

Schlieren 기법과 수치해석을 이용한 저압 상황의 초음속 제트 유동 연구

지윤영* · 장동규* · 손동기** · 고한서†

A study on supersonic jet using Schlieren technique and numerical simulation in low-pressure condition

Yun Young Ji*, Dong Kyu Jang*, Dong Kee Sohn** and Han Seo Ko†

Abstract Research on shock structures of supersonic jet through visualization experiments in low-pressure environment have not been actively conducted. Therefore, in this study, shock waves and supersonic jets were analyzed and compared by numerical analysis and Schlieren technique at low-pressure. Schlieren technique is commonly used to visualize the shock waves generated by density gradient as interferometric methods. Pressure ratio of entrance and ambient was set around 4 to observe moderate under-expanded jet. For validation of experimental and numerical results, the shock structure and frequency were compared. In the case of ST and C nozzle, the results were shown that the difference of shock cell distance was within 10%. The Mach number gradually decreased due to energy reduction, and the error rate was within 7%. D nozzle was not fitted to be observing the shock structure. Because the interface between rarefaction fan and supersonic jet was ambiguous and oscillating phenomena occurred at end of jet, the supersonic jet in low ambient pressure was observed and analyzed.

Key Words : Supersonic jet(초음속 제트), Shock wave(충격파), Schlieren Technique(술리렌 기법), Computational Fluid Dynamics(전산 유체 역학)

기호설명

D_{max} = 노즐 최대 직경 [mm]
 D, D_{min} = 노즐 목 직경 [mm]

P_i = 노즐 입구 압력 [kPa]
 P_a = 주위 압력 [kPa]
 Ma = 마하수
 T = 실내 온도 [K]
 x = rarefaction 간격 [mm]
 α = 충격파 반각 [°]
NPR = 노즐 압력 비

† School of Mechanical Engineering,
Sungkyunkwan University, Professor
E-mail: hanseoko@skku.edu

* School of Mechanical Engineering,
Sungkyunkwan University, Graduate Student

** School of Mechanical Engineering,
Sungkyunkwan University, Research Professor

1. 서론

초음속 노즐은 정압(static pressure)과 열 에너지

(thermal energy)를 운동 에너지(kinetic energy)로 바꾸어 유체의 속도를 이음속에서 초음속으로 변화시키는 장치이다. 초음속 노즐은 고속 추진 장치를 개발하는 항공 역학에서 활발하게 연구 중이며,^(1,4) 최근에는 반도체 설비, 천연가스 내 수증기 제어 (natural gas dehydration) 그리고 분무기 (spray) 등 다양한 분야에서 적용되고 있다.^(5,6)

초음속 노즐은 여러 형상에 따라 각기 다른 분사 특성을 가지며 적합한 분야에 사용된다. 우주 항공 추진체는 우주에서 방향 조절 및 추력을 높이기 위해 convergent-divergent(CD) 및 divergent 노즐을 이용하며.⁽¹⁻²⁾ 천연가스 분사 장치는 divergent 및 convergent 노즐을 사용해 가스를 혼합한다.⁽⁵⁻⁷⁾ Straight 노즐은 범용적으로 사용되는 노즐이다. 따라서 지난 수십 년 동안 노즐에서 분사되는 초음속 제트 유동을 분석하기 위해 실험과 수치해석을 이용한 여러 연구가 수행되었다.

선행 연구자들은 진공 및 대기압 환경에서 유체의 충격파 구조(shock structure)를 분석하기 위해 실험 기법과 해석 기법을 이용했다. 대부분의 실험적 연구에서는 제트 형상을 분석하기 위해 가시화 기법을 가장 선호했다. 충격파를 가시화하기 위해 통상적으로 Schlieren, Particle Image Velocimetry(PIV), Planar laser-induced fluorescence (PLIF) 및 Shadowgraph 기법 등을 이용한다. 이는 간섭 없이 유동장을 재건하여 초음속 제트 형상 분석 및 속도 측정이 가능하다는 장점을 갖고 있기 때문이다. Zhu, et al.은 over-expanded 초음속 제트 유동을 Schlieren 기법으로 촬영하고 초기 압력을 변경하여 충격파의 길이 및 형상을 분석하였다.⁽⁸⁾ 다른 실험 연구에서는 under-expanded 초음속 제트 유동의 PIV 결과와 비간섭 Rayleigh scattering 측정법 결과를 Schlieren 이미지와 비교하여, 충격파 제트 유동 분석을 진행하였다.⁽⁹⁾ 또한, 수치해석 (Fluent)을 이용한 2-D divergent 노즐 내부에서 발생하는 충격파 연구도 이루어졌으며,⁽¹⁾ under-expanded 초음속 제트 유동의 NPR를 변화시켜가며 PLIF 와 수치해석을 통해 노즐에서 분사된 제트 유동을 연구하였다.⁽⁷⁾

선행 연구자들은 저압 조건에서 실험보다 수치해석을 통해 많은 연구를 수행해왔다.^(4,10) 하지만 저압 환경에서의 가시화 실험을 통한 다양한 형태의 노즐에 관한 연구는 활발히 이루어지지 않았다. 따라서 본 연구는 대기압보다 낮은 압력에서 Schlieren 기법을 통해 충격파 및 초음속 제트를 분석하고, 수치해석 결과와 비교하여 검증하였다.

2. 실험 방법

2.1 실험 설정 및 목표

Fig. 1은 충격파를 유동장의 간섭없이 가시화하기 위한 실험 구성을 보여주고 있다. Schlieren lamp (Cyclops, 120W)를 이용하여 촬영에 필요한 빛을 조사했으며 초점거리 175mm인 plano-convex lens (Edmund optics Inc.)로 빛의 초점을 맞췄다. 초고속 카메라인 Photron FastCam mini UX 50 (Nikon Inc., 1280 X 512 resolution)을 이용하여 초음속 제트를 촬영했다.

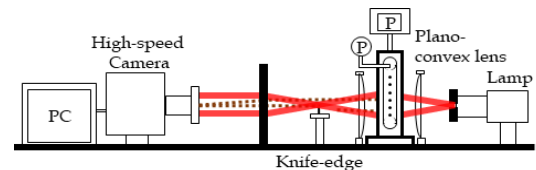


Fig. 1. Experimental setup for visualizing shock wave and supersonic jet

가시화 실험을 위한 목표는 Fig. 2와 같이 충격파를 촬영하기 위해 내부를 저압의 환경으로 유지할 수 있는 강화 아크릴 재질로 제작했으며, 압력 유지를 위해 모든 접합부에 오링(O-ring)을 설치하여 내부 기밀성을 높였다. R5 Oil-Lubricated Rotary Vane Pump (BUSCH Inc.)를 사용하여 내부 압력을 36kPa로 유지했다. 또한, 진공 펌프로 인해 충격파 유동에 영향을 주는 것을 방지하기 위해 목표 출구에 차단판을 설치하였으며, 내부에 균일한 유량을 공급하기 위해 VIC-D240 (MKP Inc.)를 사용하여 10.83slpm으로 노즐 내부에 유량을 제공했다.

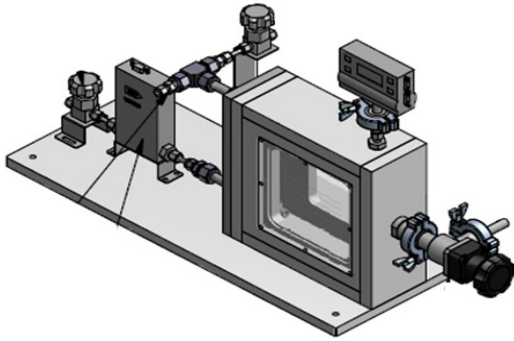


Fig. 2. Schematic of mockup with MFC and pressure gauge

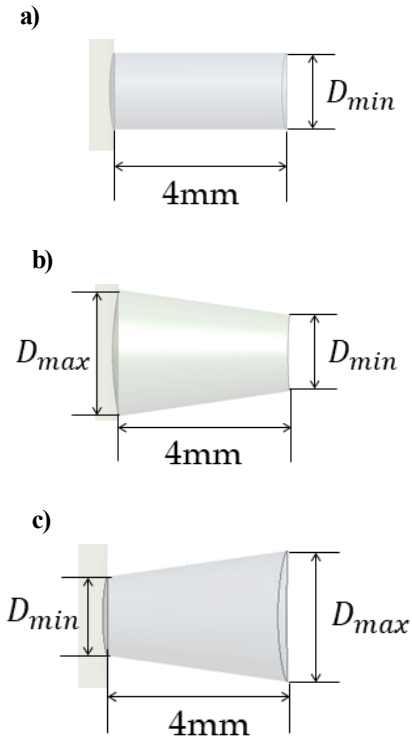


Fig. 3. 3 geometric types of nozzle : a) Straight nozzle, b) Convergent-conical nozzle, and c) Divergent-conical nozzle

초음속 노즐은 설계와 제작이 용이한 원통 형태의 노즐을 선택하였다. 일반적으로 초음속 노즐 설계 시에는 원통 형태 확대 노즐의 출구를 $12\sim 18^\circ$ 각도로 제작하는 것으로 알려져 있다.⁽¹¹⁾ 따라서 단순화한 소형 노즐은 Fig. 3과 같이 a)

Straight(ST) 노즐, b) Convergent-conical(C) 노즐, 그리고 c) Divergent-conical(D) 노즐 형태의 총 3종류를 이용하여 초음속 제트를 발생시켰다. 노즐의 길이는 4mm이고, 노즐을 통과하는 최대 유량이 동일하게 공급되도록 노즐 목의 직경인 D_{min} 를 1mm로 고정하였다. 축소 또는 확대되는 원통 형태이므로 D_{min}/D_{max} 비는 0.5로 설정하였다.

2.2 영상 처리

주위 압력이 대기압과 달리 저압의 환경에서는 확산의 영향으로 충격파의 경계선인 초음속 제트의 경계선이 뚜렷하게 나타나지 않는다. 따라서 MATLAB 2020a의 image processing tool로 영상처리를 진행하였다.

먼저 고압의 압축성 유체가 노즐 출구에서 분출될 때 주위의 낮은 압력으로 흐르면 압력 차이로 접촉 불연속면이 발생하여 팽창파(rarefaction fan)가 발생한다. 팽창파를 통해 충격파 발생 빈도 및 위치 등을 파악할 수 있다. 2차 미분을 통해 팽창파의 경계(edge) 검출하기 위해 Canny 방법을 이용했으며, Canny 방법은 명암이 형성된 영상 픽셀 강도 구배를 이용하여 경계를 검출하는데 사용되는 알고리즘이다.⁽¹²⁾ 촬영 시 카메라에서 발생하는 노이즈 영향을 제거하기 위해 Gaussian 필터를 적용했다. 경사(미분)값을 이용하여 경계를 찾아 영상의 픽셀 강도가 급격히 변하는 영역을 추출하였다. 경사값을 통해 극대 및 극소의 값들을 추출하여 그 부분이 경계라고 가정하였다. 가정된 경계가 실제 경계로 인해 변화하는 영역인지 smoothing을 통해 흐려진 경계가 잘못 검출되는 것인지를 확인하는 작업이 필요한데 이 작업을 non-maximum suppression이라 명명하며, 관심 픽셀을 기준으로 8방향에서 경사값이 최대인 부분만을 보존하여 실제 경계만을 검출하는 단계이다. 마지막으로 hysteresis thresholding 작업을 통해 경계 중 필요한 경계만 남겨두었다. 충격파 형상이 아닌 부분에서 발생하는 경계들을 제거하기 위해서는 팽창파의 픽셀 강도 관찰을 통해 경계값을 설정하는 경험적인 방법이 주요하며, 본 연구에서는 0.5의 값을 사용했다. 이

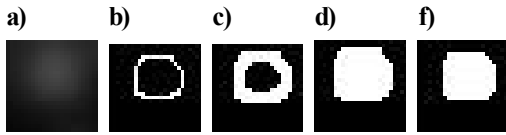


Fig. 4. Sequence of image processing for detecting rarefaction fan : a) Gaussian filtering, b) Edge detecting, c) Edge dilating, d) Filling holes, and e) Edge erosion(smoothing)

러한 단계를 거쳐 영상이 이진화되면 Fig. 4 b)와 같은 폐곡선을 형성하게 되고, 더욱 현실적인 형상을 얻기 위해 c) 경계 확장, d) 폐곡선 내부 채움, e) 침식 과정을 거쳐 최종 영상을 얻어낸다.

최종 영상에서 팽창파는 하나의 채워진 구조체로 인식을 할 수 있으며, 이는 타원의 형상으로 근사할 수 있다. 타원의 중심을 검출하여 절대 좌표에서의 중심을 얻어낼 수 있고, 중심거리에 대한 정보를 얻어낼 수 있다. 이 중심거리를 이어서 생성된 벡터들을 통해 충격파 사이의 각도를 얻어낼 수 있고, 중심거리의 변화를 통해 충격파가 형성되는 경향과 강도를 분석할 수 있다.

2.3 Shock structure 분석

3종류의 노즐에서 토출된 유체의 초음속 제트를 영상 처리를 통해 Fig. 5와 같이 확인할 수 있다. 대기압에서 촬영한 제트의 구조와 달리 제트의 유동 방향을 벡터로 구현하여 충격파의 반각을 계산했다. 노즐 근처에서 발생한 충격파 셀(shock cell)과 다르게 제트 끝에서 발생한 충격파 셀은 NPR이 낮아 진행 방향 유동의 운동량이 줄어들어 제트가 위아래로 진동한다. 이로 인해 충격파의 반각의 계산에서 높은 오차가 발생한다. 따라서 ST와 C노즐에서부터 유동 방향의 직진성을 갖는 5개의 충격파까지 계산을 진행했다. D 노즐의 초음속 제트는 노즐 내부에서부터 마하수가 성장하여 노즐 외부에서 다른 노즐보다 심한 진동이 발생하기 때문에 2개의 충격파만 분석하였다. Fig. 6은 ST와 C노즐의 첫 번째 충격파 반각의 분포도이다. 제트의 진동으로 충격파의 반각은 1.5~2° 내에 분포하고 있다. 평균 충격파의 반각은 ST노즐, C노즐 그리고 D노

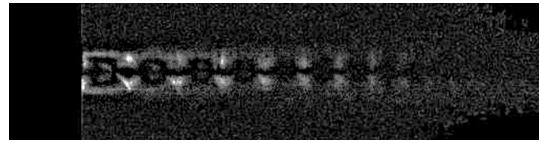


Fig. 5. Post processing image

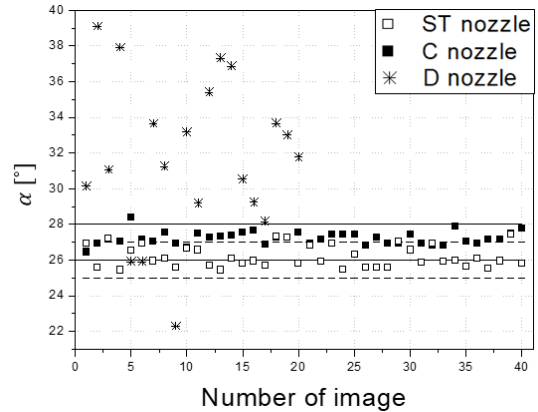


Fig. 6. Half angle of ST, C and D nozzles

즐의 26.18°, 27.21°, 31.77° 순으로 ST노즐에서 가장 낮게 나타났다.

마하수가 1보다 클 때 유동 전면에서 각도를 가지는 때 형태의 충격파가 나타난다. Prandtl Meyer의 팽창파 분석 모델을 사용하여 충격파의 반각으로 마하수를 계산하였다⁽⁸⁾. 마하수와 충격파 반각의 관계식은 다음과 같다.

$$\sin \alpha = \frac{1}{Ma} \quad (1)$$

각도가 커지면 마하수는 낮아지므로 충격파의 반각이 작은 ST노즐에서 첫 번째 충격파의 최대 마하수가 2.27로 나타난다. 충격파를 생성하면서 유체의 밀도 구배로 인한 팽창과 압축이 반복적으로 나타난다. 제트 내의 압력 감소로 충격파의 마하수가 감소한다. 따라서 팽창파의 발생 간격인 충격파 셀 또한 짧아지게 된다.

3. 수치해석 방법

3.1 수치해석 설정

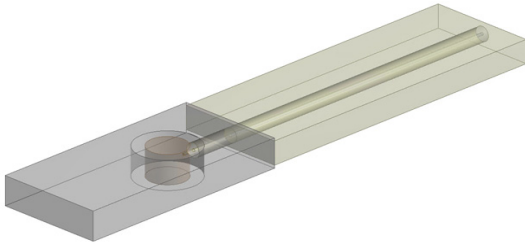


Fig. 7. Schematic of numerical simulation model

Table 1. Measured room temperature, inlet pressure, ambient pressure and NPR by experiment

	P_i [kPa]	T [K]	P_a [kPa]	P_i / P_a
ST nozzle	152.39	298.3	35.72	4.27
C nozzle	149.36	298.3	36.00	4.15
D nozzle	154.73	298.3	36.11	4.28

수치해석은 3차원 정상 상태 계산으로 이뤄졌으며, 시간 경제성을 고려하여 Fig. 7과 같이 하나의 노즐만 있는 유동장을 만들어 진행하였다. 기체의 압축성 유동을 해석하기 위해 작동 유체는 이상기체 상태방정식을 적용한 공기를 사용했으며, 노즐 내부에서부터 발생하는 충격파의 발생으로 초음속 제트 주변에서 난류가 발생한다. 난류 유동을 분석하기 위해 Shear Stress Transport (SST) 모델을 사용했다. 경계조건은 실험 결과를 바탕으로 Table 1과 동일하게 실내 및 유체 온도, 유량 및 압력 조건으로 설정했다.

3.2 모델 격자

초음속 유동은 작은 영역에서 밀도가 빠르게 변하기 때문에 충격파의 발생 정확도와 수렴도 및 해석 시간을 고려하여 격자를 구성했다. 격자의 크기는 밀도 변화가 크게 변화하는 영역인 노즐 내부, 충격파가 발생하는 영역 및 초음속 제트 영역은 각각 0.02mm, 0.035mm 그리고 0.075mm로 설정했고, 초음속 제트 유동 형태의 계산 정확성을 높이기 위해 hexa 형태를 이용하여 노즐 형상에 따라 챔버에 약 19~21백만개 사이의 격자를 형성하였다.

4. 결과 및 토의

수치해석에서는 Schlieren 실험과 동일하게 초음속 제트가 발생하는 구역만을 ROI (Region of Interest)로 선정했다. 노즐에 따른 초음속 제트 형상 및 마하수와 팽창파의 발생 간격을 통해 실험의 측정값과 수치해석 결과값을 비교하여 저압에서 관측한 초음속 제트 측정 방법을 검증하였다.

4.1 실험 결과의 타당성 분석

선행 연구에서는 초음속 제트 유동 분석을 위해 주로 충격파 구조, 충격파 셀 간의 거리, 두께를 파라미터로 선정하였다.

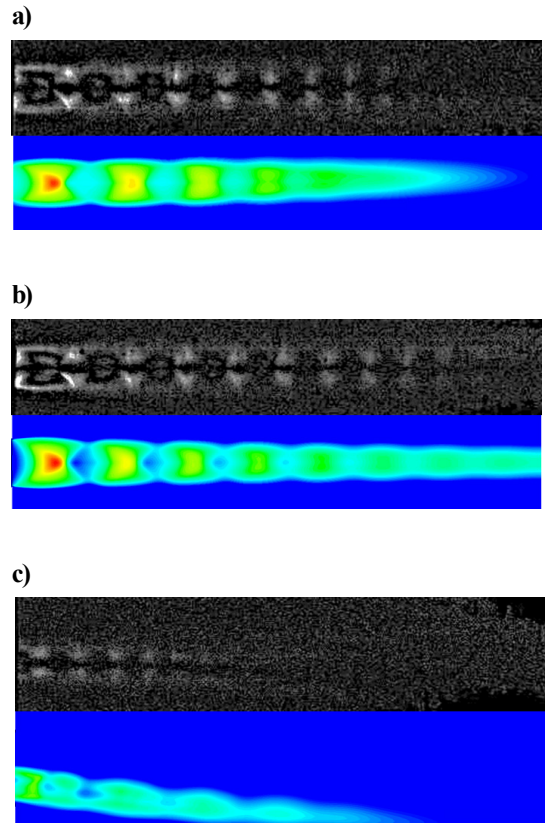


Fig. 8. Images of experimental result and numerical simulation : a) Straight nozzle, b) Convergent-conical nozzle, and c) Divergent-conical nozzle

Table 2. Experimental and numerical data of number of shock cell

	Experimental data	Numerical data
ST nozzle	4~5	5
C nozzle	6~7	8
D nozzle	2~4	4

Fig. 8은 실험과 수치해석을 통해 얻은 충격파 구조를 보여준다. 모든 노즐에서 oscillating 현상이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 특히 c) D노즐의 경우 노즐 내부의 벽면을 따라 마하수의 성장이 발생되어 토출되는 유체의 제트에 진동이 크게 나타난다. 또한, 유동 진행 방향의 에너지 감소 때문에 충격파 셀의 크기가 감소하는 형태를 보였다. 충격파의 경계선에서는 경사 충격파와 팽창파가 나타난다. 유속의 증감이 변화하는 부분이 경사 충격파이며 경사 충격파 이후에 압축 현상으로 밀도가 변화하여 팽창파가 나타난다. 이러한 충격파의 특징을 이용하여 수치해석과 실험 결과의 충격파 개수를 분석하였다. Table 2는 초음속 제트 내에 발생한 충격파의 개수를 보여준다. 실험과 수치해석에서 얻어진 충격파의 개수가 유사함을 확인하였다.

Fig. 9는 실험과 수치해석을 통해 얻은 충격파 셀의 길이를 나타낸 그래프이다. 상첨자 *은 실험의 결과를 표시한 것이다. 노즐 출구에서부터 발생한 충격파는 에너지 감소로 충격파 셀의 길이가 감소한다. 충격파 셀의 감소 현상은 실험과 수치해석에서 모두 나타났다. D노즐의 실험 결과는 첫 번째 충격파 셀의 길이가 정확히 촬영되지 못하여 수치해석과 상이한 결과를 보였기 때문에 오차율 계산에서 제외했다. ST와 C 노즐의 실험 및 수치해석 간의 충격파 셀의 오차율은 10% 내이다. 이의 감소율의 오차는 5% 이내였다.

Fig. 10은 실험과 수치해석을 통해 얻은 마하수를 나타낸 그래프이다. 모든 노즐에서 유동의 진행 방향에 따라 나타난 경사 충격파의 마하수가 감소하는 경향을 보였다. ST와 C노즐의 첫 번째 경사 충격파의 마하수는 5% 이하의 오차율을 보였다. 따라서 위와 같은 결과들을 토대로

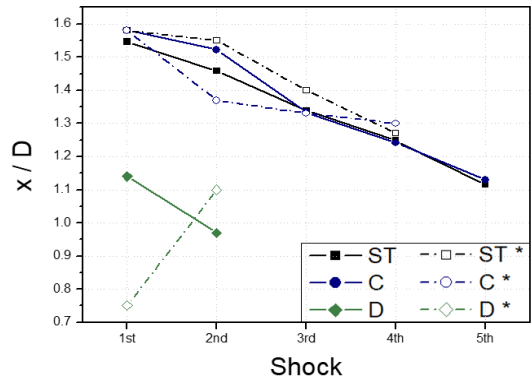


Fig. 9. Normalized shock cell of Schlieren and numerical data

Table 3. Error rate of Schlieren and numerical simulation data according to rarefaction fan point

	1 st	2 nd	3 rd	4 th
ST nozzle	2%	7%	5%	2%
C nozzle	0%	10%	0%	5%
D nozzle	36%	13%	-	-

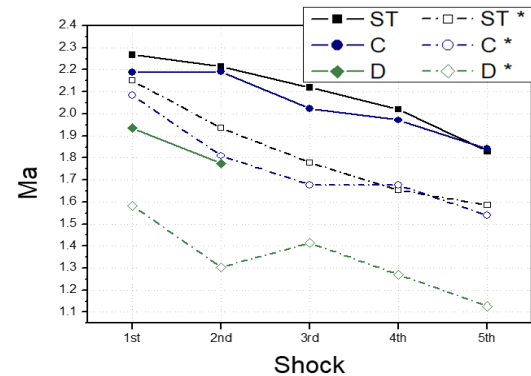


Fig. 10. Mach number of experimental and numerical data

ST와 C노즐을 사용하여 관측한 초음속 제트는 수치해석의 결과와 유사하게 나타나는 것을 확인하였다.

4.2 결과 고찰

Fig. 10에서 두 번째 충격파 이후 마하수의 오차는 15% 이상 발생한다. 충격파 셀의 오차는 10%

이내였지만 충격파 두께에서 차이를 보였다. 그 원인은 초음속 유동 제트 경계면의 음영과 팽창파의 음영이 명확히 구분되지 않았기 때문이다. 결과적으로 Schlieren에서 충격파 두께가 더 두껍게 분석되었다. 이러한 현상을 방지하기 위해서는 영상 처리 과정에서 두 경계면을 구분 짓기 위해 hysteresis thresholding 과정에서 고정된 경계값 대신 충격파 셀을 영역별로 나누어 각각의 경계값을 제공해주는 함수를 적용할 필요가 있다. 초음속 제트는 에너지 감소로 인해 제트 경계면의 경계값이 달라진다. 따라서 각 팽창파의 평균 픽셀 강도를 계산하여 이를 통해 임의적인 함수를 사용하거나 실험을 통한 경계값을 추출하기 위해 머신 러닝을 이용하여 함수를 도출해내야 한다.

노즐 출구에서 진행 방향으로 직진성을 갖는 노즐인 ST와 C노즐을 저압에서 촬영하여 수치해석과 비교하는 것은 가능하다. 하지만 D 노즐은 출구에서 나타나는 oscillating 현상으로 팽창파와 마하수가 계속 변하게 된다. 따라서 노즐 출구에서부터의 초음속 제트를 분석하고 수치해석 결과와 비교하는 것은 어려웠다.

5. 결론

본 연구에서는 Schlieren 기법을 통해 충격파 및 초음속 제트를 분석하고, 수치해석 결과와 비교하여 검증하였다. 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 실험과 수치해석의 충격파 구조 형상과 충격파 발생 빈도가 유사하게 나타났다.
- 2) 충격파 셀의 거리는 10% 이내의 오차를 가지며 감소율은 5% 이내로 나타났다.
- 3) 유동 진행 방향의 마하수는 에너지 감소로 인해 감소했으며 감소율의 오차는 7% 이내로 나타났다.
- 4) Schlieren 기법으로 얻어진 결과에서 팽창파와 초음속 제트의 경계면이 모호하여 제트의 두께 오차가 발생하였다. 영상 처리 과정에서 두 경계면을 구분하는 추가적인 연구가 필요하다.

REFERENCES

- 1) Spazzini, P. G., and Fallerini, L., 2019, "Performance analysis of a microthruster for satellite applications," *Measurement*, Vol.131, pp.782~786.
- 2) Xu, J., and Zhao, C., 2007, "Two-dimensional numerical simulations of shock waves in micro convergent-divergent nozzles," *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 50(11), pp.2434~2438.
- 3) Norman M. L., Winkler K. H. A., 1985, "Supersonic jets," *Los Alamos Science*, Spring/Summer, pp.39~71.
- 4) De Giorgi, M. G., and Fontanarosa, D., 2019, "A novel quasi-one-dimensional model for performance estimation of a vaporizing liquid microthruster," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 84, pp.1020~1034.
- 5) Niknam, P. H., Mokhtarani, B., and Mortaheb, H. R., 2016, "Prediction of shockwave location in supersonic nozzle separation using self-organizing map classification and artificial neural network modeling," *J. Natural Gas Science and Engineering*, Vol. 34, pp.917~924.
- 6) Park, J. J., Lee, M. W., Yoon, S. S., Kim, H. Y., James, S. C., Heister, S. D., Chandra, S., Yoon, W. H., Park, D. S., and Ryu, J., 2011, "Supersonic nozzle flow simulations for particle coating applications: Effects of shockwaves, nozzle geometry, ambient pressure, and substrate location upon flow characteristics," *J. Thermal Spray Technology*, Vol. 20(3), pp.514~522.
- 7) Yu, J., Vuorinen, V., Kaario, O., Sarjovaara, T., and Larmi, M., 2013, "Visualization and analysis of the characteristics of transitional underexpanded jets," *J. Heat and fluid flow*, Vol. 44, pp. 140~154.
- 8) Zhu, Y., and Jiang, P., 2014, "Experimental and analytical studies on the shock wave length in convergent and convergent-divergent nozzle ejectors," *Energy Conversion and Management*,

- Vol. 88, pp.907~914.
- 19) Yüceil, K. B., 2017, "A comparison of PIV and interferometric Rayleigh scattering measurements in the near field of underexpanded sonic jets," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 67, pp. 31~40.
 - 10) Giorgi, M. G. D., Fontanarosa, D., and Ficarella, A., 2018, "Modeling viscous effects on boundary layer of rarefied gas flows inside micronozzles in the slip regime condition," *Energy Procedia*, Vol. 148, pp.838~845.
 - 11) Sutton, G. P. and Biblarz, O., 2010, *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley & Sons, New Jersey.
 - 12) Canny, J., 1986, "A Computational approach to edge detection," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 8(6), pp.679~698.