

2015 개정 수학 교과서에 반영된
추론 역량 요소 탐색
- 중학교 1학년 함수 영역을 중심으로 -1)

An Exploration on the Reasoning Competency Element Represented
in the New Seventh Grade Mathematics Textbook

항 해 정

ABSTRACT. The six core competencies included in the mathematics curriculum revised in 2015 are problem solving, reasoning, communication, attitude and practice, creativity and convergence, information processing. In particular, the reasoning is very important for students' enhancing much higher mathematical thinking. Based on this competency, this study selected the four elements of investigation and fact guess, justification, the logical performance of mathematical content and process, reflection of reasoning process, And also this study selected the domain of function which is comprised of the content of the coordinate plane, the graph, proportionality in the seventh grade mathematics textbook. By the subject of the ten kinds of textbook, this study examined how the four elements of the reasoning competency were shown in each textbook.

I. 서론

우리나라 2015 개정 교육과정에 가장 주목할 만한 특징이 바로 핵심역량의 강조이다. 핵심 역량(core competency)은 성공적인 삶을 살기 위하여 갖춰야 할 역량으로 OECD(2002)에서 진행한 DeSeCo(The Definition and Selection Key

Received February 1, 2021; Accepted February 22, 2021.

2010 Mathematics Subject Classification: 97D40

Key Words: Reasoning Competency, Function Domain, Mathematics Textbook

©2021 The Youngnam Mathematical Society
(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

Competencies) 프로젝트를 통해서 사용되기 시작하였다(소경희, 2012). 2015 개정 교육과정에서의 핵심역량이란 사회 공동체 구성원으로서의 역할을 성공적으로 수행하기 위하여 학습자에게 요구되는 지식, 기능, 태도의 총체로 초·중등 교육을 통하여 모든 학습자가 길러야 할 기본적이고 필수적이며 보편적인 능력으로 정의된다(교육부, 2015). 또, 2015 개정 교육과정에는 “초등학교와 중학교에서 학습한 수학은 고등학교 수학 학습의 토대가 되고, 자연과학, 공학, 의학뿐만 아니라 경제·경영학을 포함한 사회과학, 인문학, 예술 및 체육 분야를 학습하는 데 기초가 되며, 나아가 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공한다. 이를 위해 학생들은 수학의 지식을 이해하고 기능을 습득하는 것과 더불어 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 수학 교과 역량을 길러야 한다.”고 명시되어 있다(p. 4). 이러한 역량 요소는 교육과정 문서의 ‘성취기준’, ‘교수·학습 방법 및 유의 사항’, ‘교수·학습 및 평가의 방향’ 부문 등에 반영되어 있으며, 이에 따라 2015 개정 교과서는 이러한 역량들을 구체적으로 구현하고 하는 상황이다.

한편, 추론이란 일상생활에서 발생하는 다양한 문제를 분석하며 발견된 규칙들을 통합하고 논리적인 근거를 토대로 일반화한 자신의 주장이나 의견을 자신뿐만 아니라 다른 사람도 설득시키는 모든 과정을 의미한다(이종희, 김선희, 2002; 정현실, 김진호, 2013). 특히, 수학적 추론은 수학적 문제의 해결 과정에서 발견된 사실을 통합, 분석하여 논리적으로 타당한 결론을 도출하는 수학적 사고 과정이라 볼 수 있다(강운수, 김민주, 2013). 2015 개정에 따른 수학과 교육과정에서도 핵심 역량의 기저 하에 추론의 중요성이 강조되고 있으며 이에 관해 다루고 있는데, 이는 수학적 창의성이 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석하고 통합하는 과정에서 발현된다고 보기 때문이다(박경미 외, 2015). 이렇듯, 수학적 추론은 수학을 교수하고 학습하는 데 있어서 고려해야 할 중요한 요소이다.

학교 수학교육에서 최대의 관심사가 되는 추론 역량을 대상으로 이러한 역량의 실제적 구현 현황에 관해 살펴보는 것은 의미 있는 일일 것이다. 이에 따라 본 고에서는 2015 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에 추론 역량이 어떻게 반영, 구현되어 있는지 그 현황을 살펴보고자 한다. 특히, 2015 개정 수학과 교육과정의 중학교 1학년에 해당하는 함수 영역에는 ‘다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.’는 새로운 성취기준이 도입되었다. 이처럼 그래프 내용이 새롭게 등장하는 것인 만큼 교과서마다 주어지는 그래프의 유형이 다를 뿐만 아니라 주어지는 문제 상황도 다양할 것이다. 이러한 취지에서 본 연구에서는 총 10종의 중학교 1학년 수학 교과서에서 좌표평면, 그래프, 정비례와 반비례를 포함하는 함수 영역의 내용을 대상으로 추론 역량의 반영 현황을

살펴보고자 한다. 이를 위하여 2장에서는 추론과 관련하여 추론의 의미와 유형, 유추, 정당화 등에 관해 간략히 살펴보고, 3장에서는 본 연구 수행을 위해 추론 역량의 하위 요소를 선정하고 4장에 10종의 교과서의 함수 영역의 내용을 대상으로 추론 역량 요소의 반영을 살펴보고자 한다. 끝으로, 5장에서는 4장의 연구 결과를 토대로 결론을 제시하고자 한다.

II. 추론과 정당화

1. 추론의 의미와 유형

이종희 외(2017)는 추론을 체계적인 틀을 가지고 근거를 찾거나 결론을 도출하는 사고로 정의하면서, 구체적으로, “추론은 어떤 근거를 찾거나 결론을 도출하는 것이며, 어떤 근거를 찾는 것은 분석이나 정당화, 결론을 도출한다는 것은 추측과 같은 활동에 해당한다. 이러한 추론이 ‘수학적 추론’이 되기 위해서는 수학적 활동에 참여하면서 추론을 발휘하는 경우이다. 예를 들어, 추측하기, 정당화하기, 반박하기 등은 수학교육의 목적에 비추어볼 때 의미 있는 수학적 활동이고, 이러한 활동에 참여하면서 근거를 찾고 결론을 도출하는 체계적인 사고가 수학적 추론인 것이다.”(P, 32)라고 하였다.

수학적 추론의 유형은 다양하게 분류되고 있는데, 이종희와 김선희(2002)는 수학적 추론의 유형을 크게 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론으로 분류하였고, 논증적 추론에는 연역적 추론이 속하고 개연적 추론에는 귀납, 유추, 시각적 추론이 속한다고 보았다. 또, 김선희와 김기연(2004)는 추론의 유형을 연역, 귀납, 가추로 분류하였으며, 도종훈(2007)은 문제를 해결하는 과정에서 추론(정당화)하기는 탐구하기, 추측하기, 추측의 참·거짓 판별하기, 결론을 도출하기, 일반화하기 등을 제안하였다. 또한, NCTM(2000)의 ‘Principle and Standards for School Mathematics’의 ‘추론과 증명’ 기준에서 모든 학생은 수학적 추측을 만들고 조사할 수 있어야 하고, 수학적 논증과 증명들을 개발하고 평가할 수 있어야 한다고 하였다. 그리고 NCTM(2009)은 추론의 과정은 경험적 수준, 전형식적 수준, 형식적 수준으로 분류하였으며(김성경 역, 2013), Johnson, et. al.(2010)은 연습 문제에서 추론 문제의 특성(유형)을 반례찾기(Finding a Counterexample), 추측하기(Making a Conjecture), 추측조사하기(Investigating a Conjecture), 논증개발하기(Developing an Argument), 논증평가하기(Evaluating an Argument), 실수정정하기(Correcting a Mistake)로 분류하였다.

또, 이성근과 류희수(2012)는 수학적 추론의 유형을 크게 연역적 추론과 귀납

적 추론으로 나누고, 여기서 연역적 추론이란 정의, 공리, 정리들을 이용하여 논리적으로 결론을 이끌어내는 엄밀한 증명을 말하며, 귀납적 추론이란 부분적이거나 특수한 사실로부터 전체적이고 보편적인 사실 또는 일반적인 법칙을 이끌어내는 추론 방법을 일컫는다. 같은 맥락으로, Polya는 ‘완성된 수학’은 연역적 과학이고, ‘발생 과정의 수학’은 실험적이고 귀납적인 과학이라고 주장하였다(황해정 외, 2019, 재인용). 수학이 완성되어가는 과정을 살펴보면, 먼저 귀납 추론, 유추 등에 의한 수학적 추측이 제시되고, 제시된 수학적 추측 중에서 참인 것으로 증명된 것이 형식적인 수학으로 완성된다는 것이다. 이러한 맥락에서 폴리아는 귀납과 유추에 의한 발견적 사고와 수학적 추측을 강조하였다. 귀납적 추론은 관찰, 실험, 측정, 구체적 조작 등을 통하여 몇 가지 사례에 대해 어떤 명제가 참임을 보인 다음에, 이 사례들이 속한 전체 범주의 대상들에 대해 그 명제가 참임을 주장하는 것이다. 귀납 추론에 의해 주장된 이와 같은 명제는 수학적 추측이라고 할 수 있다. 이와 같은 추측이 수학적으로 참인 명제가 되기 위해서는 증명을 필요로 한다. 증명된 추측만이 수학적 정리가 될 수 있다. 반면에, 이병수 외(1997)는 이러한 연역과 귀납의 분류만으로는 수업 상황에서 야기되는 학생들의 추론 유형을 모두 포함할 수는 없다는 입장 하에 변환적 추론을 추가하였다. 이때, 변환적 추론이란 작용하는 방법의 이해에 관한 감각으로서 대상의 구조에 대하여 통찰하는 것으로 귀납적 추론 및 연역적 추론 둘 다에 중첩되고, 증명을 의미하는 것은 아니다.

또, Lannin, et. al.(2011)은 수학적 추론에서 학생들이 본질적이고 핵심적으로 이해해야 하는 내용이 무엇인지 제시함으로써, 추론 교육의 방향과 시사점에 대해 안내하고 있는데, 이때 추측하기와 일반화하기는 결론을 도출하는 것이고 왜 그런지 탐구하기, 정당화하기와 반박하기는 근거를 찾는 목적에 해당되는 것으로 볼 수 있다(이종희 외, 2017, 재인용). <표 II-1 참조>

<표 II-1> 수학적 추론의 본질적 이해 (Lamin, et. atl, 2011/2014) (이종희 외, 2017, 재인용)

추론의 과정	본질적 이해
추측하기와 일반화하기	추측하기는 잠정적으로 참이라고 생각되지만 참인 것으로 알려져 있지 않은 진술을 개발하기 위한 수학적 관계에 대한 추론을 포함한다. 이런 진술을 추측이라고 부른다.
	일반화하기는 여러 사례들 사이의 공통점을 규명하거나 처음에 고려했던 범위 이상으로 추론을 확장하는 것을 포함한다.
	일반화하기는 적절한 영역을 인식하여 일반화의 적용가능성을 규명하는 것을 포함한다.
	추측하기와 일반화하기는 여러 가지 용어, 기호, 표상의 사용과 그 의미를 명확히 하는 것을 포함한다.

왜 그런지 탐구하기	수학적 추론은 어떤 일반화가 왜 참인지 또는 거짓인지 그 이유를 설명해줄 수 있는 여러 가능성 있는 요인을 조사하는 것을 포함한다.
정당화하기와 반박하기	수학적 정당화는 이미 알려진 아이디어에 바탕을 둔 논리적인 주장이다.
	수학적 반박은 특정 진술이 거짓임을 입증하는 것을 포함한다.
	정당화하기와 반박하기는 논증의 타당성에 대한 평가를 포함한다. 권위, 직관, 대중적인 합의, 여러 예들에 바탕을 둔 주장은 일반적인 진술에 대한 타당한 수학적 정당화가 될 수 없다.

한편, Johnson, et. al.(2010)이 제안한 여섯 가지 추론 유형을 살펴보면, 반례 찾기(Finding a Counter-example), 추측 조사하기(Investigating a Conjecture), 추측하기(Making a Conjecture), 논증 개발하기(Developing an Argument), 논증 평가하기(Evaluating an Argument), 실수 정정하기(Correcting a Mistake)이다. 반례 찾기는 반례를 찾는 것은 증명하는 것보다 쉽기 때문에 추론 과정에서 의미 있는 기초 단계가 될 수 있다. 또한, 반례는 문장이 거짓임을 증명할 수 있고, 문장이 성립하는 예만으로 참임을 보일 수 없음을 깨닫게 될 것이므로 반례를 찾는 활동은 추후에 추측을 하거나 추측을 조사하는 과정에서 필요한 요소이다. 추측 조사하기 유형은 학생들은 처음에는 추측이 참인지 거짓인지 쉽게 판별하기 힘들기 때문에 반례를 찾음으로써 주어진 문장이 어떤 경우에 대하여 성립하지 않는지 또는 일반적인 경우에 대하여 성립하는지를 생각할 수 있다. 만약, 주어진 문장의 반례를 찾으면 거짓임을 보이게 되며, 참인 몇몇의 예들을 찾으면 추측이 항상 참임을 보이는 형식적인 증명을 해야 한다. 추측하기 유형은 추측을 생성하는 과정에서 규칙을 발견, 통합하고 일반화하는 과정은 후에 일반적인 수학적 논증을 개발하는 데 사용될 수 있는 방법으로 추론 과정에서 중요한 요소 중 하나이다. 논증 개발하기 유형은 학생들은 다른 추론 활동을 통해 논리적 논증을 할 수 있으며, 이 유형의 문제에는 주로 '설득력 있는 논증을 써라'(write a convincing argument), '증명하여라'(prove), '설명하여라'(explain, explain why), '보여라'(show, show that)와 같은 표현이 수반된다. 논증 평가하기는 다른 사람들의 논증을 읽고 평가하는 토론을 통해 얻는 통찰력은 스스로 완벽하고 일관된 논증을 작성하고 개발하는 데 도움이 되며, 이때, 논증이란 증명과 풀이도 포함한다. 실수 정정하기 유형은 문제에 제시된 오류는 학생들이 문제를 해결하거나 논증을 할 때 자주 하는 전형적인 오류로 이런 오류를 찾고 수정하는 활동을 통해 쉽게 논증을 개발하고 평가할 수 있는 능력을 기를 수 있다.

지금까지 살펴본 바와 같이 학자들에 따라 추론의 유형 구분이 다양한데, 추론의 의미와 중요성을 엄밀성 정도로 보아 연역과 귀납으로 구분하는 유형보다는

각 유형 나름대로의 의미와 역할에 초점을 두고 이에 관해 탐색할 필요가 있겠다. 교육과정에 근거하여 개발된 교과서는 수업 시간에 교사와 학생이 공통적으로 사용하는 자료로 수업에서 무엇을 가르치고 배울 것인지 결정하는 중요한 역할을 한다. 교과서를 토대로 교사는 학생들이 좀 더 정교한 추론을 할 수 있도록 하는 교수 방법을 생각할 것이고, 학생들은 교사의 설명을 듣고 스스로 추론 문제를 해결하면서 일관성 있고 논리적인 추론을 할 수 있으므로 학생들의 추론 활동에 있어서 교과서의 역할이 중요할 것이다. 한편, NCTM(2009)에서는 2009년에 'Focus in High School Mathematics Reasoning and Sense Making'에서 고등학교의 추론은 경험적 수준, 전형식적 수준, 형식적 수준의 순으로 높아져야 함²⁾을 주장하며, 형식적 수준의 논증은 경험적 수준과 전형식적 수준의 논증에 비해 이전의 결과를 바탕으로 의미 있는 일련의 논리적 추론을 만드는 능력뿐 아니라 다른 사람이 만든 추론을 읽고 평가하는 능력 또한 포함되는 수준이 높은(즉, 다양한 유형의) 추론이라 하였다(김성경 역, 2013). 따라서 학생들이 높은 수준의 추론 기회를 제공받을 수 있는 고등학교 수학 교과서에서는 보다 다양한 유형의 추론에 관한 문제가 포함되어야 할 것이다.

2. 정당화

수학교육에서 증명은 전통적으로 학생들에게 꼭 가르쳐야 하는 주요 대상으로 인식되어 왔다(NCTM, 2000). 그러나 중학교 수학에서의 증명 교육은 기대하는 만큼의 효과를 거두지 못하고 있는 것으로 알려져 있는데, 그 이유는 학생들이 기하에서 다루는 개념에 대한 지식이 부족한 탓도 있겠지만, 공리 체계 내에서 논리 규칙에 따라 명제들을 체계적으로 연결시키는 데 어려움을 느끼기 때문일 것이다. 2015 개정 교육과정에서 기하 영역은 학생들이 도형을 탐구하여 기하학적 성질을 이해하고 이를 통해 추론 능력을 신장시키는 것을 목표로 한다. 또한, 기하학적 성질을 이해하고 그 지식을 습득하는 방법에 있어서, 학생 활동을 중시하고 형식적이고 엄밀한 증명 대신에 추측 활동을 강조한다. 이는 증명을 하기 위해 익숙해야 하는 용어와 기호의 사용이나 형식 논리 규칙의 이용에서 생기는 어려움을 줄이고 학생의 기하 지식에 기초한 추론 활동을 강화하는 것이다. 이를 위하여 정당화에 의한 기하 교육을 위하여, '증명할 수 있다'를 대신하여 '이해하고 설명할 수 있다'로 제시하였다.

예를 들어, 2015 개정 교육과정에서는 증명 대신에 '이해하고 설명할 수 있다'

2) 이때, 수준이 높다는 것은 다양한 추론 유형을 번갈아가며 사용하고, 직관적인 추론이 아닌 논리적인 추론을 할 수 있는 것을 의미하고, 형식적 수준의 추론을 한다는 것은 논리적 추론을 하는 것뿐 아니라 다른 사람의 추론을 평가하는 능력을 모두 포함함.

로 제시하였다. 2015 개정 교육과정에 제시한 ‘이해하고 설명할 수 있다’는 ‘정당화(justification)’를 의미하는 것인데, ‘정당화’란 자신의 주장 또는 믿음을 타인에게 이해시키려는 시도를 의미한다. 이러한 시도는 일정 수준의 객관성을 담보할 수 있어야 한다. 인식론의 관점에서 정당화는 실험에 의한 정당화, 증거에 의한 정당화, 그리고 논리에 의한 수학적 증명 등으로 대변할 수 있다 (<http://www.wikipedia.org>). 이때 수학적 증명은 논리적 연역법을 의미한다. 기하 교육에서의 증명은 기하 지식을 증거로 삼으며 논리적 형식을 갖춘 정당화를 의미한다(박경미 외, 2015).

끝으로, 이런 추론의 특성에 관한 몇몇 선행 연구를 살펴보면, 이종희와 김선희(2002)의 연구에서는 학교 현장에서 수학적 추론에 대한 교사들의 이해도, 교수학습 방법 등을 조사하였다. 그 결과, 교사들은 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론에 대하여 보통 이상으로 이해하고 있었고, 추론을 지도하기에 적합한 학습 지도 방법은 학생 중심의 개별학습이며, 학생들의 연역적 추론 능력은 논리의 전개 활동을 통해 기를 수 있고, 개연적 추론능력은 문제 해결을 통해 향상시킬 수 있을 것이라 답하였다. 결론적으로, 교사들은 수학적 추론이 중요성과 필요성을 느끼고 있으나 실제 학교 현장에서 적용할 수 있는 평가방법이 부족하므로 실제 학교 현장에서 적용 가능한 수학적 추론의 교수학습 방법, 평가방법을 개발해야 함을 시사하고 있다. 그리고 김선희와 김기연(2004)은 수학적 모델링 과정에서 학생들이 경험하고 사용하는 추론의 유형을 확인하였는데, 신체비율에 따라 키를 추정하는 1차 모델링과 2차 모델링 과정을 통하여 나타난 추론의 유형은 다음과 같다. 학생들은 수학적 모델을 생성하는 과정에서 덜 규범화된 가추를 사용하였고, 생성한 모델이 옳은 것인지 검증하는 과정에서 귀납을 주로 사용하였다. 또, 수학적으로 식을 세우고 계산을 할 때와 잘못된 가설을 수정할 때에는 연역 추론을 사용하였고, 새로운 규칙을 만들어 근거로 사용할 때에는 창조적 가추를 사용하였다. 이 창조적 가추에 대한 현실성을 확인하기 위해 메타-가추를 사용하였고, 모델을 수정하여 2차 모델링을 할 때에 자신의 신체를 근거로 유추(규범화된 가추)를 사용하였다. 학생들은 수학적 모델링 과정에서 연역, 귀납을 사용하고 가추의 네 가지 유형도 모두 사용하므로 이 결과를 통해 수학적 추론 능력을 기르기 위한 한 방법으로 수학적 모델링을 제안하였다.

또, 최지영과 방정숙(2011)은 초등학교에서 곱셈의 결합법칙 탐구를 강조한 수업을 통해 학생들의 대수적 추론을 보고자 하였으며, 이때 대수적 추론이란 대수 교수·학습 과정에서 수와 연산의 성질을 인식하고 발견하며 일반화하는 사고 과정이라 정의하였다. 교사는 수업 상황에서 발문을 제시하고, 시각적 예를 제시하여 학생들이 곱셈의 결합법칙을 쉽게 이해할 수 있도록 하였다. 학생들은 자신

의 방법을 설명하면서 서로 다른 계산법에 대한 방법을 평가하는 과정을 통해 직관적으로 곱셈의 결합법칙이 성립함을 이해하였고, 문자(◇, ☆, ♥)를 사용하여 특정한 경우와 같이 곱셈의 결합법칙을 일반화할 수 있었다. 이러한 연구를 통하여 초등학교에서 학생들의 대수적 추론 능력을 신장시킬 수 있는 교수학습 방법에 대한 시사점을 제공한다.

III. 연구 방법

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따른 검정도서인 중학교 1학년 수학 교과서 10종을 모두 선택하였다. 10종 교과서에서 함수 영역에 해당하는 단원의 내용 중 추론 역량 부분을 추론 역량 하위 요소에 맞추어 분석하고자 하였다. 2015 개정 교육과정에 따른 중학교 1학년 수학 교과서의 검정도서는 (주)교학사, (주)금성출판사, 동아출판(주)(강욱기 외), 동아출판(주)(박교식 외), (주)미래엔, (주)비상교육, (주)좋은책신사고, (주)지학사, (주)천재교육(류희찬 외), (주)천재교육(이준열 외)이 출판한 교과서이다. 이를 편의상 위의 제시된 10종 교과서를 순서대로 A~J로 각각 표기하였다.

2015 개정 교육과정 문서의 ‘교수·학습 방법 및 유의 사항’ 부문에 제시된 추론 역량 내용은 <표 III-1>의 왼쪽 셀 부문에 제시된 바와 같다. 한편, 박경미 외(2015)는 추론 역량을 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력’을 의미한다고 하며, 이의 하위 요소로 ‘관찰과 추측’, ‘수학적 사실 분석’, ‘정당화’, ‘논리적 절차 수행’, 추론 과정의 반성’의 다섯 가지 요소를 두었다. 교육과정 문서(교육부, 2015)를 토대로 박경미 외(2015)가 제안한 하위 요소들을 반영하여 본 연구에서는 궁극적으로 추론 역량 요소를 ‘관찰과 사실 추측’, ‘정당화’, ‘수학 내용과 절차의 논리적 수행’, ‘추론 과정의 반성’의 네 가지 요소를 하위 요소로 두었다. <표 III-1의 오른쪽 셀 부문 참조>

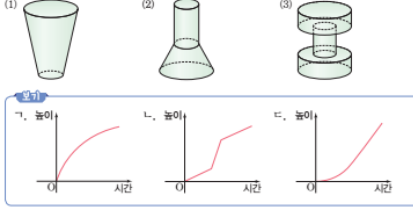

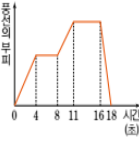


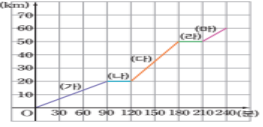
<표 III-1> 추론 역량 요소 선정

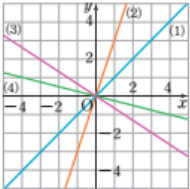
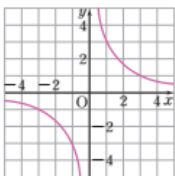
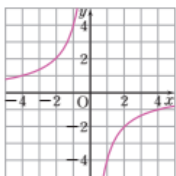
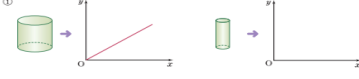

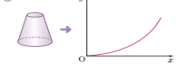


2015 개정 교육과정 (교육부, 2015, p. 38)	비고 (박경미 외, 2015)		본 연구에서의 추론 역량 요소
(다) 추론 능력을 함양하기 한 교수·학습에서는 다음 사항을 강조한다.			
① 관찰과 탐구 상황에서 귀 납, 유추 등의 개연적 추론 을 사용하여 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고 적 절한 근거에 기초하여 이를 정당화할 수 있게 한다.	관찰과 추측	관찰과 탐구 상황에서 귀 납, 유추 등의 개연적 추론을 사용하여 수학적 사실을 추측하는 능력	➔ 1. 관찰과 사실 추측
	수학적 사실 분석	수학적 개념, 원리, 법칙 을 분석하는 능력	
	정당화	수학적 사실이 참임을 보 이기 위해 증거를 제 시하고 이유를 설명하 는 능력	➔ 2. 정당화
② 수학의 개념, 원리, 법칙을 도출하는 과정과 수학적 절 차를 논리적으로 수행하게 한다.	논리적 절차 수행	수학적 절차와 수학적 사 실 도출 과정을 논리 적으로 수행하는 능력	➔ 3. 수학 내용과 절차의 논리적 수행
③ 추론 과정이 옳은지 비판 적으로 평가하고 반성하도 록 한다.	추론 과정의 반성	자신의 추론 과정이 옳은 지 비판적으로 평가하 고 되돌아보는 능력	➔ 4. 추론 과정의 반성

IV. 2015 교과서에 나타난 추론 역량 현황

앞 장의 <표 III-1>에서의 요소를 토대로, 본 연구에서는 총 10종의 2015 개정 중학교 1학년 수학 교과서에서의 함수 영역에 해당하는 내용을 대상으로 추론 역량의 반영 현황을 살펴보고자 하였다. 이때, 본 연구자는 추론 역량 여부에 대해 임의대로 판단하지 않고, 교과서마다 제시한 추론 역량만을 선택하였다. 이에 해당하는 예시를 <표 IV-1>에 제시하고, 또 그 예시에 관한 추론 역량의 하위 요소가 무엇인지 선정하여 이에 관해 부연 설명하였다.


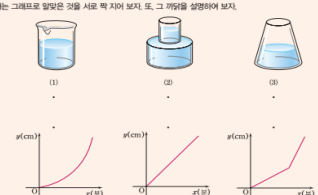
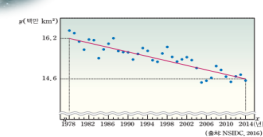
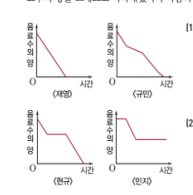
<표 IV-1> 교과서별 추론 역량 요소

출판사	교과서 코너명	예시	쪽	해당 예시의 추론 역량 요소 및 이에 관한 설명	
A	본문의 문제	<p>4 다음 그림과 같은 그릇에 시간당 일정한 양으로 물을 채울 때, 시간에 따른 물의 높이의 변화를 나타낸 그래프로 알맞은 것을 보기에서 찾으시오.</p> <p>추론</p>  <p>가. 높이 vs. 시간 (Concave down) 나. 높이 vs. 시간 (Piecewise linear increasing) 다. 높이 vs. 시간 (Concave up)</p>	121	해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 이용하여 추측하는 사실에 해당한다.	1. 관찰과 사실 추측
B	본문의 문제	<p>핵심역량  추론</p> <p>오른쪽 그래프는 선미가 풍선을 부는 시간에 따른 풍선의 부피의 변화를 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.</p>  <p>(1) 풍선을 불던 중 쉬는 때를 모두 말하여 보자. (2) 8초에서 11초까지의 상황에 대하여 말하여 보자. (3) 풍선에서 공기가 빠지고 있는 때를 말하여 보자.</p>	121	해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 이용하여 추측하는 사실에 해당한다.	1. 관찰과 사실 추측
중단원 평가 문제		<p>5 추론  수론</p> <p>점 $P(a, b)$가 제2사분면 위에 있는 점일 때, 다음 점은 제 몇 사분면 위에 있는지 구하시오.</p> <p>(1) $A(-a, b)$ (2) $B(a-b, -ab)$</p>	118	순서쌍에 관한 수학적 사실을 도출하는 과정을 논리적으로 수행하는 것에 해당한다.	3. 수학과 내용의 절차적 논리적 수행
C	중단원 평가 문제	<p>4 추론  수론</p> <p>오른쪽 그림은 승아가 자전거 여행을 하는 동안 걸린 시간과 이동한 거리 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 보기에서 그래프를 설명한 것으로 옳은 것을 모두 고르시오.</p>  <p>가. ①: 90분 동안 20 km를 이동하였다. 나. ②: 30분 동안 20 km를 이동하였다. 다. ③: 60분 동안 50 km를 이동하였다. 라. ④: 30분 동안 정지하였다. 리. ⑤: 30분 동안 10 km를 이동하였다.</p>	125	해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 이용하여 추측하는 사실에 해당한다.	1. 관찰과 사실 추측

	<p>5 <small>추론</small></p> <p>오른쪽 그림의 직선 (1), (2), (3), (4)는 x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. x와 y 사이의 관계를 각각 식으로 나타내시오.</p> 	131	<p>해당 예시는 주어진 좌표평면에서의 그래프를 보고 이 에 관한 수학적 사실을 식을 도출하는 과정을 수행하는 것에 해당한다.</p>	<p>3. 수학과 내용과 절차의 논리적 수행</p>
C	<p>5 <small>추론</small></p> <p>다음은 x와 y가 반비례할 때, x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.</p> <p>(1)  (2) </p>	136	<p>해당 예시는 주어진 좌표평면에서의 그래프를 보고 이 에 관한 수학적 사실을 식을 도출하는 과정을 수행하는 것에 해당한다.</p>	<p>3. 수학과 내용과 절차의 논리적 수행</p>
	<p><small>※</small> 수도끼를 들어 계속 같은 양의 물이 흘러나오도록 한 후 높이가 같은 여러 가지 모양의 병에 물을 받는다. 병에 물을 받기 시작한 지 x초 후의 병에 담긴 물의 높이를 ycm라 할 때, 물속에 담겨 보자.</p> <p>(1) 다음은 병 ①과 ②에서 x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프이다, 병의 모양에 따라 그래프는 어떤 모양이 될지 그래 보자.</p> <p>①  </p> <p>②  </p> <p>(2) 오른쪽 그림과 같은 모양의 병에 물을 받음 때, 그래프는 어떤 모양이 될지 이야기해 보자. </p>	114	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 사용하여 수학적 사실을 추측하는 것에 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p>
D	<p>03 <small>추론</small></p> <p>점 $P(a, b)$가 제1사분면에 속하는 점일 때, 다음 점들은 제몇 사분면에 속하는지 말하시오.</p> <p>(1) $(-a, b)$ (2) $(a, a-b)$ (3) $(b-a, ab)$</p>	130	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 사용하여 수학적 사실을 추측하는 것에 해당한다.</p> <p>문자로 주어진 서쌍의 점들을 고 이들이 사분면의 관한 순도를 수행하는 과정을 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p> <p>3. 수학과 내용과 절차의 논리적 수행</p>

<p>E</p>	<p>역량 기르기 코너 문제</p>	<p style="text-align: right;">추론</p> <p>다음은 '나를 읽음'으로 하여 각 학생과 나의 나이 차이와 키 차이를 각각 x좌표, y좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 것이다.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 윤이는 나보다 나이가 3살 더 적고, 키가 4cm 더 작다. • 진우는 나보다 나이가 더 많고, 나와 키가 같다. • 나연이는 동하보다 나이가 더 많고, 동하와 키가 같다. • 화에는 윤아의 나이가 같고, 윤아보다 키가 5cm 더 크다. <p>1 위의 글을 읽고, 각 학생을 나타낸 점의 좌표를 기호로 나타내시오.</p> <p>윤아: _____ 친구: _____ 나연: _____ 동하: _____ 화: _____</p> <p>2 나는 도운이보다 나이가 4살 더 적고, 키가 2cm 더 크다. 도운이를 나타내는 점을 위의 좌표평면 위에 나타내시오.</p>	<p>107</p>	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 적용하여 추측하는 실을 추측하는 데 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p>
<p>F</p>	<p>역량 기르기 과제</p>	<p style="text-align: right;">추론</p> <p>수학 기르기</p> <p>다음은 '나를 읽음'으로 하여 각 학생과 나의 나이 차이와 키 차이를 각각 x좌표, y좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 것이다.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 윤이는 나보다 나이가 3살 더 적고, 키가 4cm 더 작다. • 진우는 나보다 나이가 더 많고, 나와 키가 같다. • 나연이는 동하보다 나이가 더 많고, 동하와 키가 같다. • 화에는 윤아의 나이가 같고, 윤아보다 키가 5cm 더 크다. <p>1 위의 글을 읽고, 각 학생을 나타낸 점의 좌표를 기호로 나타내시오.</p> <p>윤아: _____ 친구: _____ 나연: _____ 동하: _____ 화: _____</p> <p>2 나는 도운이보다 나이가 4살 더 적고, 키가 2cm 더 크다. 도운이를 나타내는 점을 위의 좌표평면 위에 나타내시오.</p>	<p>123</p>	<p>주어진 좌표평면의 순서쌍의 점들을 보고 이들이 속하는 사분면의 위치에 관한 수학적 사실을 도출하는 데 해당한다.</p> <p>한편, 교과서 지면 왼쪽 날개 부분에 '추측한 내용이 참인지 확인한다.'라는 지침을 제시함으로써, 학습자가 자신의 풀이 과정이 옳은지 검토하는 반성 과정을 거친다.</p>	<p>3. 수학 내용과 절차의 논리적 수행</p> <p>4. 추론 과정의 반성</p>
<p>F</p>	<p>수행 과제</p>	<p>수행 과제 그래프의 변화를 글로 어떻게 표현할까? 수준 2</p> <p>오른쪽은 라면이 판매되는 양이 있는 40분간의 일일 판매량 그래프를 보고, 그 상황을 글로 표현한 것이다. 다음 단락을 채워보자.</p> <p>1 다음 그래프를 보고, 중심에서 수직선이 올라가거나 내려가는 상황을 각각 글로 표현해 보자.</p> <p>2 다음과 같은 순서로 그래프의 해석에 대한 문제를 만들고, 친구와 바꾸어 풀어 보자.</p> <ul style="list-style-type: none"> ⓐ 그래프를 나타낼 수 있는 상황을 생각한다. ⓑ 고축, 저축을 생각한다. ⓒ ⓐ의 상황을 그래프로 나타낸다. ⓓ 친구와 ⓐ의 그래프를 바꾸어 본다. ⓔ 친구가 그린 그래프가 나타내는 상황을 글로 표현한다. 	<p>114</p>	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 상황에서 개연적 추론을 적용하여 추측하는 실을 추측하는 데 해당한다.</p> <p>자신의 풀이 과정이 옳은지 동료와 교환하여 풀어보는 반성 과정을 거친다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p> <p>4. 추론 과정의 반성</p>

	<p>중단원 평가 문제</p>	<p>도전문제</p> <p>문제 08 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 사각형 ABCD가 있다. 점 P(a, b)가 사각형 ABCD의 변 위를 움직일 때, a-b의 값 중에서 가장 큰 값을 구하시오. (단, 사각형 ABCD의 네 변은 좌표축과 평행하다.)</p>	<p>116</p>	<p>해당 예시는 문자 로 주어진 좌표평 면 위의 점들을 이 용하여 값이 가장 큰 것을 구하기 위 한 여 관찰과 탐구 를 통하여 수학적 과정 실용성을 도 출하는 것에 해당 한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측 3. 수학과 절차의 논리적 수행</p>
<p>G</p>	<p>과제</p>	<p>공학 도구 활용 컴퓨터로 그래프 탐구하기</p> <p>컴퓨터 프로그램을 이용하면 그래프를 더욱 정확하게 빠르게 그릴 수 있고, 그래프의 특징을 탐구하는 데에도 도움이 된다.</p> <p>다음과 같이 슬라이더 도구를 이용하여 정비례 관계 $y=ax$ ($a \neq 0$)의 그래프를 그려 보자.</p> <ul style="list-style-type: none"> 1. a의 값을 클릭하여 슬라이더를 선택한 후 기호창을 클릭한다. 2. a의 값의 범위를 입력하고 [확인]을 클릭한다. 3. 입력창에 'y=ax'를 입력한 후 [Enter]를 누른다. 4. 슬라이더의 점을 움직인다. <p>a의 값을 변화시킬 때, $y=ax$의 그래프는 다음과 같다.</p> <p>활동 1 a의 값에 따라 $y=ax$의 그래프가 어떻게 변하는지 말해 보자. (단, $a \neq 0$)</p> <p>활동 2 위와 같은 방법으로 정비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프를 그리고, a의 값에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 말해 보자. (단, $a \neq 0$)</p>	<p>129</p>	<p>관찰과 탐구를 통 하여 주어진 그래 프의 성질을 의의 는 과정. 즉 수하 사실용성을 도출 과정 실용성을 수 출하는 것에 해 당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측 3. 수학과 절차의 논리적 수행</p>
<p>H</p>	<p>중단원 평가 문제</p>	<p>문제 07 $y=\frac{a}{x}$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 고르시오. (단, $a \neq 0$)</p> <p>보기</p> <p>(가) 원점을 지나지 않는다. (나) $a > 0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지난다. (다) a의 절댓값이 클수록 좌표축에 가까워진다.</p>	<p>131</p>	<p>관찰과 탐구를 통 하여 주어진 그래 프의 여러 가지 질을 확인하는 수학적 사실용 출하는 과정을 수출하는 것에 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측 3. 수학과 절차의 논리적 수행</p>

	<p>생각 나누기 과제</p>	<p>생각 나누기</p> <p>놀이동산으로 놀러 간 두 친구가 자신의 위치를 다음과 같이 설명하고 있다. 지도를 보고, 두 친구의 위치를 친구들과 이야기하여 보자.</p> <p>만수 회차목마의 위치를 활경도로 하면 내 위치의 좌표는 (2, 2)야.</p>  <p>슬기 내 위치를 활경도로 하면 일구의 위치의 좌표는 (-3, -5)야.</p>	<p>119</p>	<p>해당 예시는 실생활에서의 지도 순서쌍의 점들을 보고 위치를 파악하는 도출하는 수행하는에 해당한다.</p>	<p>3. 수학 내용과 절차의 논리적 수행</p>
<p>H</p>	<p>생각 나누기 과제</p>	<p>생각 나누기</p> <p>다음과 같은 용기에 계량 설정한 양의 물을 넣는다. 이때 각각의 용기와 그 용기에 대한 시간에 따른 물의 높이 변화를 나타내는 그래프로 설정한 것을 서로 확인해 보자. 또, 그 의미를 설명하여 보자.</p> 	<p>127</p>	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 과정에서 개연적 추론을 사용하여 추측하는에 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p>
	<p>역량 과제</p>	<p>수학 역량 숙제</p> <p>북극곰이 설 자리를 지켜 주세요</p> <p>지구의 평균 기온이 점점 높아지는 지구 온난화 현상 때문에 북극의 빙하가 녹아 북극곰이 먹이를 구할 곳이 점점 없어지고 있다. 다음은 1979년부터 2014년까지 집계된 북극의 얼음 면적의 변화를 나타낸 그래프(좌반축 그래프)와 그 변화를 설명 대상으로 나타난 그래프(우반축 그래프)이다. 빨간색 그래프를 이용하여 물음에 답하여 보자.</p>  <p>1. 1979년부터 2014년까지 북극의 얼음 면적이 대략 얼마나 감소하였는지를 이야기하여 보자.</p> <p>2. 그래프에서 눈여겨 볼べき 결과를 바탕으로 2050년에 북극의 얼음 면적이 얼마일지 추측하여 보자.</p> <p>3. 인터넷에서 지구 온난화의 변화를 나타낸 그래프를 찾고, 이를 확인하여 미래의 환경을 예측하여 보자.</p>	<p>129</p>	<p>해당 예시는 관찰과 탐구를 통해 얻어진 그래프의 추론을 사용하여 추측하는에 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p>
<p>I</p>		<p>없음</p>			
<p>J</p>	<p>본문의 '문제 해결'</p>	<p>집중! 교과 역량 더하기</p> <p>1 그래프의 해석</p> <p>재영이와 친구들은 운동 후에 목감은 음료를 한 병씩 마셨다. 시간에 따른 각자의 목에 남아 있는 음료의 양을 그래프로 나타내었더니 다음과 같았다.</p>  <p>[1] 네 명의 친구 각자 음료를 마시는 상황을 글로 써 보고 발표해 보자.</p> <p>[2] 재영: 음료를 쉬지 않고 일정하게 모두 마셨다.</p> <p>[3] 위 [1]의 내용을 바탕으로 네 명의 친구들이 음료를 마시는 상황에 맞는 이야기를 만들어 보자.</p>	<p>136</p>	<p>해당 예시는 관찰과 탐구 과정에서 개연적 추론을 사용하여 추측하는에 해당한다.</p>	<p>1. 관찰과 사실 추측</p>

V. 결론 및 제언

앞 장의 결과를 토대로, 10종의 교과서의 추론 역량 요소를 교과서 체제별로 비교해 보면 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 교과서 체제별 추론 역량 요소를 반영한 문항 수 비교

출판사	도입 예제				본문 예제				평가 문제				기타(과제)				총수
	관찰과사실추측	정당화	수학내용과정차의논리적수행	추론과정의반성	관찰과사실추측	정당화	수학내용과정차의논리적수행	추론과정의반성	관찰과사실추측	정당화	수학내용과정차의논리적수행	추론과정의반성	관찰과사실추측	정당화	수학내용과정차의논리적수행	추론과정의반성	
A	1																1
B	1																1
C								1	3								4
D					1			1	1								3
E												1	1				2
F												1	1	2			4
G								1	1			1	1				4
H	1		1					1	1			1					5
I																	0
J					1												1
총수	4				2				10				9				25

위의 <표 IV-1>에서 교과서 체제별로 살펴본 결과, 총 25개 문항 중 추론 역량은 단원 평가 문항과 기타(과제)에서 19개에 달하는 대부분을 다루는 것으로 나타났는데, 이는 곧 본문에서 다루지는 예제나 문제보다는 본문을 학습 후 개념을 확인하는 평가 문항을 통해 추론 활동을 강조한 것이라 할 수 있다. 또한, 기타(과제)의 경우에는 단순한 문항이라기보다는 풀이 과정이 복잡하거나 다 단계의 풀이 과정을 요구하는 과제(task)라는 점을 고려해 볼 때, 교과서들은 저마다 풀이 과정이 많고 복잡한 상황에서 추론 활동을 다룬 것으로 판단된다. 하지만, 본문의 예제 또는 문제나 중단원 평가 문항의 내용이 서로 다르지 않음을 고려해 볼 때(물론, 난이도는 본문의 예제 또는 문제보다 중단원 평가 문항의 난이도가 다소 높을 것으로 예상하지만), 그리고 도입 부분의 예제보다 본문의 내

용이 해당 단원의 주요 개념을 다루는 핵심 부문이라는 것을 고려해 볼 때, 본문의 내용을 다루는 상황에서 더 많은 추론 역량 요소를 반영한 문제나 과제가 다뤄져야 할 것으로 판단된다. 또한, 총 10종 출판사의 교과서에서 추론 역량을 반영한 문항(문항당 역량 요소 중복 허용) 수는 총 25개이다. 중학교 1학년 함수 영역을 대상으로 문제 해결 역량 요소를 살펴본 선행 연구 결과(황혜정, 2018)의 경우, 문제 해결 역량 요소는 총 10종 출판사의 교과서에서 총 61개의 문항(문항당 역량 요소 중복 허용) 수가 나타났는데, 이는 본 연구에서의 추론 역량 문항 수가 상대적으로 매우 적은 것을 알 수 있다. 따라서 교과서의 체제에 초점을 두어 생각해 볼 때, 평가 부문뿐만 아니라 도입, 본문 및 예제, 기타(과제) 부문에서 추론 역량 요소가 고루 다뤄지기를 기대한다.

또, 본 연구에서 추론 역량의 한 요소로 간주한 ‘추론 과정의 반성’도 10종 출판사의 교과서 중 F 출판사의 교과서의 경우에만 기타(과제)에서 이 요소를 두 번 다루고 있는 것으로 나타났다. 반성도 정당화 활동과 마찬가지로, 수학교육 이론 및 실제에서 중요한 이론과 활동으로 강조되고 있다. 사고 과정의 ‘반성’은 인식의 방향을 인식의 주체에게로 되돌린다는 뜻을 담고 있다(황혜정, 2019). 또, 어떤 아이디어를 반성하여 깊이 생각해 보는 것은 자신의 사고에 대해 사고 하도록 하는 강력한 수단이 된다. 한 마디로, 반성은 인지 조작을 사유의 대상으로 삼고 그것을 되돌아보는 인간의 능력, 자신의 정신 상태에 대한 지각, 마음속에서 대상을 돌려보고 그것에 대해 세심하게 고려해 보는 사고, 그리고 의식적으로 자신의 사고 과정을 관찰 대상으로 삼는 능력으로 정리해 볼 수 있다. 한 마디로, 추론은 2009 개정 교육과정에서부터 수학적 과정의 요소로 강조되어왔을 뿐만 아니라 중요한 수학적 사고의 일환으로 간주되고 있는데(이종희 외, 2017), 현행 교과서에서의 반영이 이렇듯 풍부하지 못한 것은 문제 해결의 경우에는 문제해결 과정, 협력적 문제 해결, 수학적 모델링, 문제 만들기와 같이 학습자가 문제를 해결하는 동안 나타낼 수 있는 가시적인 활동 또는 행위에 속하므로 문항에의 역량 요소 반영이 수월한 것에 반해, 추론의 경우에는 관찰과 사실 추측, 정당화, 수학 내용과 절차의 논리적 수행, 추론 과정의 반성 등과 같이 학습자의 추상적, 정신적 사고 과정에서 나타나는 비가시적인 활동 또는 행위에 속하기 때문에 상대적으로 특정 문항에의 추론 역량 요소 반영은 문제 해결 역량과 달리, 자연스럽게 못할 뿐만 아니라 오히려 추론 역량이라는 것에 관한 이해에 편견을 불러올 수도 있으므로, 쉽사리 특정 문제나 과제에 추론 역량의 반영 여부를 제시하는 것이 어려울 것이다. 이러한 어려움에도 불구하고, 추론 역량의 중요성을 인식하고 심분 고려하여 문제 해결 역량과 같이 교과서에서 더 풍부히 추론 역량이 반영되어야 할 것이며, 이는 우선적으로 교과서 저자들의 노력이 요구되며, 더 나아가 현장에서 교사들의 개별적 실천과 노력이 요구된다고 하겠다.

한편, 추론은 교육과정에서 “수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하여 그 과정을 반성하는 능력”으로 정의한다(교육부, 2015, p.4). 교육부(2015)는 교수·학습을 통해 학생들은 수학적 사실을 스스로 추측하고 적절한 근거에 따라 정당화하는 활동, 수학적 절차와 수학의 개념, 원리, 법칙을 도출하는 과정을 논리적으로 수행하고, 그 과정을 평가하고 반성하는 활동을 통해 추론을 함양할 수 있음을 언급하고 있다. 이처럼, 정당화의 중요성은 교육과정 문서를 통해서 그 중요성은 매우 강력하다고 볼 수 있다. 하지만, 10종 출판사의 교과서에서 정당화에 관한 문항이 단 한 개도 나타나지 않았다는 것은 다소 유감스러운 일이다. 물론, 2015 개정 중학교 수학과 교육과정 기하 영역의 <교수·학습 방법 및 유의점>에는 “도형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 사례나 근거를 제시하며 설명하기, 유사성에 근거하여 추론하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.”가 제시되어 있다(교육부, 2015, p. 35). 여기서 알 수 있는 바와 같이, 정당화 활동에는 관찰, 설명, 유추, 논증과 같이 도형과 같은 기하학적 성질 및 요소를 다루는데 더 적절히 다룰 수 있는 것이므로, 본 연구와 같이 함수 영역에서의 정당화 활동은 미비할 수도 있을 것이다. 하지만, 정당화 활동이 기하라는 특정 영역에 한정된 것으로 볼 수도 없으며, 또 수학 교과에서 강조하고 있는 6개의 역량이 저마다 특정 내용 영역에 한정하여 강조되기보다는 모든 내용 영역에서 고루 강조되어야 할 것으로 판단된다.

끝으로, 출판사별로 추론 역량 반영 현황을 살펴보면, 교과서마다 비교적 차이가 많은 것으로 나타났다. 즉, H 출판사의 교과서가 5개로 가장 많았으며, 이어서, C, F, G 출판사의 교과서는 각각 4개이었다. 다음으로, D 교과서가 3개, E 교과서가 2개, A, B, J 교과서는 1개씩이었다. I 교과서의 경우에는, 문제해결(문제만들기), 창의 융합, 의사소통, 정보처리, 태도 및 실천(학습점검에 관한 체크리스트) 역량을 다루는 문제나 코너는 있으나, 추론 역량에 관한 문제는 하나도 없는 것으로 나타났다. 앞서 언급한 바와 같이, 중학교 1학년 함수 영역에 관한 문제 해결 역량을 다룬 문항 수가 추론 역량을 다룬 문항 수보다 3배 정도나 적은 것도 고려해 보아야 하겠지만, 추론 역량 내에서 10종의 출판사 별로 이 역량을 다룬 문항 수에 차이가 나는 이유는 무엇인지 판단하고 그의 중요성에 따라 차기 교과서 구현 시에 출판사별로 추론 역량의 적극적인 반영 여부를 고려해 봄 직하다.

이상으로, 본 연구에서는 중학교 1학년 함수 영역의 내용만을 대상으로 추론 역량의 반영 실태를 살펴보았는데, 내용 영역에 따라 그리고 학년급이 올라감에 따라 각 영역 내용마다 강조되거나 추구되는 추론 역량이 달라지리라 여겨진다. 추후 추론 역량의 의미와 특징에 관한 좀 더 깊이 있는 연구와 함께 이를 반영

한 교과서 개발이 요구되며, 또한 이를 구체적으로 효율적으로 구현하기 위한 교사용 지도서가 개발되어 학습자의 역량에 맞춰 현장에서 원활하고 효율적인 수업이 진행될 수 있기를 기대한다. 거듭 말하면, 추론 역량을 반영한 성공적인 수업 실행 및 실천을 위해서는 추론 역량을 강조하는 교육 정책의 방향에 따른 이슈로 간주하기보다는 학습자가 그러한 역량을 실제로 갖추도록 하는데 일조할 수 있는 교과용 도서 구현과 함께 이를 활용하여 수업하는 교사들의 추론 역량 및 요소에 관한 이해와 관심이 뒤따라야 할 것이다. 또한, 함수 영역 이외에 다른 영역에서의 추론 문항 및 과제 분석을 통해 학생에게 제공되는 학습기회가 어떠한지에 대한 연구가 필요하며, 본 연구는 실제 수업 상황이 아닌 교과서만을 분석한 연구로써 실제 수업 현장에서 교사가 지도하는 내용과 차이가 있을 수 있다. 실제 수업에서 교사가 추론을 지도할 때 어떤 발문을 하는지, 수학 수업 환경은 어떤지에 따라 학생들이 참여하는 수학적 활동과 추론은 달라질 수 있다. 따라서 실제 수업 상황에서 추론 문제 및 과제들을 통해 학생들이 어떤 학습기회를 제공받고 있는지에 대한 연구도 수행되면 바람직할 것으로 기대된다.

참고문헌

- 강옥기 외 11명(2018). 중학교 수학 1. 서울: 동아출판사(주).
- 강운수, 김민주 (2013). 문제해결 과정에서 나타난 고등학생들의 수학적 추론 특성. 한국학교수학회논문집, 16(1), 241-263.
- 고호경 외 10명(2018). 중학교 수학 1. 서울: (주)교학사.
- 김선희, 김기연 (2004). 수학적 모델링 과정에 포함된 추론의 유형 및 역할 분석. 학교수학, 6(3), 283-299.
- 교육부 (2015). 수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호 별책8).
- 김원경 외 8명(2018). 중학교 수학 1. 서울: (주)비상교육.
- 김화경 외 4명(2018). 중학교 수학 1. 서울: (주)좋은책신사고.
- 남승인 (1999). 초등수학교육에 있어서의 추론 방법. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 87, 45-63.
- 도종훈 (2007). 학교수학에서 추측과 문제제기 중심의 수학적 탐구 활동 설계하기. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 46(1), 69-79.
- 류희찬 외 6명(2018). 중학교 수학 1. 서울: (주)천재교육.
- 박교식 외 18명(2018). 중학교 수학 1. 서울: 동아출판(주).
- 소경희 (2012). 역량중심 교육을 위한 교육과정 설계 방안으로서 '과정-탐구' 모형

- 활용의 가능성과 의미 탐색. *교육과정연구*, 30(1), 59-79.
- 박경미 외 42명 (2015). 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 시안 개발 연구II. 연구보고서 BD15120005. 서울: 한국과학창의재단.
- 이병수, 강미광, 양규한 (1997). 수학적 추론에 관한 소고. *한국수학교육학회 프로시딩*, 5, 335-354.
- 이성근, 류희수 (2012). 귀납적 추론의 과정 분석. *학교수학*, 14(1), 85-107.
- 이종희, 김선희 (2002). 학교 현장에서 수학적 추론에 대한 실태 조사 -수학적 추론 유형 중심으로-. *한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>*, 41(3), 273-289.
- 이종희, 김선희, 김부미, 김기연 (2017). 수학적 추론. 서울:(주)교우.
- 이준열 외 8명(2018). *중학교 수학 1*. 서울: (주)천재교육.
- 장경윤 외 11명(2018). *중학교 수학 1*. 서울: (주)지학사.
- 정현실, 김진호 (2013). 구성주의 수학 수업이 추론능력에 미치는 영향 -초등학교 2학년 곱셈을 중심으로-. *한국학교수학회논문집*, 16(1), 31-61.
- 주미경 외 6명(2018). *중학교 수학 1*. 서울: (주)금성출판사.
- 최지영, 방정숙 (2011). 초등학교에서의 대수적 추론 능력 신장 방안 탐색 -y곱셈의 결합법칙 탐구에 관한 수업 사례 연구-. *학교수학*, 13(4), 581-598.
- 황선욱 외 6명(2018). *중학교 수학 1*. 서울: (주)미래엔.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽 (2019). *수학교육학신문*. 서울: 문음사.
- 황혜정 (2019). 교수학적 변환에서의 배경화와 반성에 관한 이해. *East Asian Math. J.* 35(2), 259-275.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for School Mathematics*, VA:Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2009). *Focus in High School Mathematics Reasoning and Sense Making*, 김성경 역(2013). *고등학교 수학에서 추론하기와 이해하기*. 서울: 경문사.
- Johnson G. J., Deniss R. Thomson, & Sharon L. Senk (2010). Reasoning in High School Textbooks. *Mathematics Teachers*, 103(6), 411-417.

Hwang, Hye Jeang
 Department of Mathematics Education
 Chosun University
 E-mail : sh0502@chosun.ac.kr