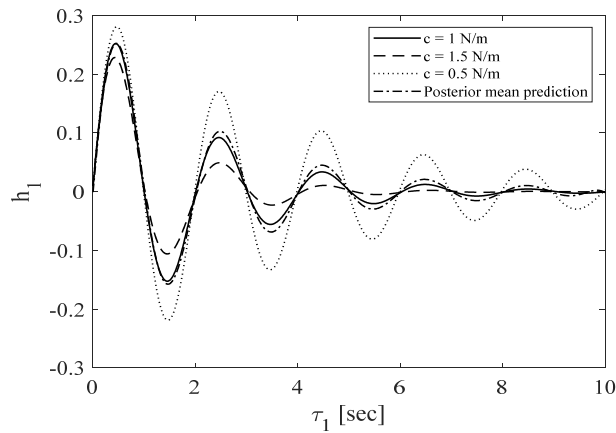
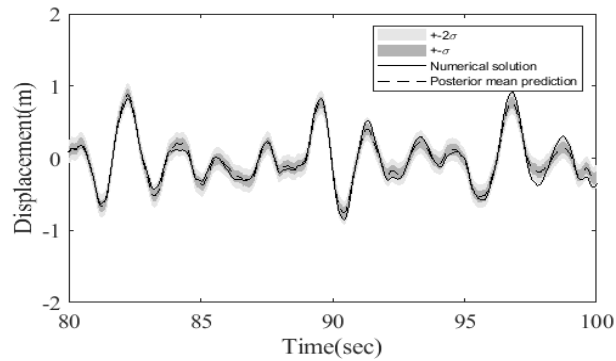
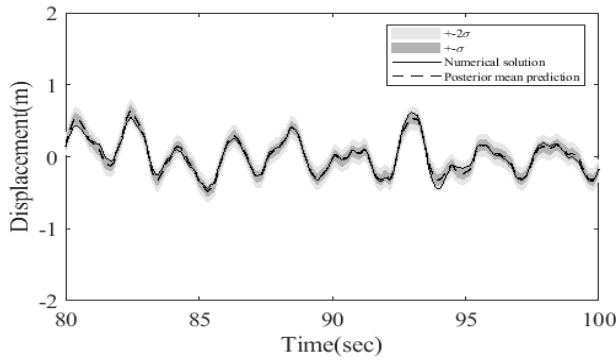


Fig. 2 First order Volterra kernel



(a) Training data



(b) Validation data

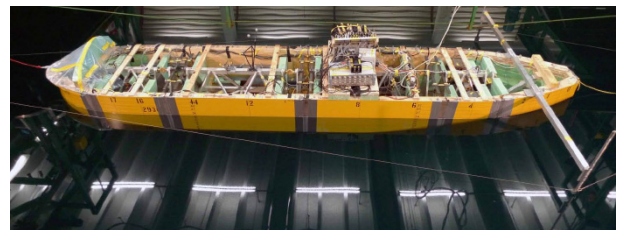
Fig. 3 Time series comparison between the numerical solution and the prediction of posterior

추정도를 직접적으로 비교하기에는 결정계수가 적절하지 않을 수 있지만 간접적인 지표로 사용될 수 있으므로 추정도를 정량적으로 나타내기 위해 결정계수를 도입하였다. 학습 데이터의 수치해와 사후 확률분포의 평균으로부터 추정된 시계열 간의 결정계수는 0.9318, 검증 데이터의 수치해와 사후 확률 분포의 평균으로부터 추정된 시계열 간의 결정계수는 0.9341 값을 가진다. 시계열의 비교에서 확인할 수 있듯이, 사후 확률분포의 평균치로 추정된 시계열은 수치해석을 통해 얻은 시계열과 매우 유사하게 나타났으며, 수치해석을 통해 얻은 시계열은 대부분의 영역에 걸쳐 ± 1 표준편차 내에 존재하고 있음을 알 수 있으며 일부 오차가 커지는 구간에서도 ± 2 표준편차의 범위를 벗어나지 않음을 확인할 수 있다.

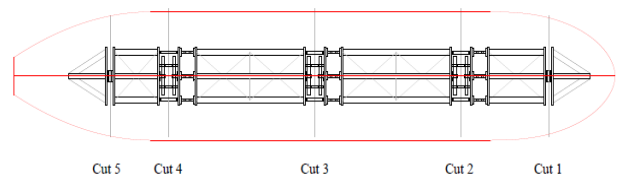
4. 모형 실험 데이터의 적용

4.1 모형 실험

실험 데이터는 400,000 DWT VLOC의 1:60 척도의 모델 기반 실험 수행을 통해 측정되었다(Kim & Park, 2015). JONSWAP 스펙트럼에 기반한 불규칙파랑과 모형선의 수직 굽힘 모멘트가 측정되었으며 실험에 사용된 모형선은 Fig. 4에 주어진 것과 같다.



(a) Perspective view



(b) Top view

Fig. 4 Model ship

모형선은 경하 상태(Ballast condition)로 해상 상태에 따라 주어진 파랑 조건하에서 선수 방향으로 파랑을 받으며 운행되었다. 유의 파고, 침두 주기에 따른 여러 조합의 해상 상태 조건하에 Fig. 4(b)의 Cut 3 위치에서 수직 굽힘 모멘트가 측정되었다. 실험에 사용된 불규칙파는 식 (14)와 같은 JONSWAP 스펙트럼에 기반하여 생성되었다.

$$S(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega} \left\{ \exp - \frac{5}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right\} \gamma^{\exp \left\{ \frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\omega_p^2 \sigma^2} \right\}} \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{5H_s^2 \omega_p^2}{16g^2} (1 - 0.287 \ln \gamma), \alpha = \begin{cases} 0.07 & \text{if } \omega \leq \omega_p \\ 0.09 & \text{if } \omega > \omega_p \end{cases}$$

측정된 수직 굽힘 모멘트 시계열은 파랑 주파수 응답 부분(wave frequency part)와 진동 응답 부분(vibration part)을 포함하고 있으며 파랑 주파수 응답 부분만 본 연구에 사용되었다. 파랑 주파수 부분은 저 주파수 통과 필터(low frequency pass filter)를 통해 $2H_z$ 이상의 신호는 필터링 되었으며 모든 데이터는 실선 스케일의 데이터 스케일을 갖는다.

모형선의 선속은 해상 상태에 따라 다르게 운행되었으며 이로 인해 시스템이 변화할 수 있기 때문에 경하 상태 하에 비슷한 선속을 가진 데이터를 같은 그룹으로 묶어 시스템을 식별하였다. 6가지 해상 상태는 JONSWAP 스펙트럼의 모수 γ , 유의 파고 H_s , 침두 주기 T_p 에 따라 Table 1과 같이 분류하였다.

Table 1 Short-term sea states of model ship tests

Group No.	No.	γ	H_s [m]	T_p [sec]	V_s [kts]
Group 1	1	1	2.5	12.0	14.5
	2	1	2.5	14.8	14.0
	3	1	2.5	17.7	14.0
Group 2	4	1	4.5	12.0	12.0
	5	1	4.5	14.8	11.0
	6	1	4.5	17.7	11.0

4.2 확률론적 시계열 예측

파랑의 시계열 데이터를 입력, 모형선의 수직 굽힘 모멘트 시계열 데이터를 출력 시계열로 이용하여 사후 확률분포를 추정하였다. 리게르 다항식의 계수와 응답 시계열의 오차에 대한 사전 정보, 즉 사전 확률분포가 없기 때문에 사전 확률분포가 균등확률 분포(uniform distribution)에 가깝게 초모수(hyper-parameter) 값을 설정하였다. 이를 위해 사전 확률 분포의 리게르 계수의 평균을 $\mu\beta=0$, 분산을 $V_\beta=10^{11}$ 으로 설정하였으며, 식 (10)을 통해 알 수 있듯이 IG분포의 초모수가 사전 확률분포의 가중치에 비해 측정된 데이터에 의해 지배적으로 결정되도록 $A=0$, $B=0$ 으로 설정하였다. 하나의 해상 상태의 시계열 데이터는 약 40 min의 시간동안 측정되었으며 Table 1의 각 그룹마다 사후 확률분포 추정 및 검증을 수행하였다. 사전 확률분포를 업데이트 하기 위해 각 그룹에서 $T_p=14.8$ sec, 즉 No.2, No.5에 해당하는 해상 상태의 파랑 및 수직 굽힘 모멘트 시계열이 사용되었다. Group 1의 경우 No.1, No.3, Group 2의 경우 No.4, No.6에 해당하는 해상 상태의 파랑 및 수직 굽힘 모멘트 시계열은 추정된 사후 확률분포의 검증에 사용하였다.

Fig. 5는 No.2, No.5의 해상 상태의 데이터로 추정된 각각의 사후 확률 분포의 평균으로부터 계산한 1차 볼테라 커널이다. No.2와 No.5 해상 상태에서의 실험의 선속이 3 kts 만큼의 차이가 있기 때문에 두 그룹 간의 1차 볼테라 커널이 시간축에서 이동되어 나타남을 확인할 수 있다.

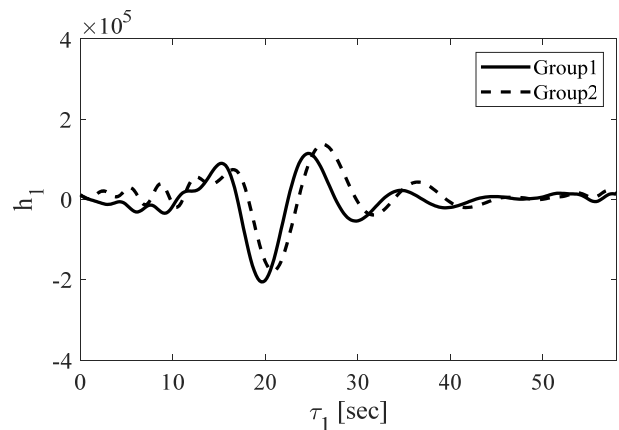


Fig. 5 First order Volterra kernels calculated from the mean of the posterior probability distribution

Fig. 6은 Group1, Group2 각각의 사후 확률 분포의 평균으로 계산한 1차 볼테라 커널을 푸리에 변환(Fourier transform)하여 구한 RAO(Response amplitude operator)를 나타내며 일반적인 수직 굽힘 모멘트 RAO의 형상을 보여주고 있다. Group 1, Group 2에서의 수직 굽힘 모멘트의 1차 고유진동수는 각각 실험 선속에 따라 조우주파수 값으로 5.4, 5.2 rad/sec이며 Fig. 6에 보여지듯이 $\omega = 0.5$ rad/sec 부근에서 가장 큰 응답 보여준다.

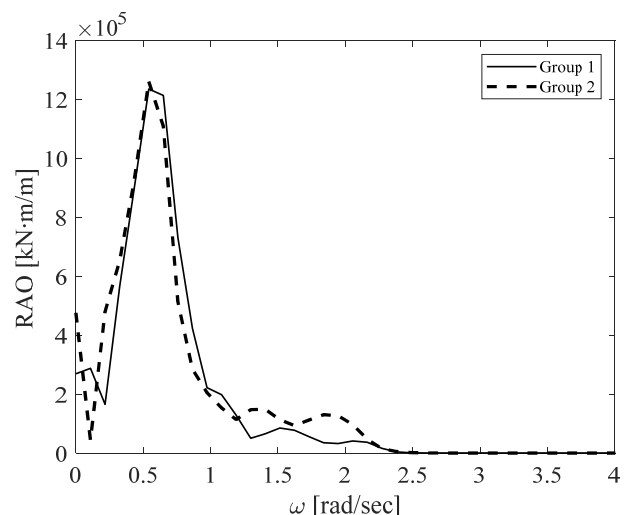


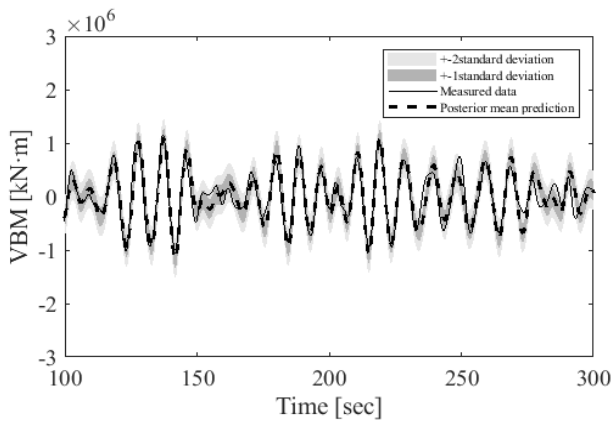
Fig. 6 Response amplitude operator

Fig. 7은 모든 해상 상태에 대해 사후 확률분포로부터 추정된 수직 굽힘 모멘트 시계열을 나타내고 있다. Fig. 7(a), (b),(c)는 Group 1에 대한 시계열 데이터로서, (b)는 학습 데이터로 사용된 응답 시계열과 사후 확률분포로 추정된 시계열을, (a),(c)는 검증 데이터로 사용된 No.1, No.3의 해상 상태 시계열과 사후 확률분포로 추정된 시계열을 비교하여 나타내고 있다. 이를 통해 학습에 사용된 데이터에 대한 학습 정도 및 학습에 사용되지 않은 해상 상태의 시계열 데이터에 대한 추정도를 알 수 있다. Fig. 7(d),(e),(f)는 Group 2에 대한 시계열 데

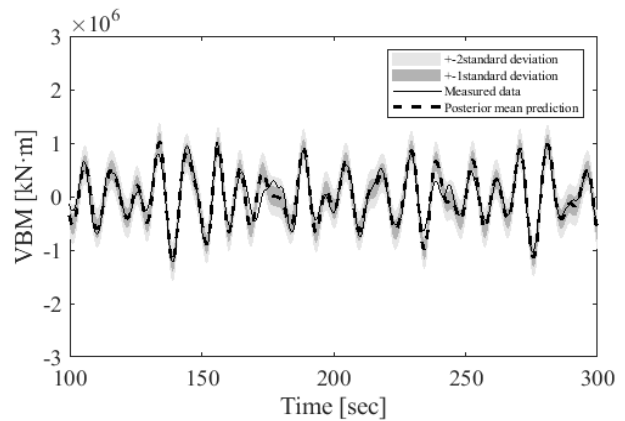
이더로서, Group 1과 마찬가지로 (e)는 학습 데이터로 사용된 시계열과 사후 확률분포로 추정된 시계열을, (d),(f)는 검증 데이터로 사용된 시계열과 사후 확률분포로 추정된 시계열을 비교하여 보여주며 Fig. 7의 추정 시계열은 사후 확률분포의 평균으로부터 추정된 시계열, 사후 예측분포의 ± 1 표준편차, ± 2 표준편차에 해당하는 영역을 나타낸다. Table 2는 모든 해상 상태에 대해 측정 데이터와 사후 확률분포의 평균으로부터 추정된 시계열 간의 결정계수 값을 보여준다.

Table 2 Prediction accuracy of the posterior mean for sea states

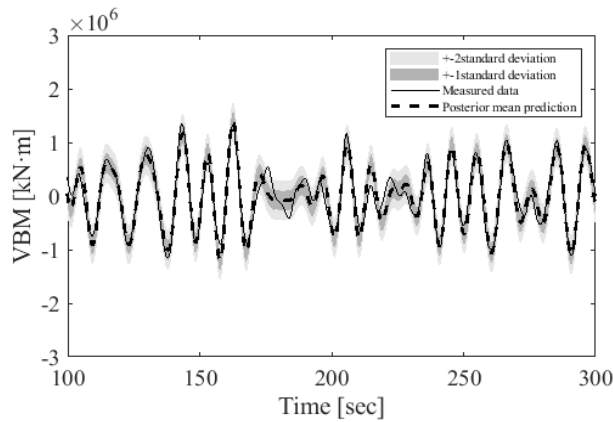
Group No.	Sea state No.	R ²
Group 1	1	0.8587
	2(Training)	0.8908
	3	0.8716
Group 2	4	0.7768
	5(Training)	0.8407
	6	0.8563



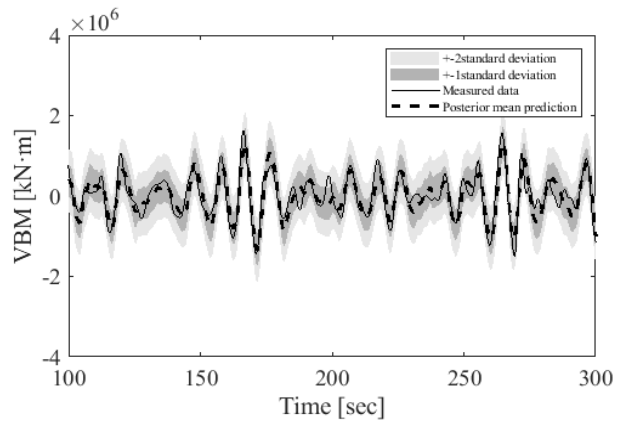
(a) Group 1, Sea state No.1 (Validation)



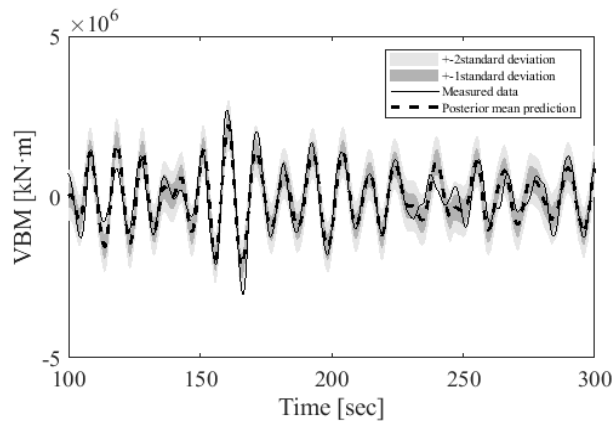
(b) Group 1, Sea state No.2 (Training)



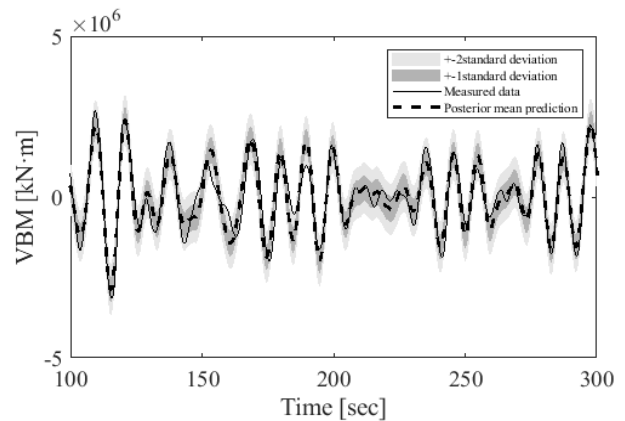
(c) Group 1, Sea state No.3 (Validation)



(d) Group 2, Sea state No.4 (Validation)



(e) Group 2, Sea state No.5 (Training)



(f) Group 2, Sea state No.6 (Validation)

Fig. 7 Time series comparison between the measured data and the prediction of posterior

5. 결론

본 연구에서는 선형 동적 시스템의 응답을 라게르 다항식의 선형조합으로 이루어진 1차 볼테라 급수로 전개하였고, 베이저안 선형 회귀 모델을 사용하여 모수의 사후 확률분포 추정 및 시스템 응답의 확률론적으로 추정을 시도하였다. 상기의 연구 결과에 대한 분석을 토대로 아래와 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- 시스템의 응답을 선형이라 가정하여 1차 볼테라 급수로 전개하였고 1차 볼테라 급수는 라게르 다항식의 선형조합으로 표현하였다. 시스템 응답의 오차를 정규 분포로 가정하고 오차의 분산과 라게르 다항식의 계수를 확률 변수 취급하여 베이저안 선형 회귀 모델을 도입하였다.
- 본 연구에서 제안한 확률론적 시계열 예측 방법론을, 불확실성을 포함하는 댐핑 계수를 갖는 1-자유도 스프링-질량-댐퍼 모델에 적용하였고 1차 볼테라 급수 및 사후 확률 분포로부터 추정한 시계열이 해석적으로 구한 1차 충격응답 함수와 수치해 시계열과 유사한 것을 확인하였다.
- 방법론의 검증용 위해 400,000 DWT VLOC 모형선 실험이 도입되었다. JONSWAP 스펙트럼에 기반하여 생성된 서로 다른 6개의 해상 상태에서 선수 방향에서 파도를 받는 모형선에 대한 실험이 수행되었고 실험 결과를 이용하여 모수의 사후 확률 분포를 추정하였다.
- 모형선 실험 데이터를 이용한 추정은 6개의 해상상태를 2개의 그룹으로 나누어 수행되었다. 각 그룹마다 1개의 학습 데이터, 2개의 검증 데이터로 나누어 사후 확률 분포 추정 및 검증을 수행하였으며 2개의 그룹 간의 1차 볼테라 커널이 유사하나 실험 시 선속 차이로 인해 위상차가 있는 것을 확인할 수 있다. 각 해상 상태의 측정 데이터 시계열과 사후 확률분포로 추정된 시계열을 비교해보았을 때 확률론적 추정 시계열의 영역이 측정된 시계열 데이터를 충분히 포함하고 있는 것을 확인할 수 있다.
- 실제 구조 응답은 비선형성을 포함하고 있으며 추정의 정확도를 높이기 위해서는 고차 볼테라 급수를 포함해야 할 필요가 있기 때문에 추후 비선형성과 불확실성을 모두 포함하는 시스템을 가정하여 시스템을 식별한 뒤 시스템 응답의 시계열을 확률론적으로 예측하는 연구를 수행할 필요가 있다.

후 기

이 논문은 2020년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국 산업기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(P0001968, 2020년 산업혁신인재성장지원사업).

References

- Det Norske Veritas(DNV), 2003. Fatigue assessment of ship structures. *Classification Notes*, No.30.7, Norway: DNV.
- Israelsen, B.W. & Smith, D.A., 2014. Generalized laguerre reduction of the volterra kernel for practical identification of nonlinear dynamic systems. *Alche Spring Meeting and Global Congress on Process Safety*, New Orleans, LA, Mar. 30-Apr. 3.
- Iwan, W.D. & Jensen H., 1993. On the dynamic response of continuous systems including model uncertainty. *Journal of Applied Mechanics*, 60(2), pp.484-490.
- Katafygiotis, L.S., Papadimitriou, C. & Lam H., 1998. A probabilistic approach to structural model updating. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 17, pp.495-507.
- Kim, Y. & Park, S.G., 2015. On the second order effect of the springing response of large blunt ship. *International Journal of Naval Architecture and ocean Engineering*, 7(5), pp. 873-887.
- Schetzen, M., 1980. *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*. Wiley-Interscience Publication: Hoboken, NJ, USA.
- Sedehi, O., Papadimitriou, C. & Katafygiotis L.S., 2019. Probabilistic hierarchical Bayesian framework for time-domain model updating and robust predictions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 123, pp.648-673.
- Son, J.H. & Kim, Y., 2020. Parametric estimation of volterra kernel for the dynamic response of an offshore structure using Laguerre polynomials. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 142(6), 061701.
- Stevens, N. T., Rigdon, S. E. & Anderson-Cook, C.M., 2020 Bayesian probability of agreement for comparing the similarity of response surfaces. *Journal of Quality Technology*, 52(1), pp.67-80.
- Xu L., Wang S. & Tang R., 2019. Probabilistic load forecasting for buildings considering weather forecasting uncertainty and uncertain peak load. *Applied Energy*, 237, pp.180-195.

