

# 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발 연구: 중학교 1학년 함수 영역을 중심으로

## Development of Mathematics Assessment and Correction Materials according to Mathematics Learning Hierarchy: Focused on the Function for 7th Grade

허 난 · 김 수 철<sup>1)</sup>

**ABSTRACT.** The purpose of this study is to develop a mathematical assessment and correction materials according to the mathematics learning hierarchy. The scope of the study is set to 'function' in 7th grade of middle school. The researchers developed a draft of the mathematical assessment and correction materials based on the mathematics learning hierarchy through the pilot test and the expert review. Using the results of the expert review, the researchers modified and supplemented the math assessment and correction materials to produce the final version. The mathematics assessment and correction material developed in this study is expected to build an effective guidance system for students with mathematics deficits. In addition, by presenting a mathematical assessment and correction materials to the teachers in the field, it is possible to reduce the effort for the management of underachievers and to provide guidance for the education of students with a lack of math learning.

---

Received July 27, 2020; Accepted August 17, 2020.

본 논문은 2019년 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 연구 보고서(BD20020003)의 일부를 발췌, 수정 보완하여 작성하였음.

2010 Mathematics Subject Classification: 97D60, 97D70

Key Words: Assessment, Correction, Learning Hierarchy

1) Corresponding author

## I. 서론

우리나라 학생들이 수학을 어려워하고 수학을 기피하는 학생의 비율이 높아지고 있다는 것은 주지의 사실이다. 우리나라 수학교육의 현실을 여실히 보여주는 설문 결과 중 하나인 박홍근(2015)에 따르면 수포자(수학 포기 학생의 줄임말)의 비율은 초등학교 36.5%, 중학교 46.2%, 고등학교 59.7%이다. 하지만 고희경 외(2016)의 연구에서의 수학을 포기한 학생 중 재도전할 의사가 있는 학생의 비율이 그렇지 않은 학생보다 높게 나타난 결과는 수학 학습 결손 학생들에 대한 관심과 지원이 필요하며, 그들을 위한 별도의 보정교육 프로그램이 교육현장에서 운영되어야 함을 시사하고 있다. 한편 우리나라 학생들이 수학으로 인해 고통을 받고 있다는 설문조사의 결과도 있는데, ‘수학 내용이 어렵다’, ‘배워야 할 양이 많다’, ‘학생들의 자기주도적 학습 능력 저하’ 등을 그 주된 원인으로 보고하고 있다(사교육걱정없는세상, 2013).

이와 같이 학생들의 수학에 대한 어려움 호소, 수학기피자 비율 증가라는 우리나라의 교육 현실 속에서 학생들을 수학의 고통에서부터 벗어나게 하고 수포자를 예방하기 위해서는 학생들의 수학 학습의 결손 정도를 진단하고 보정교육을 실시하는 것과 같은 실질적인 대책 마련이 절실하다. 수학은 위계적인 학문이므로 선수학습 요소에 결손이 발생하면 학습하려는 수학적 개념을 제대로 이해할 수가 없다. 따라서 학생들의 수학 학습 결손이 어디에서부터 시작되었는지에 대한 원인 규명을 위해 학생들의 수학 학습 결손 상태를 정확하게 진단할 수 있는 평가도구의 개발이 반드시 필요하며, 이를 위해서는 수학 학습 위계를 세분화하는 일이 선행되어야 한다.

수학 학습 위계에 관한 연구는 박윤범 외(2014)에 의하여 수행되었으나, 이 연구의 결과는 2009 개정 교육과정의 학습내용을 세분화한 것으로 현행 교육과정인 2015 개정 교육과정의 변화 내용이 반영되지 못하였다. 또한 2015 개정 수학과 교육과정 상의 학습내용은 교과서의 중단원이나 소단원 단위로 수학적 개념의 위계를 제시하고 있어 보다 세분화될 필요가 있다. 따라서 수학 학습 위계를 새로운 교육과정에 맞추어 세분화하고 재구조화하기 위해서는 2015 개정 수학과 교육과정의 학습요소를 세분화하고 선행연구의 수학 학습 위계도를 재구조화할 필요가 있다. 수학 학습 위계의 세분화 및 재구조화는 진단도구 및 보정자료의 개발에 앞서 수행되어야 할 주요 과제라고 할 수 있다. 학생들의 수학 학습 결손 정도를 잘 파악하기 위해서는 학습요소의 세분화를 거쳐 진단도구를 개발할 필요가 있으며, 이에 따라 보정자료를 개발하는 것이 타당하기 때문이다.

학생들의 수학 학습의 결손 정도를 진단하기 위한 평가도구는 실제로 학생들에게 적용하여 결손이 발생한 학습 요소나 시점을 정확히 찾아낼 수 있어야 하며, 진단 결과에 알맞은 보정자료를 적시에 제공함으로써 학생들이 수학 학습 결손 부분을 단기

간에 보정할 수 있도록 안내하는 역할을 해야 한다. 따라서 평가도구 및 보정자료는 수학 학습 위계를 충분히 고려하려 제작되어야 하며, 진단결과에 따라 선택적으로 활용될 수 있도록 제작될 필요가 있다. 또한 실제 수학교육 현장에서 적용 가능하도록 교수·학습 내용 및 방법을 구체화하고 학생들로 하여금 동기유발 및 개념의 내면화가 이루어질 수 있도록 보정자료를 제시할 필요가 있다.

따라서 본 연구에서는 실제 교육현장에서 활용 가능한 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발하고자 한다. 이를 위하여 학습 위계를 세분화하고 이에 따라 학습 위계에 따른 평가도구 개발하여 수학 학습 위계에 따른 학습 결과에 대한 평가에서 학습을 위한, 학습으로서의 평가로 그 패러다임을 확장하고자 한다. 또한 맞춤형 보정자료를 개발함으로써 학생들의 수학 학습 결손을 미연에 방지하고 학습자의 수학 학습 결손을 보정하여 교육 현장에서 수학 학습 결손 학생들을 위한 효과적인 지도 체계 구축하는데 기여하고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 위계성과 수학 학습 위계

위계성에 대한 논의에서 Gagné(1977)는 인간의 학습이 단순한 것에서 복잡한 것으로, 저차원에서 고차원으로 발전하는 위계를 이루고 있으며 한 단계의 학습은 다음 단계의 학습에 필수적인 선행 요건이 된다는 것을 학습 위계(learning hierarchy)라고 언급하고 있다. 학습과제는 위계적으로 구성되어 있고, 위계 순위가 다른 학습과제는 유형이 다른 학습형태를 요구하기 때문에 주어진 학습과제를 효과적으로 학습시키려면 무엇보다 먼저 그 학습과제를 면밀히 분석하여 그것을 학습하는 데 필요한 학습 유형을 밝히고, 그 다음 그것을 위계적 순서에 맞추어 정리할 필요가 있다(김희수, 2003, 재인용).

Resnick et al.(1995)은 수학적 과제를 위한 학습위계가 어떻게 타당화 될 수 있는가와 그것이 내용, 계열, 그리고 수업의 개별화를 결정하는데 어떻게 적용되는가에 대해 고찰하며 학습 위계를 분석하였다. 그 결과 학습 위계 분석은 통상적으로 학생들이 이미 마스터 했다고 가정할 수 있는 능력 이하의 수준으로는 내려가지 않았다. 학습 위계 분석은 확인된 기능과 각각의 하위기능들의 수행능력은 행할 수 있는 것에 대해 이루어지며, 학습 위계의 본질은 하위 과제가 상위 과제에 포함되거나 상위 과제의 중요한 요소가 된다는 가정 하에 이루어진다. 이 때 학습 위계에서의 상위 과제는 하위 과제들보다 학습하기 어렵다거나 학습하는 데 시간과 노력이 더 필요할 것이라는 것을 의미하지 않는다. 또한 특정한 위계에서 확인된 각각의 하위기능들은

다른 위계에서도 역할을 할 수 있다.

학습 위계는 요소기능을 학습시키는 순서뿐만 아니라 개별적인 수업방법을 제공하며 위계에 기초한 진단검사는 학생의 기능의 수준에 따라 가르칠 수 있도록 해야 한다. 위계를 통하여 대안적인 경로를 취하고 어떤 선행요건은 생략함으로써 학생들의 학습특성에 맞게 가르칠 수 있다. 교사는 학습위계를 개인차에 따라 수업을 설계하는 의사결정을 위한 기초로써 사용할 수 있다(Resnick & Ford, 1995).

박윤범 외(2014)에서는 Gagné의 관점에서 교육내용을 구성할 때 순서를 고려하는 조직의 원리가 계열성이며 특별히 그 내용이 학습 과정에서의 선결 조건이 되는 관계에 있을 때 위계성이 있다고 표현하였다. 위계성은 계열성의 한 종류이며 특별히 학습 내용상의 선후 관계가 분명한 경우에 사용된다고 할 수 있다. 위계성과 유사한 의미로 강완, 백석운(1998)은 계통성에 대하여 다음과 같이 설명하고 있다.

‘수학적 지식은 보존, 정리되는 과정에서 계통성을 지니게 되며 계통성은 수학 내용의 위계적이고 누적적인 구성의 특징을 말한다. 계통성은 수학적 지식이 지닌 구조적 장점인 동시에, 교수 학습 과정에서는 지식의 국소화 현상을 불러일으켜서 학습에 저항을 불러일으키기도 한다.’

수학 지식의 성격으로 언급되는 계통성은 수학적 논리의 선후 관계로 이해할 수 있다. 위계성이라는 용어는 두 가지 측면에서 이해할 수 있다. 수학 지식의 성격과 관련한 수학적 논리의 선후 관계의 의미(계통성)와 어떤 내용을 학습하는 과정에서의 학습의 선결 조건으로서의 선후 관계의 의미가 있을 수 있다. 어떤 학습 내용 사이에 논리적이니 선후 관계가 있다고 한다면 학습에서의 선후 관계가 있다고 가정할 수 있다. 그러나 모든 수학 교과목의 학습이 이와 같은 수학적 위계(계통성)에 의해 결정되지는 않으며, 수학적 위계에서도 선후 관계가 명확하지 않은 것들도 많이 있음에 유의할 필요가 있다(박윤범 외, 2014; 우정호, 2000).

Gagné(1977)는 도착점 행동으로 기술된 능력을 나타내는 과제(do-able task)에 대하여 그 선행요소가 되는 하위행동을 확인하고 다시 그 하위행동을 확인하여 학습자가 이미 소유한 능력에 이를 때까지 계속하여야 한다고 언급하였다. 그리고 그러한 행동 요소 사이의 선후·좌우 관계를 분석하여 학습 위계 구조를 작성할 것을 요구하였다. 학습 위계에서 상위단계의 행동은 하위단계의 행동 형성을 전제로 함을 명확히 하였다. 이러한 과제 분석은 진단검사를 실시하여 학생들이 어느 수준의 행동을 숙달하고 있는지를 결정하여 지도계획을 작성하는 데, 나아가 학습 결과를 평가하는 데 매우 필요하다(우정호, 2000, 재인용).

## 2. 수학과 평가·보정 모델 관련 선행 연구

김명화(2012)는 기초학력 진단평가를 통해 학생들의 보정학습에 도움이 될 수 있는 필수 학습요소별 진단정보 제공 가능성을 탐색하였다. 기초수학 영역의 9개 필수 학습요소를 인지숙성으로 하여 문항 반응과 인지요소의 관계를 토대로 한 인지진단 모델을 적용하고 학생의 숙달 요소별 보정학습이 필요함을 제시하였다.

문제기반 학습 모델에 의한 수학 문제해결 성취의 진단평가와 보정지도 결과의 분석 연구(Hikmasari, Kartono, & Mariani, 2017)에서는 진단평가와 보정지도에 의한 문제기반 학습 모델을 사용한 학습자의 문제해결 능력이 자격시험 점수의 75% 이상을 달성하였음을 보여준다. 문제기반 학습 모델에 의한 학습 자료를 받은 후에 기준 성취를 보이지 않은 학습자에 대해 진단평가와 보정지도 과정이 수행되었다. 보정 교육 실시 후 총괄평가를 실시한 후에 연구 학급 참가자의 대부분이 명시된 최소 점수 기준보다 더 좋은 점수를 얻었음을 보여주어 진단평가와 보정지도 결과가 효과적임을 시사하고 있다.

진단평가와 보정교육을 사용한 문제기반 학습 모델 적용 결과, 학생들의 문제해결 능력이 자격시험 점수의 75% 이상을 달성하였고, 지정된 최소 기준 점수 이상을 받음을 보여주어 진단평가와 보정교육을 사용한 문제기반 학습 모델의 효과를 보여주었다(Hikmasari et al., 2017).

Wu et al.(2012)은 수학 개념의 진단체계를 개발하려는 목적으로 인공지능과 진단에 있어서 높은 인식률을 지닌 베이저안 네트워크를 도입하고 전산화된 평가의 연역적 방법들을 적용하여 연구를 수행하였다. 학생들이 수학학습에서 직면하는 어려움을 이해함으로써 즉각적인 보정수단들을 시행하는 데 도움을 주려는 목적을 지니고 연구를 시행하였으며, 연구에서 입증된 전산화된 진단평가는 학생들이 범하는 실수 유형들을 진단할 수 있었다. 이는 학생들이 자신들의 개념적 오류들을 깨닫도록 하는데 있어 도움을 줄 뿐만 아니라 교사들이 학생들이 범하는 실수 유형들을 파악함으로써 집단 보정 교수를 시행하는 데 도움이 된다는 것을 시사하고 있다.

고등학교 학생들의 보정 수학교육에서 디지털 노트북의 적용에 대한 연구(Chang, 2015)는 고등학교 학생들의 대수 학습 진행을 기록하고 분석하기 위해 디지털 노트북을 사용하였다. 이 연구에서는 고등학교 학생들의 대수적 실수 유형의 분석 후, 교사는 전통적인 강의 그룹과 온라인 자기주도학습 그룹을 포함하는 보정지도 교육과정을 설계하였다. 보정 지도 결과, 강의에 의한 지도는 실시간 상호작용과 학생과 교사 사이의 질문과 대답을 촉진하여 강의 그룹 학생들의 수준이 온라인 자기주도학습 그룹의 학생들과 비교하여 의미 있게 향상되었다. 온라인 자기주도학습 그룹은 접근이 편리하고 시간과 공간의 제약을 받지 않는 이점이 있으며 학생들은 학습에서 주도적이었다. 이 연구 결과는 강의와 온라인 지도의 장단점을 고려한 고등학교 학생들의 대수 보정교육에 참고할 수 있다.

최승현, 권점례, 이봉주(2013)는 특성화고·마이스터고 학생들의 누적된 학습 결손을 보정하고, 기초수리능력 신장을 위해 맞춤형 온라인 자료를 개발하였으며, 보정학습 프로그램과 평가 도구가 결합된 체제로 개발하였다. 수학과 보정학습이 필요한 학생들을 선별하기 위해 ‘기초학력 진단평가 도구’를 개발하였으며, 선별된 학생들을 대상으로 해당 단계에 대한 단계(단원)별 진단평가를 실시하여 보정학습이 필요한 학생들에게 보정학습을 실시하고 보정학습을 마친 학생들은 학업성취 확인과 보정학습 프로그램의 효과를 점검하기 위해 ‘단원평가’를 실시하였다.

### Ⅲ. 연구 방법

#### 1. 자료 개발 범위

본 연구에서의 수학 평가·보정자료의 개발을 위해 중학교 1학년 ‘함수’ 영역을 설정하였다. 함수 영역을 설정한 이유는 함수가 실세계 현상의 변화를 해석하고 설명하는 중요한 개념이므로 학교수학에서 매우 강조되고 있으나 중학교 학생들이 어려워하는 개념이며 또한 초등학생들이 어려워하는 단원인 ‘비와 비율’, ‘규칙과 대응’ 단원과 함께 위계적으로 고등학교의 ‘함수’ 단원과 연계되기 때문이다.

따라서 수학 학습 위계의 세분화 및 재구조화의 대상은 중학교 함수 영역과 연계된 중학교 ‘함수’단원 전체와 고등학교 1학년 ‘함수’단원, 초등학교 ‘규칙과 대응’, ‘비례식과 비례배분’, ‘비와 비율’, ‘자료의 정리’ 단원을 그 대상으로 하였다. 이 중 중학교 ‘좌표평면과 그래프’, ‘정비례’, ‘반비례’, ‘함수’ 단원에 대한 평가·보정자료의 개발은 고등학교 ‘함수의 그래프’, ‘함성함수’, ‘역함수’ 단원, 초등학교 ‘비와 비율’, ‘규칙과 대응’ 단원과 연관 지어 개발하였다

#### 2. 연구 절차

수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발을 위하여 먼저 학습 위계를 세분화하였다. 학습 위계의 세분화는 2015 개정 중학교 수학과 교육과정(교육부, 2015) 함수 영역의 성취기준을 활용하여 중학교 1학년 수준의 학습요소를 추출하고, 그 학습요소에 대한 하위 학습요소를 초등학교 수준까지 추출하여 표로 작성하였다. 이러한 과정을 거쳐 생성된 학습요소 위계표를 평가·보정 자료 개발을 위한 기준으로 설정하고, 각 학습요소별로 문항 및 보정자료를 개발하였다. 문항 및 보정자료 개발은 2015 개정 중학교 수학교과서를 활용하여 문항 및 학습 자료를 변형하거나 필요 시 새로운 문항 또는 학습 자료를 제작하였다. 수학 평가·보정 자료 초안을 개발한 다

음, 파일럿 테스트와 전문가 검토를 거쳐 평가·보정 자료를 수정 또는 보완하는 과정을 거쳤다. 연구 결과, 중학교 1학년 함수 영역의 학습 위계에 따른 평가도구 및 보정 자료가 개발하였다. 평가도구로는 형성평가, 학습요소별 진단도구, 재평가의 세 종류의 평가지를 개발하였으며 함수 영역의 각 차시별 학습요소 및 위계표, 학습목표, 성취기준, 지도상의 유의점 등을 추가적으로 개발하였는데 이는 현장 교사들의 수학 평가·보정 자료의 활용에 대한 이해를 돕기 위한 것이다.

### 3. 평가·보정자료의 적절성 분석

본 연구에서의 진단 및 보정자료 문항의 내용타당도 검증을 위해 수학교육학 전공자인 전문가 3인의 합의를 통해 Lynn(1986)의 문항내용 내용타당도 지수(I-CVI) 및 척도 내용타당도 지수(S-CVI)를 활용한 진단 및 보정자료 문항의 내용타당도 점검표를 [표 1]과 같이 작성하였으며 각 항목별 평가는 4점 척도로 설정하였다.

자료	평가항목
형성평가 및 재평가	① 문항이 학습목표의 도달 여부를 확인하는데 적합한가? ② 문항의 서술이 학생들의 인지 수준에 적합한가? ③ 문항, 정답, 해설 등의 내용에 오류가 없는가?
진단도구	① 문항이 성취기준에 적합한가? ② 위계에 맞는 학습요소를 포함하고 있는가? ③ 문항의 서술이 학생들의 인지 수준에 적합한가? ④ 문항, 정답, 해설 등의 내용에 오류가 없는가?
보정자료	① 보정하려는 개념이 성취기준에 적합한 내용인가? ② 개념 설명 또는 문항이 보정하려는 개념의 이해를 돕고 있는가? ③ 위계에 맞는 학습요소를 포함하고 있는가? ④ 개념 설명 또는 문항의 서술이 학생들의 인지수준에 적합한가? ⑤ 개념 설명, 문항, 정답, 해설 등의 내용에 오류가 없는가?

[표 1] 수학 평가·보정자료의 내용타당도 점검표

개발된 평가·보정자료의 내용타당도는 [표 1]을 활용하여 수학교사 2인 및 수학교육전공 교수 1인으로 구성된 검토위원 3인의 검토를 통해 확인하였다.

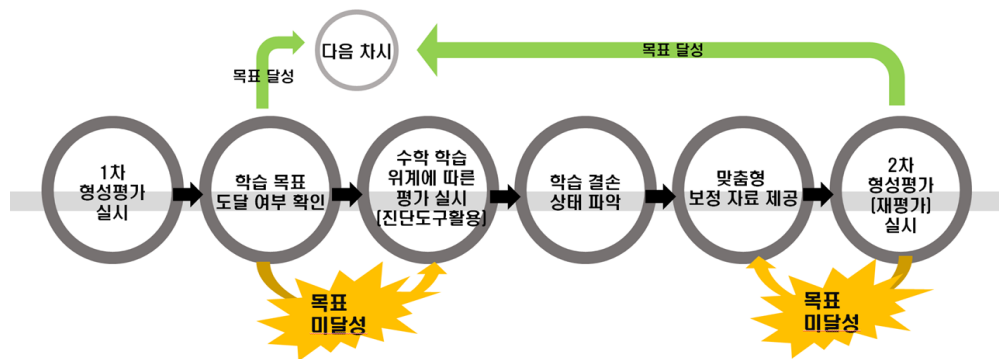
개발된 평가·보정자료의 내용타당도를 높이기 위하여 보다 엄격한 기준이 되는 Lynn(1986)의 내용타당도 지수를 활용하여 개발된 자료의 내용타당도를 검증하고자 하였다. 따라서 전체 4점 척도 중 3점(적절하다) 혹은 4점(매우 적절하다)에 표시한 검토자 수를 전체 인원수로 나눠서 산출한 결과 값, 즉 CVI=1이 되는 경우에 대하여

내용타당도가 적절한 것으로 판단하고 그 외에는 수정·보완이 필요한 것으로 판단하였다.

## IV. 수학 학습 평가도구 및 보정자료 개발

### 1. 수학 평가보정 모델

수학 학습 위계에 따른 자료 개발을 위한 수학 평가보정 모델([그림 1])은 본 연구에서 개발된 평가도구 및 보정자료의 활용 방법을 체계화한 것으로, 1차시 수업의 학습목표의 도달 여부를 확인하기 위한 [형성평가] 실시 → 형성평가에서 1개의 문항이라도 틀릴 경우 [진단도구]를 활용한 학습 결손 진단 → 진단도구의 결과를 토대로 학습 위계에 맞는 [보정자료] 제공 → [보정자료]를 활용한 개별 또는 팀별 보정교육 실시 → 학습목표의 도달 여부를 재확인하기 위한 [재평가] 실시 → [재평가]의 결과에 따라 다음 차시로 진행 또는 보정교육의 반복 순으로 적용할 수 있다.



[그림 1] 수학 평가보정 모델

### 2. 수학 학습 위계에 따른 평가도구

수학 학습 위계에 따른 평가도구는 형성평가, 진단도구, 재평가의 3가지 평가지가 개발되었다. 또한 수학 학습 위계에 따른 보정자료는 진단도구와 세트로 제작되었다. 최종본은 중학교 6차시 내용을 개발하였다. 본 절에서는 그 중 3차시에 해당하는 평가도구 및 보정자료 등을 제시하였다.



가. 형성평가

형성평가는 교수·학습이 이루어지고 있는 도중에 교수·학습 활동이 계획대로 진행되고 있는지 여부를 확인할 수 있는 역할을 하므로 교사들은 학생들에게 적절한 진단과 도움을 줄 수 있으며, 학생들은 자신의 학습결손이나 곤란을 발견하여 오류를 수정할 수 있도록 하였다. 형성평가의 각 문항은 초안으로 작성된 문항에 대한 내용 타당도 검사를 통해 CVI값이 1이 되지 않는 문항의 항목에 대한 검토의견을 반영하고 이를 토대로 수정·보완하여 최종본을 완성하였다. 형성평가의 최종본의 예시는 [그림 2]와 같다.

형성 평가	III. 좌표평면과 그래프	03. 정비례의 뜻																					
		학년	반	번호	이름																		
<p><b>문제 1.</b> 다음에서 <math>y</math>가 <math>x</math>에 정비례하는 것에는 ○표, 정비례하지 않는 것에는 ×표를 하시오.</p> <p>(1) 1개에 700원인 아이스크림 <math>x</math>개의 가격 <math>y</math>원 ( )</p> <p>(2) 한 번의 길이가 <math>x</math>cm인 정사각형의 둘레의 길이 <math>y</math>cm ( )</p> <p>(3) 길이가 16cm인 끈에서 <math>x</math>cm를 사용하고 남은 끈의 길이 <math>y</math>cm ( )</p>																							
<p><b>문제 2.</b> 다음 상황에 맞게 표를 완성하시오.</p> <p>(1) 수진이는 책을 매일 30쪽씩 읽기로 했다. <math>x</math>일 동안 읽은 책의 쪽수를 <math>y</math>쪽이라고 한다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math>(일)</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">6</td> <td style="padding: 2px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>y</math>(쪽)</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> </table>						$x$ (일)	1	2	3	4	5	6	7	$y$ (쪽)									
$x$ (일)	1	2	3	4	5	6	7																
$y$ (쪽)																							
<p>(2) 1L의 휘발유로 20km를 달릴 수 있는 자동차가 있다. 이 자동차가 <math>x</math>L의 휘발유로 달릴 수 있는 거리를 <math>y</math>km라고 한다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math>(L)</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>y</math>(km)</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> </table>						$x$ (L)	0	...	1	...	2	...	3	...	$y$ (km)		...		...		...		...
$x$ (L)	0	...	1	...	2	...	3	...															
$y$ (km)		...		...		...		...															
<p><b>문제 3.</b> 다음 상황에 맞게 <math>x</math>와 <math>y</math> 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <p>(1) 고양이 <math>x</math>마리의 총 다리의 수 <math>y</math>개</p> <p>(2) 1분에 12장을 인쇄할 수 있는 프린터로 <math>x</math>분 동안 인쇄할 수 있는 종이의 수 <math>y</math>장</p>																							

[그림 2] 형성평가 최종본 예시

위와 같은 형성평가지 제공에 앞서서 1차시 분량 수업의 학습요소와 학습요소 위계표, 학습목표와 성취기준, 지도상의 유의점 등을 현장 교사에게 제공할 필요가 있다고 판단하여 이를 함께 개발하였다.

나. 학습요소 위계표

중학교 교육과정에서는 ‘이차함수와 그래프’를 가장 상위의 학습요소라고 할 때, ‘일차함수와 그래프’는 ‘이차함수와 그래프’의 하위 학습위계에 속하고, 다시 ‘일차함수와 그래프’의 하위 학습요소는 함수, 정비례, 좌표평면과 그래프 등이다. 좌표평면과 그래프의 하위 학습요소는 초등학교 교육과정의 학습요소인 규칙과 대응, 비와 비율,

자료의 정리 등 이다.

학습 평가지 제공을 위해 차시별 학습요소 위계표를 작성하여 파일럿 테스트의 결과를 통해 중학교 교사 4인과 초등학교 교사 5인 및 수학교육 전공 교수 2인의 논의를 통해 평가보정자료의 학습요소 위계표([그림 3])를 작성하였다. 학습요소 위계표에는 형성평가 1~3번 문항에 포함된 학습요소 및 하위 학습요소를 제시하였다. 예를 들어 중학교 3차시를 살펴보면 형성평가 3번 문항의 학습요소는 ‘정비례를 식으로 나타내기’이며, 3번의 하위 학습요소는 ‘대응표를 사용하여 식으로 표현하기(3-1번)’와 ‘문자를 사용하여 식으로 표현하기(3-2번)’이다. 또한 3-1번의 하위 학습요소는 ‘두 양의 대응 관계 규칙을 찾아 식으로 표현하기(3-1-1번)’와 연결된다. 교사가 학습 위계의 구조를 한 눈에 파악하기 쉽도록 학습요소 위계표의 문항 코드도 제시하였다.

**1** 평가보정자료의 학습요소 위계표

		학습요소		
형성평가	1번 정비례 관계 이해하기	2번 정비례 표로 나타내기	3번 정비례를 식으로 나타내기	
보정자료	두 변수 사이의 관계에서 정비례 찾기 중1함3[1-1]	대응관계를 표로 나타내기 중1함3[2-1] 초5-1규1	대응표를 사용하여 식으로 표현하기 중1함3[3-1]	문자를 사용하여 식으로 표현하기 중1함3[3-2] 중1문1
	실생활에서 대응관계 찾기 중1함3[1-1-1] 초5-1규3	비례식의 성질을 이용하여 비례식 풀기 중1함3[2-1-1] 초6-2규1	두 양의 대응 관계 규칙을 찾아 식으로 표현하기 중1함3[3-1-1] 초5-1규1	곱셈 기호의 생략 규칙 이해하고 식을 간단히 나타내기 중1함3[3-2-1] 중1문1
			표에 나타난 두 양의 규칙 찾고 식으로 표현하기 중1함3[3-1-1-1] 초5-1규1	□, △ 등을 사용하여 식으로 표현하기 중1함3[3-2-1-1] 초5-1규1

[그림 3] 3차시 학습요소 위계표 최종본

문항코드에 포함되는 정보	문항코드	
	예시	설명
① 학교급 및 학년 ② 범위 ③ 차시 ④ 문항번호 ⑤ 학기(초등학교만 해당) ⑥ 단원(초등학교만 해당)	중1함3[2-1]	중학교 1학년 함수 영역 3차시 2-1번
※ 진단도구 및 보정자료에는 문항번호 바로 앞에 평가유형도 기재함. 진단도구→ 고1함1[평2-1] 보정자료→ 고1함1[보2-1]		초등학교 5학년 1학기* 규칙과 대응 영역 3단원* 2차시 2-2번

[표 2] 문항코드

[표 2]와 같이 문항코드에는 학교급 및 학년, 범위, 차시, 문항번호, 학기(초등학교), 단원(초등학교)이 포함되었다. 학습요소 위계표에서 문항코드의 예시를 살펴보면 중1함3[2-1]은 중학교 1학년 함수 3차시 2-1번 문항을 의미한다(단, 진단도구 문항에는 ‘평’을 기재하여 중1함3[평1-1-1], 보정자료 문항에는 ‘보’를 기재하여 중1함3[보1-1-1]로 나타났다). 한편 학습요소 위계표에는 이전 차시 또는 하위 학습요소도 포함되므로 두 개의 문항코드를 표기하였다. 예를 들어 중학교 문항에서 이전 차시 내용 또는 초등학교 학습요소가 나오면 문항코드를 두 개 표기하고, 하위학교급인 초등학교 문항코드는 파란색으로 표기하였다.

다. 학습목표 및 성취기준

학습목표 및 성취기준은 중학교 교사 4인 및 수학교육 전공 교수 2인의 지속적인 논의를 통하여 학습요소를 최대한 세분화하여 제시하며, 성취기준을 보다 구체적으로 작성하고자 하였다. 예를 들어 교육과정 상의 중학교 1학년의 3차시의 학습목표는 ‘다양한 상황이나 속력과 거리, 속력과 시간 같은 실생활의 예를 통해 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.’로 제시되어 있다. 이렇듯이 하나의 학습목표에 많은 내용이 포함되어 있으므로 논의를 통해 이를 1차적으로 ‘정비례의 관계를 이해하고, 그 관계를 표와 식으로 나타낼 수 있다.’로 수정하였으며, 최종적으로 학습목표를 두 개로 분할하여 ‘1. 실생활의 예에서 정비례 관계를 이해한다.’와 ‘2. 정비례 관계를 표와 식으로 나타낼 수 있다.’로 확정하였다.

지도상의 유의점 또한 기본적으로는 교육과정에 있는 지도상의 유의점을 활용하였으며 보다 구체적으로 제시해야 할 내용이 있다면 이를 세분화하여 제시하였다.

♣ 학습 목표

- 1. 실생활의 예에서 정비례 관계를 이해한다.
- 2. 정비례 관계를 표와 식으로 나타낼 수 있다.

♣ 성취 기준

[9수03-03] 정비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식으로 나타낼 수 있다.



♣ 지도상의 유의점

- 두 변수의 다양한 관계를 나타내는 실생활의 예에서 정비례 관계를 직관적으로 판단할 수 있게 한다.
- 다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.

[그림 4] 학습목표, 성취기준 및 지도상의 유의점 최종본

라. 진단도구

진단도구는 형성평가의 각 문항에 포함되는 모든 하위 학습요소들에 대하여 개발되었다. 진단도구는 형성평가에서 1개의 문항이라도 틀린 학생들에게 배부하여 학생들의 수학 학습 결손의 위치를 진단하기 위한 목적으로 개발되었다.

진단 도구	III. 차표판면과 그래프	03. 정비례의 뜻																																																																						
		학년	반	번호																																																																				
<p>중1항3평1-1) 다음 두 변수 <math>x</math>와 <math>y</math> 사이가 정비례 관계이면 ○표, 정비례 관계가 아니면 ×표 하시오.</p> <p>(1) <math>x</math>살인 동생의 나이보다 3살 많은 형의 나이 <math>y</math>살 ( )</p> <p>(2) 가로 길이 <math>3\text{cm}</math>, 세로 길이 <math>x\text{cm}</math>인 직사각형의 넓이 <math>y\text{cm}^2</math> ( )</p> <p>중1항3평1-1-1) 그림에서 점사 한 개에 순가락이 한 개씩 놓여 있어 점사의 수와 순가락의 수는 서로 대응관계에 있다. 이와 같이 서로 대응하는 두 양을 그림에서 찾아 쓰시오.</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>서로 대응하는 두 양</caption> <tr> <td>①</td> <td>점사의 수</td> <td>순가락의 수</td> </tr> <tr> <td>②</td> <td>상의 수</td> <td></td> </tr> <tr> <td>③</td> <td></td> <td>나이프의 수</td> </tr> </table> <p>중1항3평2-1) 그림에서 배열순서에 따라 사각형 조각의 수가 어떻게 변하는지 표를 이용하여 알아보시오.</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>배열순서</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>사각형 조각의 수(개)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> </table>					①	점사의 수	순가락의 수	②	상의 수		③		나이프의 수	배열순서	1	2	3			...	사각형 조각의 수(개)						...	<p>중1항3평2-2-1) 다음 □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.</p> <p>(1) <math>4:5=16:\square</math> (2) <math>5:\square=60:96</math></p> <p>중1항3평3-1) 영민이는 책을 매일 30쪽씩 읽기로 했다. <math>x</math>일 동안 읽은 책의 쪽수를 <math>y</math>쪽이라고 할 때, 물음에 답하시오.</p> <p>(1) 다음 표를 완성하시오.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math>(일)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td><math>y</math>(쪽)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> </table> <p>(2) <math>x</math>와 <math>y</math> 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <p>중1항3평3-1-1) 만화 영화를 1초 동안 상영하려면 그림이 15장 필요합니다. 만화 영화를 상영하는 시간과 필요한 그림의 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 물음에 답하시오.</p> <p>(1) 만화 영화를 상영하는 시간과 필요한 그림의 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보기 위해 표를 채우시오.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>시간(초)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>그림의 수(장)</td> <td>15</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> </table> <p>(2) 만화 영화를 상영하는 시간을 ○, 필요한 그림의 수를 ☆이라고 할 때, 두 양 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <p>중1항3평3-1-1-1) 다음은 ■와 ▲ 사이의 관계를 나타낸 표이다. ■와 ▲ 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>■</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>▲</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> </table> <p>중1항3평3-2) 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.</p> <p>(1) 한 변의 길이가 <math>a\text{cm}</math>인 정사각형의 둘레의 길이</p> <p>(2) 한 권에 1000원인 공책 <math>n</math>권을 사고 5000원을 냈을 때의 거스름돈</p>	$x$ (일)	1	2	3	4	5	6	...	$y$ (쪽)							...	시간(초)	1	2	3	4	5	6	...	그림의 수(장)	15						...	■	1	2	3	4	5	▲	2	4	6	8	10
①	점사의 수	순가락의 수																																																																						
②	상의 수																																																																							
③		나이프의 수																																																																						
배열순서	1	2	3			...																																																																		
사각형 조각의 수(개)						...																																																																		
$x$ (일)	1	2	3	4	5	6	...																																																																	
$y$ (쪽)							...																																																																	
시간(초)	1	2	3	4	5	6	...																																																																	
그림의 수(장)	15						...																																																																	
■	1	2	3	4	5																																																																			
▲	2	4	6	8	10																																																																			

[그림 5] 진단도구 최종본

진단도구에 포함되는 위계문항의 개발방향에 대해서 연구진의 여러 차례 논의가 있었다. 초기에는 형성평가의 각 문항에 포함되는 모든 개념요소들에 대한 위계문항을 개발하고자 하였으나, 파일럿 테스트의 결과에 대한 논의를 통해 문항개발의 부담을 줄이고 현실성을 고려하여 위계문항은 총 3문항을 개발하였다. 단 위계문항을 개발하지 않더라도 학습요소 위계표에는 학습요소를 최대한 세분화하여 모두 기재하였다. 또한 진단도구의 초안으로 작성된 문항에 대한 내용타당도 검사를 통해 CVI값이 1이 되지 않는 문항의 항목에 대한 검토의견을 반영하고 이를 토대로 수정·보완하여 진단도구 최종본을 완성하였다.

마. 보정자료


수학 학습 위계에 따른 보정자료는 [그림 6]과 같이 진단도구와 세트로 제작되었다. 보정자료에는 보정자료의 활용 방법을 상세히 기술한 ‘가이드라인’, 각 하위 문항별 ‘성취기준’, 하위 학습요소에 대한 ‘보정개념과 문제’ 등을 제시하였다. 보정자료의 초안으로 작성된 문항에 대한 내용타당도 검사를 통해 CVI값이 1이 되지 않는 문항의 항목에 대한 검토의견을 반영하고 이를 토대로 수정·보완하여 보정자료 최종본을 완성하였다.

중1함3[보 3-1-1-1]

• 성취기준 •

[6수04-01]한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.

**보정 개념**  
두 친구가 연산카드와 수 카드를 각각 한 장씩 클라 대응 관계를 나타내고, 알아맞히기를 하고 있다.



10이면? 14.

8이면? 12.

15이면? 19.

연수가 말한 수

10	8	15
14	12	19

슬기가 말한 수

10	8	15
14	12	19

연수와 슬기가 아래와 같은 대응 관계를 만들었다.

연수가 말한 수					
슬기가 말한 수					

물이 만든 대응 관계를 기호를 사용하여 식으로 나타내어 보자.  
연수가 말한 수를 기호로 △, 슬기가 말한 수를 기호로 ☆라고 할 때, 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 △ ☆이다.

**문제**

1. 다음은 □와 △ 사이의 관계를 표로 나타낸 것이다. □와 △ 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(1)

□					
△					

(2)

□				...
△				...

**해설**

1. (1) △ □ × 또는 □ × △      (2) △ □ 또는 □ △

[그림 6] 중학교 3차시 보정자료 3-1-1-1번 최종본

한편 [그림 7]과 같이 보정자료의 가이드라인에는 학생들 진단뿐만 아니라 지도방법을 상세하게 기술하였다. 예를 들어 중학교 자료의 가이드라인에서 교사는 ‘형성평가 1번 문항을 틀린 학생은 변화하는 두 양의 관계가 정비례인지 아닌지를 판단하는데 어려움을 보인 것으로 판단한다.’을 읽고 학생이 부족한 부분을 진단할 수 있다. 그리고 가이드라인에는 어떠한 방법과 활동을 통해 학생의 이해를 높일 수 있는지도 구체적으로 기술되어 있다. 또한 보정자료에는 문제와 보정개념을 함께 제시함으로써 학생들이 자기주도적으로 문제를 해결할 수 있도록 제작하였다.

**3 보정자료(교사용)**

♣ 1번 문항 및 1번 문항의 하위문항에 대한 보정자료

<가이드라인> 이 보정자료는 1번 문항을 해결하지 못한 학생들에게 제공한다. 이 문항을 해결하지 못한 학생은 변화하는 두 양  $x, y$ 의 관계가 정비례인지 아닌지 판단하는데 어려움을 보인 것으로 판단한다. 따라서 먼저 정비례의 뜻을 설명하고, 두 변수  $x$ 와  $y$ 의 값의 변화를 나타내는 표를 이용하여 학생들이 정비례 관계를 찾을 수 있게 한다.

문항코드: 중1합3[보1-1]	
· 성취기준 ·	
[9수03-03] 정비례 관계를 이해한다.	
<p><b>보정 개념</b> 여러 가지 감지기와 제어 시스템을 인공 지능으로 조절하여 운행하는 자율 주행 자동차는 운전자가 차량을 조작하지 않아도 스스로 주행할 수 있다. 자율 주행 자동차가 달린 시간이 2배, 3배, 4배가 되면 이동거리도 2배, 3배, 4배가 된다.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>이와 같이 두 변수 <math>x, y</math>에서 <math>x</math>가 2배, 3배, 4배, ...가 됨에 따라 <math>y</math>도 2배, 3배, 4배, ...가 되는 관계가 있을 때 <math>y</math>는 <math>x</math>에 정비례한다고 한다.</p> <p><b>문제</b></p> <p>1. 다음 두 변수 <math>x</math>와 <math>y</math>의 사이가 정비례 관계이면 ○표, 정비례 관계가 아니면 ×표 하시오.</p> <p>(1) 병아리 <math>x</math>마리의 총 다리의 수는 <math>y</math>개다. ( )</p> <p>(2) 우리 반 친구 번호 <math>x</math>번의 발사이즈는 <math>y</math>cm이다. ( )</p> <p>(3) 1분에 4km씩 일정한 속력으로 달리는 열차가 <math>x</math>분 달리는 동안 이동한 거리는 <math>y</math>km이다. ( )</p> <p><b>해설</b></p> <p>1.</p> <p>(1) ○, <math>x</math>가 2배, 3배, 4배, ...가 됨에 따라 <math>y</math>도 2배, 3배, 4배, ...가 됨으로 정비례 관계이다.</p>	<p>● 김화경 외(2018). 중학교 수학1. 좋은책 신사고, p.118.</p>

[그림 7] 보정자료의 가이드라인 사례

바. 재평가

재평가지는 학습 결손의 대상자가 보정교육을 실시한 후 학습목표 도달여부를 재확인하기 위해 개발되었다. 또한 형성평가와 재평가 점수의 비교를 통해 보정자료의 효과를 검증하기 위한 목적도 지니고 있다. 따라서 재평가는 학습목표, 성취기준, 문항유형, 문항 수 등이 형성평가와 동일하게 개발되었다. 재평가의 각 문항은 초안으로 작성된 문항에 대한 내용타당도 검사를 통해 CVI값이 1이 되지 않는 문항의 항목에 대한 검토의견을 반영하고 이를 토대로 재평가 최종본을 완성하였다.

재평가	III. 재표명연과 그림	03. 정비례의 뜻																				
		학년	반	번호																		
		이름																				
<p><b>문제 1.</b> 다음에서 <math>y</math>가 <math>x</math>에 정비례하는 것에는 ○표, 정비례하지 않는 것에는 ×표를 하시오.</p> <p>(1) 한 변의 길이가 <math>x</math>cm인 정삼각형의 둘레의 길이 <math>y</math>cm ( )</p> <p>(2) 한 개에 800원인 삼각김밥을 <math>x</math>개 살 때, 지불한 금액 <math>y</math>원 ( )</p> <p>(3) 길이가 20cm인 종이테이프에서 <math>x</math>cm를 사용하고 남은 종이테이프의 길이 <math>y</math>cm ( )</p>																						
<p><b>문제 2.</b> 다음 상황에 맞게 표를 완성하시오.</p> <p>(1) 유효는 사탕의 개수에 따른 열량을 알아보려고 한다. 사탕 1개의 열량은 20kcal이라 할 때, 사탕 <math>x</math>개의 열량은 <math>y</math>kcal이라 한다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math>(개)</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">6</td> <td style="padding: 2px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>y</math>(kcal)</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> </table>					$x$ (개)	1	2	3	4	5	6	7	$y$ (kcal)									
$x$ (개)	1	2	3	4	5	6	7															
$y$ (kcal)																						
<p>(2) 수영장에 물을 채우는 데 물의 높이가 한 시간에 3cm씩 올라간다. <math>x</math>시간 후의 물의 높이를 <math>y</math>cm라고 한다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math>(시간)</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>y</math>(cm)</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> </table>					$x$ (시간)	0	...	1	...	2	...	3	...	$y$ (cm)		...		...		...		...
$x$ (시간)	0	...	1	...	2	...	3	...														
$y$ (cm)		...		...		...		...														
<p><b>문제 3.</b> 다음 상황에 맞게 <math>x</math>와 <math>y</math> 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <p>(1) 한 변의 길이가 <math>x</math>cm인 정오각형의 둘레의 길이 <math>y</math>cm</p> <p>(2) 한 사람당 3000원씩 <math>x</math>명이 모은 불우 이웃 돕기 성금 <math>y</math>원</p>																						

[그림 8] 재평가 최종본

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 수학 학습 결손 학생들의 수학 학습 결손을 해소하고 효과적인 지도 체계 구축하기 위해 중학교 1학년 함수 영역을 중심으로 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발하였다. 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발을 위하여 2015 개정 중학교 수학과 교육과정 함수 영역의 성취기준을 활용하여 중학교 1학년 수준의 학습요소를 추출하고, 그 학습요소에 대한 하위 학습요소를 초등학교 수준까지 추출하는 과정을 통해 학습요소를 세분화하고 위계표를 평가·보정 자료 개발을 위한 기준으로 설정하였다. 이를 토대로 각 학습요소별로 문항 및 보정자

료를 개발하였다. 연구 개발은 중학교 1학년 함수 영역의 학습 위계에 따른 평가도구 및 보정 자료가 개발되었으며, 평가도구로는 형성평가, 학습요소별 진단도구, 재평가의 세 종류의 평가지가 개발되었다. 또한 현장 교사들의 수학 평가·보정 자료의 활용에 대한 이해를 돕기 위해 함수 영역의 각 차시별 학습요소 및 위계표, 학습목표, 성취기준, 지도상의 유의점 등을 세부적으로 작성하였으며 보정자료에 대한 교사 가이드라인을 제작하였다.

본 연구에서 개발한 자료는 수학 학습요소를 위계에 따라 세분화하여 평가·보정 자료로서 학습 결손 정도에 따라 맞춤형 보정 자료를 제공하여 수학 학습 결손 학생들을 위한 효과적인 지도 체계를 구축할 수 있을 것으로 기대한다. 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 프로그램을 교육 현장에 투입함으로써 초·중등 수학 교실에서 학생들의 학습 결손 상태를 즉각적으로 진단하고 처방할 수 있기 때문에 수포자를 예방하고 수학 기초 학력의 향상도 기대할 수 있다. 또한 현재 교육 현장에서 방과 후 학교 프로그램으로 진행하고 있는 수학 부진아 지도에 대안적인 프로그램으로 활용할 수도 있을 뿐 아니라 현장의 수학교사들에게 교과 부진학생 관리 및 수학 학습 지도에 대한 시사점을 제공해 줄 것이다.

본 연구에서는 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 모델을 개발하기 위하여 교육현장에서 학생들이 어려워하는 수학 개념인 ‘함수’영역을 중심으로 학습 요소의 위계를 세분화하고 중학교 수학과 평가도구 및 보정자료를 개발하였다. 본 연구의 범위가 ‘함수’ 영역으로 제한되었으나 후속 연구에서는 다른 영역에 대한 수학 학습 위계의 세분화 및 재구조화, 다른 영역에 대한 수학 평가·보정 자료의 개발 등이 수행될 필요가 있다. 또한 개발된 자료를 여러 지역 및 학교급에 적용하고 그 결과를 분석하여 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 모델을 정교화 할 필요가 있다. 따라서 본 연구의 결과물인 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 모델을 기반으로 다른 수학과 영역에서 활용 가능한 평가도구와 보정자료를 개발하고 실제 수업에 적용하는 연구는 계속적으로 수행될 필요가 있다. 뿐만 아니라, 수학 학습 결손 진단 및 보정교육과 관련된 연구, 정의적 영역과 관련된 연구 등 다양한 연구가 수행될 필요가 있다.

## 참고문헌

- [1] 강완, 백석윤. *초등수학교육론*. 서울: 동명사.(1998).
- [2] 고호경, 이현숙, 이은정, 백승근, 김형식, 윤경란, 김윤정, 정시훈, 이선재, 이지혜. *수학 학습 실태조사 및 개선 방안 연구*. 한국과학창의재단 연구보고서 BD16020001.(2016).
- [3] 교육부. *수학과 교육과정*. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8].(2015).



- [4] 김명화. 기초학력 진단평가 결과보고에 인지진단 모델 적용 가능성 탐색. *한국교육학연구* 18(3), 5-24. 안암교육학회.(2012).
- [5] 김희수. *신교육심리학*. 서울: 한울출판사.(2003).
- [6] 박윤범, 박혜숙, 도종훈, 한대회, 이미혜, 최은영, 박은미, 이미령. *우리나라 수학과 교육과정 내용 계통 연구*. 한국과학창의재단 연구보고서 BD16020001.(2014).
- [7] 박홍근. “잠자는 수학교실”, 세계일보, 2015년 7월 22일. <http://www.segye.com/newsView/20150722005136?OutUrl=naver>.(2015).
- [8] 사교육걱정없는 세상. “수학 때문에 자녀 고통 받는다..학부모 99%”, 한국경제 TV, 2012년 9월 2일. <http://www.wowtv.co.kr/NewsCenter/News/Read?articleId=A201309020324&resource=>.(2013).
- [9] 우정호. *수학 학습-지도 원리와 방법*. 서울: 서울대학교 출판부.(2000).
- [10] 최승현, 권점례, 이봉주. *특성화고·마이스터고 학생을 위한 수학 진단평가 도구 및 보정학습 프로그램 개발 연구*. KICE. 연구보고 CRI2013-18. (2013).
- [11] Gagné, R. M.. *The conditions of learning*, New York, NY: Holt, Rinehart and Winston.(1977).
- [12] Chang. Application of Digital Notebooks in Remedial Mathematics Instruction for Senior High School Students. *Interbtional Journal on Digital Learning Technology*. 7(4), 47-71.(2015).
- [13] Hikmasari, P., Kartono, K., & Mariani, S. . Analyze of Diagnostic Assessment and Remedial Teaching Result of Mathematics Problem Solving Achievement by Problem Based Learning Model. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 6(2), 215-222.(2017).
- [14] Lynn, M. R.. Determination and quantification of content validity. *Nursing Reacher*, 35, 382-385.(1986).
- [15] Resnick, L., & Ford, W.. *The psychology of mathematics for instruction*. 구광조, 오병승, 전평국(역). 수학 학습 심리학. 교우사.(1995).
- [16] Wu, L.-J., Chen, H.-H., Sung, Y.-T., & Chang, K.-E.. Developing cognitive diagnostic assessments system for mathematics learning. *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, ICALT 2012*, 228-229. (2012).

Huh, Nan

Kyonggi University

Suwon, 16227 Korea

E-mail address: huhnan@kyonggi.ac.kr

Kim, Soocheol  
Daegu Catholic University  
Gyeongsan, 38430 Korea  
E-mail address: sskim@cu.ac.kr