



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 48(3), 175-185(2020)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2020.48.3.175

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 물리적 구배 정보를 이용한 공력계수 모형화를 위한 GE 크리깅의 적용

강신성<sup>1</sup>, 이경훈<sup>2</sup>

## Application of Gradient-Enhanced Kriging to Aerodynamic Coefficients Modeling With Physical Gradient Information

Shinseong Kang<sup>1</sup> and Kyunghoon Lee<sup>2</sup>

Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

## ABSTRACT

The six-DOF aerodynamic coefficients of a missile entail inherent physical gradient constraints originated from the geometric characteristics of a cylindrical fuselage. To effectively adopt the freely available gradient information in aerodynamic coefficients modeling, this research employed gradient-enhanced (GE) Gaussian process. To investigate the accuracy of aerodynamic coefficients predicted with gradients information, we compared two Gaussian-process-based models: ordinary and GE Gaussian process models with and without gradient information, respectively. As a result, we found that GE Gaussian process models were able to comply with imposed gradient information and more accurate than ordinary Gaussian process models. However, we also found that GE Gaussian process modeling cannot handle gradient information continuously and ends up with more samples due to additional gradient information.

## 초 록

유도무기는 원통형 형상에서 기인한 기하학적 특성으로 6자유도 공력계수에 물리적 구배 조건을 내포하게 된다. 본 연구는 부가적으로 주어진 물리적 구배 정보를 공력계수 모형화에서 효과적으로 이용할 목적으로 구배 보강 가우스 과정을 사용하였다. 물리적 구배 정보를 활용한 공력계수 예측의 정확성을 살펴보기 위해, 가우스 과정에 기초한 공력계수 예측 모형을 구배 정보의 유무에 따라 각각 구성한 후 서로의 예측 정확도를 비교·분석하였다. 그 결과, 물리적 구배 정보를 고려한 공력계수 예측은 부여된 구배 조건을 정확히 만족하였을 뿐만 아니라 그렇지 않은 모형에 비해 예측 정확도가 더 우수함을 확인하였다. 다만, 구배 보강 가우스 과정으로는 물리적 구배 정보를 연속적으로 부여할 수 없으며 추가된 구배 정보로 인해 공력계수 예측 모형 구성에 요구되는 표본 수가 증가하는 단점도 확인하였다.

**Key Words** : Aerodynamic Coefficient(공력계수), Physical Gradient(물리적 구배), Machine Learning(기계학습), Gradient-Enhanced Gaussian Process(구배 보강 가우스 과정)

† Received : October 22, 2019 Revised : December 20, 2019 Accepted : January 15, 2020

<sup>1</sup> Graduate Student, <sup>2</sup> Associate Professor

<sup>2</sup> Corresponding author, E-mail : aeronova@pusan.ac.kr, ORCID 0000-0003-0709-7442

© 2020 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

## I. 서 론

가우스 과정(Gaussian Process)이라고도 불리는 크리깅(Kriging)은 입력(Input)에서 출력(Output)이 정규 분포(Gaussian Distribution)를 따른다는 가정을 통해 출력을 신속하게 근사하는 기법이다[1,2]. 크리깅 모형은 고전적인 다항식 모형(Polynomial Model)에 비해 비선형성이 큰 함수의 예측에 우수하기 때문에 다양한 분야에서 사용되고 있다. 가장 단순한 정규 크리깅(Ordinary Kriging)[3]이 제안된 이후, 이에 기반하여 코크리깅(Co-Kriging)[4,5], GE 크리깅(Gradient-Enhanced Kriging)[6,7], 블라인드 크리깅(Blind Kriging)[8], 계층적 크리깅(Hierarchical Kriging)[9,10] 등과 같은 다양한 기법이 개발되었다. 이 중에서 GE 크리깅은 출력의 구배 정보를 추가하여 예측 정확도를 향상하는 방법이다. 주로 이용되는 구배 정보 확보 방식으로 유한차분법(Finite Difference Method)과 보조변수법(Adjoint Variable Method)이 있다. 유한차분법은 구배 계산에 소요되는 비용이 입력변수 개수에 비례하여 증가하므로 다양한 분야에 적용하는데 한계가 있다. 반면, 보조변수법의 구배 계산 비용은 입력변수 개수와 비례하지 않고 더 적은 비용을 소요하기 때문에 구배 정보를 효율적으로 얻을 수 있다. 이러한 이유로 GE 크리깅은 보조변수법이 주로 사용되는 공력해석 분야에서 공력계수 예측 모형을 만드는데 활용되었다[6,11-13]. 특히, GE 크리깅은 공력계수 예측뿐만 아니라 공력계수의 구배를 예측하는데도 우수하기 때문에 구배 기반 최적화를 사용한 공력 형상 최적 설계에 많이 이용되었다[6,14-18].

본 연구에서는 가우스 과정에 기초하여 유도무기의 공력계수 예측 모형을 생성하고자 한다. 단순한 형태의 유도무기는 원통형 동체를 가지므로 경사각과 받음각에 대해서 기하학적 대칭성과 주기성을 띤다. 이러한 기하학적 특성으로부터 추가적인 비용을 전혀 들이지 않고 손쉽게 물리적 구배 정보를 확보할 수 있다. 따라서 본 연구의 목표는 무상으로 획득한 구배 정보를 활용하여 고 정확도의 가우스 과정 모형을 생성하는 것이다. 이를 위해 다양한 가우스 과정 기법 중 가우스 모형에 구배 조건을 부가할 수 있는 GE 크리깅을 채택하여 모형화를 수행한다. 물리적 구배 조건이 부가된 GE 크리깅 모형의 우수성을 조사하기 위해서 먼저 구배 정보 유무에 따른 공력계수 예측 모형을 각각 생성한다. 이후 예측 정확도 개선과 구배 조건 부합 여부 측면에서 두 모형을 비교해본다. 마지막으로 두 모형의 생성 시간 및 공력계수 예측 시간을 조사하여 시간 대비 효율성을 검토해본다.

본론의 2.1절에선 정규 크리깅과 GE 크리깅 수식에 대해서 간략히 기술한다. 다음으로 2.2절에선 유도무기 공력계수 출력 데이터와 물리적 구배 조건을

사용하여 정규 크리깅 및 GE 크리깅 모형을 구성한다. 이후 생성된 모형을 예측 정확도 개선, 구배 조건 부합 여부, 모형 생성시간, 공력계수 예측 시간 측면에서 GE 크리깅의 효율성을 판단해본다. 마지막 장에선 비교 결과를 통해 도출된 결론을 요약하며 본 논문을 마무리한다.

## II. 본 론

### 2.1 가우스 과정 모형화 기법

#### 2.1.1 정규 크리깅

일반적으로 크리깅에서는 표본의 출력이 입력에 대해 정규분포를 따른다고 본다. 이때 출력은 식 (1)과 같이 결정론적인 항과 확률론적인 항의 합으로 표현할 수 있다.

$$Y(x) = \mu + Z(x) + E(x), \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 입력,  $Y(x)$ 는 출력,  $\mu$ 는 결정론적인 항,  $Z(x)$ 는 입력에 대한 확률론적인 항, 그리고  $E(x)$ 는 잡음(Noise)에 대한 확률론적인 항을 의미한다. 식 (1)에서  $E(x)$ 의 유무에 따라 각각 회귀(Regression) 크리깅과 보간(Interpolation) 크리깅 모형 생성을 위한 수식이 된다. 다음으로, 식 (1)의  $Z(x)$ 와  $E(x)$ 가 평균으로 0, 분산으로 각각  $\sigma^2$ 과  $\nu^2$ 을 가지는 서로 독립인 정규분포를 따른다고 상정한다. 그 결과, 식 (1)은 정규분포 합의 성질에 따라 훈련 표본  $S_{\text{train}} = \{(x^{(i)}, y^{(i)}) | x^{(i)} \in \mathbb{R}^k, y^{(i)} \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n\}$ 에 대해 식 (2)와 같이 다변량 정규분포를 따르게 된다.

$$y \sim N(\mu 1_n, \sigma^2 \Psi + \nu^2 I) = N(\mu 1_n, \sigma^2 (\Psi + \lambda I)). \quad (2)$$

식 (2)에서  $y = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}]^T \in \mathbb{R}^n$ 은 훈련 표본의 출력을 원소로 가지는 열벡터,  $1_n \in \mathbb{R}^n$ 은 모든 원소가 1인 열벡터,  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 은 단위행렬,  $\lambda = \nu^2/\sigma^2$ 는 잡음에 대한 초모수(Hyperparameter)를 나타낸다. 입력 간의 상관행렬(Correlation Matrix)  $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 의  $i$ 행  $j$ 열 원소는 식 (3)으로 얻어진다.

$$\Psi_{ij}(x^{(i)}, x^{(j)}) = \prod_{l=1}^k \exp(-\theta_l (x_l^{(i)} - x_l^{(j)})^2). \quad (3)$$

식 (3)의  $\theta$ 는 입력에 대한 초모수로, 입력변수가 출력변수에 영향을 주는 정도, 즉, 민감도(Sensitivity)라고 할 수 있다. 표본에 대한 확률 모형 구성 후 모수  $\mu$ ,  $\sigma$ 와 초모수  $\theta$ ,  $\lambda$  추정을 위해 최대우도추정(Maximum Likelihood Estimation, MLE)을 사용한다. 최대우도추정은 로그 우도 함수(Log-Likelihood Function)  $\ell(\mu, \sigma, \theta, \lambda)$ 가 최대가 되는 모수 및 초모수

를 산출하는 방식이다. 다변량 정규분포인 식 (2)의 로그 우도 함수는 식 (4)와 같다.

$$\ell(\mu, \sigma, \theta, \lambda) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln |\Psi + \lambda I| - \frac{1}{2\sigma^2} (y - \mu 1_n)^T (\Psi + \lambda I)^{-1} (y - \mu 1_n). \quad (4)$$

먼저 식 (4)를  $\mu$ 와  $\sigma$ 로 각각 편미분하여 식 (4)를 최대로 만드는  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{\sigma}$ 를 추정할 수 있다.

$$\hat{\mu} = \frac{1_n^T \Psi^{-1} y}{1_n^T \Psi^{-1} 1_n}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{(y - \mu 1_n)^T (\Psi + \lambda I)^{-1} (y - \mu 1_n)}{n}. \quad (5)$$

그리고서 식 (5)를 식 (4)에 대입하여 정리하면 초모수  $\theta$ 와  $\lambda$ 만을 가지는 로그 우도 함수  $l(\theta, \lambda)$ 가 도출된다.

$$\ell(\theta, \lambda) \approx -\frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \ln |\Psi + \lambda I|. \quad (6)$$

따라서 목적함수(Objective Function)로 식 (6), 부가적 제약조건(Side-Constraint)으로 초모수의 범위를 사용한 최적화 과정을 통해  $\hat{\lambda}$ ,  $\hat{\theta}$ 를 추정하여 정규 크리깅 모형을 완성한다.

### 2.1.2 GE 크리깅

GE 크리깅은 정규 크리깅에서 입력에 대한 출력의 구배가 보조된 것이다. 다시 말하자면, 출력 데이터와 상이한 데이터를 추가하여, 총 두 종류의 데이터로써 출력 데이터에 대한 크리깅 모형을 생성하는 다층실도(Multi-Fidelity) 모형화 방식이라고 할 수 있다.

다층실도 가우스 모형화에서는 전체 표본이 하나의 정규분포를 따른다고 가정한다. 따라서 출력에 대한 훈련표본  $S_{\text{train}}$ 과 구배 표본

$$\dot{S}_{\text{train}} = \{(x^{(i)}, \partial y^{(i)}) | x^{(i)} \in \mathbb{R}^k, \partial y^{(i)} \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq m\}$$

을 이용하여 식 (2)와 유사한 형태로 아래와 같이 식을 세울 수 있다.

$$\begin{bmatrix} y \\ \partial y \end{bmatrix} = N\left(\mu \begin{bmatrix} 1_n \\ 0_m \end{bmatrix}, \sigma^2 \left( \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ \Psi_2^T & \Psi_3 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} I & 0_{n,m} \\ 0_{n,m}^T & 0_{m,m} \end{bmatrix} \right)\right). \quad (7)$$

여기서  $\partial y(x) = [\partial y^{(1)}, \partial y^{(2)}, \dots, \partial y^{(m)}]^T \in \mathbb{R}^m$ 은 구배 표본의 출력이 순차적 나열된 열벡터,  $0_m \in \mathbb{R}^m$ 은 모든 원소가 0인 열벡터, 그리고  $0_{n,m} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 은 영행렬이다. 출력 표본에 대한 평균  $\mu$ 는 상수이므로 구배 표본에 대한 평균  $\partial \mu = 0$ 이다. 또한, 구배 표본은 잡음을 가지지 않는다고 가정할 수 있으므로 잡음 간의 상관행렬에서 구배 표본과 연관된 원소는 모두 영행렬이다. 입력 간 상관행렬의 원소  $\Psi_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\Psi_2 \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\Psi_3 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 은 각각 식 (8)-(10)으로 계산된다.

$$(\Psi_1)_{ij} = \Psi_{ij}(x^{(i)}, x^{(j)}), \quad (8)$$

$$(\Psi_2)_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_i} \Psi_{ij}(x^{(i)}, x^{(j)}), \quad (9)$$

$$(\Psi_3)_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \Psi_{ij}(x^{(i)}, x^{(j)}). \quad (10)$$

기호의 단순화를 위해 식 (11)과 같이 기호를 정의한다.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} y \\ \partial y \end{bmatrix}, \quad \dot{i} = \begin{bmatrix} 1_n \\ 0_m \end{bmatrix}, \quad \dot{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ \Psi_2^T & \Psi_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{I} = \begin{bmatrix} I & 0_{n,m} \\ 0_{n,m}^T & 0_{m,m} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

그러면 식 (7)은 식 (12)와 같이 다시 적을 수 있다.

$$\dot{y} = N(\mu \dot{i}, \sigma^2 (\dot{\Psi} + \lambda \dot{I})). \quad (12)$$

결과적으로, GE 크리깅의 식 (15)와 정규 크리깅의 식 (2)를 비교해보면 수식의 형태는 동일하며 차이점은  $\dot{y}$ ,  $\dot{i}$ ,  $\dot{\Psi}$ ,  $\dot{I}$ 과 표본의 개수  $n+m$ 이다. 그러므로 식 (4)-(6)의  $y$ ,  $1_n$ ,  $\Psi$ ,  $I$ 를 각각  $\dot{y}$ ,  $\dot{i}$ ,  $\dot{\Psi}$ ,  $\dot{I}$ 로 대체하고 표본의 개수로  $n$  대신  $n+m$ 을 사용한다면, GE 크리깅의 모수  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$ 와 초모수  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{\lambda}$ 를 추정해 모형을 생성할 수 있다.

## 2.2 결과 및 고찰

### 2.2.1 공력계수 표본 및 물리적 제약조건

공력계수 데이터는 STAR-CCM+<sup>®</sup>이 이용된 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD)과 국방과학기술원의 풍동시험(Wind Tunnel Test, WTT)으로부터 각각 획득되었다. 자세한 해석 조건 및 풍동시험 조건은 참고문헌 [19]에 나타나있다. 두 공력계수 출력 데이터는 입력변수인 마하수  $M$ , 경사각  $\phi$ , 받음각  $\alpha$ 와 출력변수인 공기역학적 힘 계수  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ 와 모멘트 계수  $C_l$ ,  $C_m$ ,  $C_n$ 으로 구성되어 있다. 이러한 6자유도의 공력계수 중, 획득한 데이터의 입력 범위 내에서 기하학적 특성으로 인한 물리적 제약조건이 존재하는 공력계수  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $C_m$ 만을 본 논문에서 다루기로 한다. 입력변수 및 출력변수의 정의는 Fig. 1에 나타내었다.

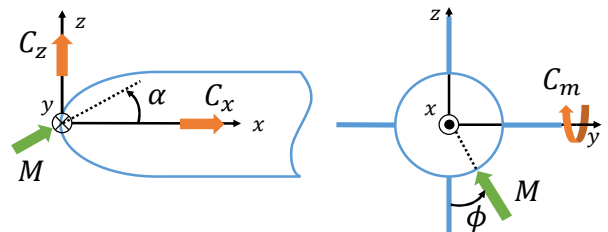


Fig. 1. Three input variables and three aerodynamic coefficients

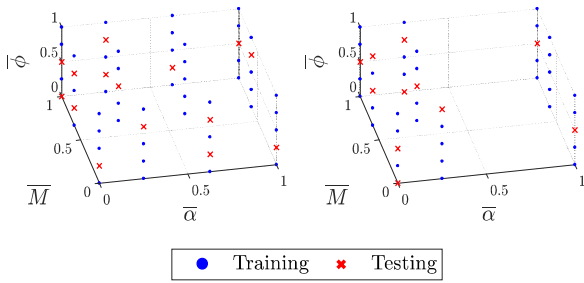


Fig. 2. Three-dimensional scatter plot of CFD (left) and WTT (right) input samples

본 연구에서는 예측 모형 생성을 위해 각각의 출력 데이터에서 부분집합 표본추출(Subset Sampling)로 총 표본의 75%를 훈련 표본(Training Sample)으로 추출하였다. 나머지 25%는 모형 검증을 위한 시험 표본(Testing Sample)으로 사용하였다. 결과적으로 전산유체역학과 풍동시험 공력계수 예측 모형은 각각 45개, 34개의 훈련 표본으로 생성되었으며 15개와 11개의 시험 표본으로 검증되었다. 전체 표본의 입력변수 간격, 훈련 표본 및 시험 표본의 분포는 각 입력변수를 0에서 1 범위로 정규화하여 Fig. 2에 나타내었으며, 여기서 상선(Overline) 기호는 정규화된 것을 의미한다.

공력 데이터 획득에 사용된 유도무기는 꼬리 안정판이 네 개이다. 꼬리 안정판이 네 개인 유도무기는 90° 회전에 대하여 주기성을 가진다. 따라서 동체 방향 힘과 관련된 공력계수인  $C_x$ 는  $\phi = [-45^\circ, 45^\circ]$ 의 형상이 반복되는 주기 함수의 특성을 가진다. 이와 더불어, 유도무기는  $\phi = 0^\circ$ 를 기준으로 기하학적 대칭성을 띠므로  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_x$ 는  $\phi = 0^\circ$ 를 중심으로 대칭이 된다. 즉,  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_x$ 는  $\phi = 0^\circ$ 가 중심인 우함수이다. 유도무기는 xz평면에서도  $\alpha = 0^\circ$ 에 대해 기하학적으로 대칭적이다. 그러므로  $C_x$ 는 xz평면에서  $\alpha = 0^\circ$ 에 대해 대칭성을 가지게 된다.

Table 1. Gradient information for GE Kriging models

Aerodynamic coefficients	Gradient constraints (after normalization)	Number of gradient samples	
		CFD	WTT
$C_z, C_m$	$\phi = 0^\circ$ ( $\bar{\phi} = 0.5$ )	12	9
$C_x$	$\phi = 0^\circ, \pm 45^\circ$ ( $\bar{\phi} = 0.5, 0, 1$ )	36	27
	$\alpha = 0^\circ$ ( $\bar{\alpha} = 0$ )	15	15

상기한 기하학적 특성으로부터 물리적 구배 조건을 유추할 수 있다. 우선 공력계수가 입력변수에 대해 미분 가능한 함수 형태를 띤다고 가정한다. 그러면 우함수인  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_x$ 는  $\phi = 0^\circ$ 에서  $\phi$ 에 대한 구배가 0이어야 한다. 여기에 추가로  $C_x$ 는  $\phi = [-45^\circ, 45^\circ]$ 가 주기인 함수이므로  $\phi = \pm 45^\circ$ 에서도  $\phi$ 에 대한 구배가 0이어야 한다. 마지막으로  $\alpha = 0^\circ$ 에서  $\alpha$ 에 대한  $C_x$ 의 구배가 0이어야만 대칭성과 미분가능성을 모두 만족할 수 있다. Fig. 2의 전산유체역학과 풍동시험 출력 데이터에서 구배 조건이 부가되는 표본의 개수를 Table 1에 정리하였다.

## 2.2.2 공력계수 모형 생성 및 비교 방법

본 연구에서는 i) 전산유체역학 훈련 표본 45개로 생성한 정규 크리깅 모형(이하 CFD 크리깅 모형)과 ii) 구배 조건이 부가된 크리깅 모형(이하 CFD GE 크리깅 모형)을 생성하였다. 그 후, CFD 크리깅과 CFD GE 크리깅 모형의 예측 정확도와 Table 1에 제시된 구배 조건의 만족 여부를 비교하였다. 이와 동일한 절차를 iii) 풍동시험 훈련 표본 34개가 이용된 정규 크리깅 모형(이하 WTT 크리깅 모형)과 iv) 구배 조건이 부가된 크리깅 모형(이하 WTT GE 크리깅 모형)에도 진행하였다. 그리고서 전산유체역학과 풍동시험 데이터에 대한 GE 크리깅의 효용성을 살펴 보았다.

정규 크리깅 모형과 GE 크리깅 모형을 비교하기 위한 첫 번째 척도인 예측 정확도 정량화를 위해 훈련 표본과 시험 표본에 대한 수치적 검증 결과가 이용되었다. 수치적 검증에는 결정계수(Coefficient of Determination), 평균 상대 절대 오차(Mean Absolute Relative Error), 최대 상대 절대 오차(Maximum Absolute Relative Error)가 포함되며 각각 식 (13)-(15)로 계산된다.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2}, \quad (13)$$

$$\text{MARE} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |(y_i - \hat{y}_i)/y_i|, \quad (14)$$

$$\text{maxARE} = \max_{1 \leq i \leq k} |(y_i - \hat{y}_i)/y_i|. \quad (15)$$

식 (13)-(15)에서  $y$ 는 표본 값,  $\hat{y}$ 는 모형 예측값,  $\bar{y}$ 는 표본 값의 평균이다. 결정계수는 모형의 전반적인 정확도를 수치적으로 나타낸 척도로 1에 가까울수록 모형이 표본을 잘 따르고 있다고 볼 수 있다. 평균 상대 절대 오차는 0에 근접할수록 표본 값과 모형 예측값의 전반적인 오차가 작은 것이다. 최대 상대 절대

오차는 평균 상대 절대 오차와 유사하지만, 모형의 전반적인 오차가 아닌 국부적인 오차를 나타낸다. 예측 모형 비교를 위한 두 번째 척도인 구배 만족 여부는 미소간격이  $10^{-4}$ 인 2차 정확도 중앙차분법으로 산출하여 판단하며, 공력계수 데이터 범위의 한계로 인해 중앙차분법을 적용하지 못하는 경우 1차 정확도 전진 또는 후진차분법을 사용한다. 즉, 현재 보유 중인 공력계수 데이터의 입력 범위는  $-45^\circ \leq \phi \leq 45^\circ$ 와  $\alpha \geq 0^\circ$ 이므로  $\phi = 0^\circ$ 에 대해선 중앙차분법,  $\phi = -45^\circ$ 와  $\alpha = 0^\circ$ 에 대해선 전진차분법,  $\phi = 45^\circ$ 에 대해선 후진차분법을 적용한다.

공력계수 모형화 과정에는 참고문헌 [1]에서 기술된 알고리즘이 이용되었으며, 이를 바탕으로 유도무기 공력계수 모형화에 적합하도록 직접 개발한 매트랩 코드로서 모형화 과정이 수행되었다. 공력계수 모형화와 예측은 Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v3 @ 2.4 GHz, 32 GB RAM, 8 cores 환경에서 진행되었다. 초모수를 위한 최적화 방식으로는 입자 군 최적화(Particle Swarm Optimization, PSO)와 순차적 2차 계획법(Sequential Quadratic Programming, SQP)이 함께 사용된 하이브리드 방식을 채용하였다. 덧붙여, 본 논문에서는 군사 보안 문제로 유도무기의 명칭은 명시하지 않았으며, 모든 공력계수 예측 그래프는 변수의 최솟값을 0, 최댓값을 1로 정규화하여 나타내었다.

### 2.2.3 시험 함수

공력계수 예측 모형을 만들기 앞서, 시험 함수를 통해 크리깅 모형에 대한 구배 보강의 유효성을 점검해보았다. 사용된 시험 함수는 입력변수  $(x_1, x_2) \in [1, 8]^2$ 에 대해 식 (16)과 같으며, 구배는 편미분을 통해 식 (17)로 얻어진다.

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2), \quad (16)$$

$$\nabla y = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(x_2) \\ x_1 \cos(x_2) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

예측 모형을 생성하기 전에 입력 범위에서 훈련 표본과 구배 표본 각 10개를 라틴 하이퍼큐브 표본 추출법(Latin Hypercube Sampling)에 따라 조성하였다. 이 표본들에 구배 비교를 위한 지점  $(x_1, x_2) = (4.5, 7.5)$ 의 표본을 추가하였다. 즉, 훈련 표본 11개로 정규 크리깅 모형, 훈련 표본 11개와 구배 표본 11개로 GE 크리깅 모형을 각각 생성하였다.

Figure 3은 시험 함수 값  $y$ 와 크리깅 모형 예측값  $\hat{y}$ 의 절대상대오차  $|(y - \hat{y})/y| \times 100\%$ 를 상용로그 축척의 등고선으로 나타낸 것이다. 범례에서 볼 수 있듯이 파란색에서 노란색으로 갈수록 절대상대오차가

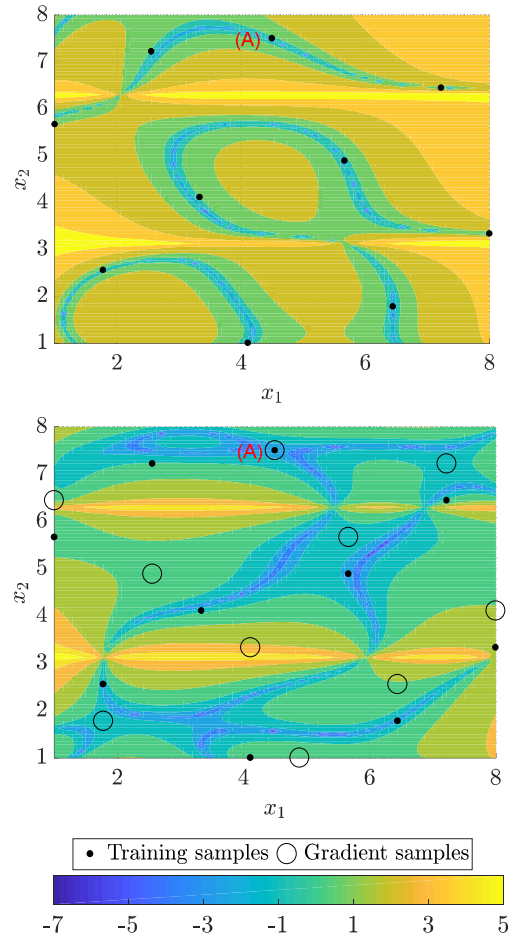


Fig. 3. Differences between the exact and estimated values (base-10 logarithmic scale) of ordinary Kriging and GE Kriging models

큰 것을 나타낸다. Fig. 3의 상하 그래프는 각각 정규 크리깅과 GE 크리깅으로 예측 모형을 생성했을 때의 결과이다. 먼저 정규 크리깅의 결과를 보면 대부분의 영역이 오차가 100% 이상으로, 노란색에 가까운 색을 띠었다. 이에 반해 GE 크리깅 결과를 보면 구배 표본 덕분에 오차가 현저히 줄어들어 파란색에 가까운 영역이 증가하였다. 즉, 정규 크리깅보다 GE 크리깅 모형이 시험 함수를 잘 표현한 것을 시각적으로 확인할 수 있다. 마지막으로, 구배 비교를 위해 추가했던 지점 (A)에 대한 구배를 조사하여 부가했던 구배 조건을 만족하는지 점검해보았다. Fig. 4의  $\nabla \hat{y}_0$ 은 점 (A)에서  $x_2$ 에 대한 구배를 정규 크리깅으로 예측한 결과를 나타내며, 이는 0.6531로 실제 값인 1.5599와 차이가 크게 났다. 반면, GE 크리깅으로 예측한 구배  $\nabla \hat{y}_{GE}$ 은 실제 값을 정확히 나타내고 있다. 그러므로 GE 크리깅을 통해 우리가 원하는 지점에 구배 조건을 정확히 부가할 수 있는 것도 확인할 수 있었다.



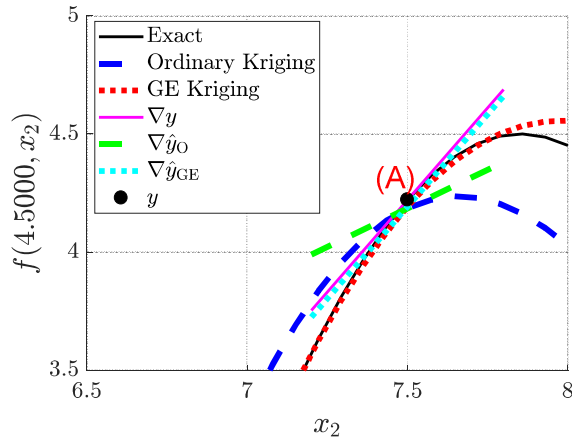


Fig. 4. Comparison of gradients predicted by ordinary Kriging and GE Kriging at the point (A) in Fig. 3

#### 2.2.4 CFD 크리깅 및 CFD GE 크리깅 모형

앞서 GE 크리깅으로 구배 정보를 포함하는 예측 모형을 생성할 수 있으며, 정규 크리깅 대비 예측 정확도도 높일 수 있다는 것을 시험 함수로서 입증하였다. 이번 절에선 CFD 크리깅과 CFD GE 크리깅 모형을 만들어 GE 크리깅이 물리적 구배 조건이 있는 공력계수 예측에도 정규 크리깅 대비 우수한지 조사하여 보았다.

생성된 CFD 크리깅 모형을 훈련 표본과 시험 표본에 대해 수치적으로 검증하였다. 잡음이 없는 전산 유체역학 데이터의 예측 모형 생성에는 보간 크리깅이 이용되었다. 그래서 모든 CFD 크리깅 모형과 CFD GE 크리깅 모형은 훈련 표본 45개에 대해서  $R^2$ 는 1, MARE와 maxARE는 0이었다. 시험 표본 15개로 수치적 검증한 결과는 Table 2에 정리되어 있다. Table 2에서 CFD 크리깅 모형의 검증 결과를 보면,  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형의  $R^2$ 가 0.9999 이상이며 MARE와 maxARE도 0.0064 이하이므로 예측 정확도

Table 2. Numerical validation of the ordinary Kriging and GE Kriging models with CFD testing samples

Model	Aerodynamic coefficient	$R^2$	MARE	maxARE
Ordinary Kriging	$C_z$	1.0000	0.0014	0.0053
	$C_m$	0.9999	0.0032	0.0064
	$C_x$	0.9428	0.0136	0.0490
GE Kriging	$C_z$	0.9996	0.0030	0.0076
	$C_m$	0.9995	0.0034	0.0100
	$C_x$	0.9897	0.0064	0.0181

가 매우 높은 모형을 알 수 있다. 시험 표본에 대한  $C_x$  예측 모형의  $R^2$ 는 0.9428로  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형의 값보다 다소 작았지만 공학적인 측면에서 충분히 수용할 만하다. 또한, MARE와 maxARE 값도 각각 0.0136과 0.0490로 작았다. 이어서 CFD GE 크리깅 모형의 시험 표본에 대한 검증 결과를 Table 2에서 보면, 모든 모형의  $R^2$ 가 0.9897 이상으로 전반적인 예측 정확도는 높았다. 또한, MARE와 maxARE는 0.0181 이하로 국부적인 오차도 작았다. 그러므로 Table 2에 따르면 가우스 과정을 통해 생성된 전산 유체역학 데이터에 대한  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_x$  모형은 예측 정확도가 높다고 판단된다.

두 가우스 과정 모형의 수치적 검증 결과를 토대로 GE 크리깅 모형이 예측 정확도를 높이는 데 효과가 있는지 살펴보았다. 먼저,  $C_z$ 와  $C_m$ 의 경우에 CFD GE 크리깅 모형의 국부적인 오차가 CFD 크리깅 모형의 값보다 컸다. 이로 인해 모형의 전반적인 예측 정확도가 극미량 감소하였다. 이는 2.2.2절에서 GE 크리깅 덕분에 예측 정확도가 대폭 향상됐다는 결과와 대비되는데, 그 이유는 다음과 같다. 시험 함수 예측 모형에선 구배 표본을 입력변수의 전 영역에 대해 골고루 생성하였었다. 하지만  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형에선  $\phi = 0^\circ$ 를 가지는 표본에만 구배 조건을 주었다. 이로 인해 0과 떨어진 표본에 대해선 오히려 예측 오차가 증가한 것으로 추정된다. 이와는 반대로,  $C_z$ 와  $C_m$ 에 비해 비교적 구배 조건이 골고루 부가된  $C_x$ 의 GE 크리깅 모형은 정규 크리깅 모형에 비해 국부적인 오차가 줄어들었으며 전반적인 예측 정확도도 개선된 것을 볼 수 있다.

다음으로 CFD GE 크리깅 모형을 이용하여 Table 1의 구배 표본과 입력 범위 내의 임의표본(Random Sample) 10개에 대한 구배를 도출한 후 CFD 크리깅 모형에서의 구배와 비교하였다. 먼저 모형 생성에 사용된 Table 1의 표본에 대한 구배 비교 결과는 Fig. 5에서 볼 수 있다. Fig. 5의 가로축은 구배 표본의 순서이며, 세로축은 구배의 절댓값을 상용로그로 나타낸 것이다. Fig. 5에서  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형에 대한 구배의 최댓값을 보면, 구배를 부가하기 전에는  $1.5187 \times 10^{-3}$ 이었지만 부가 후에는  $4.2633 \times 10^{-10}$ 으로 매우 근사해졌다. 마찬가지로  $C_x$ 의 CFD 크리깅 모형은 구배 표본에 대해서 최대 구배가  $1.5029 \times 10^1$ 으로 매우 컸었지만, CFD GE 크리깅 모형에선  $1.6165 \times 10^{-8}$ 인 것을 알 수 있다. 다음으로 입력 범위 내의 임의의 표본 10개에 대해서 구배를 예측한 결과는 Fig. 6에서 볼 수 있다. Fig. 6을 보면 구배 정보를 직접적으로 부가하지 않은 입력에 대해서도 구배 보강의 효과가 나타났다. 따라서 물리적 구배 조건을 가지는 공력계수 예측 모형 생성에 있어서 불연속적인 구배 정보를 모형 생성에 이용하는 GE 크리깅이 유효하다고 판단된다.

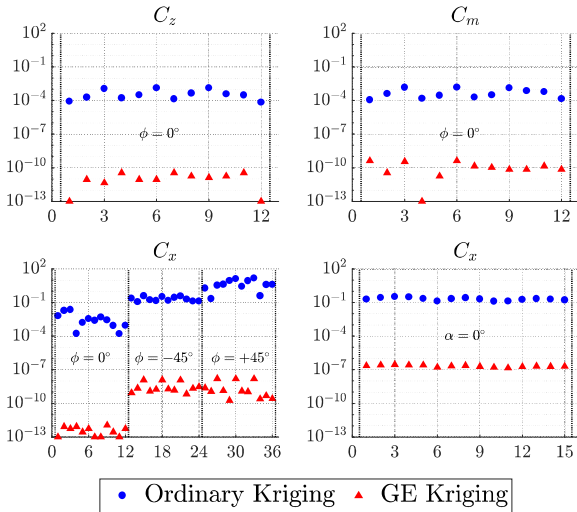


Fig. 5. The Absolute values of gradients estimated by CFD Gaussian process models with the samples in Table 1

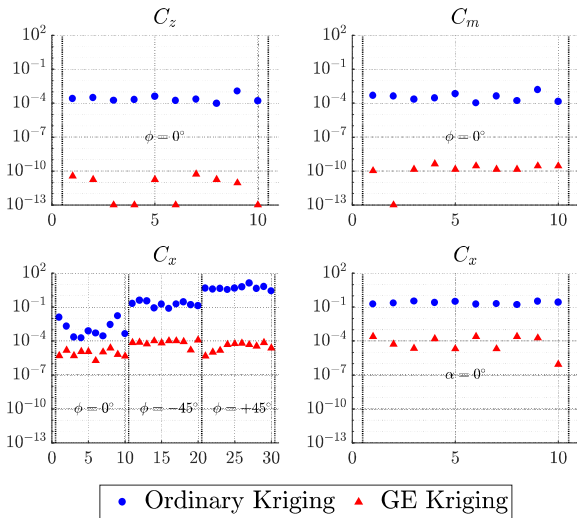


Fig. 6. The Absolute values of gradients estimated by CFD Gaussian process models with random samples

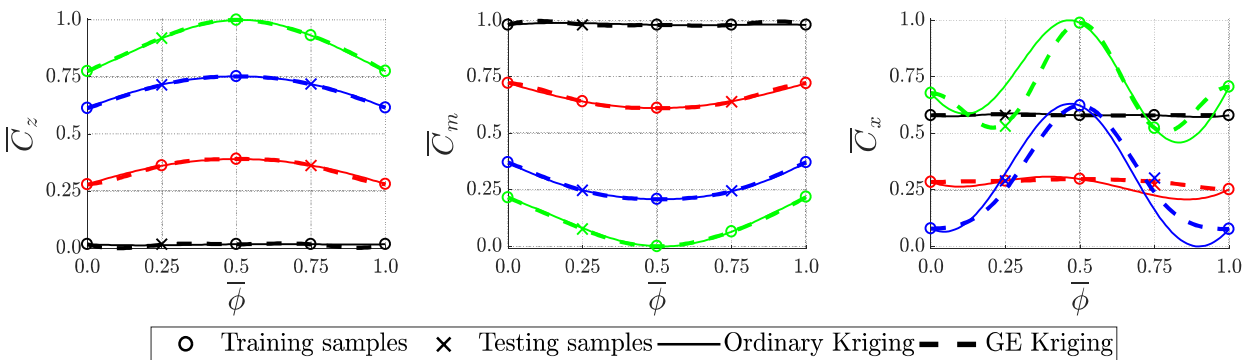


Fig. 7. Aerodynamic coefficients estimated by CFD Gaussian models for the changes of a bank angle

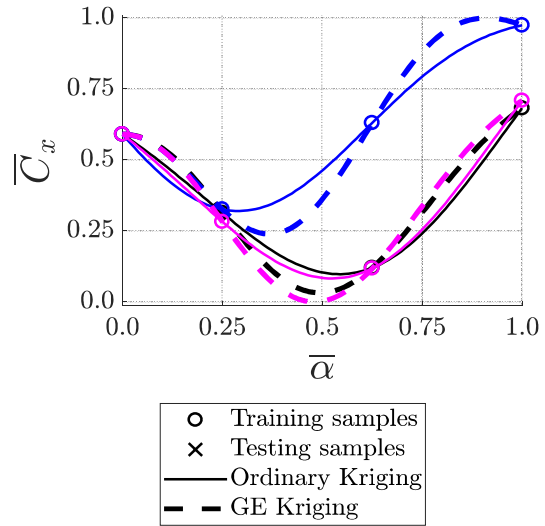


Fig. 8. Aerodynamic coefficients estimated by CFD Gaussian process models for the changes of an angle of attack

마지막으로 물리적 구배 조건 유무에 따른 예측 모형 경향성 변화를 정성적으로 살펴보았다. 이를 위해, 마하수를 특정한 값으로 고정한 후 경사각 변화에 따른  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_x$  예측 결과를 Fig. 7, 받음각 변화에 따른  $C_x$  예측 결과를 Fig. 8에 나타냈다. 2.2.2 절에서 설명했듯이, 상선은 정규화된 변수를 의미한다. CFD 크리깅과 CFD GE 크리깅 모형으로 예측한 공력계수를 용이하게 비교하기 위해 2-D 그래프를 사용하였으며, 구배 보강 전후의 결과를 각각 실선과 점선으로 표현하여 함께 나타내었다. Fig. 7과 Fig. 8에서 색깔은 각각 상이한 받음각과 경사각을 의미한다. Fig. 5에서도 확인할 수 있었듯이,  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형은 구배 보강을 하지 않더라도 평균적으로  $10^{-4}$  단위의 구배를 가지고 있었다. 그래서 Fig. 7을 보면 CFD 크리깅과 CFD GE 크리깅 모형의 차이를 시각적으로 구분할 수 없다. 반면에 Figs. 7, 8의  $C_x$  예측 결과를 보면, CFD GE 크리깅 모형에서  $\bar{\phi} = 0, 0.5, 1$ ,

그리고  $\bar{\alpha} = 0$ 에서의 구배가 0이 된 것을 확연히 볼 수 있다. 추가로, CFD 크리깅 모형 대비 CFD GE 크리깅 모형의 굴곡이 심화된 것을 볼 수 있다. 이것은 구배 조건으로 인해 생긴  $\bar{\alpha} = 0$ 에서의 굴곡이 모형 전반에 파급된 것으로 보인다.

2.2.5 WTT 크리깅 및 WTT GE 크리깅 모형

풍동시험 데이터를 사용하여 전산유체역학 데이터 예측 모형 생성과 동일한 절차를 진행하였다. 풍동시험 데이터 예측 모형은 잡음을 고려하기 위해 회귀 크리깅으로 생성되었다. 생성된 모형은 훈련 표본 34개에 대해서  $R^2$ 가 0.9983 이상, MARE와 maxARE가 0.0405 이하로 표본에 알맞게 생성된 모형이었다. 시험 표본 11개에 대한 수치적 검증결과는 Table 3에 요약하였다. Table 3에서  $R^2$ 를 보면, 모든 모형은 전반적으로 높은 예측 정확도를 가진다. 단,  $C_x$  크리깅 모형의 maxARE가 0.1229로 다소 높은 것을 볼 때 큰 오차를 가지는 영역이 있다는 것을 알 수 있다.

Table 3의 수치적 검증 결과를 참고하여 WTT 크리깅 모형과 WTT GE 크리깅 모형의 예측 정확도를 비교해보았다. 이전 문단에서 언급했듯이,  $C_x$  크리깅 모형의 maxARE는 0.1229로서 국부적으로 큰 오차를 가지는 영역이 있었다. 반면,  $C_x$ 에 대한 GE 크리깅 모형의 maxARE는 0.0501로서 국부적인 오차의 최댓값이 크리깅 모형에 비해 절반 이상 감소하였다. 하지만 maxARE가 감소했음에도  $R^2$  값은 크게 증가하지 않았다. 또한,  $C_m$ 과  $C_x$ 에 대해 GE 크리깅 모형이 더 큰 MARE를 가진 것으로 볼 때, 평균적인 예측 오차는 증가한 것을 알 수 있다. 이것은 WTT 크리깅 모형이 이미 높은 예측 정확도를 가지고 있었기 때문에, 물리적 구배 조건을 부가하더라도 정확도 향상 효과가 미미했거나 없었던 것으로 판단된다.

Table 3. Numerical validation of ordinary Kriging and GE Kriging models with WTT testing samples

Model	Aerodynamic coefficient	$R^2$	MARE	maxARE
Ordinary Kriging	$C_z$	0.9963	0.0310	0.0540
	$C_m$	0.9970	0.0284	0.0474
	$C_x$	0.9717	0.0220	0.1229
GE Kriging	$C_z$	0.9980	0.0278	0.0564
	$C_m$	0.9980	0.0281	0.0519
	$C_x$	0.9727	0.0233	0.0501

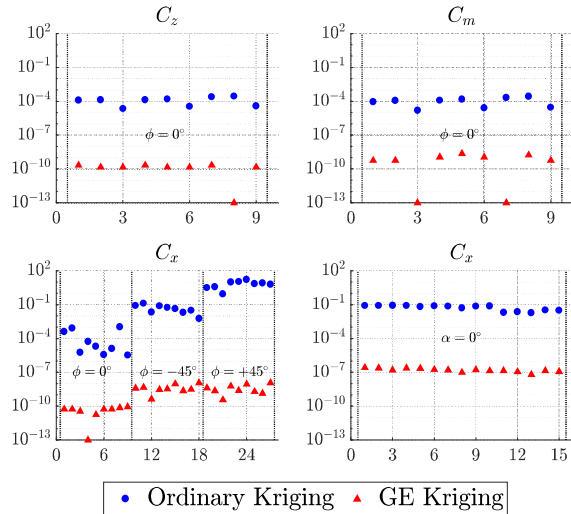


Fig. 9. The Absolute values of gradients estimated by WTT Gaussian process models with the samples in Table 1

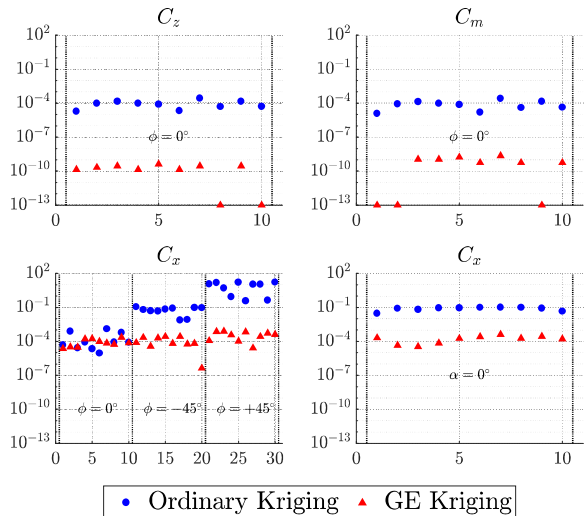


Fig. 10. The Absolute values of gradients estimated by WTT Gaussian process models with random samples

다음으로 WTT 크리깅과 WTT GE 크리깅 모형을 이용하여 Table 1의 구배 표본에 대한 구배를 Fig. 9, 입력 범위 내의 임의표본 10개에 대한 구배를 Fig. 10에 나타내었다. Figs. 9, 10의 형식은 Figs. 5, 6과 동일하다. Fig. 9를 보면, 구배 보강을 함으로써 구배 표본에 대한 구배를 0에 근사하게 만들 수 있었다. 하지만 Fig. 10의  $C_x$  모형 결과에서  $\phi = 0^\circ$ 에 대한 구배 예측 결과를 보면, 구배 보강 이후에 오히려 구배가 0과 떨어진 현상이 나타났다. 원인은 구배 표본으로 인해 모형의 굴곡이 심화되었기 때문으로, 이를 해결하기 위해서는  $\phi = 0^\circ$ 에 대한 구배 표본의 추가가 요구된다.



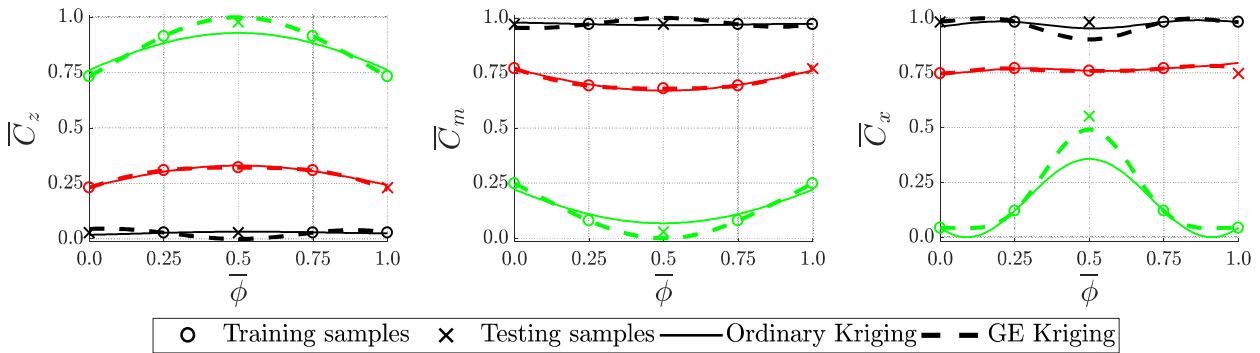


Fig. 11. Aerodynamic coefficients estimated by WTT Gaussian models for the changes of a bank angle

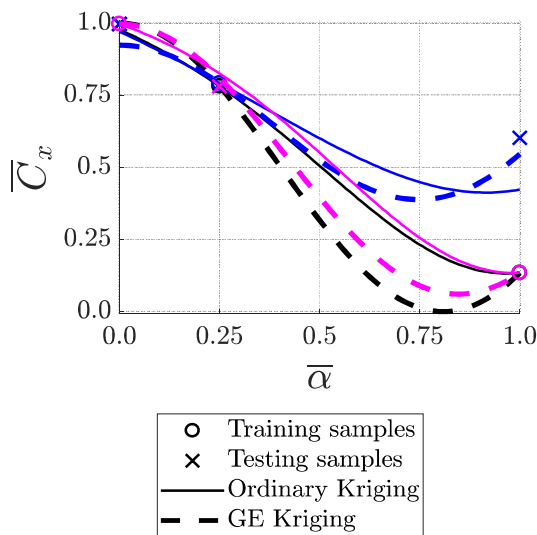


Fig. 12. Aerodynamic coefficients estimated by WTT Gaussian process models for the changes of an angle of attack

마지막으로, WTT 크리깅과 WTT GE 크리깅 모형으로 예측한 입력변수 변화에 대한 공력계수를 Figs. 11, 12와 같이 나타내어 구매 보강의 효과를 정성적으로 확인해보았다. Figs. 11, 12의 형식은 Figs. 7, 8과 동일하다. 결과적으로 Figs. 11, 12를 통해 Table 3에서 논의했던 내용을 시각적으로 확인할 수 있었다. Fig. 11의 검은색 그래프를 보면,  $\bar{\phi}=0.5$ 에서의 시험 표본에 대해서 구매 조건을 부가한 이후에 굴곡이 발생하여 예측 오차가 증가하였다. 반대로,  $C_x$  그래프의  $\bar{\phi}=0.5$ 인 지점을 보면 구매 보강 이후 국부적인 오차가 크게 감소한 것을 볼 수 있다. 또한, Fig. 12의 파란색 선의  $\bar{\alpha}=1.0$ 인 지점을 보면 국부적인 오차가 구매 보강 이후 상당히 줄어들었다.

2.2.6 모형 생성 및 예측 소요시간

앞선 2.2.3절과 2.2.4절에서는 정규 크리깅 대비 GE 크리깅 모형의 정확도를 살펴보았다. 이번 절에 GE 크리깅 모형의 생성 및 실행시간을 정규 크리깅과

Table 4. Model generation(offline) and aerodynamic coefficient prediction (online) time of ordinary Kriging and GE Kriging

Dataset	Model	Offline [s]	Online [ms]
CFD	Ordinary Kriging	2.497	9.907
	GE Kriging	559.7	41.28
WTT	Ordinary Kriging	1.804	5.994
	GE Kriging	283.4	28.35

비교하여 시간 대비 효율성을 검토하였다. 시간은 매트랩의 내장함수인 tic/toc를 사용하여 데이터 입력력 과정을 제외하고 측정되었다. Table 4는 데이터와 모형화 방식별 모형 생성 및 예측 시간을 보여준다. 여기서 예측 시간은 CFD와 WTT의 시험 표본의 개수인 15개와 11개에 대한 공력계수를 예측하는데 소모한 시간을 나타낸다. Table 4를 보면, GE 크리깅 모형화 시간은 정규 크리깅 모형화 시간과 비교하여 CFD 모형은 약 224배, WTT 모형은 약 157배였다. 또한, 시험 표본 예측에도 CFD 모형에선 약 4.17배, WTT 모형에선 4.73배 더 걸렸다. 가우스 과정의 경우, 표본의 개수가 증가할수록 로그 우도 함수를 최적화하는데 소요되는 시간이 급증한다. 또한, 생성된 모형으로써 출력을 예측하는 행렬 연산 과정에서의 시간도 증가한다. GE 크리깅의 경우, 정규 크리깅의 훈련 표본에 Table 1에 나타나있는 구매 표본이 최소 9개에서 최대 51개까지 추가되었다. 이것이 GE 크리깅의 모형 생성과 예측에 소요된 시간이 정규 크리깅에 비해 상당히 큰 원인이다.

결과적으로 기하학적 특성으로부터 물리적 구매 정보를 무상으로 얻었다더라도, 이를 포함한 모형 생성에 상당한 시간이 추가로 요구되었다. 그렇지만, 모형 생성 과정은 공력계수 예측 이전에 단 한번만 수

행되므로 공력계수 예측에는 장애가 되지 않는다. 또한, 이렇게 생성된 GE 크리깅 모형의 공력계수 예측 시간이 정규 크리깅 모형의 예측 소요시간보다 상대적으로는 클지라도, 절대적으로는 모두 0.05초 이하로 실시간 예측이 가능하였다.

본 연구가 제안한 방식에서는 기하학적 특성으로부터 유도된 물리 정보를 활용했다. 이 덕분에 데이터의 연속성을 보장하므로 입력 범위의 일부에 대한 데이터만으로도 전 범위에 대한 공력계수 모형을 생성할 수 있다. 또한, 데이터에 기하학적 특성에 따른 구배 정보를 반영할 필요가 있는 경우, 후처리(Post-processing)의 수고와 노력을 줄일 수 있다. 따라서 공력계수 데이터 획득과 후처리 소요시간을 고려한다면, 본 연구가 제안한 방식은 시간 대비 효용이 있을 것이라 판단된다.

### III. 결 론

본 연구에서는 공력계수 표본과 함께 유도무기의 기하학적 특성으로부터 유도된 구배 정보를 이용하여 가우스 과정 모형을 수행하였다. 구배 정보 유무에 따라 생성된 정규 크리깅과 GE 크리깅 모형을 비교하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

- i) GE 크리깅으로 임의의 지점에 물리적 구배 조건을 정확히 부가할 수 있었다. 또한, 구배 정보가 충분히 주어진 경우, 구배 조건을 부가하지 않은 지점에 대해서도 구배 보강의 효과를 볼 수 있었다.
- ii) 유도무기의  $C_z$ 와  $C_m$  예측 모형과 같이 물리적 구배 조건이 국부적으로만 부여된 경우 구배 보강으로 예측 모형의 전반적인 정확도를 향상시킬 수 없었다. 반대로,  $C_x$  예측 모형과 같이 전반적으로 구배 조건이 주어진 경우에는 예측 정확도를 향상시킬 수 있었다.
- iii) 부여된 물리적 구배 조건을 맞추기 위해 GE 크리깅 모형의 굴곡은 심화되었다. 이에 따라 예측 모형의 국부적인 오차가 증감하였다.

GE 크리깅으로 구배 조건을 부가할 수 있지만, 구배 정보를 불연속적으로 부가하기 때문에 구배 조건이 전 영역에 대해 연속적으로 만족한다는 것을 보장할 수 없다는 단점이 있다. 본 연구의 공력계수 모형화 방식은 임의의 지점에 구배 정보를 추가할 수 있어, 만약 구배 정보를 계속 추가하여 모형화를 진행한다면 연속적인 구배 정보를 가진 모형에 점진적으로 다가갈 것이다. 하지만, 많은 양의 훈련 표본을 사용하게 되므로 모형 생성에 오랜 시간이 걸린다. 차후 이러한 단점을 해결하기 위해, 물리적 구배를 연속적으로 부가하는 방식을 활용한 대체모형 개발이 요구된다.

### 후 기

본 연구는 2019년도 정부(과학기술정보통신부)와 2016년도 교육부 재원으로 한국연구재단(No. 2019R1A5A6099595)과 기초연구사업(No. 2016R1D1A1B03930126)의 지원을 받아 수행된 연구로, 이에 감사드립니다. 또한 국방과학연구소 지원에 의한 과제(UE171036CD)와 2017년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국산업기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구(N0002431, 2017년 산업전문인력역량강화사업)로, 이에 감사드립니다.

### References

- 1) Forrester, A., Sobester, A., and Keane, A., *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2008, pp. 49~63.
- 2) Forrester, A. I., and Keane, A. J., "Recent Advances in Surrogate-Based Optimization," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 45, No. 1~3, 2009, pp. 50~79.
- 3) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., and Wynn, H. P., "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, 1989, pp. 409~423.
- 4) Myers, D. E., "Co-Kriging—New Developments," *In Geostatistics for Natural Resources Characterization*, Springer, Dordrecht, 1984, pp. 295~305.
- 5) Myers, D. E., "Matrix Formulation of Co-Kriging," *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, Vol. 14, No. 3, 1982, pp. 249~257.
- 6) Chung, H. S., and Alonso, J., "Design of a Low-Boom Supersonic Business Jet Using Cokriging Approximation Models," *In 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, March 2002, pp. 5598-1~21.
- 7) Yamazaki, W., Rumpfkeil, M., and Mavriplis, D., "Design Optimization Utilizing Gradient/Hessian Enhanced Surrogate Model," *In 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, November 2010, pp. 4363-1~23.
- 8) Joseph, V. R., Hung, Y., and Sudjianto, A., "Blind Kriging: A New Method for Developing Metamodels," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 130, No. 3, 2008, pp. 031102-1~8.
- 9) Han, Z. H., and Görtz, S., "Hierarchical Kriging Model for Variable-Fidelity Surrogate Modeling," *AIAA Journal*, Vol. 50, No. 9, 2012, pp.

1885~1896.

10) Ha, H., Oh, S., and Yee, K., "Feasibility Study of Hierarchical Kriging Model in the Design Optimization Process," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 42, No. 2, 2014, pp. 108~118.

11) Han, Z. H., Görtz, S., and Zimmermann, R., "Improving Variable-Fidelity Surrogate Modeling via Gradient-Enhanced Kriging and a Generalized Hybrid Bridge Function," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 25, No. 1, 2013, pp. 177~189.

12) Jo, Y., and Choi, S., "Variable-Fidelity Aerodynamic Design Using Gradient-Enhanced Kriging Surrogate Model with Regression," *In 52nd Aerospace Sciences Meeting*, January 2014, pp. 0900-1~29.

13) Yondo, R., Andres, E., and Valero, E., "A Review on Design of Experiments and Surrogate Models in Aircraft Real-Time and Many-Query Aerodynamic Analyses," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 96, 2018, pp. 23~61.

14) Laurenceau, J., Meaux, M., Montagnac, M., and Sagaut, P., "Comparison of Gradient-Based and Gradient-Enhanced Response-Surface-Based Optimizers," *AIAA Journal*, Vol. 48, No. 5, 2010,

pp. 981~994.

15) Han, Z. H., Zhang, Y., Song, C. X., and Zhang, K. S., "Weighted Gradient-Enhanced Kriging for High-Dimensional Surrogate Modeling and Design Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 12, 2017, pp. 4330~4346.

16) Xuan, Y., Xiang, J., Zhang, W., and Zhang, Y., "Gradient-Based Kriging Approximate Model and Its Application Research to Optimization Design," *Science in China Series E: Technological Sciences*, Vol. 52, No. 4, 2009, pp. 1117~1124.

17) Yamazaki, W., Rumpfkeil, M., and Mavriplis, D., "Design Optimization Utilizing Gradient/Hessian Enhanced Surrogate Model," *In 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, November 2012, pp. 4363-1~23.

18) Dwight, R. P., and Brezillon, J., "Effect of Various Approximations of the Discrete Adjoint on Gradient-Based Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 12, 2006, pp. 3022~3031.

19) Go, B. Y., and Hur, K. H., "A Study on the Effects of Side Jets to the Longitudinal Aerodynamics of Subsonic Missile," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 30, No. 3, 2017, pp. 393~404.