



쿼드로터 자세제어를 위한 슈퍼 트위스팅 알고리즘의 성능 분석

장석호¹, 양유영¹, 이현재²

Performance Analysis for Quadrotor Attitude Control by Super Twisting Algorithm

Seok-ho Jang¹, You-young Yang¹ and Henzeh Leeghim²

Chosun University

ABSTRACT

Quadrotor is simple to model because of the symmetric structure but it has the disadvantage of being relatively sensitive to the external disturbance and system uncertainty. The PID technique applied for the attitude control of quadrotor has been applied comprehensively, but it has a disadvantage that is hard to precise control in the nonlinear system. In this work, a quadrotor attitude control law using the super twisting algorithm is studied, which has robust characteristics against disturbance and system uncertainty. To evaluate the attitude performance by the proposed technique, simulation studies and actual flight tests are carried out, and compared with the conventional PID controller.

초 록

쿼드로터는 대칭적인 구조로 모델링이 간단하지만 외란과 시스템의 불확실성에 민감하다는 단점이 있다. 쿼드로터의 제어를 위해 비교적 간단하게 적용이 가능한 PID 제어가 많이 연구되고 있지만, 비선형 시스템에서는 정밀한 제어가 힘들다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이를 해결하기 위하여 외란과 시스템의 불확실성에 강인한 특징을 가지는 슈퍼 트위스팅 알고리즘(Super twisting algorithm)을 이용한 쿼드로터 제어를 제안한다. 이 제어기법을 이용하여 쿼드로터의 자세제어를 구성하였다. 구성된 제어기의 성능을 검증하기 위해 시뮬레이션 및 실제 비행시험을 진행하였다. 제어기의 보다 객관적인 성능 검증을 위해 PID 제어와 성능 비교를 진행하였다.

Key Words : Quadrotor(쿼드로터), Flight Performance(비행 성능), PID Control(PID 제어), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어), Super Twisting Algorithm(슈퍼 트위스팅 알고리즘)

1. 서 론

쿼드로터는 4개의 로터를 이용해 비행하는 드론으로, 현재 상업·군사·레저 등 활용분야가 확장되면서

쿼드로터의 제어에 대한 안정성과 신뢰성이 더욱 요구되고 있다. 쿼드로터는 대칭적인 구조로 시스템 모델링이 간단하다는 장점이 있지만, 다른 비행체에 비해 크기가 작고 가벼워서 바람과 같은 외란에 민감

† Received : November 11, 2019 Revised : April 13, 2020 Accepted : April 20, 2020

¹ Graduate Student, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : h.leeghim@controla.re.kr

© 2020 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

하다는 단점이 있다. 또한, 6자유도(6-DOF) 운동을 4개의 로터로 제어하는 하위 구동(Under-actuated) 시스템으로 비선형성이 크다는 특징이 있다.

현재 쿼드로터에서 대표적으로 사용되고 있는 제어기법은 PID 제어기법이다[1]. PID 제어는 모델을 선형화하여 제어하는 기법으로, 제어기의 형태가 간단하고 직관적인 이득 값(Gain) 조율이 가능해서 쉽게 적용할 수 있다는 장점이 있지만, 선형구간 내에서만 작동되어야 하는 한계가 있다.

이러한 단점을 해결하기 위하여 비선형 모델을 직접적으로 제어할 수 있는 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)[2], 신경망 제어(Neural Network Control)[3], 백스텝핑 제어(Backstepping Control)[4] 등 여러 제어기법이 제안되고 있다.

그 중 SMC는 외란과 시스템의 불확실성에 강인한 특징을 가지고 있으며, 선형제어기법에 비해 정밀한 제어가 가능하다는 장점이 있다. 하지만, 외란과 불확실성을 제어 보상하는 과정에서 채터링(Chattering)이라는 고주파의 떨림 현상이 나타난다는 단점이 있다[5].

이 단점을 해결하기 위하여 퍼지 제어(Fuzzy Control)와 SMC가 결합된 Fuzzy Sliding Mode Control (F-SMC)[6], 채터링의 크기를 제한하는 Saturated Sliding Mode Control (S-SMC)[7], 채터링을 적분하는 슈퍼 트위스팅 알고리즘(Super Twisting Algorithm, STA)[8] 등 개선된 제어기법이 제안되었다. 그 중 F-SMC는 시스템의 응답 및 안정성을 예측하기가 어렵다는 단점이 있으며[9], S-SMC는 채터링을 줄이기 위해 강인성이 약해진다는 단점이 있지만[10], STA는 채터링을 제거하면서 외란과 불확실성에 강인하고, 유한 시간 내에 수렴한다는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 STA를 이용하여 쿼드로터의 자세제어기를 구성하고, 제어기의 안정성을 판별하기 위해 리아푸노프 이론(Lyapunov Theory)을 적용한다. 기존에는 제어기를 스칼라 형태로 정의하여 진행되었던 안정성 판별 과정을 벡터 형태로 확장하였으며, 현재까지 제안된 리아푸노프 함수보다 일반화된 형태의 새로운 리아푸노프 함수를 제안한다. 보다 객관적인 제어 성능을 확인하기 위해 PID 제어와 시뮬레이션 비교를 진행한다. 그리고 두 가지 제어기를 쿼드로터에 적용하여 야외 비행시험을 진행했을 때 어떤 성능 차이가 있는지를 비교, 검증한다.

II. 쿼드로터 모델링

쿼드로터는 X형과 +형이 있는데, 그 차이는 자세를 바꾸기 위한 회전 운동을 할 때, 4개의 로터의 추력이 모두 변하는지(X형)와 2개의 로터는 추력을 유지하고, 다른 2개의 추력이 변하는지(+형)에 따라 형태가 나뉜다.

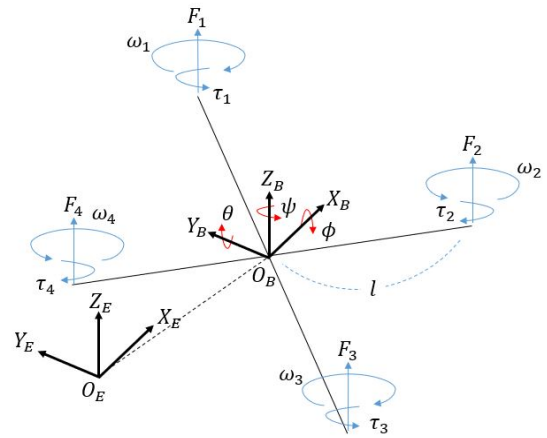


Fig. 1. Coordinate system of Quadrotor

본 논문에서는 X형 쿼드로터를 사용하였으며, 쿼드로터의 자세제어만을 진행하기 때문에 위치에 관한 모델링은 고려하지 않는다.

쿼드로터의 좌표계는 관성좌표계 E 와 동체좌표계 B , 두 개의 좌표계로 정의하며 Fig. 1과 같이 표현된다. 관성좌표계에서 쿼드로터의 위치는 $\xi = [X_E \ Y_E \ Z_E]^T$ 이고, 자세는 오일러각(Euler angle) $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 으로, 각속도는 $\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ 으로 정의한다.

동체좌표계에서의 각속도는 $\nu = [p \ q \ r]^T$ 으로 정의한다. 관성좌표계를 동체좌표계로 변환하기 위한 좌표 변환행렬(Direction Cosine Matrix) R_E^B 은 다음과 같다[11].

$$R_E^B = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & S_\psi C_\theta & -S_\theta \\ C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi C_\phi & S_\psi S_\theta S_\phi + C_\psi C_\phi & C_\theta S_\phi \\ C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $S_x = \sin(x)$, $C_x = \cos(x)$ 이고, R_E^B 는 정규직교행렬(Orthonormal matrix)이다. 관성좌표계의 각속도를 동체좌표계의 각속도로 변환하는 회전행렬(Rotation Matrix) W_E^B 은 다음과 같다.

$$\nu = W_E^B \dot{\eta} \quad (2)$$

$$W_E^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & C_\theta S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

로터의 추력은 각 로터의 각속도 ω_i , ($i=1, 2, 3, 4$)와 양력계수 κ 로 나타내며, 쿼드로터의 추력 F_{thrust} 은 로터의 추력을 합하여 나타낼 수 있다[12].

$$F_i = \kappa \omega_i^2, \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (4)$$

$$F_{thrust} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (5)$$

쿼드로터의 롤(Roll), 피치(Pitch)운동은 서로 마주 보는 로터 두 쌍의 추력 차이를 통해 발생하며, 요(Yaw)운동은 동일한 방향으로 회전하는 로터 두 쌍의 각속도 차이를 통해 발생한다. 이때, 쿼드로터는 X형의 구조로, 각각의 로터는 Z_B 축을 기준으로 45도 회전한 위치에 있다.

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= \frac{\sqrt{2}}{2}l(F_1 - F_2 - F_3 + F_4) \\ \tau_\theta &= \frac{\sqrt{2}}{2}l(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4) \\ \tau_\psi &= b(F_1 - F_2 + F_3 - F_4)\end{aligned}\quad (6)$$

여기서 l 은 동체의 무게중심으로부터 로터의 회전축까지의 거리이고, b 는 항력계수이다.

위의 식을 정리하면 쿼드로터의 제어입력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_{thrust} \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ l\frac{\sqrt{2}}{2}\kappa(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ l\frac{\sqrt{2}}{2}\kappa(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \\ b(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}\quad (7)$$

쿼드로터의 자세에 대한 운동방정식은 뉴턴-오일러 방정식(Newton-Euler equation)으로 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\ddot{\eta} = f(\eta, \dot{\eta}) + J^{-1}\mathbf{u}\quad (8)$$

여기서,

$$J = \begin{bmatrix} J_{X_E} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Y_E} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Z_E} \end{bmatrix}\quad (9)$$

$$f(\eta, \dot{\eta}) = \eta \times (J\dot{\eta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{J_{Y_E} - J_{Z_E}}{J_{X_E}} \\ \dot{\psi}\dot{\phi} \frac{J_{Z_E} - J_{X_E}}{J_{Y_E}} \\ \dot{\phi}\dot{\theta} \frac{J_{X_E} - J_{Y_E}}{J_{Z_E}} \end{bmatrix}\quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}\quad (11)$$

$J_{X_E}, J_{Y_E}, J_{Z_E}$ 는 X_E, Y_E, Z_E 축 방향에 대한 관성모멘트이다.

III. 제어기 설계

3.1 슬라이딩 모드 제어

STA를 설명하기에 앞서, SMC의 제어 단계에 대해 다룬다. SMC는 두 단계로 제어가 진행된다. 첫 번째는 도달 단계(Reaching phase)로, 제어하고자 하는 변수 x 를 슬라이딩면(Sliding surface, $s = \{x; s(x) = 0\}$)으로 위치시키는 단계이다.

두 번째 단계는 흐름단계(Sliding phase)라고 하며, 슬라이딩면으로 이동한 변수가 면을 따라서 평형점(Equilibrium point)으로 흐르도록 제어하는 단계이다. 이때, 슬라이딩면으로 이동한 변수는 외란과 불확실성에 둔감하게 된다[2,13].

3.1.1 SMC 제어기 설계

일반적인 슬라이딩 변수(Sliding variable, $\mathbf{s} = [s_\phi, s_\theta, s_\psi]^T$)는 목표 오일러각 η_d 과 현재 오일러각 η 의 오차 \mathbf{e} 를 이용해 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + A_{SMC}\mathbf{e} = 0\quad (12)$$

여기서,

$$\mathbf{e} = \eta_d - \eta\quad (13)$$

$$A_{SMC} = \text{diag}(a_\phi, a_\theta, a_\psi)\quad (14)$$

a_ϕ, a_θ, a_ψ 는 0보다 큰 상수이며, $\text{diag}(\cdot)$ 는 대각행렬(Diagonal matrix)이다. 식 (12)를 만족시키기 위한 도달 조건(Reaching condition)은 다음과 같이 정의한다[14].

$$\dot{\mathbf{s}} = -K\text{sgn}(\mathbf{s})\quad (15)$$

여기서,

$$K = \text{diag}(k_\phi, k_\theta, k_\psi)\quad (16)$$

$$\text{sgn}(\mathbf{s}) = [\text{sign}(s_\phi), \text{sign}(s_\theta), \text{sign}(s_\psi)]^T\quad (17)$$

$\text{sign}(\cdot)$ 는 부호함수이며, 이 항에 의해 채터링이 발생하게 된다.

식 (12)를 시간에 대해 미분하고, 식 (8)과 (15)를 대입하면 다음과 같이 쿼드로터의 자세에 관한 제어입력 \mathbf{u}_{SMC} 를 유도할 수 있다.

$$\mathbf{u}_{SMC} = J(A_{SMC}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\eta}_d - f(\eta, \dot{\eta}) + K\text{sgn}(\mathbf{s}))\quad (18)$$

3.1.2 리아푸노프 안정성

제어기의 안정성을 확보하기 위해 리아푸노프 이론을 적용하였다. 리아푸노프 후보 함수(Lyapunov candidate function)에 대한 정의는 다음과 같다[15].

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (19)$$

이 함수를 시간에 대해 미분하게 되면, 식 (13), (15)에 의해 0보다 작다는 것을 알 수 있다.

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T (-K \operatorname{sgn}(\mathbf{s})) < 0 \quad (20)$$

슬라이딩 변수 \mathbf{s} 가 0으로 수렴하게 되면, 식 (12)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = -A_{smc} \mathbf{e} \quad (21)$$

위의 식을 계산하면, 오차 \mathbf{e} 는 충분한 시간이 지났을 때 0으로 수렴하게 된다.

$$\mathbf{e} = \exp(-A_{smc} t) \quad (22)$$

3.2 슈퍼 트루스팅 알고리즘

일반적인 SMC는 외란에 강인한 특징을 가지지만, 채터링이라는 고주파의 떨림 현상이 나타난다. 이는 제어 성능을 저하시키는 주요 단점이기 때문에, 채터링을 제거하기 위하여 STA를 사용한다. STA는 채터링의 주요 원인인 부호함수를 적분하여 사용하게 된다. 슬라이딩 변수의 2차 미분 함수에서 채터링이 나타나며, 이를 채터링이 숨겨져 있다고 표현한다. 이러한 특징 때문에 2차 슬라이딩 모드 제어(Second order sliding mode control)의 대표적인 제어기법 중 하나로 꼽힌다.

3.2.1 STA 제어기 설계

STA를 이용하여 제어기를 구성하기 위해 새로운 도달 조건을 정의한다[8].

$$\dot{\mathbf{s}} = -K_1 G(\mathbf{s})^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{u}_{disc} \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{disc} = -K_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) \quad (24)$$

여기서,

$$G(\mathbf{s}) = \operatorname{diag}(|s_\phi|, |s_\theta|, |s_\psi|) \quad (25)$$

$$K_1 = \operatorname{diag}(k_{1,\phi}, k_{1,\theta}, k_{1,\psi}) \quad (26)$$

$$K_2 = \operatorname{diag}(k_{2,\phi}, k_{2,\theta}, k_{2,\psi}) \quad (27)$$

K_1 과 K_2 는 STA의 이득 행렬이다. \mathbf{u}_{disc} 는 불연속항으로, 채터링이 생기는 주요 원인인 부호함수를 적분한 형태가 된다.

식 (23)를 시간에 대해 한 번 더 미분하였을 때, STA의 특징인 슬라이딩 변수의 2차 미분에서 부호함수가 나타나는 것을 알 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{s}} = -K_1 \frac{1}{2} G(\mathbf{s})^{-\frac{1}{2}} \dot{\mathbf{s}} - K_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) \quad (28)$$

SMC에서 제어 입력을 계산했을 때와 같은 방법으로, 식 (12)를 시간에 대해 미분하고, 식 (8)과 (23)을 대입하면 최종적으로 STA를 이용한 쿼드콥터의 자세에 관한 제어 입력 \mathbf{u}_{STA} 은 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\mathbf{u}_{STA} = J(A_{SMC} \dot{\mathbf{e}} + \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - f(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) + K_1 G(\mathbf{s})^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{u}_{disc}) \quad (29)$$

3.2.2 리아푸노프 안정성

STA의 안정성을 확보하기 위하여 리아푸노프 이론을 적용하였다. STA 제어기의 강인성을 알기 위해 시스템에서의 외란(Disturbance term, $\mathbf{d} = [d_\phi, d_\theta, d_\psi]^T$)을 고려한다.

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = f(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) + J^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (30)$$

$$|\dot{\mathbf{d}}| \leq L \quad (31)$$

외란 \mathbf{d} 는 전역 유계(Globally bounded)라고 가정한다.

먼저, 슬라이딩면을 변수로 하는 새로운 상태벡터를 다음과 같이 정의한다[8].

$$\begin{cases} \mathbf{z}_1 = \mathbf{s} \\ \mathbf{z}_2 = -K_2 \int \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) dt + \mathbf{d} \end{cases} \quad (32)$$

여기서 $\mathbf{z}_1 \in R^{3 \times 1}$, $\mathbf{z}_2 \in R^{3 \times 1}$ 이다.

식 (32)를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = -K_1 G(\mathbf{z}_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \mathbf{z}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = -K_1 \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \dot{\mathbf{d}} \end{cases} \quad (33)$$

식 (32)에서 정의한 상태벡터를 이용하여 새로운 변수 $\boldsymbol{\zeta}$ 를 정의한다.

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_1 \\ \boldsymbol{\zeta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(\mathbf{z}_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

이때, $\boldsymbol{\zeta}$ 가 유한시간 내에 0으로 수렴하면, 상태벡터 \mathbf{z}_1 , \mathbf{z}_2 도 유한시간 내에 0으로 수렴한다는 것을 알 수 있다.

위의 식을 시간에 대해 미분하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\zeta}} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} (-K_1 G(\mathbf{z}_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \mathbf{z}_2) \\ -K_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} (-K_1 G(\mathbf{z}_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \mathbf{z}_2) \\ -K_2 G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} G(\mathbf{z}_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\mathbf{z}_1) + \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

간단하게 정리하면,

$$\dot{\zeta} = A\zeta + B\dot{d} \quad (36)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}K_1G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} & \frac{1}{2}G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} \\ -K_2G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (37)$$

식 (31)을 이용하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\zeta} \leq \tilde{A}\zeta \quad (38)$$

여기서,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}K_1G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} & \frac{1}{2}G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} \\ -K_2G(\mathbf{z}_1)^{-\frac{1}{2}} + L \cdot I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (39)$$

ζ 를 이용해 리아푸노프 후보 함수를 다음과 같이 설정한다.

$$V = \zeta^T P \zeta \quad (40)$$

여기서,

$$P = \begin{bmatrix} K_1 & -I_{3 \times 3} \\ -I_{3 \times 3} & K_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

P 는 대칭행렬(Symmetric matrix)이며, $K_1 > 0$ 일 때, 양의 정부호(Positive definite)행렬이다.

안정성을 확보하기 위하여 식 (40)을 시간에 대해 미분한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} \\ &\leq (\tilde{A}\zeta)^T P \zeta + \zeta^T P (\tilde{A}\zeta) \\ &\leq \zeta^T (\tilde{A}^T P + P \tilde{A}) \zeta \\ &\leq -\zeta^T \tilde{Q} \zeta \end{aligned} \quad (42)$$

이 때, \tilde{Q} 는 대칭행렬이며, 양의 정부호 조건을 가질 때, 시스템은 안정하다.

3.3 PID 제어

STA의 제어 성능을 확인하기 위하여 PID 제어와 그 성능을 비교한다. PID 제어는 목표 값과 현재 값과의 오차를 비례(Proportional), 적분(Integral), 미분(Differential)하여 시스템을 제어하는 기법이다. 쿼드로터의 PID 제어기는 다음과 같다[1,12].

$$\mathbf{u} = J(K_P \mathbf{e} + K_D \dot{\mathbf{e}} + K_I \int \mathbf{e} dt) \quad (43)$$

$$\begin{aligned} K_P &= \text{diag}(k_{P,\phi}, k_{P,\theta}, k_{P,\psi}) \\ K_D &= \text{diag}(k_{D,\phi}, k_{D,\theta}, k_{D,\psi}) \\ K_I &= \text{diag}(k_{I,\phi}, k_{I,\theta}, k_{I,\psi}) \end{aligned} \quad (44)$$

IV. 시뮬레이션

4.1 시뮬레이션

구성한 제어기로 시뮬레이션을 진행한다. 실제 환경과 비슷한 환경을 구성하기 위해 센서 노이즈를 고려한다. 센서 노이즈의 크기는 실제 비행 시험에 사용하는 센서의 스펙을 사용하였다. 또한, STA의 강인성에 대해 확인하기 위해 식 (30)과 같이 시스템에 외란 \mathbf{d} 를 추가하여 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션에서 \mathbf{d} 는 임의의 상수 값이며, 시뮬레이션에서 설계한 외란은 한 방향으로 지속적으로 힘이 발생하고 있는 경우를 말한다. 그리고 시뮬레이션에서는 외란 \mathbf{d} 에 불확실성도 포함되어있다고 가정하고 진행하였다. 시뮬레이션에서 외란 \mathbf{d} 는 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{d} = [0, -2.5, 0]^T \quad (45)$$

오일러각의 초기 값 η_0 과 목표 값 η_d 는 Table 1과 같이 설정하였다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터와 이득 값은 다음과 같은데, Table 2에서는 쿼드로터의 시스템 특성 값, Table 3은 PID 이득 값, Table 4는 SMC의 이득 값, Table 5는 STA의 이득 값을 나타내고, Fig. 2는 STA에 대한 블록 도선도이다.

Table 1. Euler angle initialization and command

	η_0	η_d			
step	0	1	2	3	4
command (degree)	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ -15 \\ -15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Table 2. Flight test conditions of Quadrotor system

Variable	Parameter	Variable	Parameter
m	1.2 kg	J_{x_e}	0.0058 kg·m ²
l	0.24 m	J_{y_e}	0.0058 kg·m ²
κ	$2.980 \cdot 10^{-6}$	J_{z_e}	0.0102 kg·m ²
b	$1.140 \cdot 10^{-7}$		

Table 3. Parameters of PID controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
K_P	$\text{diag}[18, 18, 27]$	K_I	$\text{diag}[0.8, 0.8, 1.2]$
K_D	$\text{diag}[7, 7, 8]$		

Table 4. Parameters of SMC controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
K	$diag[4, 4, 4.5]$	A_{smc}	$diag[8, 8, 9.5]$

Table 5. Parameters of STA controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
K_1	$diag[8, 8, 9.5]$	A_{smc}	$diag[4, 4, 5]$
K_2	$diag[8.5, 8.5, 3]$		

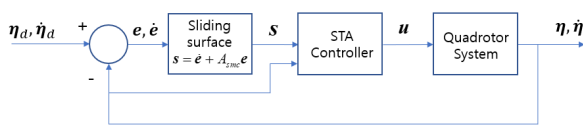


Fig. 2. Block diagram of STA controller

Figure 3은 외란이 없을 때 PID 제어를 이용한 시뮬레이션 결과이고, 약 1.8~2.3초 내로 목표 값에 수렴하는 것을 볼 수 있다. Fig. 4는 외란이 있을 때 PID 제어를 이용한 시뮬레이션 결과이며, 롤과 요 운동의 경우 외란이 없을 때와 비슷하게 목표 값에 수렴하지만, 피치 운동은 외란에 의해 명령 값을 정확히 추종하지 못하는 것을 볼 수 있다.

Figure 5와 6은 SMC를 이용한 시뮬레이션 결과이며, Fig. 5는 오일러 각 그래프를 나타내고, Fig. 6은 제어입력 중 토크에 관한 그래프를 나타낸다. PID 제어와는 다르게 외란 및 불확실성에도 불구하고 약 1~1.5초 내로 목표 값에 잘 수렴하는 것을 볼 수 있지만, 토크 그래프에서 약 ±0.023~0.045 Nm 크기의 채터링이 나타나는 것을 확인할 수 있다.

Figure 7과 8은 STA를 이용한 시뮬레이션 결과이며, Fig. 7은 오일러 각 그래프를, Fig. 8은 토크 그래

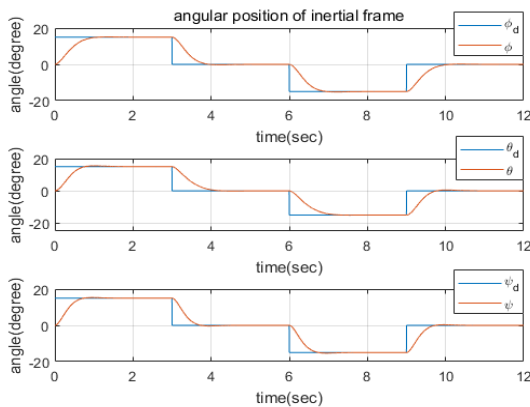


Fig. 3. Euler angle history using PID controller without disturbance

프를 나타낸다. 약 1.2초 내로 목표 값에 잘 수렴하는 것을 볼 수 있고, SMC와 다르게 토크 그래프에서 채터링이 제거된 것을 볼 수 있다. 이를 통해 STA는 SMC에 비해 채터링 제거 효과가 있으면서, PID 제어보다 외란과 불확실성에 강인한 특성을 가지는 것을 알 수 있다.

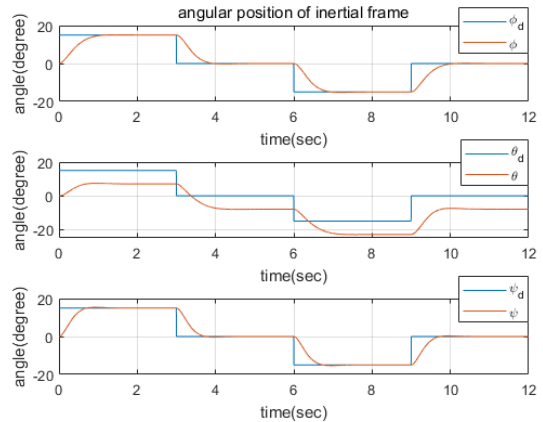


Fig. 4. Euler angle history using PID controller with disturbance

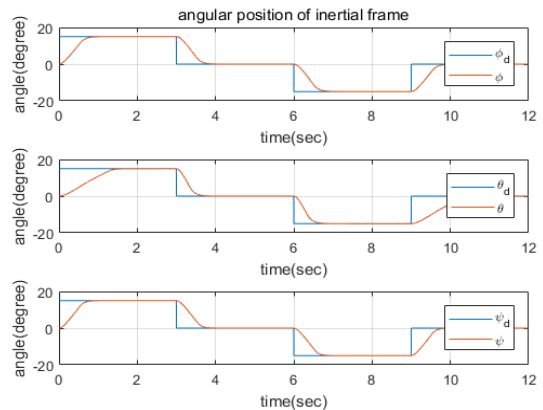


Fig. 5. Euler angle history using SMC controller with disturbance

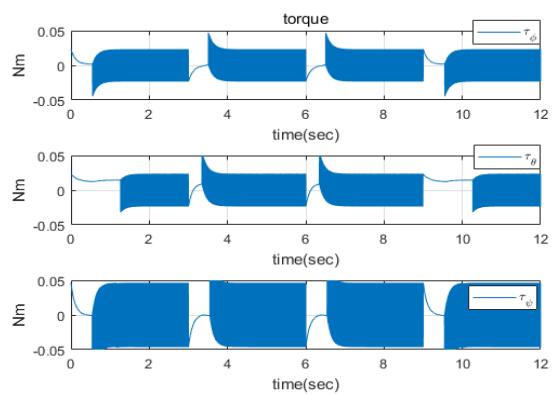


Fig. 6. Input torque history using SMC controller with disturbance

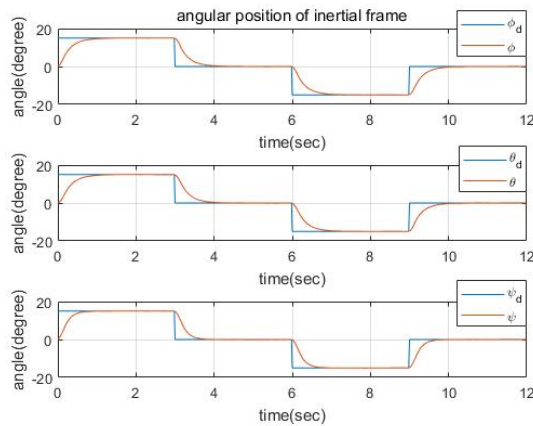


Fig. 7. Euler angle history using STA controller with disturbance

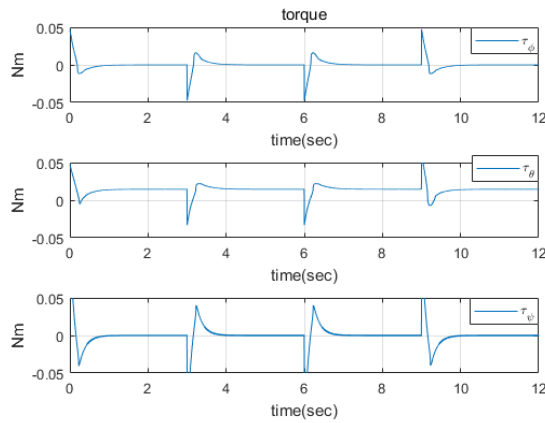


Fig. 8. Input torque history using STA controller with disturbance

V. 비행시험

비행시험을 하기 위해 사용된 쿼드로터의 FCC (Flight Controller Computer)에 사용된 MCU(Micro Controller Unit)는 STM32F767VIT6이다. IMU는 Vector Nav사의 VN-200을 사용하였으며, UART(Universal Asynchronous Receiver/Transmitter) 통신을 이용해 FCC로 오일러각과 각속도를 보내주게 된다. 쿼드로터의 조종은 RC조종기로 조종하며, 송신된 목표 값을 PWM (Pulse Width Modulation) 신호로 수신하여 FCC에 보내준다. IMU 데이터와 목표 값을 받은 FCC는 설계한 제어를 통해 제어입력을 출력하며, 출력된 제어입력은 PWM 신호로 변환되어 4개의 ESC(Electronic Speed Controller)에 보낸다. ESC를 통해 모터의 각속도를 제어하여 쿼드로터가 원하는 임무를 수행한다. 비행시험에 사용된 쿼드로터의 형태는 Fig. 9와 같다.

외란 환경을 만들기 위해 무게중심에서 X_B 축 방향으로 약 0.09 m 떨어진 지점에 약 200 g의 무게를



Fig. 9. Flight test for the quadrotor attitude control

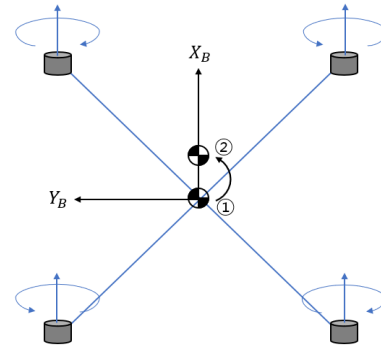


Fig. 10. Changing center of mass of the quadrotor

추가하였고, 약 1~2 m/s의 바람이 불고 있는 야외 환경에서 비행시험을 진행하였다. 임의의 무게를 추가함으로써, 무게중심이 Fig. 10처럼 ①에서 ② 방향으로 이동하였으며, 이로 인한 영향과 바람의 영향에 의해 외란이 발생하는 것을 알 수 있다. 또한, 쿼드로터는 자체 제작과정에서 발생한 시스템의 불확실성이 존재하였다. 이러한 환경에서 외란과 불확실성이 없는 상황을 만들기 힘들기 때문에, 외란과 불확실성이 존재하는 환경에서 비행시험을 진행하였다. 비행시험의 명령 값과 STA의 이득 값은 시뮬레이션과 동일하고, PID의 이득 값은 Table 6과 같다. 이 값은 시뮬레이션에서 얻은 이득 값을 비행시험에 적용한 후 보다 안정적인 비행을 위해 개선한 결과 값이며, Table 3과 6에서 볼 수 있듯이 이득 값 차이가 생기는 이유는 실제 비행에서는 외란과 불확실성이 존재하기 때문이다.

Table 6. Parameters of PID controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
K_P	$diag[25, 25, 30]$	K_I	$diag[0.8, 0.8, 1.2]$
K_D	$diag[4, 4, 6]$		

Figure 11과 12는 PID 제어를 이용한 비행시험 결과이다. Fig. 11은 롤 명령 값을 일정하게 변화시켰을 때의 결과 그래프이며, 명령을 일정하게 주고 있음에도 불구하고 제대로 추종하지 못하는 것을 볼 수 있다. 이 때, 피치 명령을 0도로 유지하고 있을 때, (-)방향으로 쿼드콥터 기체가 쏠리고 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 X_B 축 방향에 추가한 무게 때문으로 보인다. Fig. 12는 피치 명령 값을 일정하게 변화시켰을 때의 결과 그래프이다. Fig. 11의 그래프와 같이 명령을 제대로 추종하지 못하는 것을 볼 수 있고, 이때도 롤 명령을 0도로 유지하고 있을 때, 기체가 큰 각도로 요동치는 것을 볼 수 있다. 이는 바람과 시스템의 불확실성에 의한 영향으로 추정된다. 이처럼 PID 제어는 외란과 시스템의 불확실성에 의해 제어 성능이 떨어지는 것을 확인할 수 있다.

Figure 13과 14는 STA를 이용한 비행시험 결과이며, PID 제어와 동일하게 각각 롤과 피치 명령만을 각각 변화시켰을 때의 결과 그래프이다. Fig. 13을 보면, 롤 명령 값을 변화시키고 피치 명령을 0도로 유지하고 있는데, 이 때 높은 정확도로 롤 명령과 피치 명령을 추종하는 것을 볼 수 있다. 여기서 피치 명령을 Fig. 11과 비교해보면, PID 제어를 사용했을 때는 외란에 의해 (-)방향으로 기울어지지만, STA는

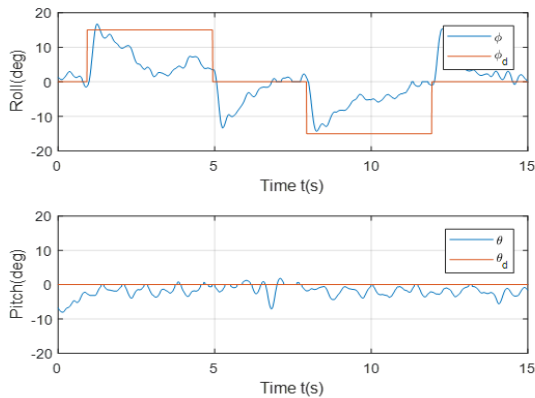


Fig. 11. Roll angle command history using PID

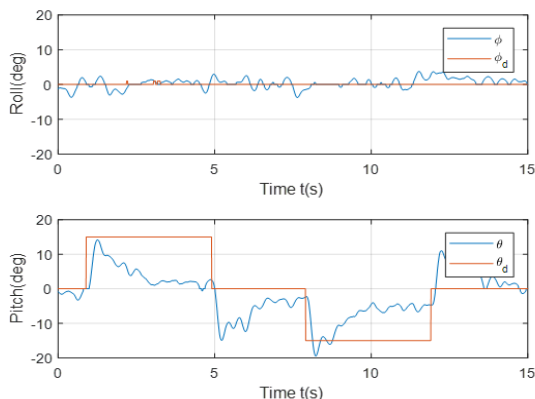


Fig. 12. Pitch angle command history using PID

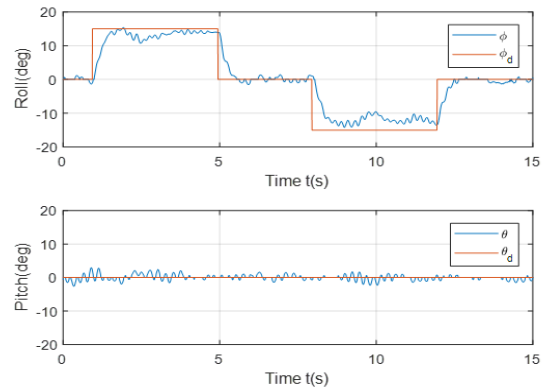


Fig. 13. Roll angle command history using STA

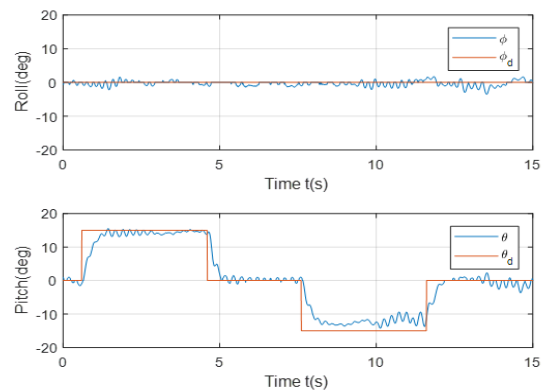


Fig. 14. Pitch angle command history using STA

이를 제어하여 0도 근처에서 잘 추종하고 있는 것으로 보아 제어 성능이 확연히 좋아진 것을 확인할 수 있다. Fig. 14는 피치 명령을 변화시키고 롤 명령을 0도로 유지하고 있는 결과인데, 이때도 Fig. 13과 동일하게 높은 정확도로 명령을 추종하고 있는 것을 확인할 수 있다.

비행시험에 대한 객관적인 수치는 Table 7과 8에 정리하였으며, IAE (Integral of Absolute Error), ISE (Integral of Square Error), 그리고 ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error)로 나타내었다. 아래와 같은 표를 통해 STA가 PID에 비해 좋은 제어 성능을 보이고 있는 것을 알 수 있다.

따라서 외란과 시스템의 불확실성이 있는 환경에서의 쿼드콥터 제어에서는 PID 제어보다 STA가 더 높은 정확도로 제어 명령을 추종하는 것을 확인할 수 있다.

Table 7. Performance index of PID controller

		IAE (e+03)	ISE (e+03)	ITAE (e+03)
roll cmd	roll	9.84	98.4	74.6
	pitch	2.95	9.65	21.0
pitch cmd	roll	1.68	3.26	12.9
	pitch	10.6	103.0	72.4

Table 8. Performance index of STA controller

		IAE (e+03)	ISE (e+03)	ITAE (e+03)
roll cmd	roll	3.31	19.6	24.0
	pitch	0.77	0.99	4.79
pitch cmd	roll	0.85	1.05	7.74
	pitch	2.99	16.9	22.3

VI. 결 론

쿼드콥터의 정밀한 제어를 위해 외란과 시스템의 불확실성에 강인한 특징을 가지는 SMC를 사용하였다. SMC의 단점인 채터링을 보완하고 동시에 강인성을 보장하기 위해 STA를 사용하였다. 쿼드콥터에 STA를 적용했을 때 비행 성능을 알기 위해 STA 제어기를 설계하였으며, 기존의 리아푸노프 이론을 스칼라 정의에서 벡터 정의로 확장하고, 새로운 리아푸노프 함수를 이용하여 제어기의 안정성을 확인하였다.

보다 객관적인 비행 성능을 확인하기 위해 PID 제어와 성능을 비교하였다. 시스템에 외란을 추가하여 PID 제어와 SMC, STA의 시뮬레이션을 진행하였다. 이를 통해 PID 제어의 성능 및 외란에서의 한계를 확인하고, SMC와 STA의 입력 비교를 통해 채터링 제거 효과와 강인성을 확인하였다. 시스템의 불확실성과 외란이 존재하는 환경에서 비행시험을 진행하였다. 본 논문에서는 시스템에 외란과 불확실성이 있을 때 STA가 PID에 비해 높은 성능을 보이는 것을 확인하였다.

References

- 1) Salih, A. L., Moghavvemi, M., Mohamed, H. A. F., and Gaeid, K. S., "Modelling and PID controller design for a quadrotor unmanned air vehicle," *2010 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, Vol. 1, May 2010.
- 2) Shtessel, Y., Edwards, C., Freidman, L., and Levant, A., *Sliding Mode Control and Observation*, Birkhauser, NewYork, 2013, pp. 1~42.
- 3) Nicol, C., Macnab, C. J. B., and Ramirez-Serrano, A., "Robust neural network control of a quadrotor helicopter," *2008 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, IEEE, May 2008,

pp. 1233~1238.

4) Madani, T., and Benallegue, A., "Backstepping control for a Quadrotor Helicopter," *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, October 2006, pp. 3255~3260.

5) Swikir, A. M. L., "Chattering Analysis of the System with Higher Order Sliding Mode Control," PhD Thesis, Ohio State University, 2015.

6) Yu, X., Man, Z., and Wu, B., "Design of fuzzy sliding-mode control systems," *Fuzzy sets and systems*, ELSEVIER, Vol. 95, Issue 3, May 1998, pp. 295~306.

7) Runcharoon, K., and Srichatrapimuk, V., "Sliding Mode Control of Quadrotor," *2013 The International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering (TAECE)*, IEEE, 2013, pp. 552~557.

8) Munoz, F., Gonzalez-Hernandez, I., Salazar, S., Espinoza, E. S., and Lozano, R., "Second order sliding mode controllers for altitude control of a quadrotor UAS: Real-time implementation in outdoor environments," *Neurocomputing*, Vol. 233, April 2017, pp. 61~71.

9) Kareem, A., "Fuzzy logic based super-twisting sliding controllers for dynamic uncertain systems," St. Peters Institute of Higher Education and Research, St. Peters University, 2014.

10) Swikir, A. M. L., "Chattering Analysis of the System with Higher Order Sliding Mode Control," PhD Thesis, The Ohio State University, 2015.

11) Luukkonen, T., "Modelling and control of quadcopter," *Independent research project in applied mathematics*, Espoo, Vol. 22, 2011.

12) Yang, Y. Y., "VTOL Development for Obstacle Awareness and Collision Avoidance," Master's Thesis, Chosun University, 2018.

13) Herrera, M., Chamorro, W., Gomez, A. P., and Camacho, O., "Sliding Mode Control: An Approach to Control a Quadrotor," *2015 Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering*, IEEE, July 2015, pp. 314~319.

14) Mehta, A., and Bandyopadhyay, B., *Frequency-Shaped and Observer-Based Discrete-time Sliding Mode Control*, Springer India, New Delhi, 2015, pp. 9~25.

15) Elhennawy, A., "Dynamic Modeling and Robust Nonlinear Control of Unmanned Quadrotor Vehicle," American University in Cairo, 2018.