

# 부가성 잡음이 존재하는 모노펄스 시스템 성능의 3차 테일러 전개 기반 해석적 분석

함형우<sup>1</sup>, 김건영<sup>2</sup>, 이준호<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>세종대학교 정보통신공학과 학생, <sup>2</sup>세종대학교 전자정보통신공학과 학생, <sup>3</sup>세종대학교 정보통신공학과 교수

## Performance Analysis of Monopulse System Based on Third-Order Taylor Expansion in Additive Noise

Hyeong-Woo Ham<sup>1</sup>, Kun-Young Kim<sup>2</sup>, Joon-Ho Lee<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>Student, Department of Information and Communication Engineering, Sejong University

<sup>2</sup>Student, Department of Electrical Engineering, Sejong University

<sup>3</sup>Professor, Department of Information and Communication Engineering, Sejong University

**요약** 본 논문은 가산성 잡음이 존재할 경우 모노펄스 알고리즘의 성능분석을 해석적으로 분석한 연구이다. 이전 연구에서는 1차 테일러 급수 전개와 2차 테일러 급수 전개를 통한 진폭비교 모노펄스 알고리즘의 해석적 성능 분석을 진행했다. 본 연구에는 3차 테일러 전개기반 해석적 분석법을 적용하여 1차 및 2차 테일러 근사기반의 해석적 분석보다 실제 모노펄스 알고리즘의 성능 분석 결과에 다가가는 것을 보인다. 성능분석은 평균제곱오차(Mean Square Error)를 통해 분석되며 몬테카를로(Monte-Carlo) 방법을 통한 시뮬레이션 MSE와 3차 테일러 근사기반 해석적 MSE를 서로 비교한다. 3차 테일러 근사기반 해석적 MSE를 적용하였을 경우, 이전 연구에서 제안된 2차 테일러 근사기반의 해석적 MSE의 오차를 89.5% 감소시킨다. 또한 몬테카를로 기반 MSE보다 모든 경우에서 빠른 결과를 보인다. 해당 연구를 통해 잡음 재밍이 적용된 환경에서 모노펄스 레이더의 추정 각도 능력을 명시적으로 분석이 가능하다.

**주제어** : 추적레이더, 진폭비교 모노펄스 레이더, 평균제곱오차, 테일러 전개, 가우시안 랜덤변수

**Abstract** In this paper, it is shown how the performance of the monopulse algorithm in the presence of an additive noise can be obtained analytically. In the previous study, analytic performance analysis based on the first-order Taylor series and the second-order Taylor series has been conducted. By adopting the third-order Taylor series, it is shown that the analytic performance based on the third-order Taylor series can be made closer to the performance of the original monopulse algorithm than the analytic performance based on the first-order Taylor series and the second-order Taylor series. The analytic MSE based on the third-order Taylor approximation reduces the analytic MSE error based on the second-order Taylor approximation by 89.5%. It also shows faster results in all cases than the Monte Carlo-based MSE. Through this study, it is possible to explicitly analyze the angle estimation ability of monopulse radar in an environment where noise jamming is applied.

**Key Words** : Tracking radar, Amplitude-comparison monopulse, Mean square error(MSE), Taylor expansion, Gaussian random variable

### 1. 서론

진폭비교 모노펄스(ACM) 레이더는 추적레이더로

분류되어지며, 하나의 펄스(monopulse)만으로 목표물의 추정각도오차를 정밀하게 측정하는 것이 가능하다. 본논문에 사용된 모노펄스 레이더의 안테나는 동일한

\*The authors gratefully acknowledge the support from Electronic Warfare Research Center at Gwangju Institute of Science and Technology (GIST), originally funded by Defense Acquisition Program Administration (DAPA) and Agency for Defense Development (ADD).

\*Corresponding Author : Joon-Ho Lee (joonhlee@sejong.ac.kr)

편향각(squint angle)을 가진 4개의 수신안테나 빔으로 구성된다. 4개의 편향된 수신 빔에 입사된 신호들은 합 채널과 차이 채널로 입력되어진다. 이 채널들의 신호 진폭비를 통해서 방위각(azimuth) 및 고각(elevation) 각도를 산출해낸다[1-4]. 일반적으로 수신안테나에는 목표물 반사 신호와 잡음이 수신된다. 수신되는 잡음은 다양한 외부 원인으로 인해 발생한다[5,6]. 이러한 잡음은 목표물에 대한 추적각도오차 신뢰도를 하락시킨다. 특히 잡음 재밍과 같은 인위적인 외부 방해 요소가 존재할 때, 재밍에 대한 모노펄스 레이더의 각도 추정 능력을 명시적으로 분석할 필요가 있다. 즉 이러한 연구를 통해 전자전 상황에 대비하여 잡음 재밍에 대한 모노펄스 레이더의 재밍 효과도 분석을 수행하고자 한다.

이전 연구[7]에서는 추적각도오차의 평균제곱오차(Mean Square Error : MSE)를 1차 테일러 근사, 2차 테일러 근사를 이용하여 해석적 표현식으로 확장하여 몬테카를로 방법과 비교하였다. 본 논문에서는 MSE의 해석적 표현식을 3차 테일러 전개를 통해 유도하며, 1차 및 2차 테일러 근사기반의 해석적 MSE보다 원래 모노펄스 알고리즘의 MSE에 다가가는 것을 보인다. 다양한 잡음 영향에서 각도추정 정확도를 분석하기 위해 여러 표준편차를 사용해 실험을 진행한다. ACM 각도 추정 알고리즘의 MSE를 몬테카를로 시뮬레이션과 3차 테일러 근사를 사용하여 해석적으로 유도한다. 마지막으로 해석적 MSE의 계산복잡도가 몬테카를로 MSE의 계산복잡도보다 더 낮다는 것을 확인한다.

## 2. 관련연구

잡음영향에서의 진폭비교 모노펄스 레이더 추정 각도를 명시적으로 분석하기 위해 이전연구[7]에서는 평균제곱오차(MSE)를 테일러 근사를 이용하여 해석적으로 분석하였다. [7]에서 해석적 MSE가 유도되는 과정은 추정 각도 식에 1차 및 2차 테일러 전개한 것을 제외하면 본 논문에서 제안한 3차 테일러 근사기반의 해석적 MSE를 유도한 과정과 동일하다. 4분면으로 동일한 편향각을 가진 편향빔에 서로 상관성이 없는 4개의 잡음들을 고려하였고, 해당 잡음들은 가우시안 랜덤변수의 특성을 가진다고 가정하였다. 잡음이 고려된 추정 각도식에 1차 및 2차 테일러 전개를 적용하였으며, 잡음 랜덤변수의 특성을 이용해 해석적 MSE를 유도하였다. 이러한 접근법을 통해 실제 모노펄스의 추정 각도

수식의 MSE와 비슷한 결과를 보이지만 여전히 차이가 존재하는 것을 보인다. 이러한 차이는 잡음의 영향이 큰 상황에서 더욱 두드러지게 나타난다. 이에 본 연구에서는 낮은 잡음부터 큰 잡음 영향이 주어질 때도 항상 정밀한 MSE 계산을 위해 3차 테일러 근사기반의 해석적 MSE를 제시한다.

## 3. 본론

### 3.1 ACM 레이더의 추정각도 수식 유도

Fig. 1은 모노펄스 레이더의 추적 중심으로부터 목표물의 각도오차를 간략히 도시한 것이다. 추적중심축(track axis)은 레이더가 목표물을 추적하기 위한 중심축을 의미한다. 4개의 boresight를 가진 수신 빔들은 추적중심축으로부터 동일한 편향각(squint angle)을 가지고 있다. Fig. 1에서 목표물의 추적오차는  $\theta_{azi}$ ,  $\theta_{ele}$ 로 나타낸다. 목표물에서 반사된 신호를 수신할 때, 방위각 추적오차( $\theta_{azi}$ )는 방위각 차이 채널인 (A+D)-(B+C)의 신호와 합 채널인 (A+B+C+D) 신호의 진폭 비를 통해서 구한다. 고각 추적 오차( $\theta_{ele}$ )는 고각 차이 채널인 (A+B)-(C+D)와 합 채널인 (A+B+C+D)의 진폭 비를 통해서 얻어진다.

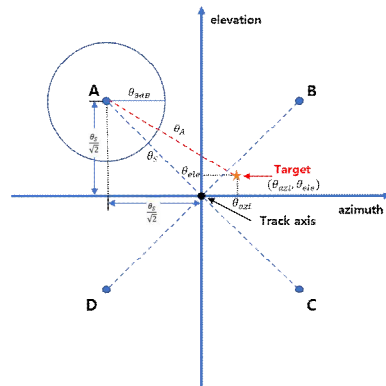


Fig. 1. Tracking center and angle error of monopulse radar

모노펄스 레이더 편향 빔의 빔패턴이 가우시안 패턴이라고 가정한다면 다음과 같다[8].

$$G(\theta) = G_0 \exp[-2\ln 2(\theta/\theta_{3dB})^2], \quad (1)$$

여기서  $\theta$ 는 한 수신 빔의 boresight기준으로 위치한 목표물의 각도이다,  $\theta_{3dB}$ 는 3-dB 빔폭이다,  $G_0$ 는 한 수신 빔의 boresight방향의 이득이다.

(1)은 한 수신빔에서 boresight기준으로 어떠한 각도로 입사된 수신신호에 대한 이득이다. (1)을 확장하면 각각 4개의 수신안테나요소에 대해서 목표물에 대한 이득을 유도할 수 있다. 목표물의 입사각도를 편향각( $\theta_s$ )과  $\theta_{azi}$ ,  $\theta_{ele}$ 에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\theta_A^2 &= \left(\frac{\theta_s}{\sqrt{2}} + \theta_{azi}\right)^2 + \left(\frac{\theta_s}{\sqrt{2}} - \theta_{ele}\right)^2, \\ \theta_A^2 &= \theta_s^2 - \sqrt{2}\theta_s(\theta_{ele} - \theta_{azi}) + \theta_{azi}^2 + \theta_{ele}^2.\end{aligned}\quad (2)$$

여기서  $\theta_A$ 는 A방향의 boresight를 가진 수신 빔을 기준으로 입사되는 신호의 각도이다.

일반적으로 목표물은 추적중심축에 가깝게 위치한다. 따라서  $\theta_{azi}$ 와  $\theta_{ele}$ 의 제곱은  $\theta_s$ 의 제곱에 비해서 매우 작은 값을 가진다[7].

$$\theta_A^2 \approx \theta_s^2 - \sqrt{2}\theta_s(\theta_{ele} - \theta_{azi}) \quad (3)$$

(1)을 이용하여 (3)에 대한 각도의 이득을 정리하면,

$$\begin{aligned}G(\theta_A) &= G_0 e^{\left[-2\ln 2 \left(\theta_s^2 - \frac{\sqrt{2}\theta_s(\theta_{ele} - \theta_{azi})}{\theta_{3dB}^2}\right)\right]} \\ &= G_0 e^{\left[-2\ln 2 \frac{\theta_s^2}{\theta_{3dB}^2}\right] + \left[2\sqrt{2}\ln 2 \left(\frac{\theta_s}{\theta_{3dB}}\right) \frac{\theta_{ele} - \theta_{azi}}{\theta_{3dB}}\right]},\end{aligned}\quad (4)$$

여기서  $2\sqrt{2}\ln(2)\theta_s/\theta_{3dB}$ 는  $k_m$ 으로 치환한다. 이 값은 모노펄스 오차기울기 계수에 해당한다.

만약  $k_m(\theta_{ele} - \theta_{azi})/\theta_{3dB} \ll 1$ 이라고 가정하면  $G(\theta_s) \approx G_0$ 으로 나타낼 수 있다[7].

$$\begin{aligned}G(\theta_A) &= G(\theta_s) \exp\left[\frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{ele} - \theta_{azi})\right] \\ &\approx G(\theta_s) \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{ele} - \theta_{azi})\right) \\ &\approx G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{ele} - \theta_{azi})\right),\end{aligned}\quad (5)$$

나머지 수신 빔의 이득을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}G(\theta_B) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{ele} + \theta_{azi})\right), \\ G(\theta_C) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(-\theta_{ele} + \theta_{azi})\right), \\ G(\theta_D) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(-\theta_{ele} - \theta_{azi})\right),\end{aligned}\quad (6)$$

각 수신 빔에 대한 이득(6)에 안테나를 향해 입사된 신호의 진폭(A)을 곱하여 입사신호의 전압을 구할 수 있다. 방위각 차이패턴은 (A+D)-(B+C)을 통해 계산되 어지고, 고각 차이패턴은 (A+B)-(C+D)을 통해 계산되 어진다. 합 패턴은 (A+B+C+D)을 통해 얻어진다. 여기서 A, B, C, D는 각각 4개의 수신 빔을 통해 얻은 신호의 전압이다[7].

$$\begin{aligned}\Delta_{azi} &= A[(G(\theta_A) + G(\theta_D)) - (G(\theta_B) + G(\theta_C))] \\ &= -4A G_0 k_m \frac{\theta_{azi}}{\theta_{3dB}}\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{ele} &= A[(G(\theta_A) + G(\theta_B)) - (G(\theta_C) + G(\theta_D))] \\ &= 4A G_0 k_m \frac{\theta_{ele}}{\theta_{3dB}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma &= A[G(\theta_A) + G(\theta_B) + G(\theta_C) + G(\theta_D)] \\ &= 4A G_0\end{aligned}\quad (8)$$

여기서  $\Delta_{azi}$ 와  $\Delta_{ele}$ 는 차이 패턴을 의미하고,  $\Sigma$ 는 합 패턴을 의미한다. 다음과 같이 추적각도를 산출하는 수식을 유도할 수 있다.

$$-\frac{\theta_{3dB}\Delta_{azi}}{k_m\Sigma} = \hat{\theta}_{azi}, \quad \frac{\theta_{3dB}\Delta_{ele}}{k_m\Sigma} = \hat{\theta}_{ele} \quad (9)$$

### 3.2 3차 테일러 전개기반 ACM의 추정 각도 근사식

일반적인 상황에서는 입사신호에 외부 근원으로 인한 잡음신호도 추가된다. (7), (8), (9)에서 잡음을 추가하면 다음과 같다[5].

$$\Delta'_{azi} = A \left[ \begin{array}{c} \{G(\theta_A) + n_A + G(\theta_D) + n_D\} \\ - \{G(\theta_B) + n_B + G(\theta_C) + n_C\} \end{array} \right], \quad (10)$$

$$\Delta'_{ele} = A \left[ \begin{array}{c} \{G(\theta_A) + n_A + G(\theta_B) + n_B\} \\ - \{G(\theta_D) + n_D + G(\theta_C) + n_C\} \end{array} \right],$$

$$\Sigma' = A \left[ \begin{array}{c} G(\theta_A) + n_A + G(\theta_B) + n_B \\ + G(\theta_C) + n_C + G(\theta_D) + n_D \end{array} \right], \quad (11)$$

여기서  $n_A, n_B, n_C, n_D$ 는 4개의 수신 빔에 추가된 잡음 랜덤변수이다. 잡음이 고려된 추정 각도 식은 다음과 같다.

$$\hat{\theta}' = \frac{\theta_{3dB}\Delta'_{azi}}{k_m\Sigma'} = \left(\frac{\theta_{3dB}}{k_m}\right) \left(\frac{4A G_0 \frac{k_m\theta}{\theta_{3dB}} + n_A + n_D - (n_B + n_C)}{4A G_0 + n_A + n_B + n_C + n_D}\right), \quad (12)$$

$$\hat{\phi}' = \frac{\theta_{3dB} \Delta'_{ele}}{k_m \Sigma'} = \left( \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \right) \left( \frac{4A G_0 \frac{k_m \theta}{\theta_{3dB}} + n_A + n_B - (n_C + n_D)}{4A G_0 + n_A + n_B + n_C + n_D} \right) \quad (13)$$

여기서  $\hat{\theta}'_{azi}$ 와  $\hat{\phi}'_{azi}$ 은 각각 잡음을 추가했을 때, 근사를 진행한 추정 방위각과 고각이다.

(12)와 (13)은 (7)과 (8)을 이용하여 수신신호 이득에 근사를 적용하여 정리한 수식이다. (3)과 (5)를 통해 수신신호 이득에 근사를 적용하지 않았을 경우는 다음과 같다.

$$\frac{\theta_{3dB} \Delta'_{azi}}{k_m \Sigma'^o} = \hat{\theta}^o, \quad \frac{\theta_{3dB} \Delta'_{ele}}{k_m \Sigma'^o} = \hat{\phi}^o \quad (14)$$

여기서,  $\hat{\theta}^o$ 와  $\hat{\phi}^o$ 는 어떠한 근사를 적용하지 않은 원래 ACM의 추정 각도이다,  $\Delta'_{azi}$ 와  $\Delta'_{ele}$ 는 (1)의 결과를 차이 채널에 입력할 때 나타나는 결과이다,  $\Sigma'$ 는 (1)의 출력을 합 채널에 입력한 결과이다.

잡음으로 인한 추정각도의 MSE를 해석적으로 분석하기 위해서는 (12)-(13)과 같은 비선형 함수를 다항함수로 근사하는 테일러 급수(Taylor series)를 이용한다[9]. (12), (13)은 3차 테일러 전개를 적용한 추정각도식의 근사식이다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}'(\text{approx} = 3) &= \theta + n_A \alpha_A + n_B \alpha_B + n_C \alpha_C + n_D \alpha_D \\ &+ n_A n_B \beta_{AB} + n_A n_C \beta_{AC} + n_A n_D \beta_{AD} \\ &+ n_B n_C \beta_{BC} + n_B n_D \beta_{BD} + n_C n_D \beta_{CD} \\ &+ \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{AA} + n_B^2 \beta_{BB} + n_C^2 \beta_{CC} + n_D^2 \beta_{DD}) \\ &+ n_A n_B \gamma_{ABC} + n_A n_C \gamma_{ABD} + n_B n_C \gamma_{BCD} + n_A n_D \gamma_{ACD} \\ &+ \frac{1}{2!} \left( n_A^2 n_B \gamma_{AAB} + n_A^2 n_C \gamma_{AAC} + n_A^2 n_D \gamma_{AAD} + n_B^2 n_A \gamma_{BBA} \right. \\ &\quad \left. + n_B^2 n_C \gamma_{BBC} + n_B^2 n_D \gamma_{BBD} + n_C^2 n_A \gamma_{CCA} + n_C^2 n_B \gamma_{CCB} \right. \\ &\quad \left. + n_C^2 n_D \gamma_{CCD} + n_D^2 n_A \gamma_{DDA} + n_D^2 n_B \gamma_{DDB} + n_D^2 n_C \gamma_{DDC} \right) \\ &+ \frac{1}{3!} (n_A^3 \gamma_{AAA} + n_B^3 \gamma_{BBB} + n_C^3 \gamma_{CCC} + n_D^3 \gamma_{DDD}) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}'(\text{approx} = 3) &= \phi + n_A \alpha_A + n_B \alpha_B + n_C \alpha_C + n_D \alpha_D \\ &+ n_A n_B \beta_{AB} + n_A n_C \beta_{AC} + n_A n_D \beta_{AD} \\ &+ n_B n_C \beta_{BC} + n_B n_D \beta_{BD} + n_C n_D \beta_{CD} \\ &+ \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{AA} + n_B^2 \beta_{BB} + n_C^2 \beta_{CC} + n_D^2 \beta_{DD}) \\ &+ n_A n_B \gamma_{ABC} + n_A n_C \gamma_{ABD} + n_B n_C \gamma_{BCD} + n_A n_D \gamma_{ACD} \\ &+ \frac{1}{2!} \left( n_A^2 n_D \gamma_{AAD} + n_A^2 n_C \gamma_{AAC} + n_B^2 n_A \gamma_{BBA} \right. \\ &\quad \left. + n_B^2 n_C \gamma_{BBC} + n_B^2 n_D \gamma_{BBD} + n_C^2 n_A \gamma_{CCA} + n_C^2 n_D \gamma_{CCD} \right. \\ &\quad \left. + n_D^2 n_B \gamma_{DDB} + n_D^2 n_C \gamma_{DDC} \right) \\ &+ \frac{1}{3!} (n_A^3 \gamma_{AAA} + n_B^3 \gamma_{BBB} + n_C^3 \gamma_{CCC} + n_D^3 \gamma_{DDD}) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 는 각각 1차, 2차, 3차 테일러 계수이다. 테일러 계수에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_A = \alpha_D &= \frac{\theta_{3dB}/k_m - \theta_T}{4A G_0} \\ \alpha_B = \alpha_C &= -\frac{(\theta_{3dB}/k_m + \theta_T)}{4A G_0} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \beta_{AA} = \beta_{DD} = \beta_{AD} &= \frac{-2(\theta_{3dB}/k_m - \theta_T)}{(4A G_0)^2} \\ \beta_{BB} = \beta_{CC} = \beta_{CC} &= \frac{2(\theta_{3dB}/k_m + \theta_T)}{(4A G_0)^2} \\ \beta_{AB} = \beta_{AC} = \beta_{BD} = \beta_{CD} &= \frac{2\theta_T}{(4A G_0)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ABC} = \gamma_{BCD} = \gamma_{BBA} = \gamma_{BBD} = \gamma_{CCA} = \gamma_{CCD} &= -\left( \frac{\theta_{3dB}/k_m + 3\theta_T}{32A^3 G_0^3} \right) \\ \gamma_{ABD} = \gamma_{ACD} = \gamma_{AAB} = \gamma_{AAC} = \gamma_{DDB} = \gamma_{DDC} &= \frac{\theta_{3dB}/k_m - 3\theta_T}{32A^3 G_0^3} \\ \gamma_{AAD} = \gamma_{DAA} = \gamma_{AAA} = \gamma_{DDD} &= \frac{6\theta_{3dB}/k_m - 6\theta_T}{64A^3 G_0^3} \\ \gamma_{BBC} = \gamma_{CCB} = \gamma_{BBB} = \gamma_{CCC} &= -\left( \frac{6\theta_{3dB}/k_m + 6\theta_T}{64A^3 G_0^3} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $\theta_T$ 는 방위각( $\theta$ )과 고각( $\phi$ )의 참값이다. 테일러 계수에 아래첨자는 특정 변수에 대한 미분을 적용한 것을 나타내는 표시이다.

### 3.3 ACM 추정각도식의 MSE 표현

본 연구에서는 몬테카를로 방법을 통한 시뮬레이션 MSE와 해석적인 유도도를 통한 해석적 MSE를 제시한다.

#### 3.3.1 몬테카를로 기반의 Simulation MSE

몬테카를로 기반의 시뮬레이션을 통한 MSE는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \text{Simulation } E[(\hat{\theta} - \theta)^2] &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_{(i)} - \theta)^2, \\ \text{Simulation } E[(\hat{\phi} - \phi)^2] &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\phi}_{(i)} - \phi)^2 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서  $\hat{\theta}$ 와  $\hat{\phi}$ 는 추정 각도이고,  $\theta$ 와  $\phi$ 실제 각도를 의미한다.  $N$ 은 시뮬레이션 반복횟수를 의미한다.

다음은 3차 테일러 추정 근사식에 MSE를 적용한 식이다.

$$E \left[ \left( \hat{\theta}'(\text{approx}=3) - \theta \right)^2 \right] = E \left[ \begin{pmatrix} n_A \alpha_A + n_B \alpha_B + n_C \alpha_C + n_D \alpha_D \\ + n_A n_B \beta_{AB} + n_A n_C \beta_{AC} + n_A n_D \beta_{AD} + n_B n_D \beta_{BD} + n_B n_C \beta_{BC} + n_C n_D \beta_{CD} \\ + \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{AA} + n_B^2 \beta_{BB} + n_C^2 \beta_{CC} + n_D^2 \beta_{DD}) \\ + n_A n_B n_C \gamma_{ABC} + n_A n_B n_D \gamma_{ABD} + n_B n_C n_D \gamma_{BCD} + n_A n_C n_D \gamma_{ACD} \\ + \frac{1}{2!} \left( n_A^2 n_B \gamma_{AAB} + n_A^2 n_C \gamma_{AAC} + n_A^2 n_D \gamma_{AAD} + n_B^2 n_A \gamma_{BBA} \right. \\ \left. + n_B^2 n_C \gamma_{BBC} + n_B^2 n_D \gamma_{BBD} + n_C^2 n_A \gamma_{CCA} + n_C^2 n_B \gamma_{CCB} \right. \\ \left. + n_C^2 n_D \gamma_{CCD} + n_D^2 n_A \gamma_{DDA} + n_D^2 n_B \gamma_{ddb} + n_D^2 n_C \gamma_{DDC} \right) \\ + \frac{1}{3!} (n_A^3 \gamma_{AAA} + n_B^3 \gamma_{BBB} + n_C^3 \gamma_{CCC} + n_D^3 \gamma_{DDD}) \end{pmatrix} \right]^2 \quad (21)$$

$$E \left[ \left( \hat{\phi}'(\text{approx}=3) - \phi \right)^2 \right] = E \left[ \begin{pmatrix} n_A \alpha_A + n_D \alpha_B + n_C \alpha_C + n_B \alpha_D \\ + n_A n_D \beta_{AB} + n_A n_C \beta_{AC} + n_A n_B \beta_{AD} + n_B n_D \beta_{BD} + n_D n_C \beta_{BC} + n_C n_B \beta_{CD} \\ + \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{AA} + n_B^2 \beta_{BB} + n_C^2 \beta_{CC} + n_D^2 \beta_{DD}) \\ + n_A n_D n_C \gamma_{ABC} + n_A n_B n_D \gamma_{ABD} + n_B n_C n_D \gamma_{BCD} + n_A n_C n_B \gamma_{ACD} \\ + \frac{1}{2!} \left( n_A^2 n_D \gamma_{AAB} + n_A^2 n_C \gamma_{AAC} + n_A^2 n_B \gamma_{AAD} + n_B^2 n_A \gamma_{BBA} \right. \\ \left. + n_B^2 n_C \gamma_{BBC} + n_B^2 n_D \gamma_{BBD} + n_C^2 n_A \gamma_{CCA} + n_C^2 n_D \gamma_{CCB} \right. \\ \left. + n_C^2 n_B \gamma_{CCD} + n_D^2 n_A \gamma_{DDA} + n_D^2 n_B \gamma_{DDB} + n_D^2 n_C \gamma_{DDC} \right) \\ + \frac{1}{3!} (n_A^3 \gamma_{AAA} + n_B^3 \gamma_{BBB} + n_C^3 \gamma_{CCC} + n_D^3 \gamma_{DDD}) \end{pmatrix} \right]^2 \quad (22)$$

### 3.3.2 3차 테일러 근사기반의 Analytic MSE

$n_A, n_B, n_C, n_D$ 는 서로 상관없이 zero-mean 가우시안 랜덤변수라고 가정하면 다음과 같다[10].

$$\begin{aligned} n_A &\sim N(0, \sigma^2) \\ n_B &\sim N(0, \sigma^2) \\ n_C &\sim N(0, \sigma^2) \\ n_D &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (23)$$

$$E(n_k n_l) = \begin{cases} E(n_k^2) & k = l \\ E(n_k) E(n_l) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

zero-mean 가우시안분포의 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(n_A) &= 0 \\ E(n_A^2) &= \sigma_A^2 \\ E(n_A^3) &= 0 \\ E(n_A^4) &= 3\sigma_A^4 \\ E(n_A^5) &= 0 \\ E(n_A^6) &= 15\sigma_A^6 \end{aligned} \quad (25)$$

정규 분포의 특성인 (23)-(25)을 이용하여 (21)-(22)를 전개 및 정리하면 최종적으로 모노펄스 알고리즘의 3차 테일러 전개 기반의 해석적 MSE를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \hat{\theta}'(\text{approx}=3) - \theta \right)^2 \right] &= \sigma_A^2 \alpha_A^2 + \sigma_B^2 \alpha_B^2 + \sigma_C^2 \alpha_C^2 + \sigma_D^2 \alpha_D^2 \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 (\alpha_B \gamma_{AAB} + \alpha_A \gamma_{BBA} + \beta_{AB}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{BB}) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_C^2 (\alpha_C \gamma_{AAC} + \alpha_A \gamma_{CCA} + \beta_{AC}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{CC}) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_D^2 (\alpha_D \gamma_{DAA} + \alpha_A \gamma_{AAD} + \beta_{AD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{DD}) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_C^2 (\alpha_C \gamma_{CCB} + \alpha_C \gamma_{BCC} + \beta_{BC}^2 + \frac{1}{2} \beta_{BB} \beta_{CC}) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_D^2 (\alpha_B \gamma_{DDB} + \alpha_D \gamma_{BDD} + \beta_{BD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{BB} \beta_{DD}) \\ &+ \sigma_C^2 \sigma_D^2 (\alpha_D \gamma_{DDC} + \alpha_D \gamma_{CCD} + \beta_{CD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{CC} \beta_{DD}) \\ &+ \alpha_A^4 \left( \alpha_A \gamma_{AAA} + \frac{3}{4} \beta_{AA}^2 \right) + \alpha_B^4 \left( \alpha_B \gamma_{BBB} + \frac{3}{4} \beta_{BB}^2 \right) \\ &+ \alpha_C^4 \left( \alpha_C \gamma_{CCC} + \frac{3}{4} \beta_{CC}^2 \right) + \alpha_D^4 \left( \alpha_D \gamma_{DDD} + \frac{3}{4} \beta_{DD}^2 \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 \sigma_C^2 \left( \gamma_{ABC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{CCB} + \frac{1}{2} \gamma_{AA} \gamma_{BBC} + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{CCA} \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{ABD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{DDB} + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{BBD} + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{DDA} \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_C^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{ACD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAC} \gamma_{DDC} + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{CCD} + \frac{1}{2} \gamma_{CCA} \gamma_{DDA} \right) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_C^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{BCD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BCC} \gamma_{DDC} + \frac{1}{2} \gamma_{BBD} \gamma_{CCD} + \frac{1}{2} \gamma_{CCB} \gamma_{DDB} \right) \\ &+ \sigma_A^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{AAA} \right) + \sigma_A^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCA} \gamma_{AAA} \right) \\ &+ \sigma_A^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DAA} \gamma_{AAA} \right) + \sigma_B^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{BBB} \right) \\ &+ \sigma_B^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCB} \gamma_{BBB} \right) + \sigma_B^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DDB} \gamma_{BBB} \right) \\ &+ \sigma_C^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAC} \gamma_{CCC} \right) + \sigma_C^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BBC} \gamma_{CCC} \right) \\ &+ \sigma_C^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DCC} \gamma_{CCC} \right) + \sigma_D^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{DDD} \right) \\ &+ \sigma_D^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BDD} \gamma_{DDD} \right) + \sigma_D^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCD} \gamma_{DDD} \right) \\ &+ \sigma_A^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{AAA}^2 \right) + \sigma_B^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{BBB}^2 \right) + \sigma_C^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{CCC}^2 \right) + \sigma_D^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{DDD}^2 \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \hat{\phi}'(\text{approx}=3) - \phi \right)^2 \right] &= \sigma_A^2 \alpha_A^2 + \sigma_D^2 \alpha_B^2 + \sigma_C^2 \alpha_C^2 + \sigma_B^2 \alpha_D^2 \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 (\alpha_B \gamma_{AAB} + \alpha_A \gamma_{BBA} + \beta_{AB}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{BB}) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_C^2 (\alpha_C \gamma_{AAC} + \alpha_A \gamma_{CCA} + \beta_{AC}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{CC}) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_D^2 (\alpha_A \gamma_{DAA} + \alpha_D \gamma_{AAD} + \beta_{AD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{AA} \beta_{DD}) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_C^2 (\alpha_C \gamma_{CCB} + \alpha_C \gamma_{BCC} + \beta_{BC}^2 + \frac{1}{2} \beta_{BB} \beta_{CC}) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_D^2 (\alpha_B \gamma_{DDB} + \alpha_D \gamma_{BDD} + \beta_{BD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{BB} \beta_{DD}) \\ &+ \sigma_C^2 \sigma_D^2 (\alpha_D \gamma_{DDC} + \alpha_D \gamma_{CCD} + \beta_{CD}^2 + \frac{1}{2} \beta_{CC} \beta_{DD}) \\ &+ \alpha_A^4 \left( \alpha_A \gamma_{AAA} + \frac{3}{4} \beta_{AA}^2 \right) + \alpha_D^4 \left( \alpha_D \gamma_{DDD} + \frac{3}{4} \beta_{DD}^2 \right) \\ &+ \alpha_C^4 \left( \alpha_C \gamma_{CCC} + \frac{3}{4} \beta_{CC}^2 \right) + \alpha_B^4 \left( \alpha_B \gamma_{BBB} + \frac{3}{4} \beta_{BB}^2 \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 \sigma_C^2 \left( \gamma_{ABC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{CCB} + \frac{1}{2} \gamma_{AA} \gamma_{BBC} + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{CCA} \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_B^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{ABD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{DDB} + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{BBD} + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{DDA} \right) \\ &+ \sigma_A^2 \sigma_C^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{ACD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAC} \gamma_{DDC} + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{CCD} + \frac{1}{2} \gamma_{CCA} \gamma_{DDA} \right) \\ &+ \sigma_B^2 \sigma_C^2 \sigma_D^2 \left( \gamma_{BCD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BCC} \gamma_{DDC} + \frac{1}{2} \gamma_{BBD} \gamma_{CCD} + \frac{1}{2} \gamma_{CCB} \gamma_{DDB} \right) \\ &+ \sigma_A^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BBA} \gamma_{AAA} \right) + \sigma_A^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCA} \gamma_{AAA} \right) \\ &+ \sigma_A^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{AAD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DAA} \gamma_{AAA} \right) + \sigma_B^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAB} \gamma_{BBB} \right) \\ &+ \sigma_B^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCB} \gamma_{BBB} \right) + \sigma_B^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{BBD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DDB} \gamma_{BBB} \right) \\ &+ \sigma_C^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAC} \gamma_{CCC} \right) + \sigma_C^4 \sigma_D^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BBC} \gamma_{CCC} \right) \\ &+ \sigma_C^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{CCD}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{DCC} \gamma_{CCC} \right) + \sigma_D^4 \sigma_A^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDA}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{AAD} \gamma_{DDD} \right) \\ &+ \sigma_D^4 \sigma_B^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDB}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{BDD} \gamma_{DDD} \right) + \sigma_D^4 \sigma_C^2 \left( \frac{3}{4} \gamma_{DDC}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{CCD} \gamma_{DDD} \right) \\ &+ \sigma_A^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{AAA}^2 \right) + \sigma_D^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{BBB}^2 \right) + \sigma_C^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{CCC}^2 \right) + \sigma_B^6 \left( \frac{5}{12} \gamma_{DDD}^2 \right) \end{aligned} \quad (27)$$

### 4. 3차 테일러 근사기반 해석적 MSE의 성능 분석

이 절에서는 3차 테일러 근사 기반 해석적 MSE의 성능 분석을 진행한다. 실험에 사용한 변수들은 Table 1에 정리되어있다. Table 2와 Table 3은 추정 각도 MSE들에 해당하는 라벨을 정리한 것이다. 위첨자에서 'apr.x'는 테일러 전개에 차수를 의미한다. 예를 들어 apr.x = 1은 1차 테일러 전개를 이용한 근사식을 뜻한다.

Table 1. Parameters for simulation

description	value	units
Monte-Carlo simulation	100,000	times
The mean of the noise received at Antenna A, B, C, D	0	voltage/meter
The standard deviation of the noise received at Antenna A, B, C, D	$10^{-0.8}, \dots, 10^{-0.53}$	degrees
3-dB beam width	15	degrees
Track axis gain	1	voltage
Antenna squint angle	1.415	degrees
Gain of received signal	1	voltage

Table 2. Labels for azimuth MSE expressions

Azimuth MSE expression	Label
Simulation $E[(\theta' - \theta)^2]$	(SAo)
Simulation $E[(\theta' - \theta)^2]$	(SA')
Simulation $E[(\theta^{(apr.x=1)} - \theta)^2]$	(SA1)
Simulation $E[(\theta^{(apr.x=2)} - \theta)^2]$	(SA2)
Simulation $E[(\theta^{(apr.x=3)} - \theta)^2]$	(SA3)
Analytic $E[(\theta^{(apr.x=1)} - \theta)^2]$	(AA1)
Analytic $E[(\theta^{(apr.x=2)} - \theta)^2]$	(AA2)
Analytic $E[(\theta^{(apr.x=3)} - \theta)^2]$	(AA3)

Table 3. Labels for elevation MSE expressions

Elevation MSE expression	Label
Simulation $E[(\phi' - \phi)^2]$	(SEo)
Simulation $E[(\phi' - \phi)^2]$	(SE')
Simulation $E[(\phi^{(apr.x=1)} - \phi)^2]$	(SE1)
Simulation $E[(\phi^{(apr.x=2)} - \phi)^2]$	(SE2)
Simulation $E[(\phi^{(apr.x=3)} - \phi)^2]$	(SE3)
Analytic $E[(\phi^{(apr.x=1)} - \phi)^2]$	(AE1)
Analytic $E[(\phi^{(apr.x=2)} - \phi)^2]$	(AE2)
Analytic $E[(\phi^{(apr.x=3)} - \phi)^2]$	(AE3)

Fig. 2와 Fig. 3은 각각 방위각과 고각 추정값의 잡음 표준편차에 대한 MSE 결과이다. 편향빔에 추가된 잡음  $n_A, n_B, n_C, n_D$ 는 모두 동일한 잡음 표준편차를 가진 가우시안 랜덤변수이다. 이에 Fig. 2와 Fig. 3에서

x축에 해당하는 잡음 표준편차가 증가할수록 잡음의 영향이 커져 추정 각도의 MSE가 증가하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 2와 Fig. 3의 결과는 거의 동일하게 나타나는데, 이는 방위각과 고각에서 동일한 값을 사용하였고, 4개의 편향빔은 서로 동일한 편향각을 가지기 때문이다.

Fig. 2와 Fig. 3에서 (SAo)와 (SEo)에 사용된 각도 추정식은 (14)이고, (SA')와 (SE')에 사용된 각도추정식은 (12)과 (13)이다. (SA1)과 (SE1)은 1차 테일러 전개를 이용한 각도추정식을 기반으로 구해지고, (SA2)와 (SE2)는 2차 테일러 전개를 이용한 각도추정식을 기반한다. 본 논문에서 유도한 (SA3)과 (SE3)에 사용된 각도추정식은 (15)과 (16)이다. 모든 시뮬레이션 MSE는 (20)을 기반 하여 얻어진다. 해석적 MSE인 (AA1)과 (AE1)은 1차 테일러 전개 기반의 각도추정식의 MSE를 유도하여 구할 수 있다. (AA2)와 (AE2)는 2차 테일러 전개 기반의 각도추정식의 MSE를 유도하여 구할 수 있다. 본 논문에서 제안한 해석적 MSE인 (AA3)과 (AE3)의 결과는 (26)과 (27)을 통해 구해진다.

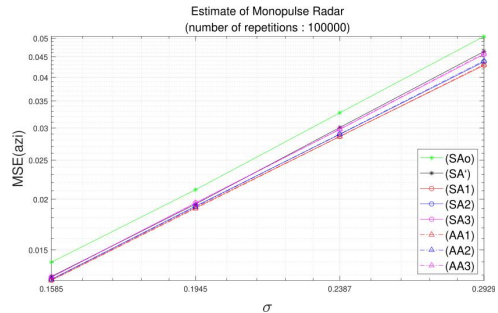


Fig. 2. Azimuth MSE for standard deviation

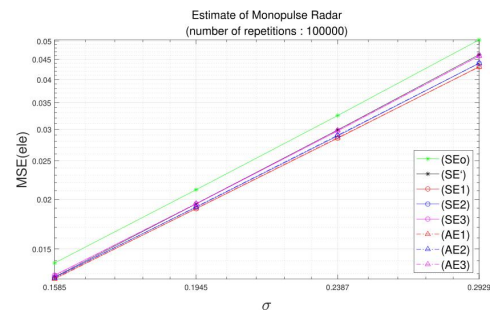


Fig. 3. Elevation MSE for standard deviation

Fig. 2와 Fig. 3에서 (SAo)와 (SEo)의 결과와 (SA')

와 (SE')의 결과를 비교하면, 약간의 차이가 있음을 볼 수 있다. 이는 (SA')과 (SE')에서 사용된 식이 (3)과 (5)에서 근사가 적용되었기 때문이다. (SA2)과 (SE2)의 결과를 보면 (SA)과 (SE)의 결과에 아래쪽에 위치하여 있음을 알 수 있다. 전체적으로 두 MSE 결과에서는 큰 차이는 없지만 2차 테일러 전개를 통한 근사식을 기반한 MSE이므로 약간의 차이가 나타난다. (SA3)과 (SE3)의 결과를 보면 1차 및 2차 테일러 근사기반 MSE 결과들보다 (SA')과 (SE')결과에 가장 근접하며, 거의 겹치는 것을 보인다. 다음은 해석적 MSE의 결과 분석이다. Fig. 2와 Fig. 3에서, (AA1),(AE1),(AA2),(AE2)는 1차 테일러와 2차 테일러 전개 기반 추정각도식의 해석적 MSE 결과이다. 이 결과들은 각각 (SA1),(SE1),(SA2),(SE2)의 결과와 완전히 겹치는 것을 볼 수 있다. (AA3)과 (AE3)은 (26)과 (27)의 결과이다. 이는 (SA3)과 (SE3)의 결과들과 완벽히 겹친다.

즉 3차 테일러 근사기반의 해석적 MSE인 (AA3)와 (AE3)를 적용하여 (AA2)와 (AE2)보다 더욱 원래 모노펄스 MSE에 가까워지는 것을 보였으며, 이는 (SA')과 (SE')을 기준으로 (AA2)와 (AE2)에서 나타난 MSE 오차를 모든 잡음 표준편차에서 평균적으로 89.5% 감소시킨 결과를 보였다.

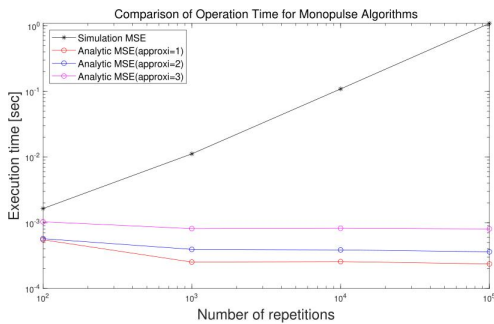


Fig. 4. Comparison of operation time between Simulation MSE and Analytic MSEs

Fig. 4는 몬테카를로 방법을 이용한 MSE 연산 시간과 해석적 표현을 방법을 이용한 MSE 연산 시간의 시간 비교 결과를 나타낸다. 본 연구에서 제안한 3차 테일러 근사기반 해석적 MSE의 연산시간은 Analytic MSE(approxi=3)을 나타낸다. 이는 2차 테일러 근사기반의 해석적 MSE의 연산시간인 Analytic MSE(approxi=2)보다 2.2배 오래 걸렸지만 3차 테일

러 근사기반의 해석적 MSE는 모든 시뮬레이션 반복횟수에서 Simulation MSE 보다 빠르며 100,000번의 반복횟수를 가진 Simulation MSE 보다 무려 1,355배 빠른 수치를 보여주었다.

위의 결과들을 통해 알 수 있는 것은 약간의 시간 손실이 있지만 3차 테일러 근사기반의 해석적 MSE를 적용하여 2차 테일러근사기반의 해석적 MSE의 오차를 평균적으로 89.5%감소시켰지만 제안된 방법은 여전히 몬테카를로기반의 Simulation MSE보다 빠르다.

### 5. 결론

레이더에서는 외부에 의한 잡음 영향에서 각도추정 능력 명시적으로 분석하기 위해 3차 테일러 근사기반의 MSE 추정기법을 제안하였다. 수신 빔 별로 수신된 4개의 잡음들은 서로 상관이 없는 정규분포 특성을 갖는 잡음변수라고 가정한다. 이 조건에서, 제안된 3차 테일러 전개기반 해석적 MSE는 몬테카를로 방법을 이용하지 않고 효율적으로 추정각도의 MSE를 계산할 수 있으며, 해석적 MSE는 몬테카를로기반 MSE 보다 연산효율성이 높다는 결과를 도출하였다. 또한 2차 테일러 근사기반 해석적 MSE보다 3차 테일러 근사기반 해석적 MSE를 적용하여 원래 모노펄스 알고리즘의 MSE에 더 가까운 MSE 결과를 보이며, 2차 테일러 근사기반의 해석적 MSE를 적용할 때 보인 MSE 오차를 89.5% 감소시켰다. 또한 잡음 표준 편차 값이 증가 할수록 2차 테일러 근사기반의 해석적 MSE는 원래 모노펄스 수식의 MSE와의 결과 차이가 더 커지지만 본 연구에서 제안된 3차 테일러근사기반의 해석적 MSE는 크게 차이가 나지 않는다. 이는 JSR이 큰 잡음 재밍 영향에서의 모노펄스 각도 추정 열화를 분석하는데 효과적인 것으로 사료된다.

### REFERENCES

- [1] S. M. Sherman & D. K. Barton. (1984). Monopulse principles and techniques, Artech House. Inc., Dedham, MA.
- [2] A. I. Leonov & K. I. Fomichev. (1986). Monopulse radar. Foreign Technology Div Wright-Patterson Afb Oh.
- [3] D. R. Rhodes. (1980). Introduction to monopulse. McGraw-Hill.

- [4] B. R. Mahafza. (2013). *Radar systems analysis and design using MATLAB*. Chapman and Hall/CRC.
- [5] M. A. Richards, J. A. Scheer, & W. A. Holm. (2008). Principles of modern radar basic principles. *SciTech Publishing Inc*, vol. 1, DOI : 10.1049/sbra021e
- [6] R. C. Davis, L. E. Brennan & L. S. Reed, (1976). Angle estimation with adaptive arrays in external noise fields. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (2), 179-186. DOI : 10.1109/TAES.1976.308293
- [7] D. J. An & J. H. Lee. (2020). Performance analysis of amplitude comparison monopulse direction-of-arrival estimation. *Applied Sciences*, 10(4), 1246. DOI : 10.3390/app10041246
- [8] Y. J. Han, J. W. Kim, S. R. Park & S. U. Noh. (2017). An investigation into the monopulse radar using tx-rx simulator in electronic warfare settings. *In Proceedings of the Symposium of the Korean Institute of communications and Information Sciences, Jeongseon, Korea* (pp. 705-706). <http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE07125974>
- [9] *Encyclopedia of Mathematics*. (2013). Taylor Series(Online). [https://encyclopediaofmath.org/wiki/Taylor\\_series](https://encyclopediaofmath.org/wiki/Taylor_series)
- [10] *Wikipedia*. (2021) Normal distribution(Online). [https://en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution)

함 형 우(Hyeong-Woo Ham)

[학생회원]



- 2021년 2월 : 세종대학교 전자공학과(공학사)
- 2021년 2월 ~ 현재 : 세종대학교 정보통신공학과(석사과정)
- 관심분야 : 레이더신호처리
- E-Mail : gkaguddn@gmail.com

김 건 영(Kun-Young Kim)

[학생회원]



- 2017년 2월 ~ 현재 : 세종대학교 전자정보통신공학과(학사과정)
- 관심분야 : 레이더신호처리
- E-Mail : wkkim1343@naver.com

이 준 호(Joon-Ho Lee)

[정회원]



- 1994년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학사)
- 1996년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학석사)
- 1999년 8월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학박사)
- 2004년 3월 ~ 현재 : 세종대학교 정보통신공학과 교수
- 관심분야 : 배열신호처리, 레이더신호처리, 스마트안테나
- E-Mail : Joonhlee@sejong.ac.kr