



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(2), 95-106(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.2.95

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

다층실도 모형을 통한 공기로 모사된 측방제트가 유도무기의 공력특성에 미치는 영향 연구

강신성¹, 강다영², 이경훈³

On the Effect of Air-Simulated Side-Jets on the Aerodynamic Characteristics of a Missile by Multi-Fidelity Modeling

Shinseong Kang¹, Dayoung Kang² and Kyunghoon Lee³

Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

ABSTRACT

Side-jets enable the immediate maneuver of a missile compared to control surfaces; however, they may cause adverse effects on aerodynamic coefficients, for they interfere with freestream. To find out the impact of side-jets on aerodynamic coefficients, we simulate side-jets as air gas and utilize multi-fidelity models to evaluate differences between aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets. We computed differences in aerodynamic coefficients to investigate side-jet effects for the changes of a Mach number, a bank angle, and an angle of attack. As a result, asymmetrically developed side-jets affect the longitudinal force and moment coefficients, and the lateral force and moment coefficients drastically change in-between -30 and 30 degrees of bank angles. In contrast, side-jets hardly influence the axial force coefficients. As for the axial moment coefficient, we could not determine the side-jet effect due to a lack of aerodynamic coefficient samples in the Mach number. All in all, we confirm that side-jets lead to the change of a missile attitude as they considerably vary the longitudinal and lateral aerodynamic coefficients.

초 록

측방제트는 조종면에 비해 즉각적인 유도무기 기동이 가능하지만 자유류를 간섭하여 공력계수에 영향을 줄 수 있다. 공력계수에 대한 측방제트의 영향을 파악하기 위해 측방제트를 공기로 모사한 후 측방제트 유무에 따른 공력계수 차이를 다층실도 모형을 사용하여 살펴본다. 측방제트 유무에 따라 공력계수 예측 모형으로 추정된 공력계수 간 차이를 계산하여 측방제트의 영향을 마하수, 뱅크각, 받음각의 변화에 따라 조사한다. 분석 결과, 종방향 힘 및 모멘트 계수는 비대칭적으로 발달한 측방제트에 큰 영향을 받았으며, 횡방향 힘 및 모멘트 계수는 -30°와 +30° 사이 뱅크각에서 최대로 변동하였다. 이에 반해 측방향 힘 계수는 측방제트에 영향을 받지 않았으며, 측방향 모멘트 계수는 마하수 변화에 대한 표본 부족으로 측방제트의 영향을 판단하기 어려웠다. 종합하면 측방제트가 종방향 및 횡방향 공력계수에 주요한 영향을 주어 유도무기 자세 변화를 일으킨다는 것을 확인하였다.

† Received : September 24, 2020 Revised : December 14, 2020 Accepted : January 10, 2021

^{1,2} Graduate Student, ³ Associate Professor³ Corresponding author, E-mail : aeronova@pusan.ac.kr, ORCID 0000-0003-0709-7442

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

Key Words : Air-Simulated Side-Jet(공기 모사 측방제트), Aerodynamic Coefficient(공력계수), Machine Learning(기계학습), Gaussian Process(가우스 과정), Multi-fidelity Modeling(다충실도 모형화)

I. 서 론

유도무기에서 측방제트(Side-/Lateral/Transverse Jet)는 효율적인 자세 제어 또는 추가적인 추진력을 얻기 위해 도입되었다. 측방제트 방식은 조종면(Control Surface)을 이용한 자세제어보다 신속, 정확하며 강력한 보조 추진력을 얻을 수 있는 이점이 있다. 하지만 이런 장점에 비해 유도무기 주변 자유류에 간섭하는 단점이 있다. 동체 중앙에서 분사된 측방제트는 시간이 지나면서 발달하며, 이렇게 발생한 제트 플룸(Plume)은 주익과 미익 주위 자유류에 영향을 미친다[1,2]. 이로 인해 공력특성이 변하여 유도무기 제어와 안정성에 영향을 줄 수 있다. 이러한 문제를 방지하기 위해, 측방제트가 자유류와 공력계수에 미치는 현상에 관해 다양한 연구가 진행되었다. 예를 들어, 평판과 일반적인 유도무기 형상에 대해서 측방제트가 자유류 및 공력계수에 미치는 영향이 연구되었다[3,4]. 또한, 측방제트 분사 방향에 따른 중방향 및 횡방향 공력계수의 변화도 연구되었다[5].

유도무기의 공력특성 해석에는 반실험적/반경험적(Semi-Empirical) 기법, 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD), 그리고 풍동시험(Wind Tunnel Test, WTT)이 주로 이용된다[6,7]. 이 중 풍동시험은 실제 물리적 현상을 반영하므로 필수적으로 이루어져야 한다. 그렇지만 유도무기의 측방제트는 고온의 혼합가스로 이루어져 있어 풍동시험이 사실상 불가능하다. 이러한 문제의 대안으로 측방제트를 저온의 공기로 모사하여 공력계수의 변화를 살펴보는 실험적[8,9] 및 수치적[10-12] 연구가 수행되었다. 상기한 해석 및 시험 방식으로 공력계수 데이터를 확보할 수 있지만, 현실적인 자원과 시간 제약으로 인해 많은 양의 표본을 확보하기 어렵다. 이러한 이유로 대체모형화 또는 차수축소법을 적용하여 다양한 입력조건에서 측방제트가 공력계수에 미치는 영향을 효율적/연속적으로 살펴본 연구가 진행되기도 하였다[13,14].

본 연구에서도 대체모형화를 통해 연속함수로 추정된 공력계수를 이용하여 공기로 모사된 측방제트의 영향을 알아보고자 한다. 적은 수의 이산 데이터만으론 측방제트의 영향을 명확히 분석하거나 전반적인 경향성을 파악하기 어려우므로 대체모형화를 활용한다. 덧붙여 지금까지의 연구가 주로 중방향 공력계수와 압력중심을 다룬 것과 달리, 본 연구는 측방제트 분사 후 6자유도 공력계수의 변화를 여러 방향에서 모두 조사해본다. 사용된 대체모형화 기법은 다충실도 모형화(Multi-Fidelity Modeling)를 위한 회

귀 코크리깅(Regression Co-Kriging)[15,16]으로, 전산유체역학과 풍동시험으로 얻어진 데이터를 혼합하여 모형화를 진행한다. 이렇게 측방제트 유무에 따라 각각 생성된 두 종류의 예측 모형으로 공력계수를 추정하고 공력계수 간 차이를 마하수, 뱅크각, 받음각의 변화에 대해 살펴본다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 첫 번째 장 서론에 이은 두 번째 장에서는 회귀 코크리깅 모형의 이론적 배경을 기술한다. 그리고서 생성된 모형을 이용하여 임의의 입력(Input)에 대한 출력(Output)을 예측하는 방식을 설명한다. 세 번째 장에서는 실제 유도무기의 전산유체역학과 풍동시험 데이터를 가지고 측방제트 유무에 따라 코크리깅 모형을 생성한 후 추정된 공력계수를 비교하여 측방제트 영향을 분석해본다. 마지막 장은 결론과 함께 향후 연구를 제안하며 글을 맺는다.

II. 이 론

2.1 회귀 코크리깅

본 논문에서는 풍동시험 공력 데이터를 이용하여 회귀 가우스 과정(Gaussian Process Regression, aka Regression Kriging)[15,17,18] 모형을 생성하고자 한다. 일반적으로 높은 정확도의 예측 모형을 구성하기 위해서는 다수의 표본이 요구된다. 하지만 풍동시험으로써 높은 정확도의 표본을 획득하는 방식은 많은 시간과 자원을 필요로 한다. 따라서 본 논문에서는 상대적으로 적은 비용이 요구되는 전산유체역학 데이터와 풍동시험 데이터를 혼용하여 예측 모형을 생성하는 회귀 코크리깅을 이용하였다. 전산유체역학 데이터로 풍동시험 데이터를 보조하였을 경우 공력계수 예측 모형의 정확도가 개선되는 것은 지난 연구[19]를 통해 입증되었다.

회귀 코크리깅 과정에서는 궁극적으로 예측하고자 하는 고충실도 표본에 대응하는 확률변수(Random Variable) Y_e 와 저충실도 표본에 대응하는 확률변수 Y_c 를 식 (1)과 같은 관계로 가정한다.

$$Y_e(x_e) = \rho Y_c(x_e) + Y_d(x_e) \quad (1)$$

식 (1)에서 x_e 는 고충실도 표본의 입력, ρ 는 축척 인자(Scaling Factor), Y_d 는 고충실도 표본과 저충실도 표본의 차이에 대응하는 확률변수이다. 식 (1)에서 Y_e 를 구성하는 Y_c 와 Y_d 는 모두 회귀 가우스 과정으

로 생성된다. 즉, 저층실도 크리깅 모형(Kriging Model)과 차이 모형(Difference Model)을 얻은 후 조합하여 회귀 코크리깅 모형을 생성할 수 있다.

회귀 코크리깅 모형을 구성하는 저층실도 크리깅 모형과 차이 모형은 모두 다음과 같은 절차로써 생성된다: i) 출력이 가우스 확률과정(Gaussian Random Process)로부터 도출된 랜덤변수의 실현(Realization)이라고 가정한 후, ii) 최대우도추정(Maximum Likelihood Estimation)을 통해 모수(Parameter) 및 초모수(Hyperparameter)를 추정한다. 여기서 모수와 초모수는 모두 모형과 관련된 변수이지만 다음과 같은 차이점을 가지고 있다. 모수는 사용자가 직접 제어하지 않는 변수를 의미한다. 이에 반해, 초모수는 사용자가 값 또는 최적화 범위를 설정해야 하는 변수이며 모수를 계산하는 데 이용된다.

먼저 크리깅 모형에서는 확률변수 Y 가 결정론적인 항 μ 과 확률론적인 항 Z 와 E 의 합으로 표현된다고 식 (2)와 같이 가정한다.

$$Y(x) = \mu + Z(x) + E(x) \quad (2)$$

식 (2)의 Z 와 E 는 각각 입력과 잡음(Noise)에 대한 확률변수를 의미하며, 두 변수가 평균으로 0, 분산으로 각각 σ^2 과 ν^2 을 가지는 정규분포를 따른다고 가정한다. 그러면 정규분포 합에 따라 표본 $S = \{(x^{(i)}, y^{(i)}) | x^{(i)} \in \mathbb{R}^k, y^{(i)} \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n\}$ 이 주어지면 $Y^{(i)} = Y(x^{(i)})$ 가 따르는 분포함수는 식 (3)과 같이 다변량 정규분포로 표현된다.

$$\{Y^{(i)}\}_{i=1}^n \sim N(\mu \mathbf{1}_n, \sigma^2 \Psi + \nu^2 I_n) = N(\mu \mathbf{1}_n, \sigma^2 (\Psi + \lambda I_n)) \quad (3)$$

식 (3)에서 $\mathbf{1}_n \in \mathbb{R}^n$ 은 모든 원소가 1인 열벡터, $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 은 단위행렬, 그리고 λ 는 잡음에 대한 초모수로 $\lambda = \nu^2 / \sigma^2$ 이다. 또한, 입력 간 상관행렬(Correlation Matrix) $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 의 각 원소는 식 (4)와 같이 계산된다.

$$\Psi_{ij}(x^{(i)}, x^{(j)}) = \prod_{l=1}^k \exp(-\theta_l (x_l^{(i)} - x_l^{(j)})^2) \quad (4)$$

식 (4)에서 θ_l 은 l 번째 입력변수에 대한 초모수로, 값이 클수록 l 번째 입력변수에 대해 출력의 비선형성이 강하다는 것을 의미한다. 크리깅 모형 생성의 마지막 절차로 식 (3)에 최대우도추정을 적용한다. 식 (3)과 같은 다변량 정규분포의 상수항을 제외한 로그우도함수(Log-Likelihood Function)는 식 (5)와 같이 도출된다.

$$\begin{aligned} \ell(\mu, \sigma, \theta, \lambda) \approx & -\frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln |\Psi + \lambda I_n| \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} (y - \mu \mathbf{1}_n)^\top (\Psi + \lambda I_n)^{-1} (y - \mu \mathbf{1}_n) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 $y = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}]^\top \in \mathbb{R}^n$ 는 출력으로 이루어진 열벡터이다. 먼저 식 (5)를 각 모수로 편미분한 것으로부터 로그우도함수가 최대가 되는 모수의 추정값 $\hat{\mu}$ 와 $\hat{\sigma}^2$ 을 양함수(Explicit Function) 꼴로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}_n^\top \Psi^{-1} y}{\mathbf{1}_n^\top \Psi^{-1} \mathbf{1}_n}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{(y - \mu \mathbf{1}_n)^\top (\Psi + \lambda I_n)^{-1} (y - \mu \mathbf{1}_n)}{n} \quad (6)$$

그리고서 도출된 $\hat{\mu}$ 와 $\hat{\sigma}^2$ 을 식 (5)에 대입하면 초모수 θ 와 λ 만으로 구성된 축약된 로그우도함수(Concentrated Log-Likelihood Function)가 얻어진다.

$$\ell_c(\theta, \lambda) \approx -\frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \ln |\Psi + \lambda I_n| \quad (7)$$

식 (7)을 각 초모수에 대해 편미분한 것은 양함수로 표현되지 않는다. 따라서 최댓값을 찾기 위해 식 (7)을 목적함수로 삼아 최적화 과정을 통해 초모수의 추정값 $\hat{\theta}$ 와 $\hat{\lambda}$ 를 도출한다. 상술한 식 (2)-(7)을 이용하여 저층실도 크리깅 모형을 생성할 수 있다. 차이 크리깅 모형도 식 (2)-(7)을 사용하는 것은 동일하다. 하지만 $Y_d(x)$ 는 고층실도 표본과 저층실도 표본의 차이에 대응하는 확률변수이므로, 식 (1)의 관계에 따라 식 (7)에 축척 인자 ρ 가 추가된 최적화 과정이 요구된다.

2.2 회귀 코크리깅을 이용한 출력 추정

이 절에서는 앞서 생성한 회귀 코크리깅 모형을 이용하여 임의의 입력 x_0 에 대한 고층실도 출력 y_0 를 예측하는 방식에 대해 설명한다. 표기 편의상, 아래첨자 c, e, d 를 각각 저층실도, 고층실도, 그리고 차이 모형과 관련된 변수로 기술한다. 2.2절에서 생성된 회귀 코크리깅 모형은 저층실도 표본 $S_c = \{(x_c^{(i)}, y_c^{(i)}) | x_c^{(i)} \in \mathbb{R}^k, y_c^{(i)} \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n_c\}$ 와 고층실도 표본 $S_e = \{(x_e^{(i)}, y_e^{(i)}) | x_e^{(i)} \in \mathbb{R}^k, y_e^{(i)} \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n_e\}$ 에 대해서 식 (8)과 같은 다변량 정규분포로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \{Y_c^{(i)}\}_{i=1}^{n_c} \\ \{Y_e^{(i)}\}_{i=1}^{n_e} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \hat{\mu}_c \mathbf{1}_{n_c} \\ \hat{\mu}_e \mathbf{1}_{n_e} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_2^\top & C_3 \end{bmatrix} \right) \quad (8)$$

식 (8)에서 $\hat{\mu}_c$ 는 저층실도 모형의 평균이다. 또한, 고층실도 모형의 평균 $\hat{\mu}_e$ 는 $\hat{\mu}_c$ 와 차이 모형의 평균 $\hat{\mu}_d$ 으로부터 식 (1)의 관계에 의해 $\hat{\mu}_e = \hat{\mu}_c + \hat{\rho} \hat{\mu}_d$ 로 도출된다. 마찬가지로 식 (1)의 관계에 따라 공분산행렬(Covariance Matrix) $C_1 \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$, $C_2 \in \mathbb{R}^{n_c \times n_e}$, $C_3 \in \mathbb{R}^{n_e \times n_e}$ 의 원소는 식 (9)-(11)과 같이 각각 계산된다.

$$C_1 = \text{Cov}(Y_c(x_c), Y_c(x_c)) = \hat{\sigma}_c^2 (\hat{\Psi}_c(x_c, x_c) + \hat{\lambda}_c I_{n_c}) \quad (9)$$

$$C_2 = \text{Cov}(Y_c(x_c), Y_e(x_e)) = \hat{\rho}\hat{\sigma}_c^2\Psi_c(x_c, x_e) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_3 &= \text{Cov}(Y_e(x_e), Y_e(x_e)) \\ &= \hat{\rho}\hat{\sigma}_c^2(\Psi_c(x_e, x_e) + \hat{\lambda}_c I_{n_e}) + \hat{\sigma}_d^2(\Psi_d(x_e, x_e) + \hat{\lambda}_d I_{n_e}) \end{aligned} \quad (11)$$

고충실도 출력은 식 (8)에 임의의 입출력 쌍 (x_o, y_o) 에 대응하는 확률변수 $Y_e(x_o)$ 을 추가하여 식 (12)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \{Y_c^{(i)}\}_{i=1}^{n_c} \\ \{Y_e^{(i)}\}_{i=1}^{n_e} \\ Y_e(x_o) \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \hat{\mu}_c \mathbf{1}_{n_c} \\ \hat{\mu}_e \mathbf{1}_{n_e} \\ \hat{\mu}_e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_4 \\ C_2^T & C_3 & C_5 \\ C_4^T & C_5^T & C_6 \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

식 (12)에서 $C_4 \in \mathbb{R}^{n_c}$, $C_5 \in \mathbb{R}^{n_e}$, $C_6 \in \mathbb{R}$ 은 각각 식 (13)-(15)로 얻어진다.

$$C_4 = \text{Cov}(Y_c(x_c), Y_e(x_o)) = \hat{\rho}\hat{\sigma}_c^2\Psi_c(x_c, x_o), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} C_5 &= \text{Cov}(Y_e(x_e), Y_e(x_o)) \\ &= \hat{\rho}\hat{\sigma}_c^2\Psi_c(x_e, x_o) + \hat{\sigma}_d^2\Psi_d(x_e, x_o), \end{aligned} \quad (14)$$

$$C_6 = \text{Cov}(Y_e(x_o), Y_e(x_o)) = \hat{\rho}\hat{\sigma}_c^2(1 + \hat{\lambda}_c) + \hat{\sigma}_d^2(1 + \hat{\lambda}_d) \quad (15)$$

마지막으로 식 (12)에 최대우도추정을 적용하면 임의의 입력 x_o 에 대한 출력의 추정값 \hat{y}_o 는 식 (16)과 같이 얻어진다.

$$\hat{y}_o = \hat{\mu}_e + \begin{bmatrix} C_4^T & C_5^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_2^T & C_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_c - \hat{\mu}_c \mathbf{1}_{n_c} \\ y_e - \hat{\mu}_e \mathbf{1}_{n_e} \end{bmatrix} \quad (16)$$

III. 결과 및 고찰

3.1 유도무기 공력계수 모형화 개요

공력계수 데이터 총 4종류로, Table 1과 같이 상이한 측방제트 분사 조건과 확보 방식으로 각각 획득되었다. 측방제트는 동체 중간에 위치하고 Fig. 1과 같이 꼬리날개 사이 45°에 두 개가 위치한다. 측방제트 분사 시의 데이터 (iii)과 (iv)는 동일한 크기의 측방제트를 양쪽으로 분사하여 획득되었다. 각 데이터 확보에 관한 자세한 내용은 참고문헌[9]에 기술되어 있다.

Table 1. Dataset types

Type	Side-jet	Acquisition
(i)	Off	CFD
(ii)	Off	WTT
(iii)	On	CFD
(iv)	On	WTT

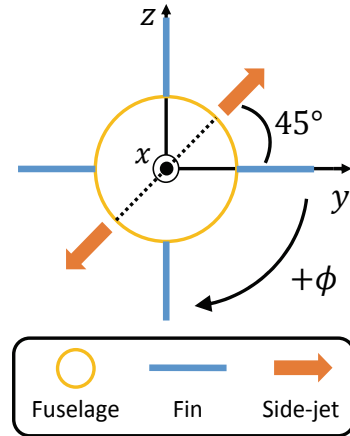


Fig. 1. Schematic of four-tail fins and two side-jets

Table 2. Input samples

Input variable	Sampling	
M	$0 < M_1 < M_2 < M_3 < 1$	
ϕ [deg]	$-45 = \phi_1 < \phi_2 < \phi_3 < \phi_4 < \phi_5 = +45$	
α [deg]	CFD	$0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \alpha_5 < \alpha_6 = 16$
	WTT	$0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_5 < \alpha_6 = 16$

공력계수 데이터의 입력변수는 마하수 M , 뱅크각 ϕ , 받음각 α 이며 출력변수는 공기역학적 힘 계수 C_x, C_y, C_z 와 모멘트 계수 C_l, C_m, C_n 이다. 본 논문에서 입력변수와 출력변수의 자세한 값은 군사보안 문제로 명시하지 않았다. 그 대신 Table 2에 입력변수 범위와 이산수준(Discrete Level)을 나타내었다. Table 2에서 입력변수의 아래첨자가 클수록 더 큰 값을 의미한다. 마하수 M 은 총 3개의 이산수준이며 모두 아음속 영역에 속한다. 뱅크각 ϕ 는 $[-45^\circ, +45^\circ]$ 사이에 총 5개의 이산수준으로 분할되었다. 마지막으로 받음각 α 는 $[0^\circ, 16^\circ]$ 사이 값을 가지며 전산유체역학과 풍동시험에 대해서 각각 6개와 5개의 이산수준으로 나누어졌다. 상기한 입력변수 이산수준으로 완전요인배치법(Full Factorial Design)에 따라 전산유체역학과 풍동시험으로부터 각각 90개와 75개의 표본이 획득되었다. 즉, 데이터 (i)과 (iii)은 90개, (ii)와 (iv)는 75개의 표본으로 이루어져 있다.

본 연구에서는 회귀 코크리킹을 통해 유도무기의 6자유도 공력계수 예측 모형을 생성하였다. 공기로 모사된 측방제트가 유도무기의 공력계수에 미치는 영향을 살펴보기 위해, 측방제트가 분사되지 않은

경우와 분사된 경우에 대해 각기 다른 두 종류의 코크리깅 모형을 만들었다. 즉, 측방제트가 분사되지 않은 경우의 모형에는 데이터 (i)과 (ii)가 이용되었다. 측방제트가 분사된 경우의 모형에는 데이터 (iii)과 (iv)가 사용되었다. 두 종류의 코크리깅 모형에서 풍동시험 데이터를 고층실도 데이터로 설정하였다. 이에 따라 전산유체역학 데이터의 모든 표본인 90개를 코크리깅 모형 보조에 사용하였다. 실험 계획법(Design of Experiments)에 따라 데이터를 직접 획득한 후 모형화를 진행하는 일반적인 경우와 달리, 본 연구에서는 완전요인배치법으로 기 확보된 공력계수 데이터를 사용하여 모형을 생성하고 검증해야 한다. 이러한 이유로 본 연구에서는 부분집합 표본추출법(Subset Sampling)으로 초기 훈련 표본(Training Sample)을 구성하여 초기 모형을 생성하였다. 그리고서 예측 오차가 큰 지점에 훈련 표본을 추가하는 방식으로 최종 훈련 표본을 결정하였다. 모형 검증을 위한 시험 표본(Testing Sample)은 주어진 공력계수 데이터에서 훈련 표본을 제외한 나머지로 설정하였다. 결과적으로 풍동시험 데이터의 표본 75개 중, 61개(81%)를 훈련 표본으로, 나머지 14개(19%)를 모형 검증을 위한 시험 표본으로 구성하였다.

측방제트 분사 여부에 따른 두 종류의 회귀 코크리깅 모형은 Forrester 외 2인이 제시한 알고리즘 [15]을 참고하여 직접 구현한 매트랩 코드로써 생성되었다. 코크리깅 모형의 초모수는 입자 군 최적화(Particle Swarm Optimization)와 순차적 2차 계획법(Sequential Quadratic Programming)을 혼합한 하이브리드 최적화 알고리즘으로 추정되었다. 코크리깅 모형에서 초모수의 범위는 일반적으로 매우 넓은 범위인 $[10^{-7}, 10^7]$ 이 이용된다[15]. 하지만 매우 크거나 작은 초모수는 과적합, 저층실도 모형 의존, 과도한 회귀와 같은 문제를 일으킨다. 따라서 본 연구에서는 $[10^{-7}, 10^7]$ 부터 범위를 좁혀가며 예측 정확도를 조사하였고 상기한 문제점이 발생하지 않는 적절한 범위를 결정하였다. Table 3은 확정된 초모수 추정 범위를 정리한 것이다.

Table 3. Hyperparameter search bounds (base-10 logarithmic scale)

Output	θ	ρ	λ
C_z	$[-2.5, 2.0]$	$[-5.0, -4.0]$	$[-4.0, 1.0]$
C_m	$[-2.5, 2.0]$	$[-5.0, -4.0]$	$[-4.0, 1.0]$
C_y	$[-4.0, 3.0]$	$[-5.0, 1.0]$	$[-4.0, 1.0]$
C_n	$[-4.0, 3.0]$	$[-5.0, 1.0]$	$[-4.0, 1.0]$
C_x	$[-1.0, 1.0]$	$[-5.0, 1.0]$	$[-7.0, -5.0]$
C_l	$[-1.0, 0.5]$	$[-7.0, -5.0]$	$[-2.0, -1.0]$

3.2 공력계수 예측 모형 검증

생성한 두 공력계수 예측 모형의 정확도를 평가하기 위해 풍동시험으로 확보한 데이터로 수치적 검증을 실시하였다. 수치적 검증의 척도로 식 (17)-(19)에 정의된 결정계수(Coefficient of Determination, R^2), 평균 절대상대오차(Mean Absolute Relative Error, MARE), 최대 절대상대오차(Maximum Absolute Relative Error, maxARE)를 사용하였다.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (17)$$

$$\text{MARE} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |(y_i - \hat{y}_i)/y_i| \quad (18)$$

$$\text{maxARE} = \max_{1 \leq i \leq k} |(y_i - \hat{y}_i)/y_i| \quad (19)$$

식 (17)-(19)에서 y , \hat{y} , \bar{y} 는 각각 참값, 모형 예측값, 참값의 평균을 의미한다. 결정계수 R^2 는 일반적으로 0과 1 사이 값을 가지며 1에 가까울수록 모형의 전반적인 예측 정확도가 높은 것을 의미한다. 두 종류의 절대상대오차 MARE와 maxARE는 각각 참값과 모형 예측값의 평균적인 오차와 최대 오차를 나타낸다. 수치적 검증 결과의 오류를 방지하기 위해 식 (17)-(19)에서 분모가 0이 되는 표본은 제외하였다.

측방제트 유무에 따른 두 공력계수 예측 모형의 수치적 검증을 실시한 결과를 각각 Tables 4-7에 나타냈다. 결과를 보면, C_l 을 제외한 공력계수 예측 모형의 경우에 훈련 표본과 시험 표본에 대해 모두 R^2 가 0.99 이상이며 maxARE가 0.16 이하로 예측 정확도가 높다. 반면, C_l 모형은 Table 6에서 R^2 가 0.7297로 낮거나 Table 7에서 maxARE가 76.9360으로 매우 크게 나타났다. 이러한 문제의 원인을 조사하기 위해 측방제트가 없는 경우와 있는 경우를 각각 살펴보고자 한다.

Table 4. Numerical validation results of training samples obtained without side-jets

Output	R^2	MARE	maxARE
C_z	0.9986	0.0159	0.0397
C_m	0.9988	0.0145	0.0375
C_y	0.9992	0.0238	0.0927
C_n	0.9993	0.0240	0.0775
C_x	1.0000	0.0000	0.0001
C_l	0.9999	0.0224	0.0842

Table 5. Numerical validation results of training samples obtained with side-jets

Output	R^2	MARE	maxARE
C_z	0.9985	0.0157	0.0443
C_m	0.9986	0.0142	0.0456
C_y	0.9990	0.0160	0.0894
C_n	0.9999	0.0118	0.0713
C_x	1.0000	0.0000	0.0001
C_l	0.9940	0.0139	1.2304

Table 6. Numerical validation results of testing samples obtained without side-jets

Output	R^2	MARE	maxARE
C_z	0.9961	0.0197	0.0573
C_m	0.9968	0.0191	0.0419
C_y	0.9989	0.0287	0.0540
C_n	0.9992	0.0230	0.0502
C_x	0.9786	0.0430	0.1586
C_l	0.7297	0.3637	0.5389

Table 7. Numerical validation results of testing samples obtained with side-jets

Output	R^2	MARE	maxARE
C_z	0.9957	0.0193	0.0394
C_m	0.9958	0.0195	0.0436
C_y	0.9997	0.0213	0.0832
C_n	0.9997	0.0214	0.0635
C_x	0.9756	0.0351	0.0761
C_l	0.9119	12.7010	74.9360

먼저 Table 6에서 측방제트가 없는 경우의 C_l 예측 모형의 R^2 가 낮은 원인을 분석하여 보았다. 측방제트가 없을 때 측방향 모멘트는 동체에 의해 유도되는 와류 때문에 발생한다[20]. 이에 따라 측방향 모멘트 계수 C_l 은 Fig. 2에서 보듯이 입력변수에 대해 큰 비선형성을 띤다. Fig. 2에서 $\alpha = 16^\circ$ 인 경우를 보면, M_2 일 때의 C_l 값이 M_1 과 M_3 에서의 C_l 값보다 현저히 작은 것을 볼 수 있다. 이처럼 C_l 이 마하수에 대해 비선형적인 특성을 보이는 것을 다른 공력계수의 결과와 비교해보면 명확히 확인할 수 있다. 예를 들어, Fig. 3은 $\phi = +20^\circ$, $\alpha = 16^\circ$ 에서 마하수 변화에 따라 공력계수를 추정된 결과이다. Fig. 3에서 C_l 외의 공력계수는 마하수 변화에 대해서 거의 선형적으

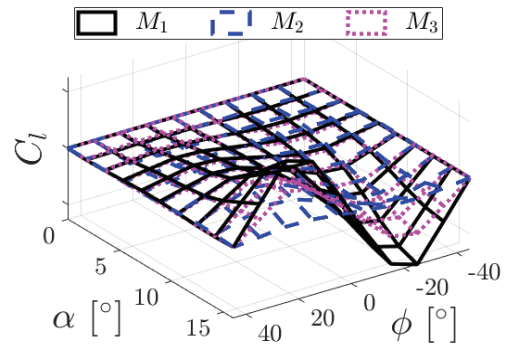


Fig. 2. Prediction results of an axial moment aerodynamic coefficient obtained without side-jets

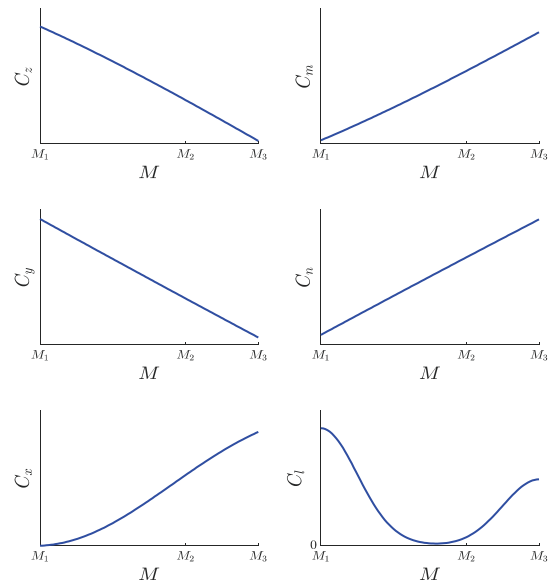


Fig. 3. Aerodynamic coefficients obtained without side-jets for the changes of a Mach number at $\phi = +20^\circ$ and $\alpha = 16^\circ$

로 변하지만 C_l 은 그렇지 않다. 이러한 비선형적인 특성을 모형에 반영하려면 마하수에 대해 높은 이산 수준이 요구된다. 하지만 Table 2에서 보듯이 본 연구에서 사용된 데이터는 마하수에 대해 3개의 이산 수준을 가진다. 결과적으로 마하수 변화에 대한 표본이 부족하여 다른 공력계수 예측 모형에 비해 예측 정확도가 낮은 것으로 생각된다.

다음으로 Table 7에서 C_l 예측 모형의 maxARE가 매우 큰 것은 C_l 이 다른 공력계수에 비해 C_l 값이 작은 것 때문으로 판단된다. 참값이 분모에 위치하는 상대오차 계산법에서 참값이 0에 가까우면 참값과 모형 예측값의 절대오차가 작더라도 상대오차는 커질 수 있다. 실제로 Table 7에서 C_l 예측 모형의 maxARE는 매우 크지만 R^2 는 0.9119로 전반적인 예측 정확도는 높은 것을 볼 수 있다.

3.3 공기로 모사된 측방제트 영향 분석

앞서 측방제트 유무에 따라 생성한 두 코크리깅 모형을 이용하여 공기로 모사된 측방제트가 6자유도 공력계수에 어떠한 영향을 미치는지 조사하였다. 총 6개의 공력계수를 종방향 힘 계수 C_z 와 모멘트 계수 C_m , 횡방향 힘 계수 C_y 와 모멘트 계수 C_n , 그리고 측방향 힘 계수 C_x 와 모멘트 계수 C_l 로 묶어서 분석하였다. 측방제트 분사로 인한 6자유도 공력계수의 변화를 살펴보기 위해 식 (20)과 같이 공력계수 차이 변수 ΔC_i 를 정의하였다.

$$\Delta C_i = C_{i,w/} - C_{i,w/o}, \text{ where } i = x, y, z, l, m, n \quad (20)$$

식 (20)에서 아래첨자 w/와 w/o은 각각 Table 1의 on과 off에 대응되며 측방제트 유무를 의미한다. Fig. 4는 Table 2의 입력범위에 대해서 6개의 ΔC_i 를 예측한 결과를 전반적으로 보여준다. 이번 절에서는 측방제트 영향을 보다 쉽게 분석하기 위해 특정 입력변수를 고정한 2차원 그래프를 이용하였다.

3.3.1 종방향 공력계수

종방향 공력계수는 유도무기의 압력중심을 도출하는데 이용될 수 있다. 종방향 압력중심이 유도무기의 안정성과 연관된 중요한 척도이기에 다양한 선행 연구[4,5,8,9,13,21]에서 주로 다루어졌다.

Figure 5는 마하수를 M_1 으로 고정한 후 뱅크각을 변화시키며 ΔC_z 와 ΔC_m 을 살펴본 것이다. Fig. 5에서 측방제트는 $\alpha_1 < \alpha_3 < \alpha_6$ 과 같이 받음각이 증가하면 종방향 공력계수에 미치는 영향력도 커지는 것을 알

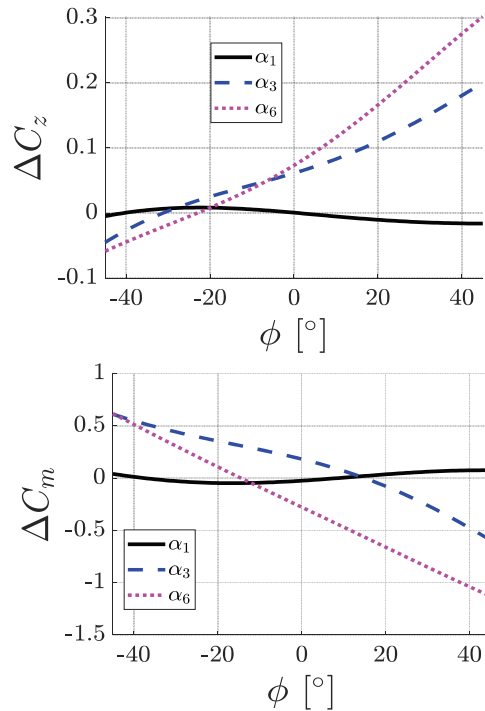


Fig. 5. Differences between longitudinal aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of a bank angle at M_1

수 있다. 추가로, 뱅크각이 $\pm 45^\circ$ 일 때의 결과를 비교해보았다. Fig. 5를 보면 ΔC_z 는 $+45^\circ$ 에서 양수, -45° 에서 음수이며, ΔC_m 은 반대의 부호를 가진다. 측방제트를 분사하지 않았을 때 $C_{z,w/o}$ 은 모든 입력에 대

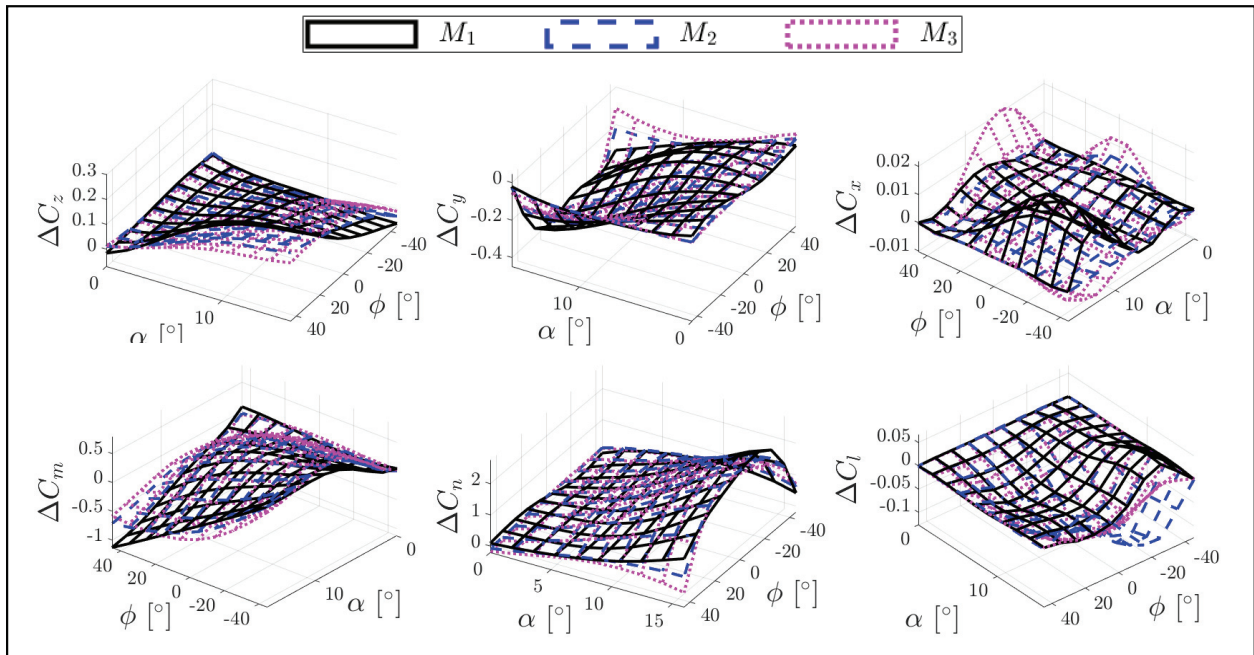


Fig. 4. Differences between aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets

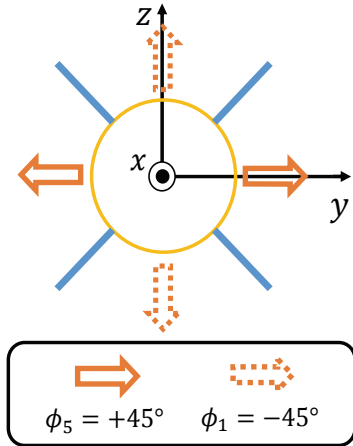


Fig. 6. Emission directions of side-jets at $\phi = \pm 45^\circ$

해서 양수, $C_{m,w/o}$ 은 음수이다. 따라서 $+45^\circ$ 에선 종방향 공력계수가 증가했지만 -45° 에선 감소한 것을 알 수 있다. Fig. 6에 나타냈듯이 Fig. 1의 유도무기 형상에 대해서 뱅크각이 $\pm 45^\circ$ 일 때 유도무기의 꼬리날개 배치는 동일하다. 하지만 측방제트가 좌우($\phi_5 = +45^\circ$)와 상하($\phi_1 = -45^\circ$)로 분사된다는 차이가 있다. 참고문헌[9]에 따르면, 좌우로 분사된 측방제트는 받음각이 변하더라도 대칭적으로 발달한다. 반면, 유도무기 상하의 자유류 차이로 인해 상하로 분사된 측방제트의 유동장은 받음각의 변화에 따라 비대칭적으로 나타난다. 결과적으로 비대칭 발달한 제트는 대칭 발달한 제트와 달리 종방향 공력계수를 증가시키지 못하는 것으로 보인다. 또한, $\phi = -45^\circ$ 에서 감소폭이 가장 큰 것으로 보아, 비대칭성이 강해질수록 종방향 공력계수가 더 감소하는 것으로 파악된다.

Figure 5에서 받음각이 $\alpha_1 = 0^\circ$ 일 때에도 뱅크각 변화에 따라 ΔC_z 와 ΔC_m 가 0이 아닌 값을 나타내는 것을 볼 수 있다. 이를 명확히 보기 위해 Fig. 7과 같이 받음각을 0° 로 고정하여 종방향 공력계수 변화를 나타내었다. 여기서 마하수와 뱅크각의 변화에 따라 ΔC_z 와 ΔC_m 가 불규칙적으로 변동하는 것을 볼 수 있다. 측대칭 형상의 유도무기에서 받음각이 0° 이면 유도무기 주변 자유류는 모두 동일하기 때문에 Fig. 1과 같이 양방향으로 분사된 측방제트는 뱅크각이 변하더라도 서로 동일하게 발달한다. 따라서 받음각이 0° 이면 뱅크각과 무관하게 측방제트가 종방향 공력계수에 영향을 미치지 않아야 한다. 그러므로 받음각이 0° 일 때 0이 아닌 ΔC_z 와 ΔC_m 값은 모형화에 의한 오차로 보는 것이 타당하다.

다음으로 뱅크각을 $\phi = \pm 45^\circ$ 로 고정한 후 마하수와 받음각 변화에 따른 ΔC_z 와 ΔC_m 변화를 조사하였다. Figs. 8과 9는 각각 $\phi_5 = +45^\circ$ 와 $\phi_1 = -45^\circ$ 에서의 결과이다. Fig. 8에서 볼 수 있듯이 좌우로 분사되어

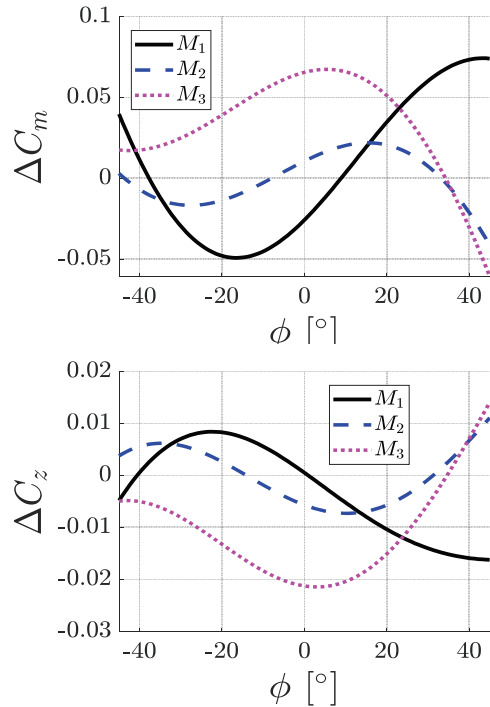


Fig. 7. Differences between longitudinal aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of a bank angle at $\alpha_1 = 0^\circ$

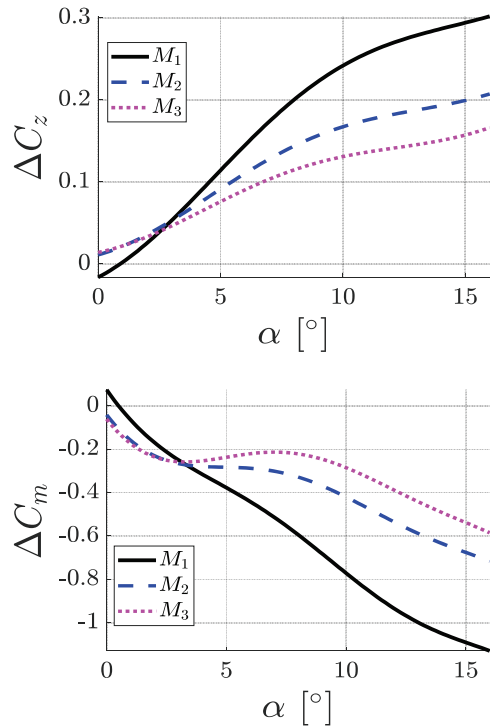


Fig. 8. Differences between longitudinal aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of an angle of attack at $\phi_5 = +45^\circ$

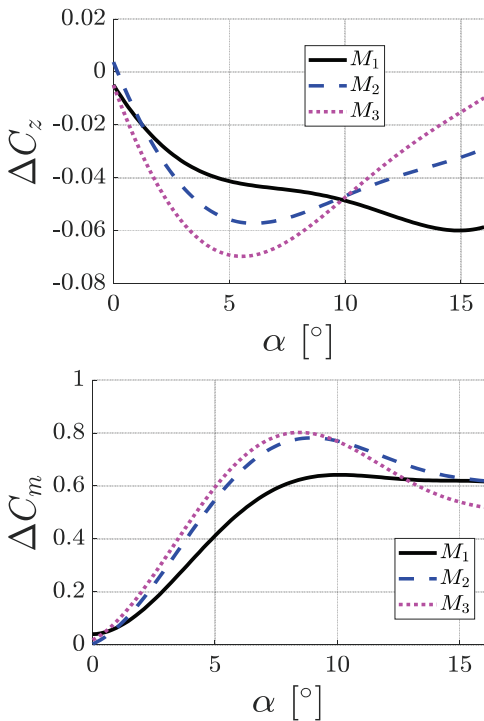


Fig. 9. Differences between longitudinal aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of an angle of attack at $\phi_1 = -45^\circ$

대칭형태의 제트 유동장을 띠는 경우 받음각이 커지거나 마하수가 작아질수록 종방향 공력계수가 더 증가하였다. 이와 달리, Fig. 9에서 상하로 분사되어 비대칭적으로 발달한 측방제트는 5°에서 10° 사이 받음각까지 마하수에 비례하게 종방향 공력계수를 감소시켰다. 그 이후부터는 종방향 공력계수 감소량이 줄어들었다. 최종적으로 큰 받음각에 대해선 마하수와 종방향 공력계수 감소량이 반비례하였다. Fig. 5에서 $\phi_1 = -45^\circ$ 일 때 종방향 공력계수가 감소하는 원인은 양방향 측방제트 유동장의 비대칭성으로 추정되었다. 따라서 작은 받음각일 때는 마하수 변화에 따른 양방향 측방제트 발달의 비대칭성이 강하지만, 큰 받음각에선 비대칭성이 다소 약해지는 것으로 추측된다.

3.3.2 횡방향 공력계수

Figures 10과 11은 마하수를 각각 M_1 과 M_3 로 고정 후 뱅크각이 변할 때 ΔC_y 와 ΔC_n 변화를 조사한 것이다. 종방향 공력계수와 마찬가지로 받음각이 0°이면 ΔC_y 와 ΔC_n 도 0이므로 Figs. 10과 11에 나타내지 않았다. 결과적으로 받음각이 증가할수록 횡방향 공력계수에 측방제트가 미치는 영향이 커지는 것을 알 수 있다. 또한, 횡방향 공력계수 변화량이 $\phi = \pm 45^\circ$ 에서 서로 다른 것으로 보아 측방제트의 비대칭 발달 여부도 횡방향 공력계수 변동에 영향을 주는 것으로 보인다. 횡방향 공력계수 중 $C_{y,w/o}$ 은 $[-45^\circ, 0^\circ)$ 에

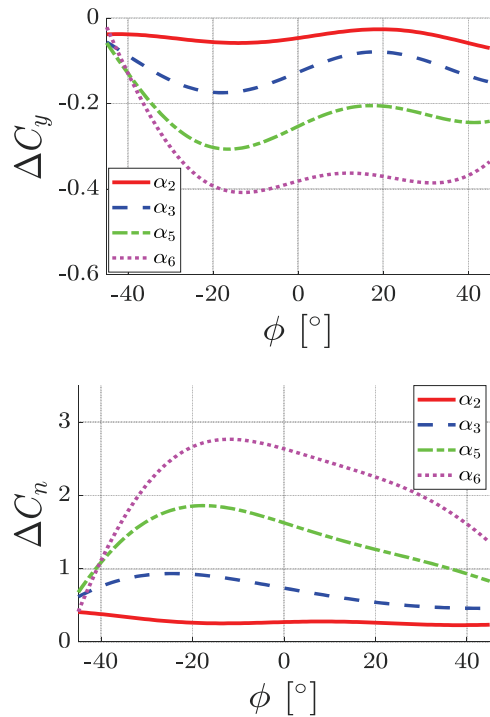


Fig. 10. Differences between lateral aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of a bank angle at M_1

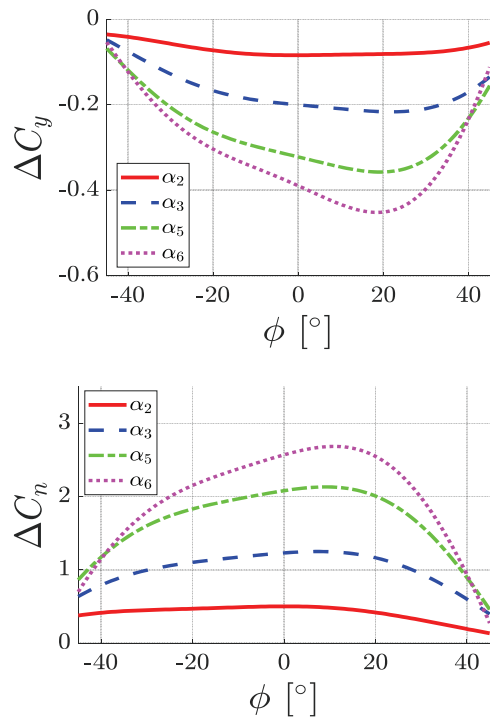


Fig. 11. Differences between lateral aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of a bank angle at M_3

서 양수 값, $(0^\circ, +45^\circ]$ 에서 음수 값을 가지며, $C_{n,w/o}$ 의 경우 $C_{y,w/o}$ 과 정반대의 부호를 가진다. 따라서 Figs. 10과 11은 측방제트가 횡방향 공력계수를 $[-45^\circ, 0^\circ]$ 에서는 감소시키며 $(0^\circ, +45^\circ]$ 에서는 증가시킨다는 것을 의미한다. 횡방향 공력계수가 달라진다면 예상치 못한 추가 요(Yaw) 거동이 생겨 목표지점을 벗어날 수 있다. 원활한 제어를 위해 yaw ACS(Attitude Control System) 장착[8]과 같이 횡방향 공력계수 변화를 상쇄할 수 있는 장치 도입이 필요해 보인다.

횡방향 공력계수는 측방제트의 비대칭 발달 여부에 따라 변화량이 달라졌으며, 이는 종방향 공력계수의 결과와 동일하다. 이뿐만 아니라, Figs. 5와 10에서 각 그림의 $\phi = \pm 45^\circ$ 인 결과를 서로 비교해보면, 종방향과 횡방향 공력계수 모두 측방제트가 상하로 분사되었을 때 감소하는 양보다 좌우로 분사되었을 때 증가하는 양이 더 큰 것을 알 수 있다. 이러한 공통점이 있는 반면, 최대로 영향을 받는 뱅크각에선 차이를 보인다. 뱅크각이 $\phi = \pm 45^\circ$ 로 증감할 때 종방향 공력계수가 측방제트에 받는 영향도 단조적으로 증감하여, 결과적으로 $\phi = +45^\circ$ 와 $\phi = -45^\circ$ 에서 각각 최대로 증가, 감소하였다. 이에 반해, 횡방향 공력계수는 $[-30^\circ, 30^\circ]$ 사이에서 최대로 영향을 받는 지점이 존재하였다. 향후 추가적인 해석 및 시험을 통해 상술한 차이점의 원인을 파악해보아야 할 것이다.

이어서 뱅크각 $\phi = \pm 45^\circ$ 에서 마하수와 받음각 변화에 따른 횡방향 공력계수 변화를 분석하였다. Figs. 12와 13은 각각 뱅크각이 $+45^\circ$, -45° 에서의 결과이다. 여기서 앞선 종방향 공력계수 결과인 Figs. 8과 9와는 달리 10° 이하의 낮은 받음각에선 마하수에 대한 영향이 거의 없는 것으로 나타났다. 반면 10° 이상의 받음각에선 마하수가 커질수록 측방제트의 영향이 감소하였다. 이것은 큰 마하수와 받음각에서 측방제트 발달의 비대칭성이 약화된다는 앞선 추측을 보강한다.

3.3.3 측방향 공력계수

Figure 14는 마하수를 M_1 에서 뱅크각 변화에 따른 ΔC_x 변화 그래프이다. 여기서 α_3 결과인 파란색 파선을 보면 $\phi_5 = +45^\circ$ 에서 값이 급증하는 것을 볼 수 있다. 이것은 α_3 , $\phi_5 = +45^\circ$ 의 데이터가 시험 표본으로 사용되어 모형화 오차가 크게 발생하였기 때문이다. 실제로 측방제트 유무에 따른 α_3 , $\phi_5 = +45^\circ$ 의 데이터 간 차이를 직접 계산해보면 ΔC_x 는 0이다. 모형화 오차가 큰 α_3 결과를 제외하면 $\phi = 0^\circ$ 를 기준으로 대칭성을 띠는 것을 볼 수 있다. 또한, ΔC_x 는 $[-0.8, 0.2] \times 10^{-3}$ 사이 값을 가지는데, 이 값은 $C_{x,w/o}$ 의 약 2% 이하로 작은 변동이었다.

추가로 ΔC_x 가 마하수의 변화에 영향을 받는지 살펴해보았다. Figs. 15(a)와 15(b)는 각각 $\phi_5 = +45^\circ$, $\phi_1 = -45^\circ$ 에서의 결과를 보여준다. 두 그래프에서 ΔC_x 는

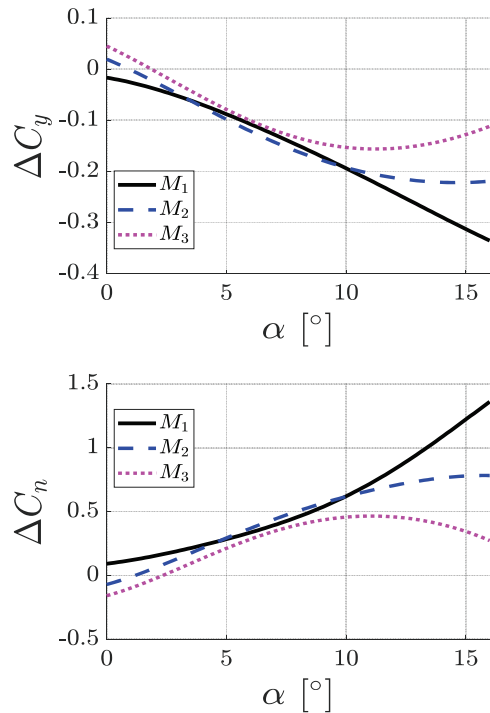


Fig. 12. Differences between lateral aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of an angle of attack at $\phi_5 = +45^\circ$

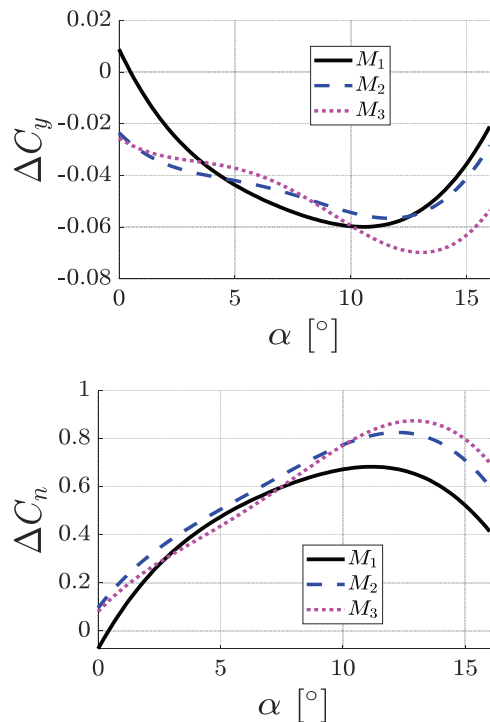


Fig. 13. Differences between lateral aerodynamic coefficients obtained with and without side-jets for the changes of an angle of attack at $\phi_1 = -45^\circ$

받음각과 마하수 변화에 대해서 규칙성이 보이지 않는다. 특정한 지점에서 큰 ΔC_x 를 가지지만, 이것은 모두 모형화로 인한 오차인 것을 확인하였다. 따라서 Figs. 14와 15의 결과들을 종합해볼 때, C_x 는 측방제트에 영향을 받지 않거나 영향을 받더라도 매우 작은 것으로 보인다.

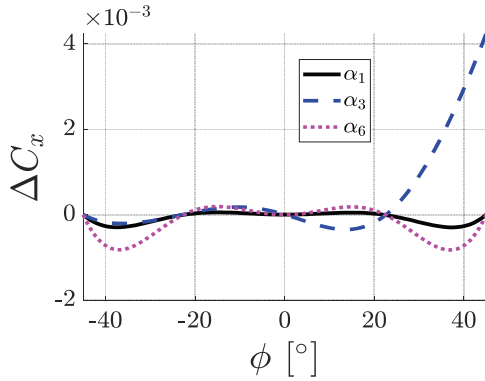


Fig. 14. Differences between axial force aerodynamic coefficient obtained with and without side-jets for the changes of a bank angle at M_1

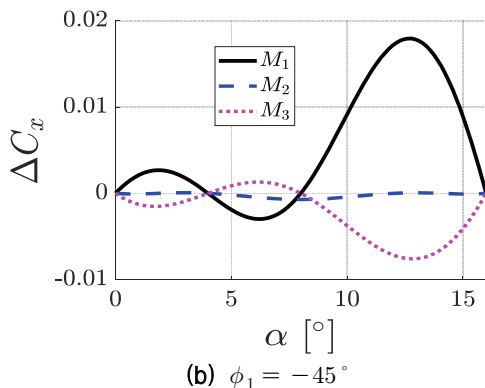
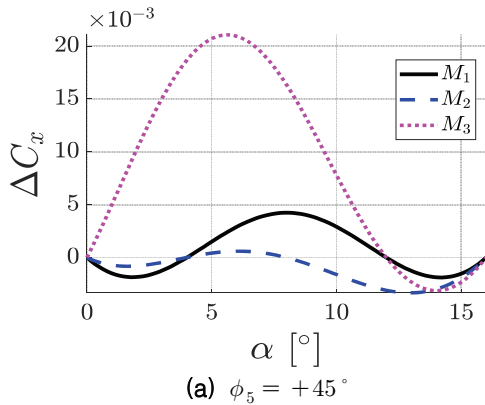


Fig. 15. Differences between axial force aerodynamic coefficient obtained with and without side-jets for the changes of an angle of attack

마지막으로 ΔC_l 과 입력변수의 관계를 조사해보았다. Fig. 4에서 ΔC_l 이 0이 아닌 것을 볼 때, C_l 은 측방제트에 대해서 영향을 받는 것으로 보인다. 그렇지만 Table 6과 Figs. 2, 3에서 언급했듯이 측방제트가 없는 경우의 코크리깅 모형은 매우 낮은 예측 정확도를 가지는 문제가 있었다. 이러한 이유로 본 연구에서 생성한 모형만으론 입력변수와의 관계를 파악하기에 부족하였다. 측방제트에 의해 롤(Roll) 거동이 발생하면 그만큼 뱅크각이 증감하게 되어 다른 공력계수를 변화시킬 수 있다[22]. 또한, 정밀 유도를 위해 탐색기가 부착될 경우, 롤 거동이 탐색기 영상에 큰 영향을 미친다[23]. 그러므로 표본을 추가하여 더 정확한 $C_{l,w/o}$ 예측 모형을 생성한 후 ΔC_l 을 분석할 필요가 있어 보인다.

IV. 결 론

본 연구에서는 공기로 모사된 측방제트 유무에 따라 획득된 유도무기 공력계수 데이터로 코크리깅 모형을 구성하였다. 그리고서 코크리깅 모형을 활용하여 측방제트가 6자유도 공력계수에 미치는 영향을 조사하였다. 종방향, 횡방향, 측방향에 대한 영향을 분석한 결과, 측방제트 유동 발달이 비대칭적일수록 종방향 공력계수인 C_z 와 C_m 은 크게 변동함을 확인하였다. 횡방향 공력계수인 C_y 와 C_n 은 측방제트의 비대칭적 발달에 무관하게 $[-30^\circ, 30^\circ]$ 사이 뱅크각에서 최대 영향을 받는 것을 확인하였다. 측방향 힘 공력계수 C_x 는 측방제트에 영향을 받지 않는 것을 알 수 있었다. 측방향 모멘트 공력계수 C_l 의 경우, 측방제트가 없는 코크리깅 모형의 낮은 예측 정확도로 인해 측방제트의 영향을 명확하게 분석하기 어려웠다. 결론적으로, 본 연구를 통해 측방제트가 종방향 및 횡방향 공력계수를 변동시켜 유도무기의 원활한 제어에 영향을 미칠 수 있는 것을 확인하였다. 향후 유도무기 주위의 자유류 변화 분석 등을 통해 횡방향 공력계수가 특정 뱅크각에서 최대 변동을 가지는 원인을 파악할 필요가 있다고 생각된다. 또한, C_l 이 측방제트로부터 받는 영향을 자세히 분석하기 위해 마하수 변화에 대한 표본을 추가하여 C_l 예측 모형의 정확도를 개선해야 할 필요가 있다고 판단된다.

후 기

본 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었습니다.

References

- 1) Srivastava, B., "Lateral Jet Control of a

Supersonic Missile: Computational and Experimental Comparisons," *Journal of spacecraft and rockets*, Vol. 35, No. 2, 1998, pp. 140~146.

2) Beresh, S. J., Henfling, J. F., Erven, R. J. and Spillers, R. W., "Crossplane Velocimetry of a Transverse Supersonic Jet in a Transonic Crossflow," *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 12, 2006, pp. 3051~3061.

3) Kovar, A. and Schulein, E., *Effect of Side Jets in a Supersonic Flow Measured and Calculated on a Flat Plate and a Generic Missile Configuration*, German Aerospace Center Gottingen, Germany, 2006, pp. 37-1~14.

4) Min, B. Y., Lee, J. W. and Byun, Y. H., "Numerical Investigation of the Shock Interaction Effect on the Lateral Jet Controlled Missile," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 5, 2006, pp. 385~393.

5) Kang, K. T., Lee, E. and Lee, S., "Numerical Investigation of Jet Interaction for Missile with Continuous Type Side Jet Thruster," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 16, No. 2, 2015, pp. 148~156.

6) Han, M. S., Myong, R. S., Cho, T. H., Hwang, J. S. and Park, C. H., "Analysis of the Aerodynamic Characteristics of Missile Configurations Using a Semi-Empirical Method," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 33, No. 3, 2005, pp. 26~31.

7) El-Mahdy, L. A., Ahmed, M. Y., Mahmoud, O. K. and Abdel-Hameed, O. E., "A Comparative Study of Prediction Techniques for Supersonic Missile Aerodynamic Coefficients," *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, 2017, pp. 35~60.

8) Stahl, B., Emunds, H. and Gülhan, A., "Experimental Investigation of Hot and Cold Side Jet Interaction with a Supersonic Cross-Flow," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 13, No. 8, 2009, pp. 488~496.

9) Go, B. Y. and Hur, K. H., "A Study on the Effects of Side Jets to the Longitudinal Aerodynamics of Subsonic Missile," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 20, No. 3, 2017, pp. 393~404.

10) Chamberlain, R., McClure, D. and Dang, A. "CFD Analysis of Lateral Jet Interaction Phenomena for the THAAD Interceptor," *In 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, U.S.A., 2000, pp. 00-0963-1~8.

11) Sourgen, F., Gauthier, T., Leopold, F. and Sauerwein, B., "Substitution of Hot-Gas Lateral Jets by Cold-Gas Jets in Supersonic Flows," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 45, No. 1, 2011, pp. 81~92.

12) DeSpirito, J., "Turbulence Model Effects on Cold-Gas Lateral Jet Interaction in a Supersonic Crossflow," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 52, No. 3, 2015, pp. 836~852.

13) Kang, K. T. and Lee, S., "Modeling and Assessment of Jet Interaction Database for Continuous-Type Side Jet," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 54, No. 4, 2017, pp. 916~929.

14) Vanderwyst, A., Shelton, A. and Martin, C. L., "A Computationally Efficient, Multi-Fidelity Assessment of Jet Interactions for Highly Maneuverable Missiles," *34th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Washington, D.C., USA, 2016, pp. 2016-4333-1~11.

15) Forrester, A., Sobester, A. and Keane, A., *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2008, pp. 49~63.

16) Kennedy, M. C. and O'Hagan, A., "Predicting the Output from a Complex Computer Code When Fast Approximations Are Available," *Biometrika*, Vol. 87, No. 1, 2000, pp. 1~13.

17) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, 1989, pp. 409~423.

18) Toal, D. J. J., Bressloff, N. W. and Keane, A. J., "Kriging Hyperparameter Tuning Strategies," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 5, 2008, pp. 1240~1252.

19) Kang, S. and Lee, K., "Rapid Estimation of the Aerodynamic Coefficients of a Missile via Co-Kriging," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 1, 2020, pp. 13~21.

20) Khelil, S. B., Guillen, P., Lazareff, M. and Lacau, R. G., "Numerical Simulation of Roll Induced Moment of Cruciform Tactical Missiles," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 5, No. 2, 2001, pp. 109~124.

21) Gnemmi, P., Adeli, R. and Longo, J., "Computational Comparisons of the Interaction of a Lateral Jet on a Supersonic Generic Missile," *In AIAA Atmospheric flight mechanics conference and exhibit*, Honolulu, Hawaii, 2008, pp. 2008-6883-1~9.

22) Pepitone, T. R. and Jacobson, I. D., "Resonant Behavior of a Symmetric Missile Having Roll Orientation-Dependent Aerodynamics," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 1, No. 5, 1978, pp. 335~339.

23) Jeong, D.-G., Park, J.-S., Lee, J.-H., Jun, D.-S. and Son, S.-H., "Study on Effects of Roll in Flight of a Precision Guided Missile for Subsystem Requirements Analysis," *Journal of the Korea Society for Simulation*, Vol. 28, No. 2, 2019, pp. 131~137.