



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(2), 121-128(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.2.121

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 각속도 제한을 고려한 무인기의 Dubins 경로 생성 및 추적

양유영<sup>1</sup>, 장석호<sup>2</sup>, 이현제<sup>3</sup>

### Dubins Path Generation and Tracking of UAVs With Angular Velocity Constraints

You-young Yang<sup>1</sup>, Seok-ho Jang<sup>2</sup> and Henzeh Leeghim<sup>3</sup>

Department of Aerospace Engineering, Chosun University

#### ABSTRACT

In this paper, we propose a path generation and tracking algorithm of an unmanned air vehicle in a two-dimensional plane given the initial and final points. The path generation algorithm using the Dubins curve proposed in this work has the advantage that it can be applied in real time to an unmanned air vehicle. The path tracking algorithm is an algorithm similar to the line-of-sight induction algorithm. In order to efficiently control the direction angle, a gain related to the look ahead distance concept is introduced. Most of UAVs have the limited maximum curvature due to the structural constraints. A numerical simulation is conducted to follow the path generated by the sliding mode controller considering the angular velocity limit. The path generation and tracking performance is verified by comparing the suggested controller with conventional control techniques

#### 초 록

본 논문에서는 초기지점과 최종지점이 주어졌을 때 2차원 평면에서 무인기의 경로 생성 및 추적 문제에 대해 제안한다. Dubins 곡선을 이용한 경로 생성 알고리즘은 계산 속도가 빨라 무인기에 실시간으로 적용 가능하다는 장점이 있다. 경로 추적 알고리즘은 가시거리 유도 알고리즘과 유사한 알고리즘으로 효율적으로 방향각을 제어하기 위해 전방주시거리 개념과 관련된 이득 값을 추가하였다. 무인기의 경우 최대 곡률이 제한된다. 정밀한 제어를 위해 쿼드콥터 모델을 사용하였다. 각속도 제한을 고려한 슬라이딩 모드 제어를 통해 최대 곡률을 벗어나지 않고 경로를 추종하는 시뮬레이션을 진행하였다. 제약조건이 없는 제어기와 제약조건이 있는 제어기를 비교하여 경로 생성 및 추적 성능을 검증하였다.

**Key Words** : Unmanned Air Vehicle(무인기), Path Generation(경로 생성), Path Tracking(경로 추적), Dubins Path(두빈스 경로), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어)

#### 1. 서 론

무인기(UAV)는 군사용 정찰 임무를 시작으로 기술의 발전으로 민간 부문에서도 다양한 산업과 레저 분야에서 활용되면서 사람의 접근이 어려운 산업현

장의 진단, 측량, 재난, 재해, 구호 등 다양한 분야에서 활용도가 높아지고 있다[1]. 최근 항법시스템, 고속 컴퓨터, 영상 시스템의 발전으로 인해 불확실한 환경과 다양한 응용 분야에서 높은 수준의 신뢰성을 보이는 자율 비행 시스템을 위해 많은 연구 개발이

† Received : October 19, 2020    Revised : January 10, 2021    Accepted : January 18, 2021

<sup>1,2</sup> Graduate Student, <sup>3</sup> Professor

<sup>3</sup> Corresponding author, E-mail : h.leeghim@controla.re.kr

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

진행되고 있다. 자율 무인기 개발의 핵심 기술은 경로 생성 및 추적 알고리즘이다[2].

경로 생성에서 중요한 부분은 한 지점에서 다른 지점으로 비행하기 위해 최적 및 실현 가능한 비행 경로를 설계하는 것이다. 실현 가능한 경로는 무인기 성능을 고려하여 무인기의 최소 회전 반경과 최소 및 최대 속도 제약조건을 만족해야 한다. 최적 경로 생성을 위한 기법으로 크게 간접기법과 직접기법으로 구분된다. 간접기법의 경우 경로최적화 과정에서 초기상태에 대한 영향을 많이 받기 때문에 복잡한 비선형 운동에 대한 최적화 문제를 다루기 적절하지 않으며, 주어진 문제의 상미분 방정식을 이산화하여 비용함수를 계산하는 직접 기법은 복잡성이 높아서 실시간으로 계산하기 힘들기 때문에 실제 무인기에 적용하기 어렵다[3].

이러한 실시간 적용 문제를 해결하기 위한 방법 중 하나로 L. E. Dubins가 제안한 Dubins 곡선을 사용하여 경로를 생성하는 방법이다[4]. 2차원 평면에서 회전 반경의 제약조건을 고려한 주어진 두 벡터에 대한 최단경로를 기하학적으로 얻어진다. 각 지점의 위치와 방향이 주어지면 주어진 위치와 방향으로부터 생성 가능한 Dubins 경로는 직선 세그먼트(S)와 호 세그먼트(R 또는 L)의 조합으로 구성하여 생성된다. [5,6]의 연구에서는 Dubins 경로를 기반으로 운동학적 및 전술적 제약을 만족하는 2차원 평면에서의 경로를 생성한다. [7]의 연구에서는 확장되어 경로에 할당된 경유지를 통과 또는 근접이 보장된 경로를 제안한다. 무인기에 의해 주어진 곡률 제약을 만족시키며 경로 생성을 매우 효율적이고 실시간으로 구현될 수 있다.

[8-10]에서 제안된 경로 추적은 가시 거리(Line of Sight, LOS) 유도 알고리즘과 유사한 비선형 제어기에 의해 얻어진다. 자율 비행을 위해 생성된 경로에 곡률이나 직선경로에 대한 정보가 필요하며, 효율적인 방향각 제어를 위해 전방 주시 거리(Look Ahead Distance, LAD) 개념과 관련된 이득 값(Gain value)을 추가한다. 생성된 경로와 무인기의 위치 차이에 따라 이득 값은 가변되어야 한다.

경로 추적 시 무인기의 지나친 기동으로 인한 기체 파손 우려가 있어 이를 해결하기 위해 무인기의 형태에 따른 각속도 제한을 고려하였다. sat 조건식을 이용해 이론적으로 주어진 각속도의 제약조건을 만족하고 안정성이 증명된 슬라이딩 모드 제어를 설계하였다.

본 논문에서는 가장 일반적으로 사용되는 6자유도 모델을 갖는 쿼드콥터를 사용하여 상세한 비행 동역학 관계를 고려할 수 있어 모델링의 정확도를 향상시킨다. 무인기 형태에 따른 각속도 제한을 고려하여 슬라이딩 모드 제어 기반의 제어를 설계하여 생성된 경로를 제약조건을 만족하면서 경로를 추적하는 수치 시뮬레이션을 통해 성능을 검증하였다.

## II. 경로 생성

L. E. Dubins가 제시한 Dubins 경로를 기초로 하여 경로 생성을 진행한다. 일정한 고도와 순항 속도  $v$  그리고 최대 회전 곡률(Curvature)  $c_{\max}$  인 무인기를 고려하여 경로를 생성한다. Dubins는 2차원 평면에서의 초기지점  $P_s$ 와 최종지점  $P_f$ 이 주어질 때 최단경로가 직선 세그먼트(S)와 최소 반경의 호 세그먼트(R 또는 L) 3개의 경로 세그먼트 조합으로 구성되어 있다. 두 개의 곡선 세그먼트와 직선 세그먼트로 구성된 Dubins 경로의 네 가지 경우{LSL, LSR, RSR, RSL}는 Fig. 1과 같다. 생성한 네 가지의 경로를 비교하여 최단 경로를 선택한다. 본 논문에서는 장애물이 없다는 가정을 통해 문제를 더욱 단순화하였다.

### 2.1 수학적 모델

2차원 평면에서의 초기지점  $P_s$ 와 최종지점  $P_f$ 은 위치( $x, y$ )와 방향각(Heading angle)  $\psi$ 에 대한 벡터로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P_s &= [x_s \ y_s \ \psi_s]^T \\ P_f &= [x_f \ y_f \ \psi_f]^T \end{aligned} \quad (1)$$

2차원 직교좌표계에서 경로 생성을 위한 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dx(s)}{ds} &= \cos\psi(s) \\ \frac{dy(s)}{ds} &= \sin\psi(s) \\ \frac{d\psi(s)}{ds} &= \mu(s) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $s$ 는 경로에서의 곡선 가로좌표를 나타낸다. 무인기의 최소 회전 반지름  $R=1/c_{\max}$ 에 의해 구속되므로 경로는 최대 곡률 한계  $c_{\max}$ 를 가진다. 경로의 곡률은 다음과 같다.

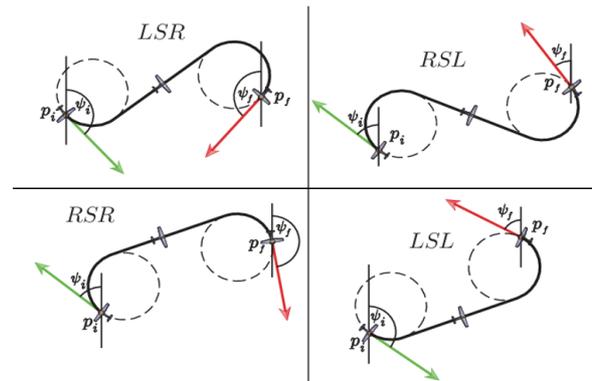


Fig. 1. Types of Dubins path

$$c(s) = \mu(s) \quad (3)$$

$$-c_{\max} \leq c(s) \leq c_{\max} \quad (4)$$

## 2.2 2차원 Dubins 경로 생성

초기 지점  $P_s$ 와 최종 지점  $P_f$ 에 각 지점에서 두 개의 원이 존재한다. 시계방향의 원을  $\Sigma_{C_s}$  반시계방향의 원을  $\Sigma_{C_f}$ 로 Fig. 2와 같이 나타낸다. 초기 지점의 원의 중심  $C_s(x_{cs}, y_{cs})$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{cs} = x_s + R \cos\left(\psi_s + \frac{\pi}{2}\sigma_s\right) \quad (5)$$

$$y_{cs} = y_s + R \sin\left(\psi_s + \frac{\pi}{2}\sigma_s\right)$$

최종 지점의 원의 중심  $C_f(x_{cf}, y_{cf})$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{cf} = x_f + R \cos\left(\psi_f + \frac{\pi}{2}\sigma_f\right) \quad (6)$$

$$y_{cf} = y_f + R \sin\left(\psi_f + \frac{\pi}{2}\sigma_f\right)$$

Eq. (5), (6)에서 방향 상수 매개변수  $\sigma_s, \sigma_f$ 는 비행 경로에서 원호에 비행 회전 방향을 나타낸다.

$$\sigma_i = \begin{cases} 1 & \Sigma_{CC_i} \\ -1 & \Sigma_{C_i} \end{cases} \quad (7)$$

여기서  $i = s, f$  이다.

두 원의 중심  $C_s(x_{cs}, y_{cs})$ 와  $C_f(x_{cf}, y_{cf})$  사이의 거리는 다음과 같다.

$$d = \sqrt{(x_{cf} - x_{cs})^2 + (y_{cf} - y_{cs})^2} \quad (8)$$

초기 지점에서 원의 접선 탈출 지점  $P_X(x_{P_X}, y_{P_X})$ 과

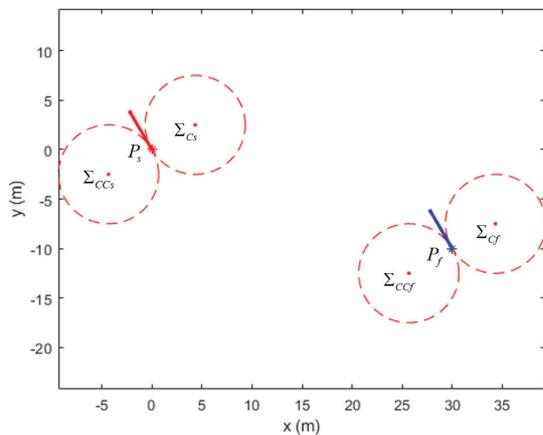


Fig. 2. The initial and final points and associated four circles

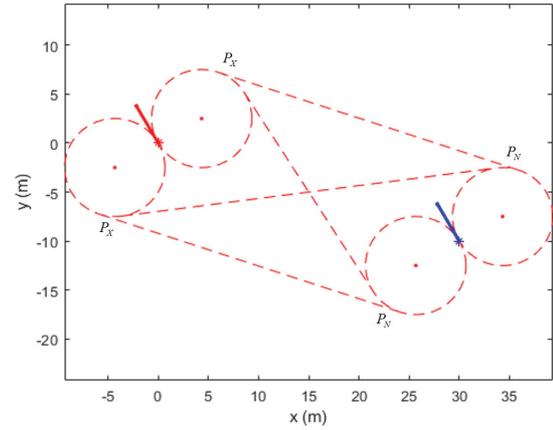


Fig. 3. All possible four linking paths for initial and final points

최종 지점에서 원의 접선 진입 지점  $P_N(x_{P_N}, y_{P_N})$ 은 Fig. 3과 같으며, 다음과 같이 나타낸다.

$$x_{P_X} = x_{cs} + R \cos(\psi_{P_X}) \quad (9)$$

$$y_{P_X} = y_{cs} + R \sin(\psi_{P_X})$$

$$x_{P_N} = x_{cf} + R \cos(\psi_{P_N}) \quad (10)$$

$$y_{P_N} = y_{cf} + R \sin(\psi_{P_N})$$

여기서  $\psi_{P_X}, \psi_{P_N}$ 은 Table 1과 같이 설정되며, 이때  $\alpha, \beta$ 는 다음과 같다.

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{2R}{|d|}\right) \quad (11)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{y_{cf} - y_{cs}}{x_{cf} - x_{cs}}\right) \quad (12)$$

각 세그먼트의 경로 길이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$l_{\text{arc},s} = R\psi_{\text{arc},s} \quad (13)$$

$$l_{\text{arc},f} = R\psi_{\text{arc},f} \quad (14)$$

$$l_{\text{tangent}} = \sqrt{(x_{P_N} - x_{P_X})^2 + (y_{P_N} - y_{P_X})^2} \quad (15)$$

Table 1. Calculation of tangent exit and entry points

	$\psi_{P_X}$	$\psi_{P_N}$
R-S-R	$\beta + (\pi/2)$	$\beta + (\pi/2)$
R-S-L	$\beta - \alpha + (\pi/2)$	$\beta + \alpha - (\pi/2)$
L-S-R	$\beta + \alpha + (\pi/2)$	$\beta - \alpha - (\pi/2)$
L-S-L	$\beta - (\pi/2)$	$\beta - (\pi/2)$

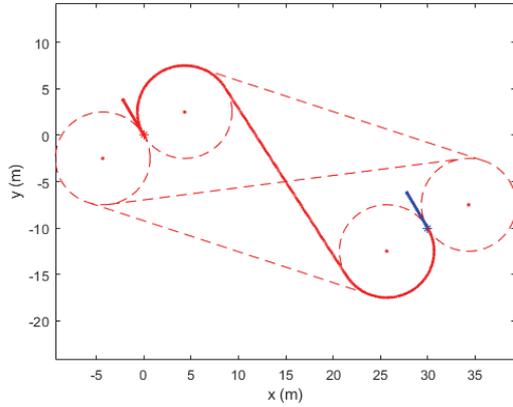


Fig. 4. Dubins shortest paths

Dubins 경로의 총 길이는 각 세그먼트 경로 길이의 합으로 다음과 같다.

$$l_{Dubins} = l_{arc,s} + l_{tangent} + l_{arc,f} \quad (16)$$

네 가지 경우의 경로 길이를 비교하여 Fig. 4와 같이 최단 경로를 선택한다.

### III. 경로 추적

본 논문에서 경로 추적은 가시거리(Line of sight) 유도 알고리즘과 유사한 비선형 무인기의 경로 추적 알고리즘에 대해 설명한다. 알고리즘은 다음과 같은 운동 방정식을 기반으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \psi \\ \dot{y} &= v \sin \psi \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $(x, y), v, \psi$ 는 무인기의 관성 좌표계에서 위치, 속도, 방향각이다. 속도  $v$ 는 일정하다고 가정되며  $\psi$ 는 제어입력이다.

추적할 경로는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dx_r(s)}{ds} &= \cos \psi_r(s) \\ \frac{dy_r(s)}{ds} &= \sin \psi_r(s) \end{aligned} \quad (18)$$

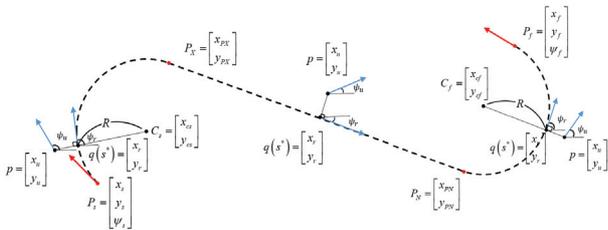


Fig. 5. Representation of the system in the new coordinate system

매순간 무인기에서 가장 가까운 경로지점  $s^*$ 는 가로좌표에서 Fig. 5와 같이 나타낸다.  $s^*$  지점은 호 세그먼트에서 다음과 같이 구할 수 있다. 무인기 위치와 원의 중심의 차를  $u$ 로 표현한다.

$$u = p - C \quad (19)$$

$u$ 의 단위벡터를  $U$ 로 x축 방향 벡터를  $V$ 로 표현한다.

$$U = \frac{u}{\|u\|}, V = [1 \ 0]^T \quad (20)$$

Eq. (20)을 이용하여 무인기와 가장 가까운 경로 지점의 위치와 방향각을 구할 수 있다.

$$q(s^*) = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = R \cdot U \quad (21)$$

$$\psi_r = \arccos \left( \frac{U \cdot V}{\|U\| \|V\|} \right) \quad (22)$$

직선 세그먼트에서 다음과 같이 구할 수 있다. 두 지점  $P_X, P_N$ 의 차와 수직하는 무인기 위치와  $s^*$  지점의 차에 내적은 다음과 같다.

$$(p - q(s^*)) \cdot (P_N - P_X) = 0 \quad (23)$$

두 지점  $P_X, P_N$ 을 지나는 직선의 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} y_{P_N} - y_{P_X} \\ x_{P_N} - x_{P_X} \end{pmatrix} (x_r - y_r) = \begin{pmatrix} y_{P_N} - y_{P_X} \\ x_{P_N} - x_{P_X} \end{pmatrix} (x_{P_X} - y_{P_X}) \quad (24)$$

Eq. (23), (24)를 연립하여 풀면,  $s^*$  지점의 위치와 방향을 구할 수 있다.

$s^*$  지점은 무인기에서 경로 방향으로의 벡터와 경로에 접하는 벡터가 수직이 되도록 한다.

$$\begin{aligned} (x_r(s^*) - x) \frac{dx_r(s)}{ds} \Big|_{s=s^*} \\ + (y_r(s^*) - y) \frac{dy_r(s)}{ds} \Big|_{s=s^*} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_x = x_r(s^*) - x, e_y = y_r(s^*) - y \\ \psi_r^* = \psi_r(s^*) \end{aligned} \quad (26)$$

따라서 Eq. (25)를 다시 쓰면,

$$e_x \cos \psi_r^* + e_y \sin \psi_r^* = 0 \quad (27)$$

$(x_r(s^*), y_r(s^*))$ 의 경로에 접하는 직선  $\Omega$ 을 고려,

$$\Omega = \begin{bmatrix} x_l(s^*) \\ y_l(s^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r(s^*) + s \cos \psi_r^* \\ y_r(s^*) + s \sin \psi_r^* \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서  $s=1/K_p$ ,  $K_p > 0$ 이며,  $K_p$ 는 기존의 LOS 유도 알고리즘의 예측 거리와 같다.  $K_p \rightarrow 0$ 이면, 알고리즘은 접선에 제공한 방향을 따라야 하며 경로 이탈 오차(Cross track error)는 일정하게 유지하며,  $K_p \rightarrow \infty$ 이면, 알고리즘은 무인기에 가장 가까운 경로지점을 향해 이동한다.

매순간 제어입력은 다음 식을 만족하며 계산된다.

$$\cos\psi = \frac{\tilde{e}_x}{\sqrt{\tilde{e}_x^2 + \tilde{e}_y^2}}, \quad \sin\psi = \frac{\tilde{e}_y}{\sqrt{\tilde{e}_x^2 + \tilde{e}_y^2}} \quad (29)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \tilde{e}_x &= x_i(s) \Big|_{s=1/K_p} - x = e_x + \frac{1}{K_p} \cos\psi_s^* \\ \tilde{e}_y &= y_i(s) \Big|_{s=1/K_p} - y = e_y + \frac{1}{K_p} \sin\psi_s^* \end{aligned} \quad (30)$$

#### IV. 쿼드로터 모델링

쿼드로터의 동적 동작을 설명하기 위해서는 두 개의 기준 좌표계가 필요하며 좌표계는 동체좌표계(Body Frame,  $X_B, Y_B, Z_B$ )와 관성좌표계(Initial Frame,  $X_E, Y_E, Z_E$ )이다. 쿼드로터의 구조는 4개의 로터에 의해 추력, 각속도, 토크를 포함하여 Fig. 6과 같이 나타낸다[11,12].

쿼드로터의 동적 동작은 쿼드로터의 12개 상태에서 나타나는 3차원 공간에서 직선운동과 회전운동을 갖는 6 자유도로 설명할 수 있다.

$$\dot{\xi}_E = \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix}, \quad \eta_E = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\mathbf{V}_B = \begin{bmatrix} v_{x,B} \\ v_{y,B} \\ v_{z,B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_B = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

쿼드로터의 직선운동을 위한 구동력은  $Z_B$ 축으로의 추력만 작용하며 각 로터의 추력을 합한 형태로 나타낸다[13].

$$T_B = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) \quad (32)$$

쿼드로터의 각 축으로의 회전운동에서 롤(Roll)과 피치(Pitch)운동은 서로 같은 방향으로 회전하는 한 쌍의 로터의 추력 차이로 통해 다음과 같이 나타낸다.

$$\tau_\phi = kl(F_1 - F_2 - F_3 + F_4) \quad (33)$$

$$\tau_\theta = kl(F_1 + F_2 - F_3 - F_4) \quad (34)$$

뉴턴의 3법칙으로 인해 프로펠러가 회전하면 쿼드

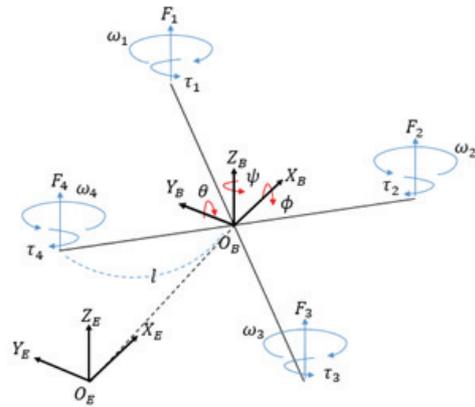


Fig. 6. Coordinate system of quad-rotor

로터의 요(Yaw)운동은 각각 동일한 방향으로 회전하는 두 쌍의 로터의 총 추력의 합의 반대방향으로 나타낸다.

$$\tau_\psi = b(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \quad (35)$$

여기서 양력 상수는  $k$ , 항력 상수  $b$  그리고  $l$ 은 쿼드로터의 질량중심과 로터중심의 거리를 의미한다. 각 로터의 추력은 다음과 같이 로터의 각속도 제곱에 비례한다.

$$F_i = k\omega_i^2, \quad (i=1,2,3,4) \quad (36)$$

여기서  $\omega_i$ 는 로터의 회전각속도를 나타낸다. 따라서 위의 식들을 정리하면 쿼드로터의 제어입력을 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} T_B \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & k & k \\ kl & -kl & kl & -kl \\ kl & kl & -kl & -kl \\ b & -b & b & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

쿼드로터의 운동방정식을 유도하기 위해서는 하나의 좌표계에 관하여 기술해야 하므로 관성좌표계를 동체좌표계로 변환하기 위해 좌표변환행렬  $R_E^B$ 을 통해 변환한다[14].

$$R_E^B = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi s_\phi s_\theta c_\psi + c_\phi c_\psi s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi c_\phi s_\theta c_\psi - s_\phi c_\psi c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (38)$$

여기서  $s$ 는  $\sin$ ,  $c$ 는  $\cos$ 을 의미한다.  $R_E^B$ 은 표준 직교 행렬이므로  $R^{-1} = R^T$ 이다. 또한 관성좌표계의 오일러각의 시간변화율을 동체좌표계의 각속도로 변환시켜주는 행렬  $W_E^B$ 은 다음과 같다.

$$W_E^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (39)$$

따라서 쿼드로터 관성좌표계의 속도벡터와 동체좌표계의 속도벡터의 관계, 그리고 관성좌표계의 각속도벡터와 동체좌표계의 각속도벡터의 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{V}_B = R_E^B \dot{\boldsymbol{\xi}}_E \quad (40)$$

$$\boldsymbol{\nu}_B = W_E^B \boldsymbol{\eta} \quad (41)$$

뉴턴-오일러방정식(Newton-Euler equation)을 이용하여 쿼드로터의 상태 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{V}}_B = m^{-1}(R_E^B T - mG - F_d) \quad (42)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_B = \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\nu}_B \times \mathbf{J}\boldsymbol{\nu}_B) \quad (43)$$

여기서  $m$ 은 질량,  $\mathbf{J}$ 는 쿼드로터의 관성모멘트를 나타낸다.

## V. 제어기

슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)은 두 단계로 제어가 진행된다. 첫 번째는 도달 단계(Reaching phase)로 제어하고자 하는 변수  $x$ 를 슬라이딩 면(Sliding surface,  $s = \{x; s(x)=0\}$ )으로 위치시키는 단계이다. 두 번째 단계는 흐름 단계(Sliding phase)라고 하며, 슬라이딩 면으로 이동한 변수가 면을 따라서 평형 점(Equilibrium point)으로 흐르도록 제어하는 단계이다. 이때, 슬라이딩 면으로 이동한 변수는 외란과 불확실성에 둔감하게 된다[15,16].

무인기의 최소 회전 반지름  $R$ 에 의해 구속되므로 경로는 최대 곡률 한계  $c_{\max}$ 을 가진다. 본 논문에서는 제어입력  $\psi$ 만을 사용하므로 슬라이딩 변수와 오차는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$e_\psi = \psi_d - \psi \quad (44)$$

$$s = \dot{e}_\psi + c_{\max} \text{sat}(Pe_\psi) \quad (45)$$

여기서  $P = ac_{\max}^{-1}$ 이며,  $a$ 는  $a > 0$ 인 이득 값이다. 이때  $\text{sat}(Pe)$ 는 다음 조건식으로 나타낸다.

$$\text{sat}(Pe) \begin{cases} 1 & \text{if } Pe > 1 \\ -1 & \text{if } Pe < -1 \\ Pe & \text{otherwise} \end{cases} \quad (46)$$

여기서 위의 조건식이 각속도를 제한하는 부분이다. Eq. (44)를 만족시키기 위한 도달 조건은 다음과 같이 정의한다[17].

$$\dot{s} = c \text{sgn}(s) |s|^\gamma \quad (47)$$

Eq. (43), (45) 그리고 (47)을 이용하여 쿼드로터의 제어기를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = cJ_z \text{sgn}(s) |s|^\gamma + aJ_z D \dot{e}_\psi - (\boldsymbol{\nu} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\nu})_z \quad (48)$$

여기서  $c$ 는  $c > 0$ 인 이득 값이고  $\gamma$ 는  $0 < \gamma < 1$ 인 이득 값이다.  $D$ 는 다음 조건식으로 나타낸다.

$$D \begin{cases} 0 & \text{if } |Pe| > 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (49)$$

## VI. 시뮬레이션

Dubins 경로를 이용하여 곡률 제한을 고려하여 경로를 생성하고 설계한 경로 추적 알고리즘과 제어기를 활용하여 쿼드로터의 수치 시뮬레이션을 진행하였다. 초기 지점, 경유 지점 그리고 최종 지점은 Table 2와 같이 설정하였다. 쿼드로터의 시뮬레이션을 위한 쿼드로터의 조건을 Table 3과 같이 설정하였으며[18], 이때 무인기의 속도는 1 m/s로 일정하다. 설계한 경로 추적 알고리즘과 제어기의 조건을 Table 4와 같이 설정했다. 시뮬레이션은 실제 여러 요인들로 인해 초기지점과 무인기의 위치가 다르다고 가정한다. 0.7 m/s의 돌풍을 추가되었으며 30~40 초 사이에 점진적으로 증가하는 시뮬레이션을 진행하였다.

방향각의 오차와 거리 오차에 따라 Eq. (30)에서  $K_p$ 를 가변적으로 조절하여 경로 추적을 위한 제어입력(방향각)을 구한다. 그러나,  $K_p$ 를 이용한 각속도 제한에 어려움이 있으므로 이에 대한 해결 방안으로 Eq. (46)의 조건식에 따라 간단히 각속도 제한을 고려한 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다. 또한 각속도 제약조건이 없는 제어기와 각속도 제약조건이 있는 제어기에 대한 성능을 비교·분석하였다.

Table 2. Initial and final conditions for simulation

	$x(m)$	$y(m)$	$\psi(\text{deg})$
$P_1$	0	0	60
$P_2$	0	20	30
$P_3$	30	0	45

Table 3. Simulation conditions of quad-rotor system

Parameter	Value	Parameter	Value
$m$ (kg)	1.6	$J_x$	0.0048
$l$ (m)	0.52	$J_y$	0.0048
$b$	$1.140 \cdot 10^{-7}$	$J_z$	0.0088
$k$	$2.980 \cdot 10^{-6}$	$c_{\max}$	0.2
$v$ (m/s)	1	$R$ (m)	5
$\boldsymbol{\xi}_E$ (m)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{\eta}_E$ (deg)	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 60 \end{bmatrix}$

Table 4. Parameters of SMC controller

Parameter	Value	Parameter	Value
$a$	3	$\gamma$	0.98
$c$	0.8	$P$	0.6

Figures 7-9는 경유지가 주어졌을 때 생성한 경로를 각속도 제약조건이 없는 경우와 있는 경우에서 경로를 추종할 때의 각속도와 방향각 그리고 방향각 오차에 대한 결과이다. Figs. 8, 9에서 제약조건이 없는 경우와 있는 경우 각각 초기에 약 40 deg, 62 deg에 방향각 오차가 발생하였다. 이에 따라 Fig. 7과 같이 제약조건이 없는 제어기의 경우 방향각을 추종하기 위해 1.385 rad/s로 제약조건을 초과하였고 돌풍 추가 후 39초와 50초에도 제약조건을 초과하는 것을 확인하였다. 제약조건이 있는 제어기의 경우에는 제약조건에 걸려 초기부분과 돌풍 추가 후에도 초과하지 않고 조건을 만족하며 경로를 추종하는 것을 확인하였다. Figs. 8, 9에서 방향각이 약 10초에 수렴하여 직선 세그먼트에서는 0.1 deg의 오차를 보이고 호 세그먼트에서는 3 deg의 오차를 보였다. 돌

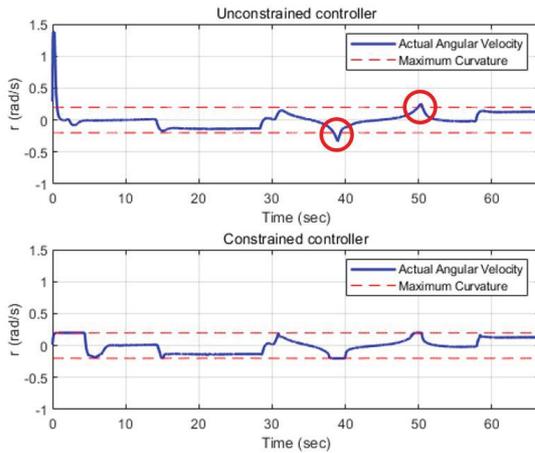


Fig. 7. Angular velocity history for quad-rotor

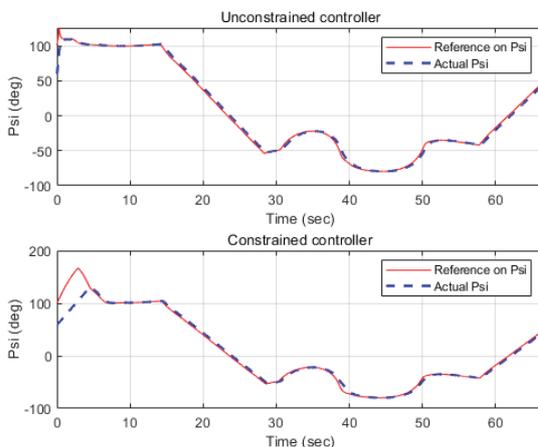


Fig. 8. Heading angle tracking

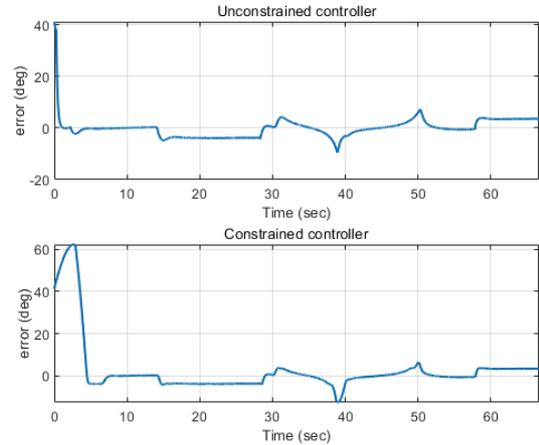


Fig. 9. Heading angle tracking error

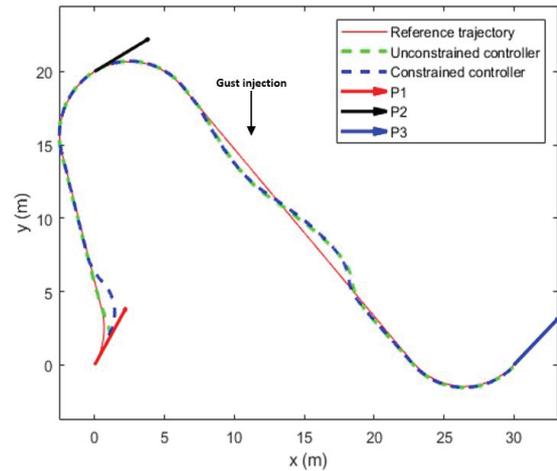


Fig. 10. Path tracking

풍 추가 후 제약조건이 없는 경우 최대 9.5 deg의 오차가 발생하였으며, 제약조건이 있는 경우 최대 12.5 deg의 오차가 발생하였다. 최종적으로 Fig. 10은 제약조건이 없는 경우와 있는 경우 생성한 Dubins 경로를 추종하는 결과이다. 제약조건이 없는 경우 경로를 빠르게 추종하지만 무리한 기동에 의해 기체 파손에 우려가 있다. 제약조건이 있는 제어기 경우 제약조건을 고려하여 약 10초에 수렴하며 위치 오차는 0.05 m이며 돌풍 후 0.5 m 이하의 오차의 성능임을 확인하였다.

## VII. 결 론

본 논문에서는 무인기의 Dubins 경로 생성 및 추적 문제를 다루었다. 지정된 임의의 지점과 최대 곡률을 만족시킬 수 있는 경로 생성 알고리즘을 제안했다.

경로 추적을 위한 알고리즘은 LOS와 유사한 유도 알고리즘을 제안하였으며, 알고리즘을 통해 제어입력 값을 계산하였다.

각속도 제약조건이 없으면 무리한 기동으로 인해 기체 파손에 우려가 있으므로 제약조건을 고려한 슬라이딩 모드 제어를 설계하였다. 6자유도를 갖는 쿼드콥터 모델을 이용하여 정확도를 향상시켜 제안한 제어기의 성능을 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

## 후 기

본 연구는 교육부와 한국연구재단의 재원으로 지원을 받아 수행된 사회맞춤형 산학협력 선도대학(LINC+) 육성사업의 연구결과입니다.

## References

- 1) Gu, D. W., Kamal, W. and Postlethwaite, I., "A UAV Waypoint Generator," *AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference*, Chicago, September 2004, pp. 20~22.
- 2) Pachter, M. and Chandler, P. R., "Challenges of autonomous control," *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 18, No. 4, August 1998, pp. 92~97.
- 3) Delahaye, D., Puechmorel, S., Tsiotras, P. and Feron, E., "Mathematical models for aircraft trajectory design : A survey," *Air Traffic Management and Systems*, Tokyo, 2014, pp. 205~247.
- 4) Dubins, L. E., "On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents," *American Journal of mathematics*, Vol. 79, No. 3, July 1957, pp. 497~516.
- 5) Yang, G. and Kapila, V., "Optimal path planning for unmanned air vehicles with kinematic and tactical constraints," *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, 2002, pp. 1301~1306.
- 6) Wong, H., Kapila, V. and Vaidyanathan, R., "UAV optimal path planning using C-C-C class paths for target touring," *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Bahamas, 2004, pp. 1105~1110.
- 7) Anderson, E. P. and Beard, R. W., "An algorithmic implementation of constrained extremal control for UAVs," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Monterey, 2002, p. 4470.
- 8) Pettersen, K. Y. and Lefeber, E., "Way-point tracking control of ships," *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 1, Orlando, 2001, pp. 940~945.
- 9) Fossen, T. I., Breivik, M. and Skjetne, R., "Line-of-Sight path following of underactuated marine craft," *Proceedings of 6th IFAC Manoeuvring and Control of Marine Craft*, Girona, 2003, pp. 244~249.
- 10) Breivik, M. and Fossen, T. I., "Path following of straight lines and circles for marine surface vessels," *Proceedings of the 6th IFAC CAMS*, Ancona, 2004, pp. 65~70.
- 11) Lee, H. J., Hong, C. H. and Bang, H., "Nonlinear flight control based on model inversion using neural networks," *Proceedings of 39th The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences Aircraft Symposium*, 2002.
- 12) Lim, H. W., Jie, M. S. and Choi, W. H., "Developing a Safety Flight Assurance Control (SFAC) System using a Quadcopter," *Advanced Science and Technology Letters*, Vol. 140, 2016, pp. 124~128.
- 13) Sorensen, A. F., "Autonomous Control of a Miniature Quadrotor Following Fast Trajectories," *Master's Thesis Aalborg University U.C. Berkeley*, June, 2010.
- 14) Stevens, B. L. and Lewis, F. L., "Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems," *John Wiley & Sons*, 2015.
- 15) Shtessel, Y., Edwards, C., Freidman, L. and Levant, A., "Sliding Mode Control and Observation," *New York: Springer*, New York, 2013, pp. 1~42.
- 16) Jang, S. H., Yang, Y. Y. and Leeghim, H., "Performance Analysis for Quadrotor Attitude Control by Super Twisting Algorithm," *The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 5, May 2020, pp. 373~381.
- 17) Zhihong, M., Paplinski, A. P. and Wu, H. R., "A robust terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, No. 12, December 1994, pp. 2464~2469.
- 18) Yang, Y. Y., "VTOL Development for Obstacle Awareness and Collision Avoidance," *Domestic Master's Thesis Graduate School Chosun University*, 2018.