



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 48(5), 323-334(2020)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2020.48.5.323

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

극 초음속 경계층 해석을 위한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델 개선 연구강선오<sup>1</sup>, 오세종<sup>2</sup>, 박동훈<sup>3</sup>A Study on Improvement  $\gamma-Re_{\theta t}$  Model for Hypersonic Boundary Layer AnalysisSunoh Kang<sup>1</sup>, Sejong Oh<sup>2</sup> and Donghun Park<sup>3</sup>

Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

## ABSTRACT

Since boundary layer transition has a significant impact on the aero-thermodynamic performance of hypersonic flight vehicles, capability of accurate prediction of transition location is essential for design and performance analysis. In this study,  $\gamma-Re_{\theta t}$  model is improved to predict transition of hypersonic boundary layers and validated. A coefficient in the production term of the intermittency transport equation that affects the transition onset location is constructed and applied as a function of Mach number, wall temperature, and freestream stagnation temperature based on the similarity numerical solution of compressible boundary layer. To take into account a Mach number dependency of transition onset momentum thickness Reynolds number and transition length, additional correlation equations are determined as function of Mach number and applied to  $Re_{\theta c}$  and  $F_{length}$  correlations of the baseline model. The suggested model is implemented to a commercial CFD code in consideration of practical use. Analysis of hypersonic flat plate and circular cone boundary layers is carried out by using the model for validation purpose. An improvement of prediction capability with respect to variation of Mach number and unit Reynolds number is identified from the comparison with experimental data.

## 초 록

경계층 천이는 극초음속 비행체의 열공력 성능에 직접적인 영향을 미치기 때문에, 성능 해석과 설계를 위해 천이지점의 정확한 예측 능력이 필수적으로 요구된다. 본 연구에서는 극초음속 경계층 천이 예측을 위한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델을 개선하고 검증하였다. 천이 시작 위치 결정에 영향을 주는 간헐도 수송방정식 생성항의 계수를 압축성 경계층 상사해를 기반으로 마하수와 벽면온도, 자유류 정체온도 등에 대한 함수 형태로 구성하고 적용하였다. 기본 모델의  $Re_{\theta c}$ 와  $F_{length}$  상관관계식에 마하수에 따른 천이 시작 운동량두께 레이놀즈수와 천이구간의 길이 변화를 반영할 수 있도록 마하수에 대한 관계식을 추가로 결정하여 적용하였다. 실용적인 사용을 고려하여 제안 모델을 상용 CFD 코드에 적용하였으며, 검증을 위해 모델을 사용하여 극초음속 평판과 원뿔 경계층 해석을 수행하였다. 실험 결과와의 비교를 통해 마하수와 단위 레이놀즈수 변화에 대한 개선된 예측성능을 확인하였다.

**Key Words** : Hypersonic Flow(극초음속 유동), Turbulence Model(난류 모델), CFD(전산유체역학), RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes), Boundary Layer(경계층), Transition(천이)

† Received : December 17, 2019    Revised : March 30, 2020    Accepted : April 10, 2020

<sup>1</sup> Graduate student, <sup>2</sup> Professor, <sup>3</sup> Assistant Professor

<sup>3</sup> Corresponding author, E-mail : parkdh@pusan.ac.kr

© 2020 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

## 1. 서 론

최근 미국, 러시아, 중국을 비롯한 주요 선진국들을 중심으로 극초음속 비행체 개발과 관련 기술 연구가 활발하게 진행되고 있다[1]. 또한, 국내에서도 스크램제트 추진 비행체 및 극초음속 발사체에 대한 기초기술 연구와 개발이 증가하고 있다. 극초음속 비행체의 설계 및 개발에서는 열 공력성능의 해석 및 예측기술이 매우 중요한 요소로 요구된다. 열 공력성능을 적절하게 예측하지 못한다면, 임무 성능 저하뿐 아니라 국부적 열 하중에 의한 심각한 손상으로 인해 임무 실패로 이어질 수도 있다. 표면마찰 항력과 열전달 특성은 층류와 난류 경계층 영역에서 크게 달라지며, 특히 고 마하수 조건의 경우 천이 영역에서 가장 높은 마찰 및 열전달 계수를 가진다. 스크램제트 비행체 공기 흡입구의 경우 경계층(층류/난류) 상태가 전체 유동 구조 결정에 영향을 미칠 수 있고, 유동구조에 따라 공기 흡입성능이 크게 좌우될 수 있다[2]. 따라서, 신뢰성 높은 초고속 비행체 성능 해석과 분석을 위해서는 천이 현상에 대한 물리적인 이해와 이에 기반한 예측 능력의 중요성이 강조된다. 미국의 경우 극초음속 경계층 천이 현상에 대한 물리적인 이해와 예측 기법 개선을 위해 HIFiRE-1[3,4], HIFiRE-5[5,6], BOLT[7,8] 등의 연구 프로그램들을 지속적으로 수행하거나 추진하고 있다.

컴퓨팅 자원의 발달에 따라 비행체 열공력 성능 해석과 분석에 있어 CFD(Computational Fluid Dynamics)의 활용도와 의존성이 증가하고 있으며, 풍동 시험 대비 저비용으로 다양한 형상과 유동 조건에 유연하게 대응 가능하다는 장점이 있다[9]. 공학적 활용 측면에서는 소요 시간과 자원을 고려하여 eddy viscosity를 모델링하는 RANS(Reynolds Averaged Navier - Stokes) 해석이 현실적인 방법으로 보편화되고 있다. 하지만, 결과가 모델 의존성을 가지기 때문에, 사용하는 모델이 대상 유동의 물리현상을 적절하게 반영할 수 있어야 해석결과의 신뢰성이 보장된다. 앞서 언급하였듯이 고속 비행체 설계/개발 시 정확한 천이 지점 예측이 중요하지만, 극초음속 유동에 대한 RANS 모델의 천이 예측 정확도는 아직은 낮은 수준에 머물러 있다.

설계 초기 단계에서 실용적으로 활용 가능한 천이 지점 예측 기법으로는 안정성 이론에 기반한 반경험적(semi-empirical) 방법인  $e^N$ -method[10,11]가 잘 알려져 있다. 하지만 이 방법은 선형 안정성 이론(Linear Stability Theory, LST)[12]이나 포물형 안정성 방정식(Parabolized Stability Equations, PSE)[13] 등의 안정성 해석이 요구되며 복잡한 형상에 대한 적용이 제한적이다. 최근에는 직접 수치 모사(Direct Numerical Simulation, DNS)[14,15] 또는 대와류 모사(large eddy simulation, LES)[16] 등을 이용하여 천이 과정을 모사

하고 분석하는 연구가 증가하고 있다. 하지만 천이는 본질적으로 초기 조건 문제이므로 부과되는 교란의 특성에 따라 천이 유형과 발생 위치가 달라질 뿐 아니라, 매우 작은 수치 오차 또는 수치 소산 등도 해석 결과에 영향을 준다. 무엇보다 이러한 방법은 많은 컴퓨팅 자원을 요구하기 때문에 실용적인 천이 유동 해석에 활용하기에는 한계가 있다. 따라서 실용적 관점에서 천이 예측에 대한 RANS 모델의 예측 성능과 신뢰도 개선은 매우 유용하다고 할 수 있다.

천이 예측이 가능한 대표적인 RANS 모델로는 Menter와 Langtry가 제안한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델이 있다[17-19]. 이 모델은  $k-w$  SST 모델[20]에 난류 간헐도(intermittency,  $\gamma$ )와 천이 시작 위치 운동량 두께 레이놀즈수(transition onset momentum thickness Reynolds number,  $Re_{\theta t}$ )에 대한 수송방정식을 추가하고, 실험 데이터와의 상관관계로 획득된 천이 시작 지점 및 천이 구간 결정 파라미터들을 사용하여 천이를 예측한다. 이 모델은 Tollmien-Schlichting (T-S) 불안정성[11]이 천이의 주요 발생 원인이 되는 2차원 아음속 유동 실험 데이터들에 기반 하므로, 유사한 조건의 유동에 대해서는 우수한 예측 능력을 제공한다. 하지만 극초음속 유동이나 강한 crossflow를 동반하는 3차원 유동의 경우 물리적인 천이 유발 원인이 각각 다르기 때문에[21,22], 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델의 예측성능이 크게 저하된다. 다른 메커니즘에 의해 발생하는 천이의 예측성을 개선하기 위해서는 해당 천이 실험 데이터들을 사용하여 별도의 상관관계를 추가로 적용[23]하거나 안정성 이론 연구 등으로부터 알려진 불안정성의 물리적 특성을 모델에 직접 반영시키는 방법 등을 고려할 수 있다[24,25].

극초음속 경계층에 대한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델의 천이 예측 성능 개선을 위해 Zhang 등[26,27]은 마하수에 따라  $Re_{\theta t}$  변화를 반영하고, 변화한  $Re_{\theta t}$ 에 대응하여 천이 구간의 길이를 결정하도록 상관관계를 개선하였다. Krause 등[28]과 Frauholz 등[29]은 자유류 난류 강도에 따라 천이 시작 위치와 천이 구간의 변화를 반영하는 상관관계 식을 제안하였다. Shin[30]은 Zhang 등[26,27]이 제안한  $Re_{\theta t}$ 의 상관관계와 Frauholz 등[29]의 천이 구간 길이에 대한 상관관계를 적용하고, Krause 등[28]의 임계 레이놀즈수( $Re_{\theta c}$ ) 상관관계식을 박리 발생 시의 간헐도( $\gamma_{sep}$ ) 결정에 적용함으로써 박리 발생 이후의 천이 예측성을 개선하는 연구를 진행하였다. Kovalev 등[31], Hao 등[32]과 Wang 등[33]은 천이 시작 위치 결정에 영향을 주는  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$  관계를 상수값이 아닌 함수 형태로 제안하여 천이 시작 위치 예측을 개선하고자 하였다. Kovalev 등[31]은  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$ 를 shape factor와 마하수의 함수로, Hao 등[32]은 마하수와 레이놀즈수의 함수로 표현하였다. 또한, Wang 등[33]은  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$ 를 압축성 경계층의

수치해를 이용하여 자유류 온도, 마하수 그리고 벽면 온도에 대한 함수로 제안하였다. 이외에도  $Re_{\theta t}$ 에 대한 수송방정식을 사용하지 않고 압력 구배 인자를 사용하여 단순화한 모델을 제안한 Chenchao와 Weifang [34]의 연구, 3차원 극초음속 경계층 천이 예측 개선을 위한 모델 개선 연구[25,35] 등 다양한 연구들이 활발하게 이루어지고 있다.

본 연구진은 다양한 고속 비행체의 열공력 성능 해석 및 분석에 활용하기 위한 강건하고 신뢰도 높은 해석 능력을 확보하기 위하여, 극초음속 유동 해석에 대한 RANS 모델의 천이 예측 성능을 개선하고 이를 상용 CFD 코드에 적용하는 연구를 수행중이다. 기초 단계로서 본 연구에서는 관련 선행 연구들을 기반으로 2차원 및 축 대칭 극초음속 경계층에 대한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델의 천이 예측 성능을 개선하고자 하였다. 상용코드인 ANSYS Fluent에 UDF(User Defined Function) 기능을 활용하여 개선 모델을 적용하였다. 극초음속 평판 및 원뿔(circular cone) 경계층 문제를 벤치마크 문제로 선정, 해석을 수행하고 가용 가능한 실험 결과와의 비교를 통해 모델의 정확도와 타당성을 평가하였다. 본론에서는 수행된 모델 개선 및 상용코드로의 적용 방법과 내용을 제시하고, 평판과 원뿔 경계층에 대한 적용과 검증 내용을 순서대로 소개한다.

## II. 본 론

### 2.1 $\gamma-Re_{\theta t}$ 모델의 개선

#### 2.1.1 Langtry's $\gamma-Re_{\theta t}$ 기본 모델

$\gamma-Re_{\theta t}$  모델은 난류 간헐도( $\gamma$ ) 수송방정식인 식 (2)와 천이 시작 운동량두께 레이놀즈수( $\tilde{Re}_{\theta t}$ ) 수송방정식인 식 (6)을  $k-w$  SST 모델과 결합하여 총 4개의 수송방정식을 통해 천이를 예측하는 모델이다.

천이 시작 위치를 결정하기 위해 와도(vorticity) 레이놀즈수  $Re_v$ 와 운동량두께 레이놀즈수  $Re_\theta$ 의 비율을 이용하며,  $Re_v$ 와  $Re_\theta$ 의 정의는 다음과 같다[36].

$$Re_v = \frac{\rho y^2}{\mu} S, \quad Re_\theta = \frac{\rho U_\infty \theta}{\mu} \quad (1)$$

Figure 1에 나타난 것과 같이 Blasius 경계층 프로파일의  $Re_v/Re_\theta$  최대값( $Re_{v,Max}/Re_\theta$ )은 2.193임을 알 수 있으며, 이 값은 유동 조건 변화 시 경계층 프로파일 변화와 함께 달라지게 된다.

기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델에서의 관계는 난류 간헐도 수송방정식의 생성항(production term)인 식 (3)에 식 (3-1)의 형태로 적용된다. 이때,  $Re_{\theta c}$ 는 천이 시작 위치를 결정하는 함수이며, 비압축성 평판 경계층에 대한 실험 결과들을 기반으로  $\tilde{Re}_{\theta t}$ 에 관한 함수로 구성된다.

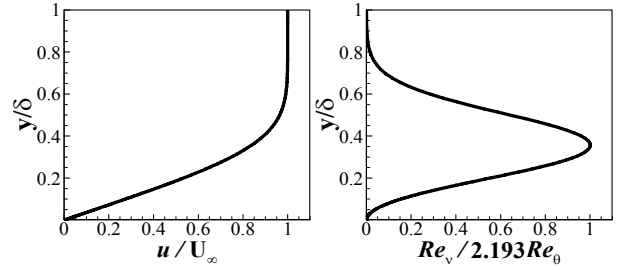


Fig. 1. Velocity profile(left) and  $Re_v/2.193 Re_\theta$ (right) profile for Blasius boundary layer

난류 간헐도( $\gamma$ ) 수송방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{c1} \gamma) \quad (3)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_v}{2.193 \cdot Re_{\theta c}} \quad (3-1)$$

$$F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0) \quad (3-2)$$

$$F_{onset3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right) \quad (3-3)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (3-4)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (3-5)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{c1} \gamma - 1) \quad (4)$$

$$F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4} \quad (5)$$

식 (3)의  $F_{length}$ 는 천이 구간의 길이를 조절하는 역할을 하며,  $Re_{\theta c}$ 와 마찬가지로 비압축성 평판 경계층 실험 결과들을 기반으로  $\tilde{Re}_{\theta t}$ 에 관한 함수로 구성된다.  $\tilde{Re}_{\theta t}$  수송방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \tilde{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (7)$$

$\tilde{Re}_{\theta t}$  수송방정식의 생성항인 식 (7)에서의  $Re_{\theta t}$ 는 실험 결과기반의 상관관계식이다. 이때,  $\tilde{Re}_{\theta t}$ 는 수송방정식으로부터 계산되는 종속변수이고,  $Re_{\theta t}$ 는 실험 결과기반의 상관관계식이다. 박리영역에 대한 모델링, 모델의 계수와 상관관계식 그리고  $k-w$  SST 모델과의 결합 방법 등의 자세한 사항은 참고문헌 [17-19]을 참조할 수 있다.

2.1.2 압축성 경계층 기반 모델 개선

천이 시작 위치 결정에 영향을 주는  $Re_{v,Max}/Re_\theta$ 는 Blasius 경계층에 대해서는 2.193의 값을 갖지만, 고속유동에서는 마하수와 표면 온도 등 유동 조건에 따라 그 값이 달라진다. 그 예로, Fig. 2에 여러 마하수와 표면 온도 조건의 평판 경계층에 대하여 압축성 경계층 방정식의 수치해로부터 획득한  $Re_{v,Max}/2.193 Re_\theta$  분포를 나타내었다. 마하수와 표면 온도가 증가함에 따라  $Re_{v,Max}/Re_\theta$ 가 증가하는 경향을 확인할 수 있다. 높은 마하수 조건에서는 기본 모델의 식 (3-1)에 적용된 상수 2.193 대신, 유동 조건에 따른  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  값의 변화를 반영 가능한 함수 형태로 대체함으로써 천이 시작 지점의 예측 개선을 기대할 수 있다.

이에 착안하여 Kovalev 등[31]은  $Re_{v,Max}/Re_\theta$ 를 경계층 shape factor와 자유류 마하수( $M_e$ )에 대한 함수 관계로 고려하고, shape factor를 다시 벽면 온도와 전 온도의 비율( $T_w/T_0$ )과  $M_e$ 의 함수로 나타냄으로써, 최종적으로  $T_w/T_0$ 와  $M_e$ 의 함수 형태로 제안하였다. Kovalev 등[31]이 제시한  $Re_{v,Max}/Re_\theta$ 와  $M_e$  및  $T_w/T_0$  간의 상관관계의 특징을 다양한 조건의 압축성 경계층 프로파일을 이용하여 분석하였다. 압축성 평판 경계층의 상사해를 4차 정확도의 경계층 방정식 코드를 사용하여 계산하였으며[37], 해석 조건의 범위는 Table 1에 나타내었다. 100~1600K 범위 내의 주어진 벽면 온도에 대해  $T_w/T_0$  비율에 따라 정체 온도를 결정하고, 정체 온도와 마하수로부터 자유류 온도를 계산하였다. 각 조건에 대한 자유류 온도와 마하수, 벽면 온도를 입력으로 하여 경계층 방정식을 계산하였다.

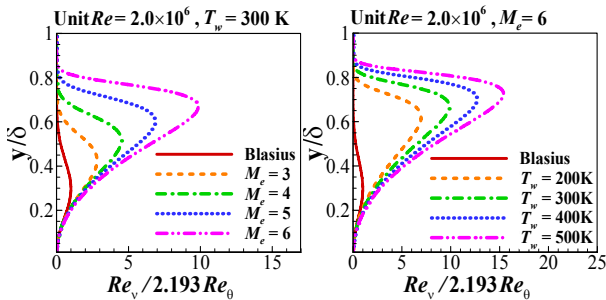


Fig. 2.  $Re_{v,max}/(2.193 Re_\theta)$  Profiles for flat plate boundary layer with respect to edge mach number(left) and wall temperature(right)

Table 1. Flat Plate Calculating Range

	Start	End	Interval
$M_e$	3	10	0.5
$T_w/T_0$	0.05	1.2	0.05
$T_w$ [K]	100	1600	50

Table 1에 제시된 모든 조건들 중, 점성이 Sutherland law와의 오차가 2% 이내이고 thermally perfect gas를 가정할 수 있는 온도 범위[38]인 170~1700K 사이의 온도 조건의 결과만을 선택하여 사용하였다. 이를 통해 Sutherland law와 thermally perfect gas를 기반으로 하는 RANS 해석에 적용 가능한 모델 구성을 고려하였다.

자유류 마하수 3과 6 조건의 결과들을 온도 비율 ( $T_w/T_0$ )에 대한  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  그래프로 Fig. 3에 예로 나타내었다. 동일한 마하수와 온도 비율 조건이라 하더라도  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  값이 일정하지 않고 복수의 값을 가지며 산재함을 알 수 있다. 이는  $Re_{v,Max}/Re_\theta$ 를 마하수와 온도 비율만의 함수로 고려하여 상관관계식을 구성하면, 이 함수로부터 결정되는 값이 표면 온도 변화에 대응하지 못함에 따라 오차 발생이 가능함을 의미한다. 이러한 관찰에 근거하여,  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  값 변화를 유발하는 주요 인자로서 마하수와 온도 비율 외에 표면 온도를 추가로 고려하였다.

$Re_{v,Max}/Re_\theta$ 를  $M_e$ ,  $T_w/T_0$  그리고  $T_w$  총 세 변수에 대한 함수로 가정하고, 함수  $f(M_e, T_w/T_0, T_w)$ 를 결정하기 위하여 경계층 방정식 계산 결과들에 반응표면법(Response Surface Method, RSM)을 적용하였다. RSM은 여러 인자들의 영향으로 인해 나타나는 종속변수의 반응표면을 회귀함수(regression function)로 추정하는 통계적 분석 방법이다. 함수를 세 변수에 대한 3차 다항식으로 설정하고 최소자승법에 기반하여 계수들을 결정하였다. 우선 가능한 모든 조합의 항들을 포함하는 3차 다항식을 고려하여 반응면을 생성하였다. 반응면 기법은 상용 통계 프로그램인 JMP 9.0 [39]을 사용하였으며, 생성된 반응면의  $R^2$ 과 RMSE(Root Mean Square Error) 값은 각각 0.99998, 0.017로 확인되었다. 반응면에 대한 각 항들의 영향 정도를 평가하기 위한 effect test로부터, 제곱 합(sum of squares)이 5 이하인 항들은 영향이 미미한 것으로 판단하여 최종 다항식 구성에서 제외하였다. 이를 통해 전체 19개의 항 중 9개의 항을 제외하고, 총 10개의 항으로 구성된 다항식으로 함수를 고려하

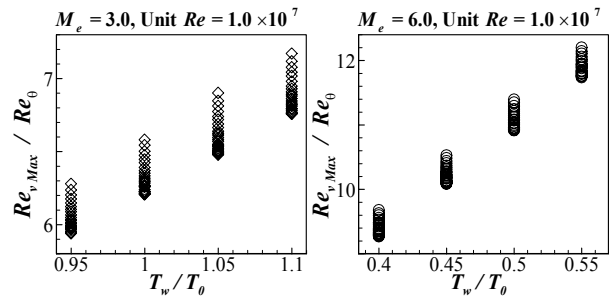


Fig. 3.  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  values with respect to obtained from boundary layer solution for Mach 3(left) and Mach 6(right)

였다. 10개 항으로 구성된 다항식으로 반응면을 재생성하였으며, 결정된 식은 식 (8)에 나타내었다. 반응면의  $R^2$ 와 RSME는 각각 0.99990, 0.046으로, 모든 항을 포함한 경우와 비교하여 충분히 낮은 오차를 가지는 것을 확인하였다.

$$f(M_e, T_w/T_0, T_w) = 0.8807 - 0.20323M_e + 4.265 \times 10^{-4}T_w + 0.3647(T_w/T_0) + 0.092512M_e^2 - 7.684 \times 10^{-5}M_eT_w + 0.17956M_e(T_w/T_0) - 6.05 \times 10^{-4}T_w(T_w/T_0) + 0.9843(T_w/T_0)^2 + 0.4192M_e^2(T_w/T_0) \quad (8)$$

Figure 4(a)는 모델 생성에 사용된 모든 실제(actual) 데이터들과 획득한 반응면인 식 (8)으로부터의 예측값(predicted)을 도시하였다.  $R^2$ 와 RSME 지표로부터 확인할 수 있듯이 데이터들이 그래프의  $y = x$  선도 근처에 집중되어 있으며, 이로부터  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  을 세 독립변수에 대한 함수로 구성하는 방법의 타당성을 확인할 수 있다. Fig. 4(b)는 생성된 반응면 결과의 예로 벽면온도  $300K$  일 때 온도비율과 마하수에 따른  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  값을 보여준다.

획득한 함수식을 바탕으로, 난류 간헐도 수송방정식의 생성항에서 천이 시작 위치를 결정하는 식 (3-1)을 식 (9)와 같이 수정함으로써, 고속 경계층에서의 천이 시작 위치의 예측성을 개선하고자 하였다.

$$F_{onset1} = \frac{Re_v}{f(M_e, T_w/T_0, T_w) \cdot Re_{\theta c}} \quad (9)$$

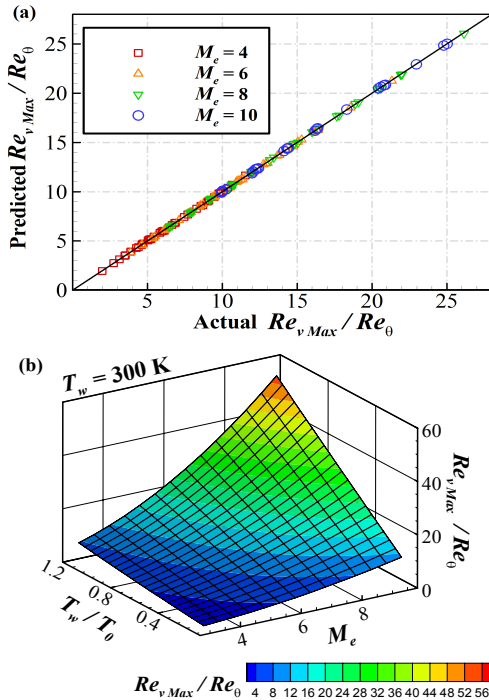


Fig. 4. (a) Actual vs predicted plot for  $Re_{v,Max}/Re_\theta$  and (b) example response surface for  $T_w = 300K$

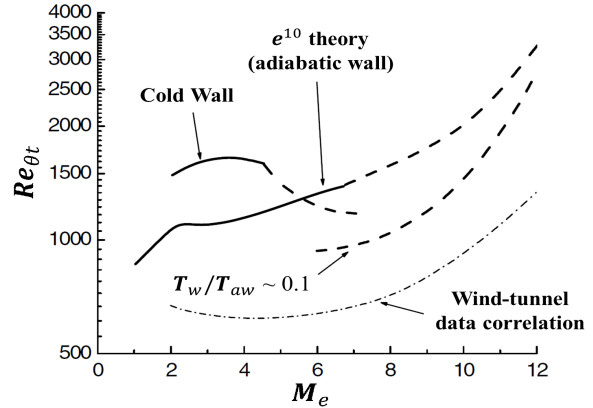


Fig. 5.  $Re_{\theta t}$  vs  $M_e$  on sharp cones [40]

### 2.1.3 천이 운동량두께 레이놀즈수와 마하수

다수의 지상시험 및 비행시험들로부터 축적된 데이터를 통해 고속 경계층의 천이 시작 위치 운동량두께 레이놀즈수( $Re_{\theta t}$ )가 마하수에 높은 의존성을 가지는 것이 잘 알려져 있으며, 이는 Fig. 5와 같은 형태의 전형적인 경향으로 많은 문헌들에서 제시되고 있다. 이런 관찰에 근거하여 Reshotko[40]는  $Re_{\theta t}$ 를 마하수의 함수로 나타내는 것은 합리적이며 타당한 접근이라 주장하였다.

Zhang 등[26,27]은 이러한 효과를  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델에 반영하기 위해  $\widetilde{Re}_{\theta t}$  수송방정식의 생성항을 마하수에 따라 변화하도록 제안하였다. 또한, 제안된  $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 에 대응하는 새로운  $F_{length}$  상관관계 식을 함께 제안하였다. Zhang 등[26,27]의 연구에서 제안된  $F_{length}$ 는 기본 모델의 식 (3-1)에 대응하여 개선되었기 때문에, 본 연구에서는 해당 상관관계를 그대로 사용하지 않고 본 연구에서 제안하는 식 (9)에 대응되는 상관관계를 별도로 고려하였다. 가장 단순한 접근 방법으로, 마하수에 따른  $Re_{\theta t}$ 의 변화를 반영하기 위해 기본 모델의  $Re_{\theta c}$ 와  $F_{length}$  상관관계에 마하수에 대한 함수를 추가로 적용하는 방식을 고려하였다. Langtry 기본 모델의  $Re_{\theta c}$  상관관계식을  $Re_{\theta c, Baseline}$ 으로 표기하고, 추가 함수를  $g(M_e)$ 라 하여, 식 (10)과 같이  $Re_{\theta c}$ 를 구성하였다. 동일한 방법으로  $F_{length}$  또한, 기본 모델의 상관관계 식에 함수  $h(M_e)$ 를 추가하여 식 (11)과 같은 형태로 구성하였다.

$$Re_{\theta c} = Re_{\theta c, Baseline} / g(M_e) \quad (10)$$

$$F_{length} = F_{length, Baseline} / h(M_e) \quad (11)$$

$g(M_e)$ 와  $h(M_e)$ 는 Langtry[17-19]가 평판 경계층 천이 실험 데이터에 대해 수치실험(numerical experiment)을 수행하여  $Re_{\theta c}$ 와  $F_{length}$ 의 상관관계를 획득한 것에 착안하여, 가용 가능한 극초음속 평판 및 원뿔 실험 데이터에 대하여 수치실험으로 얻은 데이터들을

기반으로 상관관계식을 결정하였다. 결정된 최종식은 식 (12)와 (13)에 나타내었다. 식 (12)에서, 수치실험을 기반으로 결정한 상관관계식은 실험 데이터가 존재하는 영역인 마하수 5.5 - 10.0 구간에 해당하며, 마하수 3.0 - 5.5 구간은 마하수 5.5에서 함수의 값과 기울기가 연속되고, 마하수 3.0에서 값이 1이 되는 간단한 다항식으로 구성하였다.

$$g(M_e) = \begin{cases} 1.0 & M_e < 3.0 \\ -0.01090604 M_e^3 + 0.2529035 M_e^2 - 1.222958 M_e + 2.6872052 & 3.0 \leq M_e < 5.5 \\ 0.09490935 M_e^4 - 2.8455282 M_e^3 + 31.349949 M_e^2 - 149.21067 M_e + 260.69627 & 5.5 \leq M_e < 10.0 \\ 7.14977 & 10.0 \leq M_e \end{cases} \quad (12)$$

$$h(M_e) = 0.5 / M_e \quad (13)$$

#### 2.1.4 기존 모델 회귀

본 연구에서는 Table 1에 제시된 유동 조건 영역에 대해 식 (8)를 제안하였기 때문에, 해당 범위를 벗어나는 조건에서는 예측성을 보장할 수 없다. 식 (12)와 식 (13) 또한 극초음속 실험 데이터에 대한 수치실험을 기반으로 획득한 상관관계식이다. 따라서, 초음속 및 아음속영역에서는 기존  $\gamma - Re_{\theta t}$  모델로 회귀 되도록 식 (8)과 식 (13)을 식 (15)와 (16)과 같이 구성하였다. 수정된 식 (15)와 (16)에 사용된 식 (14)는 마하수 1.4 이하에서는 0, 마하수 3.0 이상에서는 1의 값을 가지는 함수이다. 이를 통해 마하수 1.4 이하에서는 완전하게 기존 모델이 적용되도록 하였으며, 마하수 1.4와 3.0 사이에서는 0부터 1까지 연속적으로 변하여 식 (15)와 (16)을 통해 기존모델과 본 연구의 모델이 단순하게 blending 되도록 하였다. 식 (12)는 이와 같은 회귀 목적으로 마하수 3.0 이하에서 1.0이 되도록 구성하였으므로 별도의 추가 수정이 필요하지 않다. 초음속 영역에서 기존모델은 천이 예측 정확도가 낮고, 이론적으로 알려진 천이 발생의 주요인이 극초음속 영역과는 다르기 때문에 해당 영역에 대해서는 별도의 추가적인 개선 연구가 필요할 것으로 판단된다. 본 연구에서는 마하수 10 이하의 극초음속 영역만을 모델의 개선, 적용 및 사용 대상으로 고려한다.

$$R(M_e) = \frac{\tanh(9.1667(M_e - 2.2)) + 1}{2} \quad (14)$$

$$f_R(M_e, T_w/T_0, T_w) = f(M_e, T_w/T_0, T_0) R(M_e) + (1 - R(M_e)) 2.193 \quad (15)$$

$$h_R(M_e) = h(M_e) R(M_e) + (1 - R(M_e)) \quad (16)$$

## 2.2 개선 모델의 적용 및 검증

### 2.2.1 개선 모델 적용 해석자 구축

해석자는 강건성과 신뢰도가 충분히 검증되었다고 판단되는 상용코드 ANSYS Fluent 19.0을 사용하였으며, UDF 기능을 사용하여 기본 제공되는  $\gamma - Re_{\theta t}$  모델에 본 연구의 개선 모델이 적용되도록 하였다. 먼저 UDF를 이용하여 접근 가능한 변수를 식별한 후, 변수들을 수정, 변경하여 개선된 모델을 적용하였다. Fluent의  $\gamma - Re_{\theta t}$  모델에서 UDF를 사용하여 수정 가능한 변수는 식 (3)의  $F_{length}$ , 식 (3-1)의  $Re_{\theta c}$  그리고 식 (7)의  $Re_{\theta t}$ 이다. 본 연구의 제안 식 (12)와 (15)가 적용되도록 UDF에서  $Re_{\theta c}$ 를 수정하였다.  $Re_{\theta c, Baseline}$ 를 상수 2.193과  $g(M_e)$ 로 나누고,  $f_R(M_e, T_w/T_0, T_w)$ 을 곱하였다. 이와 유사하게 식 (16)을 적용하기 위해  $F_{length, Baseline}$ 를  $h_R(M_e)$ 로 나누도록 수정하였다. 전체적인  $\gamma - Re_{\theta t}$  모델의 알고리즘과 UDF를 사용한 변수의 수정/변경 사항을 Fig. 6에 간단하게 도시하였다.

다음 절에 제시되는 개선 모델의 검증 해석에서 사용하는 주요 수치 기법은 Table 2에 나타내었다. CFL 수는 0.8로 고정하여 계산하였으며, 사용한 공기의 물성치는 Table 3에 제시하였다.

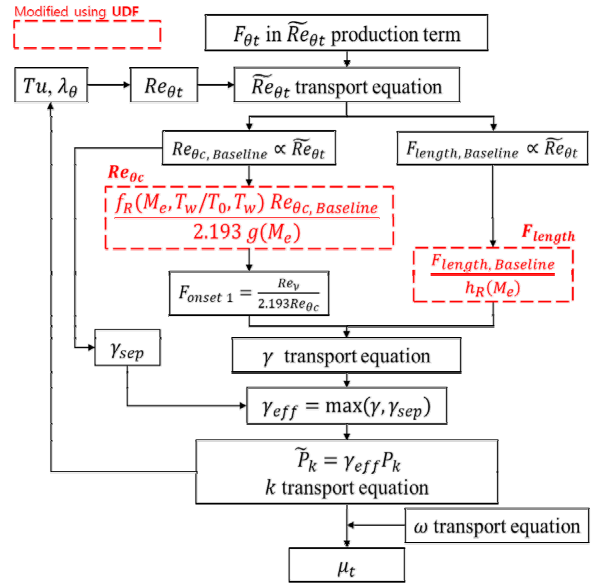


Fig. 6.  $\gamma - Re_{\theta t}$  algorithm modified through UDF

Table 2. Numerical Scheme

Type	Scheme
Formulation	Density-Based
Flux Calculation	Roe-FDS
Gradient Reconstruction	Least Squares Cell Based
Spatial Discretization	Second Order Upwind

Table 3. Air properties

Properties	Value
Density [ $kg/m^3$ ]	Ideal gas
Specific Heat [ $J/kg-K$ ]	Constant
Thermal conductivity [ $W/m-K$ ]	Polynomial
Viscosity [ $kg/m-s$ ]	Sutherland

2.2.2 평판 경계층

검증을 위해 극초음속 평판 경계층 실험을 벤치마크 문제로 선정하고 동일 조건에 대한 해석을 수행하여 결과를 비교하였다. 해당 실험은 Queensland 대학의 T4 piston-free 충격파 터널에서 Mee[41]에 의해 수행되었으며, 실험 조건은 Table 4에 요약하였다. 조건 1~3은 비슷한 마하수이지만 단위 레이놀즈수가 다르므로, 개선된 모델이 단위 레이놀즈수에 따른 천이 발생 위치 변화를 적절하게 예측하는지 확인하기에 적합하다. 1번과 4번 조건은 비슷한 단위 레이놀즈수이지만 마하수가 다르기 때문에, 마하수에 따른 천이 지점의 예측 성능을 평가하기 위해 적절한 조건으로 판단하여 선정하였다. 평판의 표면온도 ( $T_w$ )는 실험조건을 참고하여 300K로 설정하였고, 자유류 난류 강도( $Tu_\infty$ )는 1.0%, 점성비( $\nu_t/\nu$ )는 10으로 하였다.

천이 경계층 모사를 위해  $y+$  값이 1 이하가 되도록 해석 격자를 생성하였다. 각 실험 조건마다 단위 레이놀즈수가 다르므로,  $y+$ 가 1 이하를 유지하기 위한 표면으로부터 첫 번째 격자 높이가 달라진다. 따라서, 각 조건마다 다른 격자를 생성하여 격자 의존성 평가를 수행하였다. 하나의 예로 실험 조건 2에 대하여 해석에 사용한 격자 정보를 Table 5에 나타내었고, 여러 격자들에 대한 하류 방향으로의 Stanton 수를 Fig. 7에 비교하여 나타내었다. 결과 비교로부터 Medium 케이스의 격자를 적절한 격자 수준으로 선정하여 사용하였고, 다른 조건들에 대해서도 같은 절차의 비교를 통해 격자를 선정하였다.

Table 4. Flat plate experiment condition

	$M_e$	$P_\infty$ [Kpa]	$T_\infty$ [K]	Specific heat ratio	Unit $Re$ [ $m^{-1}$ ]
Condition 1	6.3	2.8	570	1.38	$1.7 \times 10^6$
Condition 2	6.2	5.4	690	1.37	$2.6 \times 10^6$
Condition 3	6.1	12.1	800	1.36	$4.9 \times 10^6$
Condition 4	5.5	9.4	1560	1.33	$1.6 \times 10^6$

Table 5. Flat plate grid test information for condition 2

Case	Stream wise	Wall normal	$y+$
Coarse	251	76	1.0
Medium	501	111	0.7
Fine	521	121	0.4

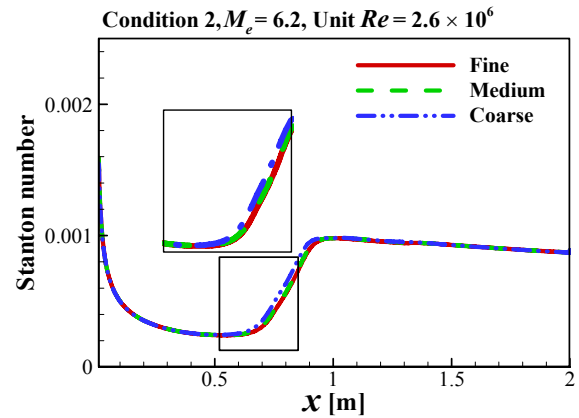


Fig. 7. Example of grid test results for a flat plate case at Condition 2

선정한 격자를 사용하여, 각 조건에 대해 층류 유동, 완전 난류 모델인  $k-w$  SST 모델, 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델, 그리고 본 연구의 개선 모델을 적용한 총 4가지 해석을 수행하고, 그 결과들과  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델 개선 연구를 수행한 타 연구자들[32,33]의 결과와 함께 Fig. 8에 비교하여 나타내었다. 이때, Hao 등[32]은 조건 4에 대한 결과를 제공하지 않아 조건 1~3에 대해서만 결과를 비교하였다. 상류 영역에서는 실험 결과의 Stanton 수가 층류 유동 해석 결과와 유사한 값을 가지므로, 층류 경계층 상태인 것으로 판단할 수 있다. 또한 충분히 하류 영역에서는 실험 결과가  $k-w$  SST 모델 해석 결과와 유사한 값으로 바뀌는 것을 볼 수 있어 천이 발생으로 완전 난류 경계층으로 변화하는 것으로 볼 수 있다.  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델 해석 결과에서의 천이 시작 위치는 Stanton 수가 층류 결과와 차이가 발생하기 시작하는 지점으로 판단할 수 있다. 조건 3을 제외하면 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델 결과에서는 해석 영역의 하류 경계 근방에 이르기까지 천이가 발생하지 않는 것을 볼 수 있다. 또한 조건 3의 경우에도, 해석 영역 내에서 천이 시작이 예측되거나 실험 대비 상당 수준 하류 지점으로 예측됨을 확인할 수 있다. 반면, 본 연구의 개선 모델과 타 연구의 개선 모델의 결과들을 보면, 조건 1~3에 대해 실험에서 측정된 천이 시작 위치가 비교적 잘 예측된다고 판단할 수 있다. 조건 1과 조건 2에 대해서는 본 연구의 제안 모델은 천이 시작 위치뿐만 아니라 천이 구간도 적절하게 예측하는 것을 확인할 수 있다.

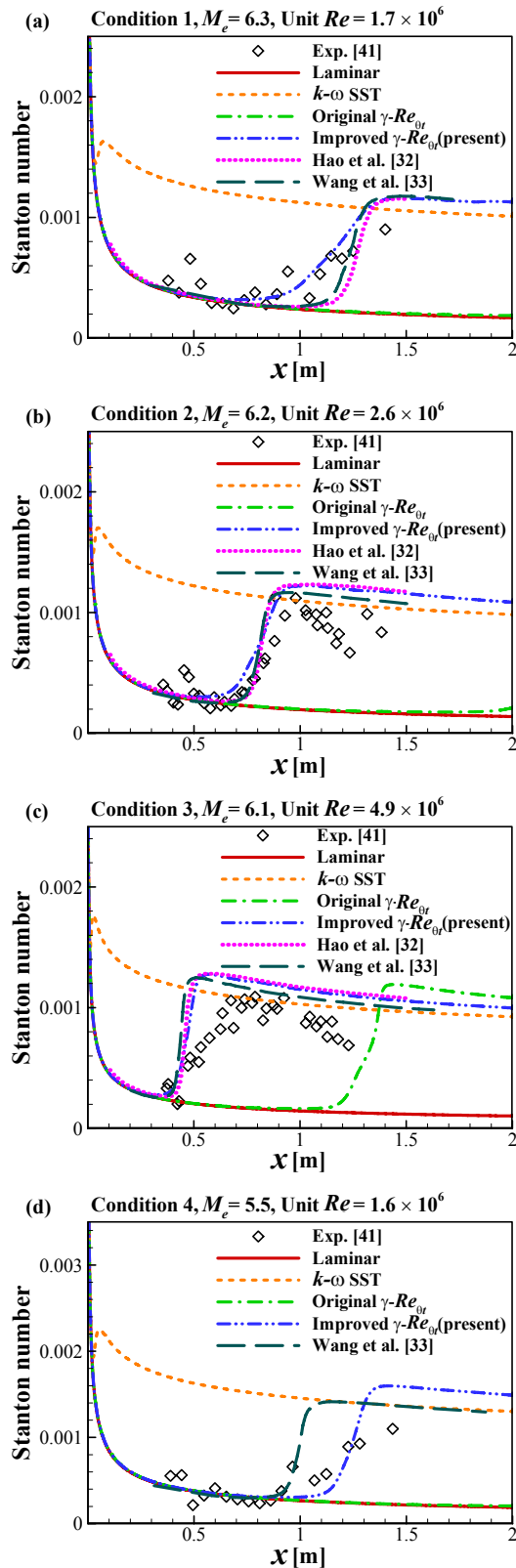


Fig. 8. Comparison of Stanton number distribution along a flat plate for (a) Condition 1, (b) Condition 2, (c) Condition 3 and (d) Condition 4

Hao 등[32]과 Wang 등[33]의 결과는 조건1에 대해 본 연구의 개선 모델 대비 천이 구간에 대해 다소 낮은 예측성을 보이지만, 조건2에 대해서는 비슷한 예측성을 보이는 것으로 나타났다. 조건 3에서는 본 연구, Hao 등[32] 및 Wang 등[33]의 개선된 모델 모두 천이 시작 위치는 적절하게 예측하지만, 천이 구간의 예측 성능은 상대적으로 낮은 것으로 판단할 수 있다. 조건 4에서 Wang[33]의 결과는 실험 결과 대비 천이 시작 위치가 다소 상류 지점으로 예측되는 반면, 본 연구의 결과는 다소 하류 지점으로 예측됨을 볼 수 있다. 또한, 천이 구간에 대해서는 두 개선 모델 모두 상대적으로 예측성이 낮은 것을 확인할 수 있다. 이로부터 천이 구간에 대한 예측성능 개선을 위한 추가 연구의 필요성을 확인할 수 있다.

### 2.2.3 축대칭 원뿔 경계층

추가 검증을 위해 극초음속 축대칭 원뿔 경계층 실험을 벤치마크 문제로 선정하고 동일 조건에 대한 해석을 수행하여 결과를 비교하였다. 축대칭 원뿔에 대한 많은 실험적 연구들로부터, 노즈팁(nose tip)의 bluntness가 천이 지점에 영향을 미치는 주요 요인 중 하나이며, 옆면이 flared한 형상의 경우에는 역압력구배가 천이 지점의 변화를 유발하는 추가적인 인자로 관여함이 잘 알려져 있다. 본 연구에서는 가장 단순한 케이스로써, 노즈팁이 뾰족하고 옆면이 직선인 원뿔(straight sharp cone) 실험을 선정하였다. 해당 실험은 AEDC (Arnold Engineering and Development Center)의 Hypervelocity Wind Tunnel에서 Marineau 등[42]에 의해 수행되었고, 해석 대상 유동 조건은 Balakumar와 Chou[43]의 논문을 참조하여 Table 6에 나타내었다. 실험에서 사용된 원뿔 형상은 Fig. 9에 나타내었다. 원뿔의 표면 온도( $T_w$ )는 전온도( $T_0$ )의 0.3배이고, 비열비는 1.4를 사용하였으며, 자유류 난류 강도( $Tu_\infty$ )는 1.0% 그리고 점성비( $\nu_t/\nu$ )는 10으로 하였다.

Table 6. Sharp cone experiment condition

	$M_\infty$	$P_0$ [Kpa]	$T_\infty$ [K]	$T_0$ [K]	Unit $Re$ [ $m^{-1}$ ]
condition 1	9.86	22.6	50.62	1035	$16.25 \times 10^6$
condition 2	9.6	8.9	52.38	1018	$7.03 \times 10^6$

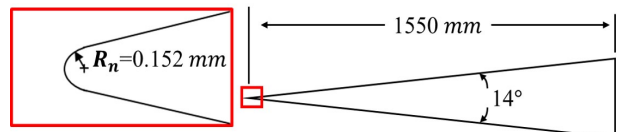


Fig. 9. Configuration of sharp cone



Table 7. Sharp cone grid test information

	Stream Wise	Wall normal	y+
Coarse	501	71	0.4
Medium	635	101	0.2
Fine	715	121	0.15

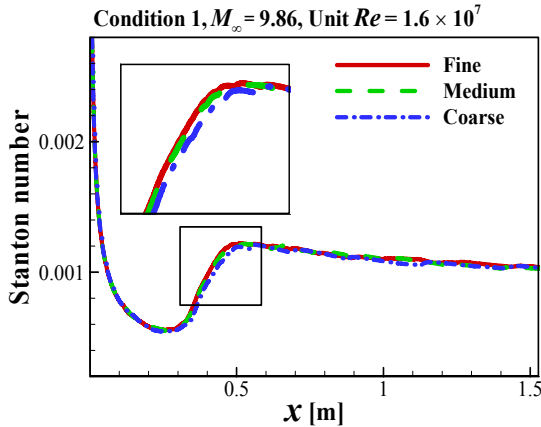


Fig. 10. Example of grid test results for a sharp cone case at Condition 1

평판실험과 마찬가지로 천이 경계층 모사를 위해  $y^+$  값이 1 이하가 되도록 격자를 생성하였다. 격자의 의존성을 평가하기 위해 Table 7에 요약하여 제시한 세 가지 다른 조밀도의 격자를 생성하여 해석을 수행하였다. 조건 1에 대한 격자별 해석결과를 Fig. 10에 원뿔 표면을 따라 Stanton 수로 비교하여 나타내었다.

결과 비교로부터 Medium 케이스의 격자를 선정하고 이후의 해석에 사용하였다. 모델에 따른 결과 비교를 위해 마찬가지로 층류 유동, 완전 난류 모델인  $k-w$  SST 모델, 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델을 사용한 해석결과들을 본 연구의 개선 모델 결과와 함께 비교하여 Fig. 11에 나타내었다. 조건 1에서는 실험대비 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델은 하류에서 천이가 발생하지만, 본 연구의 모델은 상류에서 천이가 발생하며 두 모델 모두 천이 구간의 길이를 적절하게 예측하는 것을 확인할 수 있다. 조건 2의 경우 기본 모델은 실험결과 대비 매우 하류 지점에서의 천이를 예측하는 반면, 본 연구의 모델은 상당 수준 개선된 예측 결과를 제공함을 확인할 수 있다. 하지만 두 모델 모두 천이 구간의 길이에 대한 예측성능은 다소 낮은 것으로 나타났다. 또한, 두 조건 모두에서 기본 모델과 본 연구의 모델 모두 천이 구간에서 Stanton 수의 오버슈트(overshoot) 현상은 예측하지는 못하는 것을 볼 수 있다.

본 연구의 모델이 다양한 유동 조건의 고속 평판 및 원뿔 경계층에 대해 천이 시작 지점을 실험 결과

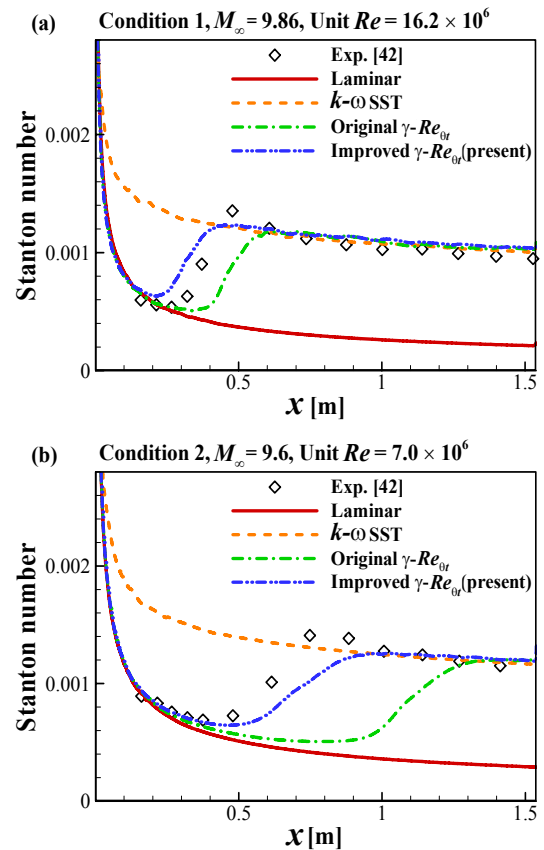


Fig. 11. Comparison of Stanton number distribution along a sharp cone (a) Condition 1 and (b) Condition 2

와 상당히 유사하게 예측함으로써, 기본 모델 대비 천이 예측성능이 크게 개선되었음을 확인하였다. 하지만 유동 조건에 따라 천이 구간의 길이나 천이 구간에서의 Stanton 수의 오버슈트 현상에 대한 예측성능과 같이 추가적인 개선 연구의 필요성도 함께 확인할 수 있다.

### III. 결 론

본 연구에서는 극초음속 경계층 열공력 해석 및 분석에 실용적으로 활용 가능한 난류 천이 모델의 예측성 개선 및 검증을 수행하였다. 기본  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델에서 천이 시작점을 판단하는  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$ 의 관계가 유동조건 별 경계층 프로파일에 따라 변화하는 것에 착안하여 연구를 수행하였다. 다양한 조건의 고속 경계층에서의  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$ 의 관계를 얻기 위해 압축성 평판 경계층의 상사해로부터  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$  값을 계산하였다. 획득된  $Re_{v,Max}/Re_{\theta}$  값들을  $M_e$ ,  $T_w/T_0$ , 그리고  $T_w$ 에 관한 다항식 형태의 함수로 표현하여 반응면을 생성하고,  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델에 적용하였다. 또한,  $M_e$ 에 따라 변화하는  $Re_{\theta t}$ 의 경향을 반영하기 위

해 기본 모델의  $Re_{bc}$ 와  $F_{length}$  상관관계식에 추가 함수를 적용하여 개선하였다. 극초음속 평판과 원뿔 실험을 벤치마크 문제로 선정하여 마하수와 단위 레이놀즈수의 변화에 따라 개선 모델의 경계층 천이 예측성능을 검증, 평가하였다. 개선된 모델은 천이 시작 위치에 대해 좋은 예측성능을 보였지만, 천이 영역에서의 오버슈트 현상과 천이 구간 길이에 대한 예측성능은 조건에 따라 상대적으로 차이가 증가하는 것으로 나타났다. 본 연구에서 수행한  $\gamma-Re_{\theta t}$  모델 개선연구는 Mack 2<sup>nd</sup> mode가 천이 유발의 지배적인 역할을 하는 극초음속 영역에 대해 예측성능을 개선한 연구이다. 따라서, 천이 유발요인이 다른 1<sup>st</sup> mode가 경계층 천이에 지배적인 역할을 하는 초음속 영역과 crossflow 강도가 큰 3차원 유동에 대해서는 예측성능이 보장되지 않는다.

향후 극초음속 영역에서 천이 구간에서의 오버슈트 현상 및 천이 구간 길이에 대한 예측성능과 압력 구배 효과 및 박리영역에서의 예측성능 개선 연구를 추가로 진행하고, 범용성 확보를 위하여 초음속 영역 및 3차원 경계층에 대한 모델의 개선 방안을 추가로 모색하고 수행하고자 한다.

## 후 기

본 연구는 스크램제트 복합추진시스템 특화연구실 과제(No. 16-106-501-035)의 지원을 받아 수행하였으며, 이에 감사드립니다.

## References

- 1) Sayler, K. M., "Hypersonic Weapons: Background and Issues for Congress," Congressional Research Service (CRS) Report for Congress, 2019.
- 2) Semper, M. T., "Examining a Hypersonic Turbulent Boundary Layer at Low Reynolds Number," Ph.D. Dissertation, Texas A&M University, 2013.
- 3) Wadhams, T., Mundy, E., MacLean, M., and Holden, M., "Pre-flight Ground Testing of the Full-scale HIFiRE-1 Vehicle at Fully Duplicated Flight Conditions: Part II," *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008, p. 639.
- 4) Kimmel, R. L., and Adamczak, D. W., "HIFiRE-1 Preliminary Aerothermodynamic Measurements (postprint)" : Air Force Research Lab Wright-Patterson Afb Oh Air Vehicles Directorate/ Aeronautical Sciences Div, 2012.
- 5) Kimmel, L. R., Adamczak, D., Berger, K., and Choudhari, M., "HIFiRE-5 Flight Vehicle Design,"

*40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2010, p. 4985.

- 6) Juliano, T., and Schneider, S., "Instability and Transition on the HIFiRE-5 in a Mach 6 Quiet Tunnel," *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2010, p. 5004.

- 7) Berridge, D. C., McKiernan, G., Wadhams, T. P., Holden, M., Wheaton, B. M., Wolf, T. D., and Schneider, S. P., "Hypersonic Ground Tests in Support of the Boundary Layer Transition (BOLT) Flight Experiment," *2018 Fluid Dynamics Conference*, 2018, p. 2893.

- 8) Wheaton, B. M., Berridge, D. C., Wolf, T. D., Stevens, R. T., and McGrath, B. E., "Boundary Layer Transition (BOLT) Flight Experiment Overview," *2018 Fluid Dynamics Conference*, 2018, p. 2892.

- 9) Slotnick, J., Khodadoust, A., Alonso, J., Darmofal, D., Gropp, W., Lurie, E., and Mavriplis, D., "CFD Vision 2030 Study: a Path to Revolutionary Computational Aerosciences," NASA Langley Research Center. NASA/CR 2014-218178, Hampton, VA, 2014.

- 10) Cebeci, T., Chen, H., Arnal, D., and Huang, T., "Three-dimensional Linear Stability Approach to Transition on Wings and Bodies of Revolution at Incidence," *AIAA journal*, Vol. 29, No. 12, 1991, pp. 2077~2085.

- 11) Malik, M. R., "Prediction and Control of Transition in Supersonic and Hypersonic Boundary Layers," *AIAA journal*, Vol. 27, No. 11, 1989, pp. 1487~1493.

- 12) Reed, H. L., Saric, W. S., and Arnal, D., "Linear Stability Theory Applied to Boundary Layers," *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 28, No. 1, 1996, pp. 389~428.

- 13) Herbert, T., "Parabolized Stability Equations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 29, No. 1, 1997, pp. 245~283.

- 14) Mayer, C. S., Von Terzi, D. A., and Fasel, H. F., "Direct Numerical Simulation of Complete Transition to Turbulence via Oblique Breakdown at Mach 3," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 674, 2011, pp. 5~42.

- 15) Fezer, A., Kloker, M., Zeitoun, D. E., Periaux, J., Desideri, J. A., and Marini, M., "DNS of Transition Mechanisms at Mach 6.8 - Flat Plate vs. Sharp Cone," *West East High Speed Flow Fields*, 2002, pp. 1~8.

- 16) Kim, M. W., Lim, J. S., Kim, S. T., Jee, S. K., Park, J. Y., and Park, D. H., "Large-eddy Simulation

with Parabolized Stability Equations for Turbulent Transition Using OpenFOAM," *Computers & Fluids* Vol. 189, 2019, pp. 108~117.

17) Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part I: Model Formulation," *Journal of turbomachinery*, Vol. 128, No. 3, 2006, pp. 413~422.

18) Langtry, R. B., Menter, F. R., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., and Völker, S., "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part II: Test Cases and Industrial Applications," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 128, No. 3, 2006, pp. 423~434.

19) Langtry, R. B., and Menter, F. R., "Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes," *AIAA journal*, Vol. 47, No. 12, 2009, pp. 2894~2906.

20) Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598~1605.

21) Fedorov, A., "Transition and Stability of High-Speed Boundary Layers," *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 43, 2011, pp. 79~95.

22) Saric, W. S., Reed, H. L., and White, E. B., "Stability and Transition of Three-Dimensional Boundary Layers," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 35, No. 1, 2003, pp. 413~440.

23) Zhou, L., Zhao, R., and Li, R., "A Combined Criteria-Based Method for Hypersonic Three-Dimensional Boundary Layer Transition Prediction," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 73, 2018, pp. 105~117.

24) Coder, J. G., and Maughmer, M. D., "Computational Fluid Dynamics Compatible Transition Modeling Using an Amplification Factor Transport Equation," *AIAA journal*, Vol. 52, No. 11, 2014, pp. 2506~2512.

25) Xu, J., Bai, J., Zhang, Y., and Qiao, L., "Transition Study of 3D Aerodynamic Configures Using Improved Transport Equations Modeling," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 29, No. 4, 2016, pp. 874~881.

26) Zhang, X., and Zhenghong, G., "A Numerical Research on a Compressibility-Correlated Langtry's Transition Model for Double Wedge Boundary Layer Flows," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 24, No. 3, 2011, pp. 249~257.

27) Zhang, X., Zhenghong, G., and Bowen, Z.,

"Extensions of Menter's SST Transition Model to Simulate Hypersonic and Cross-Flow Transition," *International Congress of the Aeronautical Sciences*, 2012.

28) Krause, M., Behr, M., and Ballmann, J., "Modeling of Transition Effects in Hypersonic Intake Flows Using a Correlation-Based Intermittency Model," *15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, 2008, p. 2598.

29) Frauholz, S., Reinartz, B. U., Müller, S., and Behr, M., "Transition Prediction for Scramjets Using  $\gamma$ -Re $\theta$  Model Coupled to Two Turbulence Models," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 31, No. 5, 2015, pp. 1404~1422.

30) Shin, H. C., "Transition Flow Analysis Using Hypersonic Transition Transport Models for Three-Dimensional Scramjet Intake," M. S. Thesis, Konkuk University, 2017.

31) Kovalev, R., Kudryavtsev, V., and Churakov, D., "On Modeling of Laminar-Turbulent Transition in Supersonic Flows with Engineering Correlations and Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations," *Progress in Flight Physics*, Vol. 7, 2015, pp. 525~548.

32) Hao, Z., Yan, C., Qin, Y., and Zhou, L., "Improved  $\gamma$ -Re $\theta$  Model for Heat Transfer Prediction of Hypersonic Boundary Layer Transition," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 107, 2017, pp. 329~338.

33) Wang, Y., Li, Y., Xiao, L., Zhang, B., and Li, Y., "Similarity-Solution-Based Improvement of  $\gamma$ -Re $\theta$  Model for Hypersonic Transition Prediction," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 124, 2018, pp. 491~503.

34) Xia, C., and Chen, W., "Boundary-Layer Transition Prediction Using a Simplified Correlation-Based Model," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 29, No. 1, 2016, pp. 66~75.

35) Zhou, L., Li, R., Hao, Z., Zaripov, D. I., and Yan, C., "Improved k- $\omega$ - $\gamma$  Model for Crossflow-Induced Transition Prediction in Hypersonic Flow," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 115, 2017, pp. 115~130.

36) Van Driest, E., and Blumer, C., "Boundary Layer Transition-Freestream Turbulence and Pressure Gradient Effects," *AIAA journal*, Vol. 1, No. 6, 1963, pp. 1303~1306.

37) Iyer, V., "Computation of Three-Dimensional Compressible Boundary Layers to Fourth-order Accuracy on Wings and Fuselages," NASA Langley Research Center, NASA-CR-4269, 1990.

- 38) White, F. M., and Corfield, I., "Viscous Fluid Flow," McGraw-Hill New York, 2006.
- 39) <https://www.jmp.com/>
- 40) Reshotko, E., "Is Retheta/Me a Meaningful Transition Criterion?," *AIAA journal*, Vol. 45, No. 7, 2007, pp. 1441~1443.
- 41) Mee, D. J., "Boundary-Layer Transition Measurements in Hypervelocity Flows in a Shock Tunnel," *AIAA journal*, Vol. 40, No. 8, 2002, pp. 1542~1548.
- 42) Marineau, E. C., Moraru, G. C., Lewis, D. R., Norris, J. D., Lafferty, J. F., Wagnild, R. M., and Smith, J. A., "Mach 10 Boundary Layer Transition Experiments on Sharp and Blunted Cones," *19th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, 2014, p. 3108.
- 43) Balakumar, P., and Chou, A., "Transition Prediction in Hypersonic Boundary Layers Using Receptivity and Freestream Spectra," *AIAA Journal*, 2017, pp. 193~208.