韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2021.60.1.61
2021. 2. 제 60권, 제 1호, 61-76.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
February. 2021, Vol. 60, No. 1, 61-76.

수학 예비교사들이 과제의 인지적 노력 수준 변형에서 겪는 오류와 어려움

강향임(공주교육대학교, 강사) · 최은아(우석대학교, 교수)†
†교신저자

Pre-service teachers' errors and difficulties in task modification focusing on cognitive demand

Kang, Hyangim(Gongju National University of Education, hikang2002@hanmail.net)
Choi, Eunah(Woosuk University, eunachoi@woosuk.ac.kr)†
†Corresponding Author

초록

본 연구는 수학 예비교사들이 과제의 인지적 노력 수준 변형에서 겪는 오류와 어려움을 분석하여, 수학 과제 변형과 관련한 수학 예비교사 교육에 유의미한 시사점을 제공하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 24명의 수학 예비교사들을 대상으로 수직이등분선의 성질에 대한 추론 과제를 높은 수준과 낮은 수준으로 변형하는 활동과 이에 대한 반성 및 수정 기회를 제공하였다. 변형 과제를 중심으로 예비교사들이 과제의 수준 변형에서 겪는 오류와 어려움을 분석한 결과, 과제 수준의 판단 관점에서 PNC와 PWC 과제의 구분에 제한된 이해를 보였으며, 과제의 외형적인 요소에 의존하는 간섭 현상을 확인하였다. 과제 수준의 변형 관점에서 예비교사들은 과제의 목표와 수직적 위계를 간과하거나 변형 유형의 편향성을 보였다. 한편 예비교사들은 반성 및 수정 활동을 통해 자신들의 변형 과제의 오류를 인식하고 개선할 수 있었으며, 도구의 범주를 Geogebra를 포함한 공학적 도구로 확장하는 모습을 보여주었다.

Abstract

The purpose of this study is to analyze the errors and difficulties which pre-service secondary teachers shows during the task modification in consideration of the cognitive demand and to provide significant implications to the pre-service teacher education program related to the modification of the mathematical tasks. In the pursuit of this purpose, tasks were selected from perpendicular bisector units and 24 pre-service teachers were asked to modify the tasks to higher and lower level tasks. After the modification activities, opportunities for reflection and modification were provided. The findings from analysis are as follows. Pre-service teachers had a difficulty to distinguish between PNC tasks and PWC tasks. Also, We identified the interference phenomena that pre-service teachers depended on the apparent elements of the task. Pre-service teachers showed a tendency to overlook the learning objectives and learning hierarchy during the task modification, and to focus on some types of task modification. However, pre-service teachers were able to have meaningful learning opportunities and extend the category of tools to technology including Geogebra through self-reflection and correction activities on task modification. The above results were summed up and we presented the implications to the task modification program in the pre-service secondary teacher education.

* 주요어 : 예비교사, 과제 변형, 인지적 노력 수준, 학습 위계, 수직이등분선, 오류와 어려움
* **Key words** : pre-service teachers, task modification, cognitive demand, learning hierarchy, perpendicular bisector, errors and difficulties
* **Address**: Department of Mathematics Education, Woosuk University, Wanju-Gun, Korea
* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97B40, 97C70
* **Received**: December 22, 2020 **Revised**: January 12, 2021 **Accepted**: January 28, 2021

Ⅰ. 서론

수학 수업에서 사용되는 수학 과제는 학생들의 학습의 기초를 형성하는 역할을 하며(Doyle, 1988), 이러한 수학 과제의 질을 결정하는 것은 교사에게 달려있다(NCTM, 1991). 최근에는 적절하게 수학 과제를 분석하고 변형하는 활동이 교사 전문성 개발에 도움이 된다는 점이 꾸준히 강조되고 있다(Kim & Lee, 2016; Lee, 2017).

Stein, Smith(1998)가 인지적 노력 수준에 근거한 과제 분석 가이드를 제시한 이후, 다수의 연구들이 교사와 예비교사의 수학 과제에 대한 이해와 교사 전문성과의 관계를 논하고 있다(Arbaugh & Brown, 2005; Pang, 2007; Lee & Kim, 2013; Kim & Kim, 2014; Kim, Lee, & Kim, 2015). 수학 과제가 수학 학습의 기초가 되고 수학적 사고방식을 결정한다는 측면에서 학생들이 제시된 수학 과제에서 어떤 수학적 사고를 경험하고 그 사고의 수준은 어떠한지에 대한 이해를 위한 개념적 틀이 요구된다고 할 수 있다. Stein, Smith(1998)가 제시한 인지적 노력 수준은 바로 이러한 개념적 틀이라고 할 수 있다. 최근에는 과제의 인지적 노력 수준에 대한 이해를 교사 전문성 신장과 연계하여 논하고 있는 바, 수학 과제의 인지적 노력 수준을 학습한 교사들이 과제의 외형적 요소와 수학적 내용에 주목하던 모습에서 벗어나 점차 과제의 인지적 노력 수준과 학생들의 수학적 사고에 주목하는 등 수학 과제를 분석하는 교사들의 안목이 점차 신장되었음을 확인하였으며(Arbaugh & Brown, 2005), 예비 초등교사들이 일련의 과제 분석활동과 수업 설계 시 설정한 과제의 인지적 수준이 실제 수업에서 변하는 양상을 분석한 경험이 예비교사의 전문성 신장을 가져왔음을 주장하고 있다(Pang, 2007). 또한 중등 예비교사와 현직교사를 대상으로 수학 과제에 대한 이해와 선별 능력을 조사하여 교사들의 수업목표에 따른 적절한 과제 선택능력을 확인하거나 보완 요소를 제기하기도 하였다(Lee & Kim, 2013; Kim & Kim, 2014; Kim, Lee, & Kim, 2015).

교사 전문성 개발에서 수학 과제에 대한 이해는 직접 수학 과제를 개발하게 하거나 수학 교과서에 제시된 과제들을 변형하도록 하는 방식으로 확장되고 있다. 과제의 도전적 정도를 조절하거나 과제에 내포된 구성요소들을 바꿈으로써 과제의 특성이 달라질 수 있으므로(Stein, Grover, & Henningsen, 1996), 교사는 교육과정의 목표를 달성할 수 있는 적합한 형태로 과제를 변형하여 사용할 수 있어야 한다(Ozgedi & Esen, 2010). 특히 교육현장 경험이 부족한 예비교사들에게 직접 문제를 개발하도록 하는 활동보다는 제시된 수학 과제를 변형하도록 하는 방식이 더 효과적일 수 있다(Prestage & Perks, 2007). 예비교사 교육에서 과제 변형 활동은 예비교사들로 하여금 교육과정과 교과서의 의도를 파악하기 위해 노력하는 등 다양한 학습기회를 제공할 수 있으며(Kim & Lee, 2016), 예비교사들이 교과서의 과제를 변형할 때 보이는 유형을 파악할 수 있게 한다(Lee, Lee, & Park, 2013). 특히 초등 예비교사를 대상으로 한 과제 변형의 유형과 특성을 분석한 Park(2018, 2019a, 2019b)의 일련의 연구는 수학 과제 변형이 예비교사 전문성 개발에 어떻게 기여할 수 있는지를 보여주고 있다. 이상의 연구들은 주로 제시된 과제를 더 높은 수준의 과제로 변형할 수 있는 능력을 조사하거나 그 과정에서 일어나는 예비교사의 학습 기회나 과제의 변화 유형을 살펴보았다고 할 수 있다. 한편 중등 예비교사를 대상으로 과제의 인지적 노력 수준을 동시에 두 가지 방향으로, 즉 낮은 수준에서 높은 수준으로, 높은 수준에서 낮은 수준으로 변형하는 과정에서 나타나는 변형 경향 및 특성을 살펴본 연구는 매우 부족하다.

7차 교육과정 이후 학생의 수준을 고려한 수업은 지속적으로 강조되고 있는 바, 교사들이 다양한 수준의 학생들을 동시에 수업목표에 도달할 수 있도록 지도하기 위해 과제의 수준변형을 고려해 볼 필요가 있다. 2015 개정 수학과 교육과정의 교수・학습의 방향에는 ‘교육과정에 제시된 내용을 지도한 후 학습 결손이 있는 학생에게는 보충 학습, 우수 학생에게는 심화 학습의 기회를 추가로 제공할 수 있다’는 교수・학습 원칙이 제시되어 있다(Ministry of Education, 2015). 특히 TIMSS 2019 결과에서, 우리나라 중학교 2학년의 기초수준 미달 학생 비율은 TIMSS 2015 대비 2%p 증가한 것으로 나타났다(Korea Institute for Curriculum and Evaluation, 2020). Ozgedi, Esen(2010)이 강조한 바 있는, 교과서에 제시된 과제를 교육과정의 목표 달성과 학생에게 적합한 형태로

변형할 수 있는 능력은 학습 결손이 있거나 우수한 학생들에게 개별적으로 적합한 형태로 변형할 수 있는 능력, 즉 과제의 수준을 낮은 수준과 높은 수준 양방향으로 변형하는 능력이 예비교사들의 전문성 함양을 위해 요구된다고 할 것이다.

본 연구의 목적은 예비교사들이 과제의 수준을 변형하는 과정에서 나타나는 오류와 어려움을 진단하고 처방하는 일련의 교육 프로그램을 진행하고 분석하여 예비교사교육에 시사점을 도출하는 것이다. 특히 수학 과제 변형 과정의 오류와 어려움을 분석한 결과는 예비교사들이 과제 변형 과정에서 겪을 수 있는 어려움을 예측하고 드러냄으로써 예비교사들에게 과제 수준의 인식과 과제 개발과 관련한 학습의 기회를 제공하고 전문성 신장에 기여할 것으로 기대할 수 있다. 이에 본 연구에서는 예비교사 24명을 대상으로 중학교 2학년 수학 교과서의 이등변삼각형의 성질 단원에 제시된 수직이등분선의 성질을 추론하는 과제를 각각 높은 수준과 낮은 수준으로 변형하도록 하고 변형된 과제를 중심으로 예비교사들이 과제의 인지적 노력 수준 변형에서 나타내는 오류와 어려움을 살펴보고자 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 예비교사들의 과제의 수준 판단에서 나타나는 오류와 어려움은 무엇인가? 둘째, 예비교사들이 과제의 수준 변형에서 나타나는 오류와 어려움은 무엇인가? 셋째, 반성 및 수정 활동에서 교사지식의 향상과 연결되는 특징은 무엇인가?

Ⅱ. 이론적 배경

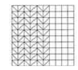
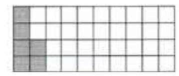
1. 수학 과제의 인지적 노력 수준

수학 과제는 수학 내용뿐 아니라 학생들이 수학을 이해하고 활용하고 수학적으로 사고하는 방식을 결정하는 교실 활동의 중요한 요소라고 할 수 있다(Kim & Lee, 2016). 수학 과제가 수학적 사고방식을 결정한다는 관점에서 학생들이 수학 과제 해결을 위해 어떤 수학적 사고를 경험하고 그 사고의 수준은 어떠한지에 대해 연구들이 수행되었다. Doyle(1983, 1988)과 Hiebert, Wearne(1993)는 각 과제들이 서로 다른 인지적 노력을 요구하며 인지적 수준이 다른 과제는 학생들에게 다른 종류의 학습을 제공한다고 보았다. Stein, Smith(1998)는 이들의 연구를 기반으로 수학 과제를 성공적으로 해결하기 위해서 학생들에게 요구되는 수학적 사고의 종류와 수준을 ‘인지적 노력 수준’이라고 명명하였다(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2009). 이들이 제시한 인지적 노력 수준은 과제의 복잡성이나 난이도와는 다른 개념이며, 학생의 학업 성취도와 관련된 수학적 수준과도 구별될 수 있다. 즉 과제 자체가 가지는 개념과 절차의 구성요소와 그 사이의 구조 관계에 의해 유발하는 사고의 내용과 수준을 의미하는 것으로 해석할 수 있으며, 학업 성취도가 낮은 학생들도 제시된 과제에 의해 높은 인지적 노력 수준이 유발될 수 있고, 반대로 학업 성취도가 높은 학생들에게 낮은 인지적 노력 수준이 유발될 수 있다.

Stein, Smith(1998)는 인지적 노력 수준에 따라 수학 과제를 낮은 수준의 과제(low level tasks)와 높은 수준의 과제(high level tasks)로 구분하였다. 낮은 수준의 과제는 다시 암기형 과제(Memorization tasks [M]), 연계 없는 절차형 과제(Procedures without Connections tasks [PNC])로, 높은 수준의 과제는 연계 있는 절차형 과제(Procedures With Connections tasks [PWC]), 수학 행하기 과제(Doing Mathematics tasks [DM])로 분류된다. 각 유형의 특성과 사례는 다음과 같다.

암기형 과제(M)는 학생이 이전에 학습한 사실, 법칙, 공식 또는 정의를 재생하거나 기억하게 하는 과제이다. Stein, Smith(1998)가 제시한 분수와 다른 표현과의 관계 사례에서 암기형 과제는 [Table 1]에서 확인할 수 있다. 이 과제는 절차가 아예 존재하지 않거나 짧은 시간에 즉각적으로 해결됨으로써 절차를 사용했다고 보기 어렵다. 연계 없는 절차형 과제(PNC)는 과제 해결에 이용되는 절차가 관련된 개념이나 의미와 연결되지 않는 과제이다. 예를 들어 $\frac{3}{8}$을 소수 표현과 백분율 표현으로 바꾸기 위해서는 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$과 다르게 각 표현으로 바꾸기 위해서는 특정 알고리즘을 필요로 한다. 특정 절차를 사용하도록 문제에 제시되어 있거나 이전의 경험 또는 과제의 배열에 기초해 보았을 때 절차의 사용이 분명하다. 연계 있는 절차형 과제(PWC)는 절차를 사용하기는 하지만, 그 절차의 기초가 되는 수학적 개념과 아이디어와 밀접한 연관이 필요하다. 이 과제는 연관을 가지는 수학적 개념과 아이디어를 보다 깊이 이해하도록 하는 데 초점

[Table 1] Task types according to Cognitive demand(Stein & Smith, 1998, p.8)

types	task example
Memorization tasks(M)	What are the decimal and percent equivalents for $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$?
Procedures without Connections tasks (PNC)	Convert the fraction $\frac{3}{8}$ to a decimal and percent.
Procedures With Connections tasks(PWC)	Using a 10×10 grid, identify the decimal and percent equivalents of $\frac{3}{5}$. 
Doing Mathematics tasks(DM)	Shade 6 small squares in a 4×10 rectangle. Using the rectangle, explain the percent, decimal part and fractional part of area that is shaded. 

을 두며, 절차를 명시적으로 또는 암시적으로 따르는 경로가 제시된다. [Table 1]의 사례에서 학생들은 동치분수 개념 아이디어를 활용해야 하고 시각적 도식, 기호, 문제 상황 등 다양한 수학적 표현에 대한 이해와 표현 사이의 관계의 연계가 필요하다. 수학 행하기 과제(DM)는 복잡하고 비알고리즘적인 사고를 요구하는 과제이다. 이러한 과제를 해결하기 위해 학생들은 과제 분석을 통해 관련된 수학 개념과 과정, 관계를 스스로 탐구하여야 하며, 해결 전략과 해법을 제한하는 과제의 조건을 능동적으로 조사하게 한다. [Table 1]의 사례에서 주어진 모델의 한 개의 열이 10%와 0.1을 나타낸다는 여러 개념사이의 관계의 본질을 탐구하고 자신의 인지적 과정을 스스로 조정해야 한다.

교사는 중요한 수학 개념과 관계에 대해 학습자가 수학적으로 사고할 수 있도록 돕는 과제를 설정하여 학습 경험을 제공해야 하므로(Kwon, 2015; Ainley, Pratt, & Hansen, 2006), 수학 과제가 요구하는 수학 내용뿐 아니라 수학적 사고의 유형, 인지적 수준에 대한 지식을 갖출 필요가 있다는 점에서 Stein, Smith(1998)의 과제분석 가이드는 유용하다고 할 수 있다.

2. 예비교사교육에서 과제 수준 변형에 관한 선행연구

최근 예비교사교육에서 수학 교과서의 과제들을 변형하는 활동이 교사 전문성 개발 방안으로 제기되고 있다(Kim & Lee, 2016). 이러한 경향은 교과서에 제시된 과제를 교육과정의 목표 달성과 학생에 적합한 형태로 변형할 수 있는 능력이 교사들에게 필요하다(Ozgedi & Esen, 2010)는 주장과 수학 과제들을 해석하고 변형해보는 경험이 수학 교사의 전문성에서 중요하다는 주장(Lee, 2017)과 맥을 같이 하고 있다. 더욱이 예비교사들은 아직 교육 현장에 대한 경험이 충분하지 않으므로 예비교사의 전문성 개발을 위해서 수학 과제를 직접 개발하도록 하는 것보다는 제시된 수학 과제를 변형하도록 하는 방식이 더 효과적일 수 있다(Prestage & Perks, 2007). Pang(2007) 또한 수학 과제의 수준이 변하는 양상을 분석하는 경험이 예비교사의 전문성 신장을 가져왔다고 보았다.

Lee(2017)는 교과서 과제를 변형하는 활동은 교과서가 따르고 있는 교육과정에 대한 탐구를 촉진한다는 측면에서 예비교사의 전문성 개발에 도움이 된다고 말한다. 실제로 Kim, Lee(2016)는 예비교사 5명을 대상으로 한 질적 사례연구에서 교과서의 미분계수 단원의 과제를 교육과정 목표와 교과서의 학습목표를 실현할 수 있는 과제로 변형하도록 하였는데, 예비교사들은 미분계수의 개념적 이해를 추구하고자 과제의 인지적 노력 수준을 유지하거나 높이는 방향으로 변형을 시도하였다. 특히 변형 과정에서 교육과정과 교과서의 의도 파악과 학생 반응 예측의 중요성을 인식하고 반성적 사고의 기회 등 다양한 학습기회를 가질 수 있었음을 관찰하였다.

한편 초등 예비교사들이 분수 나눗셈 과제를 변형하는 과정에서 어떠한 어려움을 겪는지 확인한 Park(2019b)의 연구는 예비교사들이 주로 질문 사이의 의미 구분과 학생 반응 및 흥미의 예상하는 것에 어려움을 느끼고 있으며, 실세계 맥락 탐색과 내용 전개 순서 판단 등에서 어려움을 겪는다는 것을 보여주었다. 중등의 경우 Lee, Kim(2013)은 예비교사들을 대상으로 PNC 과제를 제공하고 더 높은 수준으로의 변형 능력을 조사하였는데 성공한 비율은 단 4%에 불과하였다. 이들은

또한 40명의 예비교사 중 70% 이상이 M, PWC, DM 과제의 특성을 바르게 이해하였지만, PNC 과제를 높은 수준의 과제로 인식하는 비율이 60% 이상이었다. Kim, Kim(2014) 또한 현직교사 55명을 조사한 결과, 주어진 네 개 과제에서 높은 인지적 수준의 과제 두 개를 옳게 선택한 비율은 47%, PNC과제의 특성을 제대로 선택한 비율은 26%에 불과하였다. 특히 교직 경력이 20년 이상인 교사들에게서 낮은 수준의 과제를 높은 수준의 과제로 인식하는 경향이 나타났는데, 연구자들은 낮은 수준의 과제 위주의 우리나라 교과서 구성과 이에 대한 익숙함이 과제 수준 분석을 방해하는 것으로 설명하였다.

요약하면, 예비교사들의 수학 과제 변형에 관한 선행연구, 특히 과제 수준의 변형에 관한 연구들은 과제의 인지적 노력 수준의 상향 경험을 통해 예비교사들이 의미 있는 학습 기회를 가졌다는 결론을 제시하고 있으며, PNC 과제에 대한 제한된 이해를 지적하고 있다고 할 수 있다. 특히 현직교사들에게서도 PNC 과제에 대한 부정확한 인식을 확인할 수 있다.

한편 Prestage, Perks(2007)가 강조한 바 있는, 학습이 진행되는 과정에서 교사가 즉각적으로 과제를 변형하여 학생들에게 적절한 학습 기회를 제공해야 한다는 측면에서, 수업 상황에 맞게 과제를 변형하는 능력이 부족한 교사의 경우에는 학생들이 교육과정의 목표를 달성할 수 있도록 지도하는데 한계가 있다고 할 수 있다. 이에 장차 수학교사가 될 예비교사들을 대상으로 인지적 노력 수준에 근거하여 과제의 수준을 낮은 수준과 높은 수준으로 즉각적으로 변형해 보는 활동을 적용해 보는 것은 예비교사들이 겪는 오류와 어려움을 확인하고 수정을 돕는다는 측면에서 학습의 기회 제공뿐만 아니라 과제 관련 전문성을 증진할 수 있는 기회로서 필요하다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구 대상 및 연구 방법

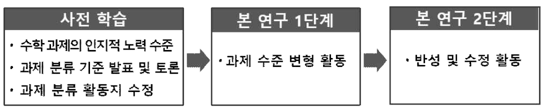
본 연구의 대상은 지방 소재 사범대학의 ‘수학과학습지도및평가’ 강좌를 수강하는 24명의 3학년 학생들이다. 이들은 모두 2학년 과정에서 수학 교수학습이론과 수학학습심리학, 수학과 평가 등 수학교육 관련 이론과 2015 개정 수학과 교육과정의 주요 내용을 학습한 상태였다. 또한 그동안의 수업실연과 자율동아리 활동을 통해 Geogebra를 활용해 본 경험이 있었으며 상당수의 학생들이 Geogebra에 익숙한 상태였다. ‘수학과학습지도및평가’ 강좌는 이미 학습한 수학교육의 이론적 논의를 바탕으로 중고등학교 수학교과서의 전반적 분석을 통한 지도 방법 탐색과 평가문항 개발을 목표로 진행되었다. 예비교사들이 평가에 대한 이론적 논의가 아닌 실제로 평가문항을 개발하는 활동은 본 강좌에서 처음으로 이루어졌다.

본 연구에서는 질적 연구 방법을 적용하였다. 24명의 예비교사들이 과제의 수준 판단과 과제의 수준 변형에서 나타내는 오류와 어려움을 진단하는 검사를 시행하고 이에 대한 수정 활동을 진행하였다. 예비교사들의 과제 변형 사례들과 반성 및 수정 활동에 대한 예비교사들의 반응을 귀납적으로 분석하여(Denzin & Lincoln, 1994), 심층적인 서술을 시도함으로써 그 의미를 해석하고자 하였다.

본 연구에 앞서 예비교사들의 과제 변형 활동을 지원하기 위한 사전 학습 활동이 3주간 9차시에 걸쳐 이루어졌다. 본 연구진 중 1인은 ‘수학과학습지도및평가’ 교과목의 교수자 역할을 수행하면서 예비교사들의 사전 학습 활동을 진행하였다. 먼저 학생들은 중학교 1, 2, 3학년 수학교과서(Park et al., 2020a, 2020b, 2020c)의 기하 영역에 해당하는 부분을 2015 개정 교육과정의 성취기준과 교수학습방법 및 유의점, 기하 개념 간의 수직적 위계 관계를 중심으로 전반적으로 살펴보는 시간을 가졌다. 특히 중학교 2학년 과정의 삼각형의 성질 부분은 보다 상세한 분석이 이루어졌다. 이후에는 Stein, Smith(1998)의 인지적 노력 수준의 개념과 유형에 대한 학습을 진행하였으며, 교과서의 기하영역에 제시된 문제 중에서 인지적 노력 수준에 따른 낮은 수준의 과제와 높은 수준의 과제를 각각 선정하고 그 근거를 설명하는 시간을 가졌다. 예비교사들은 교수와 동료학생에 받은 피드백을 바탕으로 기존의 과제 분류 활동지를 수정하여 제출하였다. 이러한 사전 학습과정은 예비교사가 수학 과제와 그 수준에 대한 다양한 사례들을 접하고, 과제 분석을 위한 안목을 기르는 기회로서 제공되었다.

본 연구는 [Fig. 1]과 같이 사전 학습 활동 이후에 진행하였다. 1단계 과제 변형 수업은 ‘수학과학습지도및평가’ 수업을 통해 수강 학생 전체를 대상으로 두 시간에 걸쳐 진행되었다. 학생들은 제시된 기준 과제의 수준이

Stein, Smith(1998)의 인지적 노력 수준 중에서 어떤 수준에 해당하는지를 분석한 후, 이보다 낮은 수준과 높은 수준의 과제로 각각 변형하는 활동을 수행하였다. 본 연구의 2단계 반성 및 수정 활동은 2015 개정 교육과정에 따른 수직이등분선의 성질에 대한 위계도를 작성해 본 다음, 각자 제출한 1단계 과제 수준 변형 활동지를 검토하여 반성하고 수정하는 방식으로 진행되었다. 원활한 반성 활동을 위해 연구자가 제기한 발문에 대해 예비교사가 반응하는 과정도 포함시켰다.

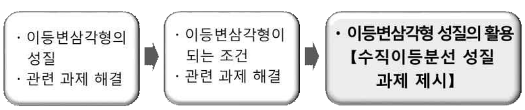


[Fig. 1] Research procedure

2. 검사 도구

본 연구에서는 특정 과제를 지정하여 이를 분석, 변형, 반성하는 방식을 택하였다. 이러한 제한된 변형 방식은 과제 수준의 변형을 수직적으로 수행할 때 나타나는 과제 요소를 명확하게 드러내고 이와 관련된 논점을 심층적으로 접근하는 것을 가능하게 한다.

본 연구에서 과제 수준 변형을 위해 제시된 기준 과제는 중학교 2학년 '이등변삼각형의 성질' 단원의 문제로 수직이등분선의 성질을 추론하고 적용하는 문제이다. 연구자들이 개발한 예비 기준 과제에 대해서 연구자들을 포함하여 5명의 수학교육전문가 토의를 진행하여 내적 타당도를 확보하였으며, 최종 문항은 전문가 의견을 수렴하여 과제에 대한 정교화 과정을 거쳐 수정하였다.



[Fig. 2] The flow of classes in which assignments are presented.

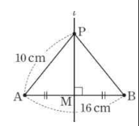
동일 과제라 할지라도 과제가 제시되는 수업의 시점에 따라 인지적 노력 수준은 달라질 수 있으므로, 기준 과제가 제시된 수업의 시점을 이등변삼각형의 성질을 학습한 후 이를 활용하는 단계에서 수직이등분선의 성질을 처음으로 유도하는 과제임을 설명하였다. 또한 검사지 문항에 동일한 수업시간 내 수직이등분선의 성질에 대한 추론 과제 해결과정에 대한 교사의 관찰 이후에 학생들에게 추가적으로 과제를 제시하는 상황임을 나타내었다.

[Fig. 2]와 같은 가상의 수업에서 과제가 제시되는 시점과 교육과정의 성취기준, 학습 위계를 감안하여, [Fig. 3]의 기준 과제를 PWC 과제라고 설정하였다. 기준 과제를 해결하는 과정은 삼각형의 합동 조건을 이용하여 두 삼각형 PAM과 PBM이 합동임을 보임으로써 선분 PA와 PB의 길이가 같다는 것과 삼각형 PAB가 이등변삼각형임을 유도하는 것이다. 따라서 이 과제는 삼각형의 합동 조건이라는 절차를 활용하기는 하지만, 학생들이 구성요소 사이의 관계를 추론하고 삼각형의 합동이 갖는 개념적인 아이디어와 연계하여 고려할 필요가 있는 비교적 높은 수준의 인지적 노력을 요구한다고 할 수 있다.

검사지는 기준 과제의 인지적 노력 수준을 판단 이유와 함께 제시하는 문항과 보다 낮은 수준과 높은 수준으로 변형하는 문항으로 구성하였다. 이 때, 과제의 인지적 노력 수준은 예비교사들의 보다 수월한 의사소통과 표현을 위하여 암기형 과제부터 수학 행하기 과제에 이르는 표현 대신 1수준부터 4수준까지 순서대로 나타내도록 하였다.

※ 김교사는 수준별로 모둠을 구성하여 <수직이등분선의 성질>을 지도하고 있다. 수업 도중에 다음 문제를 제시하고 학생들로 하여금 해결하도록 하였다.

<문제> 다음 그림에서 직선 l은 선분 AB의 수직이등분선이다. 직선 l 위의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}=10\text{cm}$, $\overline{AB}=16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PB}$의 길이를 구하시오.



1. <문제>의 인지적 노력 수준이 어떤 수준에 해당하는지 쓰고, 그렇게 생각한 이유를 서술하시오.
2. 김교사가 순회지도를 하는 도중에 수학 수준이 낮은 학생들이 위 문제를 해결하지 못하고 어려움을 겪고 있음을 관찰하였다. 이에 이 학생들이 해결할 수 있는 보다 낮은 수준의 문제를 제시하고자 할 때, 적절한 문제를 만드시오.
3. 이번에는 수학수준이 높은 학생들을 위하여 보다 높은 수준의 문제를 제시하고자 할 때, 적절한 문제를 만드시오.

[Fig. 3] Original tasks for the task modification

3. 자료 수집 및 분석

과제 수준 변형 1단계에서는 기준 과제에 대한 분석, 인지적으로 낮은 수준과 높은 수준으로 각각 변형한 과제 그리고 수준 변형의 근거를 상세하게 기록한 과제 수준 변형 활동지를 자료로 수집하였다. 활동지 반응은 ‘기준 과제에 대한 수준 판단과 그 근거’ 24건과 ‘기준 과제를 높은 수준과 낮은 수준으로 변형한 과제 94건(각 수준별로 두 개씩 변형한 96건에서 무응답 2건 제외)’이다. 2단계에서는 수직이등분선 성질에 대한 위계도와 반성 및 수정 활동지가 수집되었다. 1단계와 2단계 각각 100분 동안 진행되었으며, 과제 개발 과정과 반성 활동의 논의 과정은 예비교사 반응에 대한 귀납적이고 심층적인 분석을 위하여 세 대의 캠코더와 두 대의 녹음기를 사용하여 녹화, 녹음되었다.

수집한 자료는 과제 수준 변형 활동지를 중심에 두고 반성 및 수정 내용을 삼각 검증을 통해 비교하면서 분석하였다. 과제 수준 변형 활동의 분석은 다음과 같이 두 가지 관점에서 진행하였다. 먼저 ‘과제의 인지적 수준에 대한 판단’에 대해서는 기준 과제와 변형 과제의 수준에 대한 예비교사들의 판단을 Stein 외(2000)이 제안한 과제 수준으로 분석한다. 다음으로 ‘과제 수준의 변형’에 대해서는 과제 변형에서 학습 위계를 유지하였는지와 변형 유형을 분류하여 간과되거나 부족한 부분이 있는지를 확인한다. 특히 변형 유형은 Kim, Lee(2016), Park(2018)을 참고한다. 마지막으로 반성 및 수정 활동을 통해 예비교사들이 새롭게 학습한 내용과 수정된 결과물을 요약한다.

본 연구에서는 예비교사의 과제 변형에 대한 연구자 해석의 타당도를 높이기 위하여 두 명의 연구자가 공동으로 분석하였으며, 해석이 다른 경우에는 합의된 의견에 도달할 때까지 논의를 지속적으로 진행하였다. 이 과정에서 연구자 간 이견이 있었던 사례에 대해서는 제3의 수학교육연구자 3인에게 그 결과에 대한 의견을 구하는 동료점검 방식으로 보완하였다. 결과 분석에서 예비교사 ID는 P1~P24로 표기하였다.

Ⅳ. 분석 결과

1. 과제 수준의 판단에서 나타나는 오류와 어려움

1) PNC와 PWC에 대한 부족한 이해

예비교사들의 과제 수준에 대한 판단 오류는 기준과제의 수준을 판단하는 24건, 높은 수준과 낮은 수준으로의 변형 과제에 대한 수준을 판단하는 94건(무응답 2건 제외)을 분석하였다. 암기형 과제(M)와 수학 행하기 과제(DM)에 대한 판단에서는 그다지 오류가 없었으나, 연계 없는 절차형 과제(PNC)와 연계 있는 절차형 과제(PWC)에 대한 판단에서는 상당한 판단 오류를 보이고 있음을 확인하였다. [Table 2]에서 확인할 수 있듯이, 연계 없는 절차형 과제(PNC)가 실제 7건인 것에 비해서 예비교사들은 PNC 과제를 27건으로 확대 분류하고 있었다. 반면에 연계 있는 절차형 과제(PWC)가 실제 56건인 것에 비해서 예비교사들은 PWC 과제를 30건으로 축소 분류하고 있었다.

[Table 2] Comparison of the actual cognitive demand of the task with the response

cognitive demand of the task	actual count	response count
Memorization tasks(M)	50	42
Procedures without Connections tasks(PNC)	7	27
Procedures with Connections tasks(PWC)	56	30
Doing Mathematics tasks(DM)	15	19
sum	118	118

예비교사들의 PNC와 PWC 과제의 수준 판단에 대한 불일치가 가장 높게 나타난 곳은 기준 과제의 수준을 판단하는 문항이었다. 제시된 기준 과제는 중학교 2학년 학생들이 ‘이등변삼각형의 성질’ 단원에서 처음으로 수직이등분선의 성질을 유도하는 과제로, 과제의 구성요소 사이의 관계를 추론하고 삼각형의 합동이 갖는 개념적인 아이디어와 연결하여 문제해결에 이르는 비교적 높은 수준의 인지적 노력을 요구하는 PWC 과제에 해당한다. 그러나 이 과제를 PWC로 파악한 예비교사는 24명 중 세 명(P9, P14, P23)에 불과하였으며, 나머지는 기준 과제를 PNC 과제라고 판단하였다.

이유
수직이등분선의 성질뿐만 아니라 직각삼각형의 합동조건을 알고 있어야 문제를 해결할 수 있다. 이때 합동조건을 구하기 위해 수직이등분선을 활용하는 개념간의 연계도 있어야 한다. 따라서 위 문제는 연계 있는 절차형 과제인 3수준에 해당한다.

[Fig. 4] Case for determining the original task as PWC (P9)

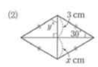
이유
정답을 구하는데 중점을 두는 문제이고 풀이과정에서 특정절차를 사용하지만 개념, 원리와 연계가 없다.

[Fig. 5] Case for determining the original task as PNC (P2)

예비교사들이 제시한 판단 이유는 거의 동일하였는데, PNC 과제로 판단한 경우는 [Fig. 5]의 P2와 같이, 기준 과제가 '개념이나 원리와 연결되어 있지 않기 때문에 낮은 수준'이라고 답한 경우가 많았다. PWC 과제로 판단한 경우는 [Fig. 4]의 P9 사례와 같이, '개념이나 원리와 연결되어 있기 때문에 높은 수준'이라는 것이 주된 반응이었다. 이와 같은 결과는 비록 과제 수준에 대한 판단에는 오류가 있지만, PNC와 PWC 과제가 가지고 있어야 하는 특성을 기술할 수 있다는 것을 보여준다. 그러나 과제 수준의 특성을 진술할 수 있다는 것이 과제의 실제 인지적 수준을 이해하고 판단할 수 있다는 것을 보장하지 못한다는 것을 보여주는 결과이기도 하다. 특히, 이러한 결과는 PNC 과제의 특성을 제대로 선택한 비율이 26%에 불과하였다는 Kim, Kim(2014)의 주장과 유사한 결과이다. 앞서 기술한 바와 같이, 동일한 과제라 할지라도 과제를 해결하는 학생들의 선행지식과 인지적 수준, 수업이 전개되는 흐름 속에서 과제가 제시되는 시점에 따라 과제의 인지적 수준은 달라질 수 있다. 실제로 개념과 연계 없는 절차형 과제로 파악한 예비교사들 대부분이 추후 반성 활동에서, 이 과제가 제시되는 수업의 흐름 상황과 전후 차시를 고려하지 못한 채 수직이등분선 성질에 대한 익히기 단계의 연습 문제 정도로 이해하였다고 진술하였다.

2) 과제 외형이 주는 간섭

과제 수준에 대한 판단 오류는 변형 과제에서도 나타났다. [Fig. 6]의 P1 사례는 도형 그림으로부터 즉각적으로 해결할 수 있는 암기형 과제로 변형한다는 변형 의도를 기술하고는 있지만, 마름모의 성질은 수직이등분선을 학습한 이후에 도입한다는 점과 마름모의 대각선의 성질을 수직이등분선과의 관계로부터 전개되는 절차를 이용한다는 점에서 PWC 과제에 해당한다. 이와 같이 '그림', '즉각적', '시각적'이라는 근거를 제시하며 암기형 과제로 판단하는 오류가 상대적으로 다수 관찰되었는데, 이는 시각적인 정보가 추가되면 상대적으로 낮은 수준의 과제에 해당한다고 판단하는 오류로 볼 수 있다. 유사한 사례로 빈 칸 채우기 형태는 무조건 암기형 과제라고 판단하는 오류를 찾아볼 수 있다.

(intended) M → (actual) PWC		
(2번 문항) X의 길이를 구하시오 	(1) 수준	주어진 그림을 통해 x의 길이를 바로 구할 수 있기 때문이다.

[Fig. 6] Inadequate case to the intended cognitive demand of modified tasks (P1)

[Fig. 7]의 P3 사례는 수직이등분선의 성질과 개념에 연결되고 다양한 수학적 표현을 요구하는 연계 있는 절차형 과제로 변형하고자 하였으나, 실제 제시된 과제는 단순히 수직이등분선의 정의와 성질을 재생하도록 요구하는 암기형 과제에 해당하였다. 이 결과는 특정 절차가 그 절차의 기초가 되는 수학적 개념과 아이디어와 연결된다는 의미를 이해하는데 어려움을 겪고 있다는 것을 보여주기도 하지만, '성질을 적으시오'와 같은 서술형 표현이 이 과제의 수준을 높게 판단한 이유로 작용하였음을 보여준다.

(intended) PWC → (actual) M		
(2번 문항) 수직 이등분선의 뜻을 적고 그에 맞는 성질을 적으시오.	(3) 수준	수직이등분선의 개념과 그의 성질을 알고 있어야하는 수학적 대상의 다양한 표현을 요구하고 있는 문제이므로

[Fig. 7] Inadequate case to the intended cognitive demand of modified tasks (P3)

이러한 결과는 학생들이 과제의 인지적 노력 수준을 판단할 때 고려하는 요소가 어떠한 수학 내용이 사용되고 있는지와 학생들에게 어떤 수학적 사고를 유발하는지가 아니라, 과제가 가지는 외형적 요소에 치우치고 있다는 것을 보여준다. 과제 외형이 주는 간섭을 최소화하기 위해서는 예비교사들로 하여금 과제에 사용된 수학 내용과 학생들에게 요구되는 수학적 사고 등 보다 본질적인 과제 요소에 주목하도록 지도하는 것이 필요하다.

2. 과제 수준의 변형에서 나타나는 오류와 어려움

1) 개념과 성질의 수직적 위계성 간과

예비교사들이 과제 수준 변형 활동에서 보이는 오류를 살펴본 결과, 수직이등분선의 성질의 학습 위계에 어긋나는 과제로 변형을 시도한 사례들이 다수 확인되었다. 94개의 변형 과제 중에서 수준 변형에 성공한 91건의 과제에서도 수직이등분선의 성질과 관련한 학습 위계를 고려하지 못한 수준 변형이 이루어진 사례가 19건(20%)이 관찰되었다. 실제로 높은 수준으로의 과제 수준 변형에서 위계 상향의 사례 12건을 확인할 수 있었으며, 낮은 수준으로의 과제 변형에서도 위계 상향의 사례가 7건(7%)이 있었다.

성공적인 변형 사례를 보여주는 [Fig. 8]의 과제들을 학습 위계 측면에서 살펴보면, 수직이등분선 개념을 상기할 수 있도록 변형한 M 과제, 수직이등분선이 그려진 그림 속에서 선분의 길이와 각의 크기를 직관적으로 찾도록 변형한 PNC 과제, 주어진 삼각형이 이등변삼각형임을 추론하도록 하는 PWC 과제, 실생활 맥락에서 두 지점에서 같은 거리에 있는 위치를 정하는 DM 과제 모두 중학교 2학년 이등변삼각형의 성질 단원의 학습 위계에 적절하다고 볼 수 있다.

Memorization task(M)_P9

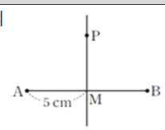
선분 AB의 중점을 지나고 선분 AB에 수직인 직선을 선분 AB의 (   )이라고 한다. 다음 괄호 안에 알맞은 것을 쓰시오.

Procedures without Connections tasks(PNC)_P9

오른쪽 그림에서 직선 PM은 선분AB의 수직이등분선이다. $\overline{AM}=5cm$일 때, 다음을 구하시오.

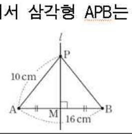
(1) 선분 AB의 길이

(2) $\angle AMP$ 의 크기



Procedures with Connections tasks(PWC)_P13

주어진 문제에서 삼각형 APB는 어떤 삼각형인지 쓰시오.



Doing Mathematics tasks(DM)_P8

두 식당 A와 B에서 이용할 식품창고를 균등한 운송비를 부담하는 지점에 세우려고 한다. 그 위치를 정하는 방법을 설명하시오. (단, A, B와 일직선 상에 있지 않을 것)

[Fig. 8] Adequate cases of modified tasks

반면에 과제 수준 변형 활동에서 26개(약 28%)의 변형 과제에서 위계 상향의 사례를 확인할 수 있었다. 위계 상향의 사례로는 원과 직선 맥락이 대부분을 차지하였다. 원과 직선 맥락은 원의 현과 원의 중심을 지나는 직선의 관계를 활용하는 것으로 중학교 3학년에서 다루는 내용이다. 중학교 2학년 수직이등분선의 성질을 학습하는 교실에서 학생 수준을 고려하여 보다 낮은 수준과 보다 높은 수준으로의 과제 변형을 시도할 때, 상위 학년의 내용으로 변형하는 것은 심화 학습의 측면에서도 부적절하며 교육과정의 내용 체계에도 위배된다. 위계 상향이 두 번째로 많이 나타난 맥락은 외심의 성질을 이용하는 과제였다. 외심의 성질은 중학교 2학년에서 이등변삼각형의 성질에 포함되는 수직이등분선의 성질을 배운 이후에 다루는 개념이므로 학습 위계 측면에서 위계 상향에 해당된다. 후속 단원인 사각형의 성질 단원에서 지도되고 있는 마름모의 대각선의 수직 성질을 다룬 과제들 또한 수직적 위계성을 간과한 사례라고 볼 수 있다.

2) 유형의 다양성 편향

예비교사들이 변형한 과제를 유형의 다양성 측면에서 분석하고자, 변형의 유형을 Kim, Lee(2016), Park(2018)의 틀을 참고하여 질문 변형, 예 변형, 맥락 변형, 도구 변형으로 범주화하였다. 각 유형별로 변형 과제를 정리한 결과는 [Table 3]과 같다. 과제의 분류에서 일부 중복되는 사례가 관찰되었다. 이러한 중복의 경우 예비교사들의 과제 변형 경향을 나타낸다고 판단하여 해당 과제의 건수를 누적하여 계산하였다.

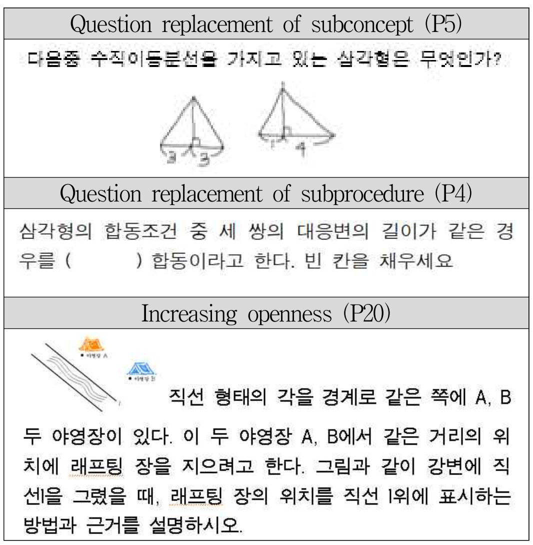
[Table 3] Types of task modification

type		count
Question modification	Question replacement of subconcept	32
	Question replacement of subprocedure	24
	Increasing openness	13
Example modification	Example replacement	9
	Example expansion	21
	Example integration	12
Context modification		13
Tools modification		6
sum		124

예비교사들이 변형한 과제 유형의 빈도수는 질문 변형, 예 변형, 맥락 변형, 도구 변형 순으로 나타났다. 질

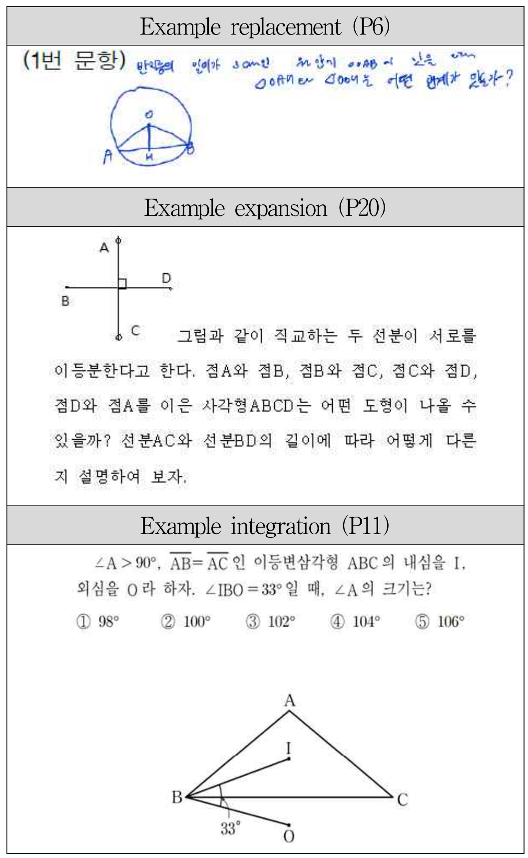
문 변형이 가장 많이 나타난 결과는 Kim, Lee(2016), Park(2018)의 연구 결과와 대체로 일치한다. 다만 각 연구가 제시한 과제 범위에 따라 질문 변형의 하위 범주에 차이가 있는데, 본 연구의 기준 과제의 특성상 세 가지 하위 유형으로 분류할 수 있었다. 주어진 문제의 관련 개념인 수직이등분선의 의미를 묻는 하위 질문으로 대체한 방식과 문제 해결의 부분적 절차에 해당하는 항목을 구하는 하위 질문으로 대체한 방식, 비정형문제로 변형하여 개방성을 높이는 방식이 확인되었다.

[Fig. 9]에서 P5는 제시된 수직이등분선 성질에 대한 추론 활동을 하위 개념인 수직이등분선의 예와 비례로 분류하는 활동으로, P4는 수직이등분선의 성질을 증명하는 과정에서 필요한 일부 절차인 삼각형의 합동조건을 묻는 것으로 변형하였다. 반대로 개방성을 높이는 변형을 시도한 P20의 경우는 비정형문제에 대해서 수학적 모델링을 적용하여 '선분의 양 끝 점에서 같은 거리에 있는 점은 수직이등분선 위에 있다'는 수직이등분선의 성질을 활용하여 문제를 해결하도록 하였다.



[Fig. 9] Cases of Question modification

기준 과제의 예를 변형하는 경우는 기본 과제에 제시된 도형 그림을 선분과 수직이등분선 등의 다른 그림으로 변화시킨 예 교체 유형과 제시된 도형을 원과 삼각형, 마름모 등 수직이등분선과 관련된 다른 도형으로 연계하여 확장한 예 확장 유형, 수직이등분선 외에 다른 수학적 개념이나 원리를 추가한 예 통합 유형이 확인되었다. 다만 선행연구에서 확인된 예 생성 유형은 제시된 기준 과제의 특성상 찾아볼 수 없었다. 예를 교체하거나 통합하는 유형보다는 예를 수직이등분선과 관련된 다른 도형으로 확장하는 사례가 더 많았으며, 특히 이러한 변형은 높은 수준으로의 변형에서 압도적으로 많이 일어나고 있음을 확인할 수 있었다. [Fig. 10]에서 P6은 제시된 삼각형을 원과 현으로 교체한 사례이며, P20은 선분 BD와 선분 AC를 교차하는 그림으로 변환하여 삼각형의 한 변에 대한 수직이등분선을 사각형의 대각선의 수직이등분 성질로 확장하고 있는 사례이다. 마지막 그림의 P11은 수직이등분선 개념 이외에 각의 이등분선 개념을 추가한 사례로, 예 통합 유형으로 분류하였다.



[Fig. 10] Cases of Example modification

주어진 기준 과제 자체가 수학 맥락이었기 때문에 맥락 변형 사례는 실생활 소재 등 외적인 맥락으로의 변형이었다. 이 또한 높은 수준 과제로의 변형에서만 일어났으며, 예비교사들은 주로 실생활에서 두 개의 특정 지점으로부터 같은 거리에 있는 위치를 결정해야 하는 문제 상황을 제시하였다. [Fig. 11]의 P24 사례에서는 삼각형 모양을 가진 행글라이더를 이등변삼각형에 모델링하여 이등변삼각형과 수직이등선의 성질 사이의 관계를 활용하도록 하는 실생활 맥락 변형이 일어나고 있다.

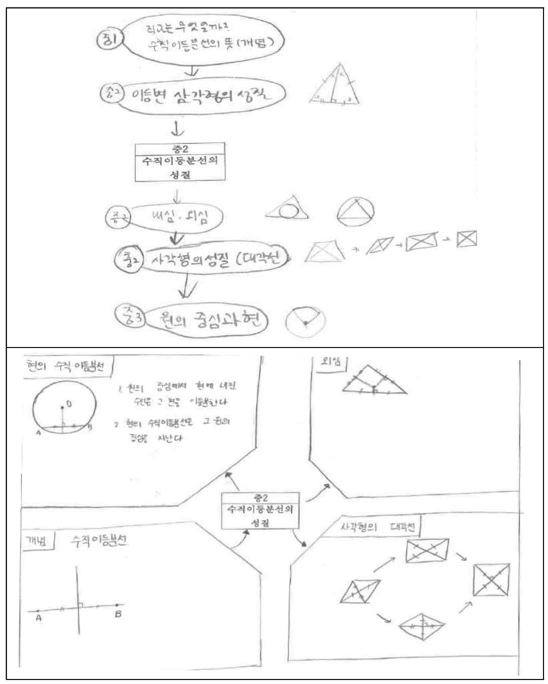
문제. 행글라이더의 날개모양은 균형을 이루기 위해 대부분 어떠한 삼각형 모양으로 만든다. 이와 같이 우리 생활 주변에서 그 삼각형의 성질을 이용한 것을 찾으시오.
삼각형 ABC에서 변AB는 변AC와 길이가 같은 이등변삼각형이다. 변BC에 수직이등분선을 그려보시오.

[Fig. 11] Cases of context modification (P24) and tools modification (P3)

선행연구에서 도구 변형은 수학 과제 해결에 활용되는 도구를 추가하거나 제거 또는 변형하는 하위 유형이 포함되지만, 본 연구에서는 기준 과제를 지정하는 방식을 택했기 때문에 도구를 추가하는 방식만 확인할 수 있었다. 일부 예비교사들은 [Fig. 11]의 P3 사례와 같이, 수직이등분선이나 수직이등분선의 교점 등을 그려보거나 작도하는 상황에서 자와 컴퍼스 등의 도구를 추가하는 변형을 시도하였다. 다만 도구의 폭을 공학적 도구로 확장하여 수직이등분선이나 대칭 등의 기능을 활용할 것을 직접적으로 명시한 과제는 없었다. 그러나 도구 추가 사례들은 공학적 도구를 활용하는 변형을 내포하거나 또는 연결될 수 있다는 점에서 고무적이라고 할 수 있다. 실제로 공학적 도구로의 확장은 추후 반성 및 수정 활동에서 이루어졌다. 동일 과제 요소가 공학적 도구로 변형된 경우에 나타나는 학습의 효과성을 감안할 때, 기준 과제를 적극적으로 공학을 활용하는 과제로 변형하는 기회를 제공하는 것이 필요해 보인다.

3. 반성 및 수정 활동

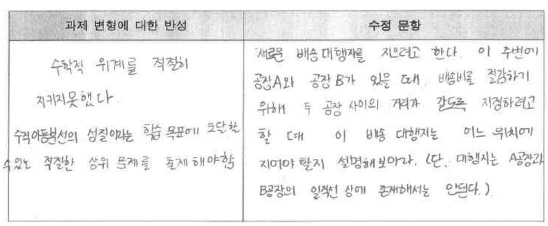
과제 변형 이후 예비교사들에게 중학교 교육과정에서 수직이등분선과 개념적으로 연결되는 개념들을 ‘중2 수직이등분선의 성질’을 중심으로 위계도 형식으로 그려보도록 하였다. Ⅲ장 1절에서 이미 서술한 바와 같이, 예비교사들은 과제 변형 활동의 사전학습활동을 통해 중학교 수학교과서(Park et al., 2020a, 2020b, 2020c)의 기하 영역에 해당하는 부분을 2015 개정 교육과정의 기하 개념 간의 수직적 위계 관계를 중심으로 살펴보는 시간을 가진 바 있다. 반성 활동은 평가보다는 학습에 목적이 있는 활동이었으므로, 예비교사들에게 2015 개정 교육과정에 따른 중학교 1, 2, 3학년 교과서가 다시 한 번 제공되었다. 위계도 작성의 특성상 예비교사들의 반응은 소수의 몇 개 유형으로 수렴하는 모습을 나타내었다. 가장 많이 나온 위계도 유형은 일렬로 나열된 수직적인 개념 흐름도를 작성하는 방식이었으며, 일부 학생들은 방사형으로 확산하는 모양의 개념도를 작성하기도 하였다. [Fig. 12]의 P5는 수직이등분선의 성질을 중심으로 중1의 수직이등분선의 개념과 중2의 이등변삼각형의 성질을 하위 개념으로, 중2의 삼각형의 내심과 외심, 사각형의 성질과 중3의 원의 중심과 현을 상위 개념으로 하는 수직적 구조를 가지는 위계도를 작성한 경우이다. 반면에 P22는 P5와 거의 동일한 개념들을 수직이등분선의 성질을 중심으로 방사형으로 연결하는 개념도를 작성하였다.



[Fig. 12] Learning hierarch diagram of perpendicular bisector (P5, P22)

예비교사들이 위계도에 나타낸 학습요소는 거의 유사하였다. 공통적으로 중학교 1학년에서는 직교나 수직이등분선의 뜻을 선행개념으로 표현하였으며, 중학교 2학년에서 수직이등분선의 성질과 연결되는 개념으로 삼각형의 외심과 사각형의 대각선의 성질을 언급하였다. 이후 중학교 3학년 과정에서 수직이등분선의 성질을 활용하는 개념으로 원의 현의 성질을 나타내었다. 이상과 같은 교과서에 대한 충분한 검토를 바탕으로 한 위계도 작성 활동은 예비교사들로 하여금 수직이등분선의 성질에 대한 개념적 위계를 파악할 수 있도록 하였으며, 이후의 변형 과제에 대한 반성 활동의 기초 지식으로 작용하였다고 해석할 수 있다.

본격적인 반성 활동은 기준 과제 수준에 대한 재검토, 변형한 문제에 대한 검토와 수정 문항으로 구성된 반성 활동지를 작성하게 하고 이에 대한 전체 논의를 진행하는 방식으로 이루어졌다. 대부분의 예비교사들은 1단계 과제 수준 변형에서 기준 과제를 연결 없는 과제로 판단한 바, 변형 과제 수준을 다시 검토하여 기준 과제 수준을 연결 있는 절차형 과제로 상향 조정하는 모습을 보였다. 예비교사들은 이 과정에서 본인이 작성한 개념 위계도와 본시 학습목표에 주목하는 모습을 보였으며. 과제 수준을 수정하는 근거로 삼각형의 합동조건이라는 원리를 연결하여 증명하는 추론 과정이 필요하다는 것을 제시하였다.

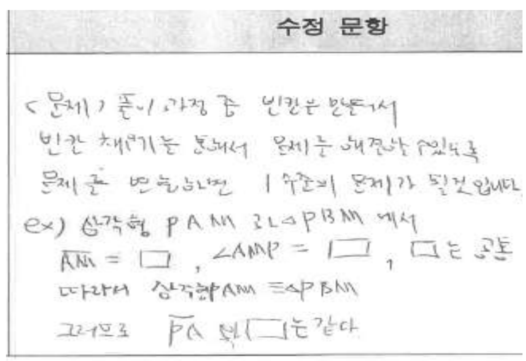


과제 변형에 대한 반성	수정 문항
수학적 위계를 적절히 지키지못했다. 수직이등분선의 성질이라는 학습 목표에 도달할 수 있는 적절한 상위 문제를 출제 해야함	새로운 배송대행지를 지으려고 한다. 이 주변에 공장A와 공장 B가 있을 때, 배송비를 절감하기 위해 두 공장 사이의 거리가 같도록 지정하려고 할 때 이 배송 대행지는 어느 위치에 지어야 할지 설명해보아라. (단, 대행지는 A공장과 B공장의 일직선 상에 존재해서는 안된다.)

[Fig. 13] Reflection and correction for task modification to higher levels (P22)

[Fig. 13]의 P22는 학습 위계를 고려하여 수직이등분선의 성질이라는 동일한 학습목표에 도달할 수 있는 보다 높은 인지적 노력 수준의 과제로 변형해야 함을 반성한 대표적 사례이다. P22는 이와 같은 반성 내용을 바탕으로 교육과정의 학습 위계를 반영하여, 1단계 변형 과제에서 제시했던 중3 원의 현의 성질 관련 과제를 중2 이등변삼각형의 성질 단원의 수직이등분선 성질을 활용하여 해결가능한 과제로 수정하는 모습을 보였다. [Fig. 13]에 제시된 수정 문항은 보다 높은 인지적 노력 수준으로의 과제 변형이 '선분의 양 끝점에서 이르는 거리가 같은 점은 그 선분의 수직이등분선 위에 있다'는 성질을 활용하는 실생활 맥락의 개방형 유형의 변형으로 나타났음을 보여주고 있다.

한편 낮은 수준의 과제 변형에 대한 반성 활동에서 대부분의 예비교사들의 초기 반응은 본인들이 변형한 과제가 낮은 수준의 학생들에게 적절하여 과제 수준의 조정이 필요 없다는 것이었다. 그러나 전체 논의 과정에서 '과연 변형 문제가 수직이등분선 성질에 대한 이해라는 수업목표를 달성할 수 있는가'라는 점이 지적되자, 단순히 하위 개념이나 하위 절차로의 대체로는 수업목표 달성이 어렵다는 점을 점차 인식하는 모습을 보였다. 이 과정에서 동일한 수업목표의 달성을 위해서 삼각형의 합동을 이용하는 추론 과정을 빈칸 채우기 형태로 제시하거나 문제를 여러 단계로 분할하여 일련의 하위 문제로 제시하는 등의 대안들이 발표되었다. [Fig. 14]에 제시된 P15의 사례는 수직이등분선 성질에 대한 이해라는 수업목표의 달성을 위해서 삼각형의 합동을 이용하는 추론 유형의 과제 형식을 보존하면서도 인지적 노력 수준의 정도를 낮추는 전략으로 추론 과정의 일부를 빈칸 채우기 형태로 제시한 경우에 해당한다.



[Fig. 14] Correction for task modification to lower levels (P15)

예비교사들은 반성 및 수정 활동의 논의 과정을 통해 과제 수준을 단순히 과제의 외형이나 예비교사 본인들의 인지적 수준에 의해 판단할 것이 아니라, 교과서에서 과

제가 제시되는 논리적 순서와 과제를 통해 달성하고자 하는 수업목표, 선수학습 요소를 고려한 중학교 2학년 학생들의 인지적 수준에 근거하여 판단할 필요가 있음을 학습하였다고 할 수 있다.

또한 예비교사들은 변형 과제를 유형의 다양성 측면에서 검토하고 논의하는 시간을 가졌다. 특히, 도구 변형에서, '그려보시오'라는 모호한 표현이나 '자와 컴퍼스를 이용하시오'로 기술된 경우, 공학의 활용이 제기되었고 '지오지브라를 이용하여 그려보시오'로 수정하는 모습을 보여주기도 하였다. 이러한 공학으로의 도구 확장이 가능했던 것은 본 연구에 참여했던 예비교사들이 그동안의 수업실연과 자율동아리 활동을 통해 Geogebra를 지속적으로 활용한 경험이 있었기 때문이었다. 과제 변형에서 질문이나 예, 맥락의 변형뿐 아니라 도구, 특히 공학적 도구로의 변형 가능성을 학습한 기회였다고 할 수 있다.

V. 결론

본 연구는 중등 수학 예비교사들에게 수직이등분선의 성질에 대한 추론 과제를 높은 수준과 낮은 수준으로 각각 변형하도록 한 다음, 그 결과를 '과제 수준의 판단'의 관점과 '과제 수준의 변형'의 관점에서 나타나는 오류와 어려움, 그리고 '반성 및 수정 활동'을 통해 드러나는 특징을 분석하였다. 분석 결과로부터 다음과 같은 결론을 정리할 수 있다.

첫째, 예비교사들은 PNC와 PWC 과제를 구분하는 것에 어려움을 가지고 있었다. 대다수의 예비교사들은 높은 수준과 낮은 수준에 대한 양호한 이해와 상반되게, 보다 세분화된 수준 판단에서는 어려움을 보였다. 특히, 기준 과제의 수준을 판단하는 과정에서 PWC 과제를 PNC 과제로 판단한 사례가 상대적으로 많았다. 이러한 결과는 PNC 과제의 특성을 제대로 선택한 비율이 26%에 불과하였다는 Kim, Kim(2014)의 주장과 유사한 결과이다. 동일한 과제라 할지라도 과제를 해결하는 상황 즉, 수업이 전개되는 흐름 속에서 과제가 제시되는 시점에 따라 과제의 인지적 노력 수준은 달라질 수 있다. 실제로 기준 과제를 개념과 연계 없는 절차형 과제로 파악한 예비교사들은 추후 반성 및 수정 활동에서 이 문제가 제시되는 상황과 시점을 고려하지 못했음을 반성하였다.

둘째, 예비교사들은 과제의 외형적 요소만으로 과제의 인지적 노력 수준을 부적절하게 판단하는 오류를 범하였다. 이러한 과제 외형의 간섭 현상은 예비교사들로 하여금 수학 내용과 학생들에게 유발되는 수학적 사고의 종류가 아니라, 과제가 가지는 완성형, 단답형, 서술형 형식 등 외형적 요소에 따라 과제 수준을 판단하게 하는 원인이 되었다. 실제로 일부 예비교사들은 그림을 이용하거나 빈칸 채우기 형식 또는 절차가 단순한 경우를 무조건 낮은 수준의 과제로 판단하는 모습을 보였다. 이러한 결과는 학생들이 과제의 인지적 노력 수준을 판단할 때 고려하는 요소가 어떠한 수학 내용이 사용되고 있는지와 학생들에게 어떤 수학적 사고를 유발하는지가 아니라, 과제가 가지는 외형적 요소에 상당한 간섭을 받고 있음을 보여준다. 따라서 외형적 요소에서 벗어나 과제에 사용된 수학 내용과 학생들에게 요구되는 수학적 사고 등 보다 본질적인 과제 요소에 주목하도록 하는 것이 필요하다.

셋째, 예비교사들은 개념과 성질의 수직적 위계성을 간과하는 오류를 보였다. 상당수의 예비교사들이 기준 과제가 활용되는 본시 수업목표와 학습 위계를 간과하는 경향을 나타내었다. 94개의 변형 과제 중에서 수준 변형에 성공한 91건의 과제에서도 수직이등분선의 성질과 관련한 학습 위계를 고려하지 못한 수준 변형이 이루어진 사례가 19건(20%)이 관찰되었다. 실제로 높은 수준으로의 과제 수준 변형에서 위계 상향의 사례를 다수 확인할 수 있었으며, 낮은 수준으로의 과제 변형에서도 위계 상향의 사례가 7건(7%)이 있었다. 이러한 수업목표와 학습 위계를 고려한 과제 변형의 필요성은 추후 반성 및 수정 활동에서 제기되었다. 이러한 결과는 과제 변형 과정에서 학습 위계를 중요한 고려 요소로 강조할 필요가 있음을 말해준다.

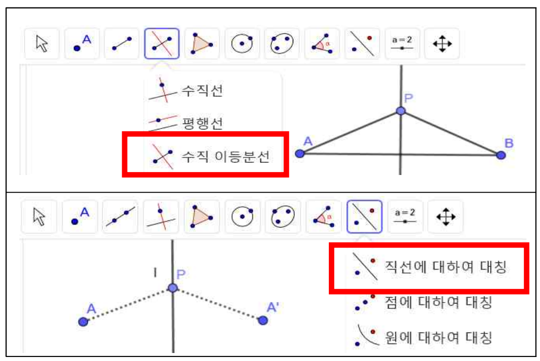
넷째, 예비교사들은 과제 변형에서 다양한 범주의 유형으로의 변형에 어려움을 가지고 있었다. 예비교사들은 주로 질문 변형과 예 변형을 시도하였으며, 맥락 변형과 도구 변형의 사례는 상대적으로 적었다. 특히, 높은 수준으로의 변형에서는 예를 교체하거나 통합하는 유형보다는 예를 수직이등분선과 관련된 다른 도형으로 확장하는 사례가 더 많이 일어나고 있었다. 한편 본 연구에서 활용한 기준 과제의 기하적 특성을 반영한 도구 변형은 6

건에 불과하였으며, 공학적 도구의 기능을 직접적으로 명시한 변형 과제는 찾아볼 수 없었다. 그러나 그동안 Geogebra를 지속적으로 활용한 경험이 있었던 예비교사들은 반성 및 수정 활동에서 ‘그려보시오’라는 도구의 범주를 Geogebra를 포함한 공학적 도구로 쉽게 확장하는 모습을 보여주었다. 이러한 사례는 과제 변형에 공학적 도구의 활용을 시도했다는 점에서 상당히 고무적이라고 할 수 있다.

다섯째, 예비교사들은 과제 변형에 대한 반성 및 수정 활동을 통해 과제 수준 변형 시 고려해야 할 요소들을 인식하였으며, 반성 경험은 결과적으로 예비교사들에게 의미 있는 학습 기회를 제공하였다. 예비교사들은 교과서에 대한 충분한 검토를 통해 수직이등분선의 성질에 대한 개념적 위계를 파악하였으며, 본인이 작성한 개념 위계도를 바탕으로 기준 과제 수준을 연결 있는 절차형 과제로 상향 조정하는 모습을 보였다. 또한 낮은 수준으로의 변형에서 단순히 하위 개념이나 하위 절차로의 대체로는 수업목표 달성이 어렵다는 점을 인식하였고, 높은 수준으로의 변형에서는 개념 위계도와 본시 학습목표를 근거로 변형 과제를 수정할 필요성을 이야기하였다. 동료들이 개발한 과제를 공유하는 활동을 통해 교수학적 의도에 맞는 좋은 과제를 판단하는 안목을 키우기도 하였다. 변형 과제에 대한 반성활동은 과제 수준 변형 시 고려해야 할 요소가 단순히 과제의 외형적 요소가 아니라 과제의 논리적 제시 순서와 수업목표, 학생들의 인지적 수준에 근거해야 한다는 것을 다시 한번 확인하는 과정이었다는 점에서 의미가 있다.

이상의 결과를 종합하여 중등 수학 예비교사교육에서 과제 변형 활동의 시사점을 다음과 같이 도출하였다. 첫째, 학생 수준과 학습목표, 학습위계를 고려한 과제 변형 경험을 확대할 필요가 있다. 본 연구에서 수준 변형 과제의 약 28%에서 위계 상향 사례가 나타났다는 사실은 상당수의 예비교사들이 과제의 외형적 요소를 기준으로 과제 수준을 판단하고 있다는 것을 보여준다. 따라서 예비교사를 대상으로 한 과제 분석과 변형 활동에서 과제의 외형적 요소에서 벗어나 과제에 사용된 수학 내용과 위계, 학생들에게 요구되는 수학적 사고 등 보다 본질적인 과제 요소에 주목하도록 하는 것이 필요하다.

둘째, 2015 개정 교육과정에서는 교수학습방법과 평가 방법으로 공학적 도구의 사용을 권장하는 바, 과제 변형 활동에서 도구의 폭을 공학적 도구로 확장하는 것을 고려할 필요가 있다. Prestage, Perks(2007)는 학습이 진행되는 과정에서 교사가 즉각적으로 과제를 변형하여 학생들에게 적절한 학습 기회를 제공해야 함을 강조한 바 있다. 더욱이 본 연구에서 다룬 기하 영역에서는 시각적이고 역동적인 기하 프로그램이 학생들의 직관적인 이해를 도울 수 있다는 점에서 예비교사들에게 공학적 도구를 활용하는 과제로의 변형 경험을 제공하는 것이 중요하다. 이러한 공학적 도구를 활용한 과제는 인지적 수준이 높지 않은 학생들에게도 효과적일 수 있다는 측면에서도 의미가 크다. 예를 들어, 본 연구에서 다룬 수직이등분선 활용 과제는 [Fig. 15]와 같이 활용 도구의 폭을 공학적 도구로 확장하여 메뉴에 포함된 ‘수직이등분선’ 기능을 이용하여 직접 그려보도록 할 수도 있고, ‘수직이등분선’을 그려주고 PB의 길이를 물어볼 수도 있다. 그 밖에 ‘직선에 대하여 대칭’ 기능 등 다양한 방식으로 ‘수직이등분선’을 작도하여 그 성질을 추론하도록 하는 과제로의 변형이 가능하다.



[Fig. 15] Example of using technical tools related to perpendicular bisector

셋째, 예비교사의 수업전문성 차원에서 과제 수준 변형 활동을 예비교사 교육프로그램에 적극 포함시킬 필요가 있다. 예비교사들은 앞으로 다양한 수준의 학생들을 한 교실에서 만나게 될 것이므로, 수준차를 고려한 수업을 준비하기 위한 전략으로서 과제 수준 변형 활동을 활용할 수 있다. 수준차가 있는 학생들에게 동일한 과제를 제시하는 방식은 학생 개개인의 학습성과를 보장할 수

없다는 한계를 가진다. 반면에 기준 과제가 갖는 본질을 유지하면서 보다 높은 수준과 낮은 수준의 과제로 유연하게 변형할 수 있는 교사의 능력은 가능한 많은 학생들이 학습목표에 도달할 수 있도록 도울 것이다. 따라서 과제 개발 활동에서 기준 과제보다 각각 높은 수준과 낮은 수준으로의 과제 변형이 동시에 다루어질 필요가 있다.

넷째, 과제 변형 프로그램은 과제 변형 결과에 대한 반성 및 수정 활동을 포함해야 한다. 본 연구에 참여한 예비교사들은 과제 변형 시 미처 생각하지 못했던 과제 요소들을 반성 과정을 통해 명확히 인식할 수 있는 기회를 가질 수 있었으며, 이러한 반성 경험은 결과적으로 예비교사들에게 의미 있는 학습기회를 제공하였다. 개념에 대한 위계 작성은 과제 수준 변형에 대한 반성 활동을 촉진하는 방안이 될 수 있으며, 변형 과제에 대한 반성활동은 과제 수준 변형시 고려해야 할 요소가 단순히 과제의 외형적 요소가 아니라 학생 수준과 학습 위계, 수업목표라는 것을 인식하게 함으로써 보다 질 높은 과제 개발에 이르게 할 수 있다. 또한 동료들이 개발한 과제를 공유하고 비평하는 활동은 좋은 과제를 판단하는 안목을 신장시키는 경험을 제공할 수 있다.

본 연구는 예비교사 교육에서 과제 변형 프로그램활동의 설계와 운영에 관련된 시사점을 제안하였다. 본 연구가 적용한 방식인 인지적 노력 수준에 근거하여 과제의 수준을 낮은 수준과 높은 수준으로 즉각적으로 변형하는 활동과 이에 대한 반성 및 수정 활동은 예비교사들에게 과제 수준의 인식과 과제 개발과 관련한 학습의 기회를 제공함으로써 과제 관련 전문성 신장에 기여할 것으로 본다. 본 연구에서는 기준 과제를 제시하고 이를 수준 변형하는 방식으로 설계하였지만, 예비교사들로 하여금 교육과정의 특정 성취기준을 만족하는 과제를 교과서에서 선택하도록 하여 수준 변형하도록 하는 방식 또는 처음부터 특정 성취기준을 만족하는 수학 과제를 수준별로 직접 개발하도록 하는 방식으로 설계된 연구가 수행될 필요가 있다. 앞으로 예비교사의 전문성 개발에 도움이 되는 구체적인 예비교사 교육프로그램에 대한 지속적인 개선 연구들이 이어지기를 바란다.

참고 문헌

Ainley, J., Pratt, D., & Hansen, A. (2006). Connecting engagement and focus in pedagogic task design. *British Educational Research Journal, 32*(1), 23-38.

Arbaugh, F., & Brown, C. A. (2005). Analyzing mathematical tasks: a catalyst for change? *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(6), 499-536.

Artzt, A. F., Armour-Thomas, E., Curcio, F. R., & Gurl, T. J. (2007). *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*, 1-6.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y.S., eds. (1994). *Handbook of qualitative research.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research, 53*, 159-199.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational psychologist, 23*(2), 167-180.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 524-549.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American educational research journal, 30*(2), 393-425.

Kim, D. Y. & Kim, G. Y. (2014). Secondary Mathematics Teachers' Understanding and Modification of Mathematical Tasks in Textbooks. *School Mathematics, 16*(3), 445-469.

Kim, H. L. & Lee, K. H. (2016). Pre-Service Secondary Mathematics Teachers' Modification of Derivative Tasks. *School Mathematics, 18*(3), 711-731.

Kim, J. E., Lee, S. J., & Kim, J. S. (2015). Investigating Secondary Mathematics Teachers' Capacity to Select and Pose Cognitively Demanding Tasks. *School Mathematics, 17*(4), 633-652.

Korea Institute for Curriculum and Evaluation(2020). The Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS): Finding from TIMSS 2019 for Korea, Retrieved from https://kice.re.kr/resrchBoard/view.do?seq=709&s=kice&m=030103.

Kwon, S. R. (2016). Development of Elementary School Mathematical Tasks for Mathematical Connection. In H. W. Chang et al. (Eds.), *School Mathematics & Mathematical Connection* (pp. 84-115). Seoul: Kyungmoonsa.

Lampert, M. (2001). *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven : Yale University Press.

Lee, H. L. & Kim, G. Y. (2013). Pre-service Secondary Mathematics Teachers′ Understanding and Modification of Tasks in Mathematics Textbooks. *The journal of educational research in mathematics, 23*(3), 353-371.

Lee, K., Lee, E., & Park, M. (2013). Task modification and knowledge utilization by Korean prospective mathematics teachers. *Task design in mathematics education: Proceedings of ICMI Study, 22*.

Lee, K. H. (2017). Convergent and divergent thinking in task modification: a case of Korean prospective mathematics teachers′ exploration. *ZDM, 49*(7), 995-1008.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.: Author.

Ozgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2*(2), 2277-2281.

Pang, J. S. (2007). Professional Development of Prospective Elementary School Teachers by the Analysis of Mathematical Tasks. T*he Mathematical Education, 46*(4), 465-482.

Park, G. S., Lee, j. H., Kim, J. H., Nam, J. Y., Kim, N. H., Lim, j. H., …, Hwang, J. Y. (2020a). *Middle School Mathematics 1*. Seoul: Dong-A publishing.

______ (2020b). *Middle School Mathematics 2*. Seoul: Dong-A publishing.

______ (2020c). *Middle School Mathematics 3*. Seoul: Dong-A publishing.

Park, J. H. (2018). Task Modification of Pre-service Elementary Teachers - Focus on Geometric Tasks. *The journal of educational research in mathematics, 28*(3), 301-320.

______ (2019a). Task Modification of Preservice Elementary Teachers - Focusing on Pattern Tasks. *School Mathematics, 21*(1), 59-77.

______ (2019b). Prospective Elementary Mathematics Teachers' Difficulties on Textbook Task Modification: Focusing on Fraction Tasks. *The journal of educational research in mathematics, 29*(4), 551-575.

Prestage, S., & Perks, P. (2007). Developing teacher knowledge using a tool for creating tasks for the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(4-6), 381-390.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(5), 344-350.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal, 33*(2), 455-488.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based math instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.