

## 수학과 평가 문항의 역량 및 표현 형식 특성 분석

박지현(한국교육과정평가원, 연구위원)

### Feature analysis for competency and representation type of mathematics assessments

Park, Ji Hyun(Korea Institute for Curriculum and Evaluation, pjh210@kice.re.kr)

#### 초록

본 연구의 목적은 수학과 교육과정에 기반한 평가 문항을 출제할 때 핵심적으로 고려되는 수학 역량 및 표현 형식 특성을 규명하고, 수학과 평가 문항에서 수학 역량 및 표현 형식 특성이 나타나는 양상을 밝히는 것이다. 선행 연구 분석 및 2차에 걸친 타당성 조사를 통해, 수학과 교육과정에 기반한 평가 문항의 특성으로 수학 역량 범주는 12가지, 표현 형식 범주는 8가지를 추출하고, 이 특성들로 구성된 문항 특성 분석틀을 개발하였다. 또한 문항 특성 분석틀을 활용하여 2019년 국가수준 학업성취도 평가 문항을 분석한 결과, 중·고등학교의 수학 역량 및 표현 형식 특성에 대한 출제 경향에 차이가 있음을 밝혔다.

#### Abstract

The purpose of this study is developed the Item Feature Analysis (IFA) frameworks for curriculum-based assessments, focusing on Math competency and representation in secondary schools and implemented the IFA in National Assessment of Educational Achievement. To conduct the study, previous studies were analyzed, and feasibility studies were conducted twice. As a result of the study, we structured the IFA framework based on the 2015 revised mathematics curriculum in Korea and developed a method to analyze the characteristics of the math items. The results of structuring the framework for math included two categories: math competency in the content aspects, and representation type in the formal aspects. Specifically, 12 features of math competency and 8 features of representation type were identified, and an item feature analysis framework composed of these features was developed. The math competency was developed based on the subject competency of 2015 national curriculum. Math assessments in high schools, which have been changed to the competency-based assessments, had more frequency of the feature of math competency compared to middle schools. In this study, implemented the IFA in National Assessment of Educational Achievement and explored the way of ensuring the validity. These have been proved as critical applications for ensuring the validity of curriculum-based student assessment as well as building a tool for assessment.

\* 주요어 : 수학 문항 특성, 문항 특성 분석, 수학 평가, 타당도

\* **Key words** : Mathematics item features, Item feature analysis, Mathematics assessment, validity

\* 이 논문은 한국교육과정평가원에서 수행한 「학생 평가의 타당도 제고를 위한 문항 특성 분석(Feature Analysis) 기법 활용 방안(Park et al., 2020)」의 내용 중 일부를 수정·보완한 것임.

\* **Address**: Korea Institute for Curriculum and Evaluation, 8, Gyohak-ro, Deoksan-eup, Jincheon-gun, Chungcheongbuk-do, Korea.

\* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97C40

\* **Received**: April 19, 2021 **Revised**: May 4, 2021 **Accepted**: May 24, 2021

## I. 서론

학생 평가는 학생들의 성취 특성이나 역량을 측정하는 것을 목적으로 한다. 이러한 목적에 부합한 평가 결과를 도출하기 위해서는 평가 문항을 출제할 때 성취기준, 문항 형태 등과 같은 다양한 특성들(features)을 고려하게 되며, 최종적으로 개발된 각각의 문항은 고유한 특성들을 가지게 된다. 수학과 평가 문항이 가지는 특성은 내용 요소나 문항 유형과 같이 출제 계획을 수립하는 과정에서 명시적으로 마련되는 문항 정보를 바탕으로 객관적으로 파악할 수 있는 특성과 더불어, 출제자의 암묵적인 계획에 따라 문항에 포함되는 주관적인 특성도 존재한다. 예를 들어 교과 역량과 같은 기능적 특성이나 표, 그래프 등과 같이 문항의 형식을 결정하는 특성 등은 주로 출제자의 암묵적인 계획에 따라 문항에 대한 포함 여부가 결정되는 주관적 특성이라 할 수 있다. 수학과 평가 문항을 구성하는 이와 같은 특성들은 학생들의 문제 해결 과정에 종합적으로 영향을 미칠 뿐만 아니라, 문항 난이도를 결정하는 중요한 요인이 된다(Ko & Yi, 2007; Madni et al., 2015; Park, 2004). 이러한 주관적인 특성들은 출제자들의 전문적 판단에 의해 문항에 대한 포함 여부가 결정되기 때문에(Lee et al., 2003), 출제의 적절성이나 타당성에 대해 체계적으로 점검할 수 있는 구체적인 방안이 마련되어야 한다.

문항이 가지는 핵심적인 특성들은 평가 목적에 따라 달라질 수 있다. 따라서 문항 출제 시 평가 목적을 고려하여 문항별로 각각의 특성에 대한 포함 여부가 체계적으로 계획되어야 한다. 뿐만 아니라 출제 계획에 따라 개발된 평가 문항을 바탕으로 도출된 평가 결과는 평가 목적에 비추어 결과를 해석하는 데 적절한 증거(evidence)가 될 수 있어야 한다. 이는 평가의 타당도에 관한 문제와도 직결되는 것으로 평가의 질을 담보하기 위해 고려해야 하는 핵심적인 사항이라 할 수 있다.

최근 학생 평가의 타당도에 대한 관점은 평가 목적에 따라 타당도의 유형을 구분하는 전통적인 관점에서 수집된 자료와 결과 해석의 일관성을 고려하는 통합적 관점으로 전환되고 있다(AERA, APA, & NCME, 2014; Lee, 2008). 이와 같은 학생 평가의 타당도에 대한 관점의 전환은 평가 문항에 대한 특성 분석을 통해 평가 자료에

기반한 결과의 해석까지 고려하여 타당도를 점검할 수 있는 방안에 대한 관심으로 이어지고 있다. 문항 특성 분석(item feature analysis) 기법은 평가 목적에 따라 문항이 가져야 하는 속성 정보와 평가 결과 자료를 바탕으로 질적·양적 분석을 수행하여 평가 문항의 질을 점검하는 방법으로, 평가 문항의 질을 점검하기 위해 미국 UCLA의 교육연구기관인 CRESST에서 연구·개발한 것이다(Baker & Choi, 2019). 실제로 CRESST에서는 문항 특성 분석 기법을 활용하여 미국의 주 단위 공통 핵심 성취기준(common core state standards for mathematics: 이하 CCSSM)에 따라 출제되는 수학과 학생 평가 문항이 가져야 할 특성을 규명하였다. 또한 미국의 대규모 학업성취도 평가인 SBA 문항에 대한 타당성을 점검하는 연구를 수행하여 이 기법의 활용 가능성을 밝혔다. 다만 CRESST에서 규명한 수학과 문항 특성은 미국의 교육 내용과 출제 경향을 고려하여 개발된 것으로 우리나라 교육과정에 기반한 평가 문항을 분석하는 데 활용하기에 제한점이 있다.

수학과 평가 문항의 특성을 규명하고, 문항 특성이 평가 결과에 미치는 영향을 살펴보는 다양한 연구가 수행된 바 있다(Ko & Yi, 2007; Madni et al., 2015; Park, 2020a). 이러한 선행 연구들은 수학 문항이 가져야 할 특성을 규명하고, 평가 문항이 가지는 특성이 평가 결과에 미치는 영향을 살펴보고 있다. 그러나 선행 연구에서는 주로 출제 계획에 드러나는 명시적인 특성, 즉 내용 영역, 문항 유형 등을 주로 다루고 있으며, 주관적이고 암묵적으로 반영되는 수학 역량이나 표현 형식 특성과 같은 특성에 대한 연구는 미진한 편이다. 2015 개정 교육과정에서 수학 교과 역량을 강조하고 있으며, 수학 교수학습 및 평가에서 다양한 표현들을 활용하고 있음을 고려할 때, 수학과 평가 문항에서 다루어질 수 있는 수학 역량 및 표현 형식 특성을 밝힐 필요가 있다.

이에 본 연구에서는 2015 개정 수학과 교육과정에 기반하여 출제되는 평가 문항이 가져야 할 수학 역량 및 표현 형식에 관한 특성을 규명하고, 우리나라에서 출제되는 수학과 평가에서 각 특성의 분포 양상을 살펴보고자 하였다. 이를 위해 2015 개정 수학과 교육과정에 기반하여 출제되는 평가를 구성하는 문항의 특성을 분석할 수 있는 분석틀을 개발하고자 하였다. 또한 이 분석틀을 바

탕으로 중·고등학교 국가수준 학업성취도 평가(이하 학업성취도 평가)의 수학과 문항에 문항 특성 분석 기법을 적용하여, 수학 역량 및 표현 형식 특성이 분포하는 양상과 특성들 간 상호 관련성을 분석하고, 학교급 간 출제 경향의 차이를 살펴보았다.

## II. 이론적 배경

### 1. 평가 문항의 특성 분석

#### 1) 수학과 문항 특성 연구 동향

문항 특성은 평가 문항이 가지는 여러 가지 속성들 중 문항 개발 과정에서 핵심적으로 고려되는 것을 의미하는 개념이다. 수학과 문항 개발을 위해서는 평가 내용 및 형식, 문항의 구성 요소 등 다양한 속성들을 고려하게 되는데, 평가 목표에 따라 강조되는 속성이나 평가 문항의 풀이 시간, 난이도 등에 영향을 미치는 핵심적인 속성들이 문항을 대표하는 특성으로 간주될 수 있다. 수학과 평가 문항의 특성에는 내용적 속성뿐만 아니라 문항의 형태를 결정하는 형식적 속성도 포함될 수 있는데, 평가 문항이 가지는 이러한 특성 중 일부는 평가 결과를 좌우하는 핵심적인 요인이 될 수 있다.

수학과 평가 문항이 가지는 특성을 규명하거나 이러한 특성이 평가 결과에 미치는 영향을 분석한 다양한 연구(Ko & Yi, 2007; Madni et al., 2015; Park, 2004; Park, 2020a)가 수행되고 있다. 먼저 Park(2020a)은 수학과 학업성취도 평가 문항이 가지는 특성을 질적으로 분석하여, 성취기준을 측정하는 대표적인 문항을 선별하고, 대표 문항의 평가 결과를 중심으로 성취기준별로 학생들의 성취 특성을 파악하였다. 이 연구에서는 성취기준별 대표 문항 선별을 위해 내용적 측면의 특성으로 문항이 다루는 내용의 범위, 내용 요소, 내용의 난이도를 살펴보고, 형식적 측면의 특성으로 문항 구성, 자료 및 답지 제시, 문항 유형 등에 의한 문항 난이도를 검토하는 등 각각의 문항이 가지는 특성을 세부적으로 분석하였다.

또한 CRESST에서는 미국에서 시행하고 있는 대규모 컴퓨터 기반 학업성취도 평가인 smarter balanced assessment(이하 SBA)의 문항 특성을 분석하였다. 이를 위해 주 단위 공통 핵심 성취기준(common core state standards: 이하 CCSS)에 기반한 평가틀을 개발하였는데,

이 분석틀은 CCSSM 연계, 문항 정보, 문항 제시문, 문항 형식, 인지적 부하, 문항 메타데이터의 6개 범주의 106개의 특성으로 구성되어 있다(CRESST, 2020). 문항 제시문 측면에는 수학 학습과 관련된 수학 개념, 표현 형식뿐만 아니라 학년 수준 용어나 학술적 용어, 문법적 특성, 문장 형식과 같이 미국에서 학교 교육을 통해 강조하는 언어적 특성이 포함되어 있다. 이와 더불어 수학의 기능적 측면과 관련하여 문제해결력을 파악할 수 있는 특성들이 포함되어 있으며, 문항 형식 측면(상호작용 수준)이나 문항 메타데이터 측면(끌어넣기 등 상호작용 형식)과 관련하여 컴퓨터 기반 평가 문항의 특징을 나타내는 특성들이 포함되어 있다. 즉, 이 연구에서는 문항 특성을 추출할 때, SBA의 주요 특징이라 할 수 있는 CCSSM과 컴퓨터 기반 평가에서의 문항 유형을 고려하였음을 알 수 있다. Madni 외(2015, p. 43)는 CRESST 연구의 일환으로 문항 특성 분석 기법을 적용하여 SBA의 4학년, 8학년, 11학년 수학 검사 특성을 분석하였다. 연구 결과 4학년과 8학년의 경우 문항 상호작용 유형 중 '선다형'이 문항 난이도를 줄이는데 가장 핵심적인 특성인 것으로 나타났다.

Park(2004)은 대학수학능력시험의 난이도에 영향을 미치는 변인을 객관적 변인과 교사의 검토가 필요한 변인으로 구분하고 관련 변인을 추출하였다. 이때 객관적 변인은 문항 정보로 제시되는 변인들을 의미한다고 볼 수 있으며, 교사의 검토가 필요한 변인은 출제 과정에서 주관적이고 암묵적으로 고려하는 변인에 해당한다. 이 연구에서 추출한 객관적 변인으로는 내용 영역, 행동 영역, 답지의 형식(선다형/단답형)이 있으며, 교사의 검토가 필요한 변인으로는 제재의 생소성, 문제의 복잡도, 답의 추정 가능성, 계산의 복잡도, 보조적 자료, 풀이 방법의 다양성이 있다. 계산의 복잡도와 같이 개인의 주관적인 기준과 판단에 따라 판정 결과가 달라질 수 있는 변인은 객관적 변인과는 달리 교과 전문가의 검토가 요구된다(Lee et al., 2003, pp. 60, 62). 이와 같은 난이도 관련 변인들에는 내용 영역이나 답의 추정 가능성과 같은 내용적 측면의 변인뿐만 아니라 답지의 형식이나 보조적 자료와 같은 문항의 형식과 관련된 변인도 포함되어 있음을 알 수 있다. 연구 결과에 따르면 내용 영역, 행동 영역, 답지의 형식, 제재의 생소성, 문제의 복잡도, 계산의 복잡도의 6개 변인이 난이도를 예측하는 변인인 것으로 나타났으며 특

히 답지의 형식이 오답률에 대한 설명력이 가장 높았다.

Ko와 Yi(2007)도 수학 문항의 난이도에 영향을 미치는 객관적인 요인을 추출하고자 정답률에 영향을 미치는 요인을 내용 영역, 행동 영역, 문항 유형으로 구분하고 하위 요인을 도출하였다. 내용 영역은 학년 및 검사 유형별로 구분하여 하위 요인을 설정하였으며, 행동 영역(계산, 이해, 발견적 추론, 연역적 추론, 내적문제해결, 외적문제해결)과 문항 유형(정답형, 합답형, 부정형, 완성형, 단답형)은 학년 등에 관계없이 공통 요인으로 설정하였다. 회귀 분석 결과 각 요인은 난이도 예측에 있어서 상호 영향을 미치는 것으로 나타났는데, 이는 예측 요인들이 문항에서 조합되는 방식이 난이도에 영향을 줄 수 있음을 의미한다. 이 연구에서는 객관적 변인만으로 난이도를 예측하는 것은 한계가 있음을 지적하였으며, 정성적 방법에 의해 좀 더 정밀하게 파악하는 연구가 필요함을 제안하였다.

이러한 연구 결과들은 각 평가의 목적과 형식에 따라 고려해야 하는 문항의 특성이 달라질 수 있음을 시사한다. 각각의 평가가 가지는 목적과 시행 방식 등에 따라 평가 문항의 내용이나 유형이 달라질 수 있으므로, 이에 적합한 문항 특성을 규명하고 분석틀을 개발하는 것이 중요하다. 즉, 수학과 문항 특성은 평가의 목적과 형식을 고려하여 선별할 필요가 있다고 볼 수 있다. 또한 수학과 평가 문항은 문항 정보를 이용해 객관적으로 파악할 수 있는 특성과 더불어 전문가의 주관적 판단이 요구되는 특성이 혼합되어 있다고 볼 수 있다. 따라서 최근 교육과정에서 강조하고 있는 수학 역량과 같이 출제 계획에 명시적으로 제시되지 않거나 전문가의 판단이 요구되는 주관적 특성들 중 수학과 문항 출제에 고려되어야 할 특성을 구체화하고, 이러한 특성들이 수학과 문항에서 구현되는 방식을 파악할 필요가 있다. 더불어 수학과 평가 문항의 특성으로 문제 해결과 같은 기능적 측면을 포함하는 내용적 측면과 더불어 형식적 측면도 고려할 필요가 있다. 수학과 문항이 가질 수 있는 고유한 형식적 특성을 구체적으로 규명하고, 수학과 학생 평가에서 활용되는 양상을 살펴볼 필요가 있을 것이다.

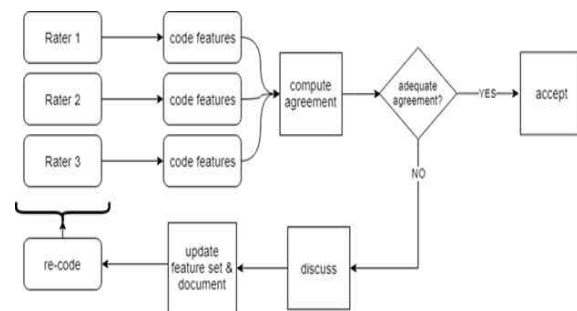
## 2) 문항 특성 분석 기법

평가 문항은 교수학습 과정에서 지도되는 다양한 교과 특성을 반영하여 출제된다. 즉, 평가의 변화는 교수학습의

전반적인 변화와 함께 이루어기 때문에(Kwon & Oh, 2020), 수학과 평가 문항에도 수학과 교수학습에서 강조하는 특성들이 반영되며, 이러한 특성들은 평가 결과에 영향을 미친다. 이러한 점에서 최근 학생 평가의 타당도에 대한 관심이 점검하고자 하는 목적에 따라 타당도의 유형을 구분하는 전통적인 관점에서 수집된 자료와 결과 해석의 일관성까지 종합적으로 고려하는 통합적 관점으로 전환되고 있다(AERA, APA, & NCME, 2014; Lee, 2008).

학생 평가의 타당도에 대한 관심의 전환은 평가 자료에 기반한 결과의 해석까지 고려하여 평가 도구를 점검하는 방안에 대한 관심으로 이어지고 있다. 이러한 관점에서 최근 미국 UCLA의 CRESST에서는 문항 특성 분석 기법을 연구·개발하였다. 이 기법은 평가 목적에 기반하여 문항이 가져야 할 특성을 추출하고 평가를 구성하는 문항들에 대해 각 특성의 포함 여부를 평정한 후, 평정 결과를 다양한 방식으로 분석하고, 평가의 질을 점검하는 일련의 절차에 따른다(Baker & Choi, 2019, p. 7). 따라서 이 기법은 통합적 관점에서 평가의 타당도를 살펴보고, 평가 도구의 질을 점검하는 방안이 될 수 있다.

문항 특성 분석 기법의 분석 절차를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다. 먼저 평가 목적을 고려하여 문항이 가져야 할 특성을 선별하고, 교과 전문가들이 문항별로 각 특성의 포함 여부를 평정한다. 문항 특성 평정에는 2~3인의 교과 전문가가 참여하는데, 평정자(rater)들은 개별적으로 문항 특성의 포함 여부를 평정하고, [Fig. 1]과 같은 반복적 평정 절차를 거쳐 평정 결과를 조정한다.



[Fig. 1] Repetitive rating procedure for item feature analysis(Choi, 2019, p. 2)

[Table 1] The example of Item rating of SBA 4th grade assessment\_Problem Solving type

Item #	Recall and Reproduction	Model Recognition	Procedural/ Algorithmic	Decision- making	Explanation - Short answer	Logical	Trouble- shooting	Strategic Problems	Design Problems	Dilemmas
571	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
579	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0

교과 전문가의 질적 판단에 의한 문항 특성 평정이 완료되면, 평가에 포함되어 있는 각각의 문항별로 포함되어 있는 특성(1)과 포함되어 있지 않은 특성(0)이 표시된 행렬이 만들어진다. [Table 1]은 CRESST에서 SBA 분석을 위해 선별한 문항 특성 중 ‘문제 해결 유형(Problem Solving type)’ 범주 특성을 중심으로 SBA 4학년 수학 문항을 평정한 결과의 일부이다. 예를 들어 SBA 수학과 4학년의 579번 문항에는 ‘회상 및 재생(Recall and Reproduction)’ 및 ‘절차적/알고리즘(Procedural/Algorithmic)’, ‘논리적(Logical)’의 3가지 특성이 포함되어 있음을 알 수 있다<sup>1)</sup>.

문항 특성에 대한 이와 같은 평정 결과를 바탕으로 양적 분석과 그에 따른 해석이 이루어진다. 평가의 타당도 점검 측면에서는 문항 특성의 출현 빈도를 산출하여 평가 목적과 계획에 따라 출제가 이루어졌는지를 확인하여, 평가 시행 이전에 평가 문항을 개선하거나 향후 평가 도구 개발 방안을 마련할 수 있다. 또한 문항 특성 간 상관 분석을 통해 문항을 개발할 때 특성들이 조합되는 경향성을 파악할 수 있다. 뿐만 아니라, 문항 특성 평정 결과와 학생 평가 결과를 연계하여 각각의 특성이 학생 성취에 미치는 영향을 파악할 수 있다. 이를 통해 학생 성장을 위한 잠재적 영역이나 후속 지도가 필요한 부분을 파악할 수 있다. 따라서 문항 특성 분석 기법은 평가의 타당도를 점검하여 평가 도구를 개선하고, 교수학습을 위한 시사점을 마련하기 위한 유용한 방안이 될 수 있다 (Baker et al., 2015, p. 2; Madni et al., 2015, pp. 43-44).

2. 수학과 문항의 역량 및 표현 특성

1) 수학과 문항의 역량 특성

1) 사전 연구의 일환으로 CRESST(2020)에서 선별한 CCSSM 기반 문항 특성을 제공받아, SBA 4학년 문항에 대한 시범 평정을 실시한 결과 중 일부임.

수학과 문항은 개념적 측면뿐만 아니라 기능적 측면을 고려하여 출제가 이루어진다. 많은 평가에서 수학의 기능적 측면을 행동 영역이나 인지 영역 등으로 치칭하면서 문항 출제를 위한 평가들의 핵심적인 축으로 설정하고 있으며, 이와 관련한 하위 요인으로 수학의 인지적 사고 요소들을 설정하고 있다. 2009 개정 교육과정의 수학적 과정(의사소통, 추론, 문제해결), 학업성취도 평가의 수학과 행동 영역(계산, 이해, 추론, 문제해결), TIMSS의 수학 인지 영역(알기, 적용하기, 추론하기) 등이 대표적인 기능적 측면의 평가 요소라 할 수 있다. 이와 같이 수학의 기능적 측면은 다양한 수학과 평가에서 핵심적인 평가 요소로 다루어지고 있으므로 수학과 주요 문항 특성으로 고려할 필요가 있다.

이러한 맥락에서 CRESST(2020)에서는 Jonassen(2011)의 문제 해결 중심 교수학습론에 기반하여 수학 교과문의 문항 특성으로 ‘문제 해결 유형(Problem Solving type)’ 범주와 그 하위 요소를 설정하였다. Jonassen(2011, p. 1)은 문제 해결에 필요한 역량을 함양하는 것이 중요함을 강조하였는데, CRESST에서는 이와 관련한 특성으로 11가지<sup>2)</sup>를 설정하였다. CRESST(2020)의 문제 해결 유형 특성은 수학의 기능적 측면과 관련이 있다고 볼 수 있으며, 하위 특성으로 ‘수학적 모델링’ 등이 포함되어 있어 2015 개정 교육과정의 수학 역량 중 ‘문제 해결’과 일부 유사한 측면이 있다. 그러나 일반적인 수학과 지필 평가 문항의 목표나 형식을 고려할 때, 지필 평가에서는 잘 다루어지지 않거나 다루기 어려운 고차원적인 문제 해결 전략들로 구성되어 있음을 알 수 있다.

최근에는 수학의 기능적 측면이 역량이라는 좀 더 포

2) 절차적/알고리즘적(Procedural/Algorithmic), 회상 및 재생(Recall and Reproduction), 전략적 문제(Strategic Problems), 장애해결(Trouble-shooting), 의사결정(Decision-making), 설계 문제(Design Problems), 최적의 해 결정(Determining Best case Solution), 딜레마(Dilemmas), 논리적(Logical), 모델링(Modeling), 예측(Prediction)

괄적인 개념으로 대체되고 있다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 기존 교육과정에서 ‘수학적 과정’으로 제시되어 있던 기능적 측면을 교과 역량으로 대체하고, 수학 교수학습 과정에서 학생들이 교과 역량을 함양할 수 있도록 지도해야 한다고 명시하고 있다(Ministry of Education, 2015). 2015 개정 수학과 교육과정에서는 [Table 2]와 같이 수학과 교과 역량으로 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천을 제시하였으며(Ministry of Education, 2015), Park 외(2015)는 수학 교과 역량별로 3~6가지의 하위 요소를 설정하였다.

[Table 2] Description of the elements of competencies in the 2015 revised mathematics curriculum(Ministry of education, 2015, p. 4)

subject competency	Explanation
Problem solving	to seek and develop solving strategies using mathematical knowledge and skills in problem situations where the resolution is not within sight, and to select the optimum solution for the given problem.
Reasoning	to conjecture, analyze and justify mathematical facts logically, and reflect on the process.
Creativity and integration	to generate new ideas and refine meaningful ideas diversely and richly based on knowledge and skills of mathematics; produce new knowledge, skills and experiences; and solve the problem by connecting and integrating knowledge, skills, and references from other subjects or real life.
Communication	to present mathematical knowledge, ideas and products of mathematical activities, problem-solving processes, and beliefs and attitudes to others as represented in speech or text, drawings and symbols, as well as the ability to understand others' ideas.
Information processing	to collect, organize, analyze, and utilize a variety of data and information, and process the data and information effectively by appropriate technological tools and teaching aid.
Attitude and practice	to recognize the value of mathematics and practice with having autonomous attitudes related to mathematics learning and democratic citizenship.

이처럼 교육과정에서 교과 역량이 명시적으로 강조되고 있으므로 수학 교수학습을 통해 학생들이 교과 역량을 신장하였는지를 점검하기 위한 방안을 마련하여야 한

다. 즉, 2015 개정 교육과정에 기반하여 학생의 학업 성취를 점검하기 위한 평가 문항을 개발할 때, 문항에 포함되어야 할 특성으로 교육과정 내용과 더불어 교과 역량을 고려할 필요가 있을 것이다. 다만 문항 특성의 수가 너무 적으면 평가의 특성을 면밀히 파악하기 힘들고, 특성의 수가 너무 많으면 특성을 분석하고 해석하는 데 어려움이 있을 수 있으므로 적정 수의 문항 특성을 추출하는 것이 중요하다. Park 외(2015)에서 제시한 2015 개정 교육과정의 수학 교과 역량의 하위 요소는 총 17가지로 문항을 개발하거나, 특성을 판단하는 데 활용하기에 다소 많다고 할 수 있다. 따라서 Park 외(2015)에서 제시한 수학 교과 역량의 하위 요소를 수학과 문항 특성으로 활용하기 위해서는 하위 요소를 통합하여 문항(과제) 개발 시 고려하는 데 적합한 수준으로 재구조화할 필요가 있다.

2) 수학과 문항의 표현 특성

수학에서 표현은 형이상학적인 수학을 구체적인 실체로 나타내는 방법이라 할 수 있으며, 수학 교육을 위한 중요한 도구가 된다. 표, 그래프, 다이어그램 등과 같이 수학적 내용을 나타내는 물리적 표현은 정신적 실체를 포괄하는 표상과 구분하여 생각해 볼 수 있는데, 문제를 해결하고, 수학적 의사소통을 하는데 있어서 수학적 표현은 필수적이라 할 수 있다(Jang, 1997; Lee & Jeon, 2005). 이와 같은 문제 해결이나 의사소통에 있어서 수학적 표현 사용의 중요성을 고려할 때, 수학 문항에서 수학적 표현들이 구현되는 방식에 대해 구체적으로 살펴볼 필요가 있다.

수학 교과에서 표현의 유형이나 체계를 분류하는 연구는 오래전부터 다양한 관점에서 수행되어 왔다. Bruner(1966)는 학습에서 표현의 중요성을 강조하며, 표현 양식을 활동적(enactive), 영상적(iconic), 상징적(symbolic) 표현으로 구분하고, 발달적 측면에서 표현 양식 간 위계가 있음을 설명하였다. 이러한 분류 방식은 표현 활동과 그 결과물에 중심을 둔 것으로 실제적 표현뿐만 아니라 정신적 표상까지 고려하는 것으로 볼 수 있다. 좀 더 구체적으로 Lesh, Landau, Hamilton(1983)은 수학적 표현 체계를 실세계 맥락, 그림, 구어적 기호, 문어적 기호, 조작적 도구의 다섯 가지로 구분하였으며, Jang(1997)도 실제적, 조작적, 시각적, 언어적, 기호적 표

현의 다섯 가지로 구분하였다. 특히 Jang(1997)은 실제적, 조작적 표현은 교수학습 방법과 관련된 것으로 보고, 외적으로 제시되는 시각적, 언어적, 기호적 표현과 구분하였으며, 시각적, 언어적, 기호적 표현은 상호 대등한 표현 체계로 보았다. 또한 시각적 표현을 다시 구체적 그림, 추상성을 가진 다이어그램이나 도형, 표현 규약에 대한 이해가 필요한 그래프와 표로 구분하였다. Meyer(2001)는 외적으로 제시되는 방식에 따라 수학적 표현을 그림(pictures), 변수와 유사한 기호(Invented symbols that resemble variables), 조합 차트(combination charts), 표(tables), 방정식(equations)과 같이 분류하기도 하였다.

이러한 수학적 표현은 수학과 문항 출제 시 고려되는 주요 요소 중 하나이다. 수학 문항 개발 과정에서도 수학적 표현이나 문항의 제시 방식을 결정하는 것은 중요한 문제 중 하나이며, 평가 결과에 영향을 미치는 주요한 변인이 될 수 있는 것이다. 통상적으로 수학 개념의 활용과 관련한 문항을 문장제 형식으로 제시하게 되면 학생들이 더 어려워하는 것으로 알려져 있는데, 이러한 맥락에서 수학적 표현은 문항의 성격이나 난이도에 영향을 미칠 수 있음을 추측할 수 있다. 이처럼 수학 문항 개발에 있어서 주요하게 고려될 뿐만 아니라 평가 결과에도 영향을 미칠 수 있는 문항의 표현 형식은 수학 문항의 주요한 특성 중 하나로 고려될 필요가 있다.

수학과 문항의 표현 형식은 두 가지 측면에서 고려해 볼 수 있다. 하나는 표나 그래프와 같은 수학적 표현을 문제에 조합하는 측면이며, 다른 하나는 문장제 형식인지 수학 기호로만 구성할지 등을 고려하는 것과 같이 문항이 보여지는 표현 형태를 구성하는 측면이다. CRESST(2020)에서도 이와 같은 관점에서 수학 문항의 표현 방식과 관련된 문항 특성을 ‘표현 형식(Representation Type)’ 범주와 ‘글(본문) 형식(Text Type)’로 구분하였다([Table 3] 참조). 이때, ‘표현 형식’ 범주는 문항 출제 시 고려하게 되는 수학적 표현과 관련된 것으로 글자, 숫자, 방정식, 그림, 도표 등의 9가지 특성이 이에 해당한다. 또한 ‘글(본문) 형식’ 범주는 문항 자체의 표현 형식과 관련된 것으로 수학 기호로만 구성, 문장제 등의 4가지 특성으로 구성되어 있다. 이 이외에도 CRESST(2020)의 문항 특성 분석들은 시각적 자료와 관련하여 암묵적 단서 제공 유무(진하게, 밑줄 등), 부가적인 그림 제공 등과 같은 특성

들을 포함하고 있는데, 이는 수학적 표현을 제외하고 문항에 제시되는 부가적인 조건이나 일반적인 표현 형식을 고려한 것으로 볼 수 있다.

[Table 3] Features of mathematics item representation in CRESST(CRESST, 2020)

Category	Item feature	# of feature
Representation Type	Text / Numbers / Variables / Equations / GeometricShape / CoordinatePlanes / Pictures / Charts / Graphs	9
Text Type	MathNotationOnly / StoryProblem / SingleSentence / MultiSentence	4

이와 같은 CRESST(2020)의 분석들은 수학과 문항 출제 시 고려되는 표현 형식 특성에 대한 많은 시사점을 준다. 그러나 이는 미국 교육과정과 문항 출제 경향에 기반하여 개발된 것으로, 단일 문장(Single Sentence) 여부 등과 같이 국내에서 문항 출제 시에 주요하게 고려하지 않는 특성들이 포함되어 있어 국내 평가에 적용하기에 적합하지 않다. 따라서 평가 목적 및 내용, 출제 경향 등을 고려하여 국내 수학과 교육과정 기반 평가에 적합한 수학과 문항의 표현 형식 특성을 개발할 필요가 있다.

### III. 연구방법

#### 1. 수학과 문항 특성 분석틀 개발 절차 및 방법

수학과 평가 계획 수립 시 성취기준이나 문항 유형을 명시적으로 제시하는 것에 비해 수학 역량이나 표현 형식은 구체적으로 드러나지 않는 특성이다. 따라서 수학 역량이나 표현 형식 특성은 출제자의 주관적이고 암묵적인 평가 계획에 따라 문항이 개발 과정에서 고려되며, 타당도에 대한 점검도 체계적으로 이루어지기 어렵다. 이에 본 연구에서는 수학과 문항의 역량 및 표현 형식 특성을 규명하여, 평가 문항을 분석하기 위한 분석틀을 개발하고자 하였다. 국내 수학과 교육과정 기반 학생 평가에 적용할 수 있는 역량 및 표현 형식에 관한 문항 특성 분석틀을 개발하기 위해서, 수학 교과 전문가로 구성된 워킹그룹을 운영하고 문항 특성의 개념 정의와 구성의 타당성에 대하여 2차에 걸쳐 포커스 그룹 의견 조사를 하였다.

먼저 수학 역량 및 표현 형식에 관한 선행 연구를 검토하고, 이를 바탕으로 워킹그룹과 협의회(2020.6.26.-7.17.)를

실시하여 문항 특성 분석틀 초안을 개발하였다. 워킹그룹은 각종 국가수준 수학과 평가 도구 개발에 참여한 경험이 있고, 박사학위를 소지한 수학교육 전문가 4인으로 구성하였다. 또한 문항 특성 분석틀의 타당성을 검증하기 위해 포커스 그룹을 대상으로 타당성 조사를 2차례 실시하였다. 포커스 그룹은 국가 수준의 수학과 평가 도구 개발 경험이 있는 현장 교사 10인(중학교, 고등학교 각 5명)과 수학교육 전문가 5인으로 구성하였다. 분석틀 초안에 대한 1차 타당성 조사(2020.7.20.-7.27.)를 통해 보다 정교화된 수정안을 개발하였으며, 수정안에 대한 2차 타당성 조사(2020.8.1.-8.5.)를 거쳐 분석틀 최종안을 도출하였다.

1, 2차 타당성 조사에서는 문항 특성 분석틀(안)에 포함된 각각의 문항 특성이 수학과 평가 문항 개발 시 핵심적으로 고려되는 특성인지를 점검하였는데, 각 특성별 타당성에 대해 리커트 4점 척도를 활용하여 판단하도록 하였다. 이 과정에서 문항 특성에 대한 이해를 돕기 위해 학업성취도 평가 문항을 제공하고 분석틀 초안을 기반으로 문항 특성을 평정을 해볼 수 있도록 하였다. 이 과정을 통해 포커스 그룹 전문가는 각 특성이 문항 특성 분석에 적합하도록 정의되었는지, 특성의 의미가 중복되지 않는지 등을 확인할 수 있다. 1, 2차 타당성 조사 결과에 대해서 척도 평균, 내용타당도 비율(Content Validity Ratio: 이하 CVR)<sup>3)</sup>, 합의도(Degree of consensus: 이하 DOC)<sup>4)</sup>를 산출하고, 세부 의견을 종합하였다. 1차 조사 결과에서 포커스 그룹 전문가가 모두 타당하다고 판단(척도 평균=4.0)한 특성은 2차 조사에서 제외하였으며, 조사 결과를 기반으로 워킹그룹과 지속적으로 협의회를 실시하여 분석틀을 수정·보완하고, 최종안을 도출하였다.

2. 학업성취도 평가 문항 특성 분석 대상 및 방법

수학과 문항 특성 분석틀을 개발한 후, 이를 활용하여 교육과정 기반 평가에서 문항 특성이 나타나는 양상을 살펴보았다. 국가 수준에서 시행되는 학업성취도 평가 문항은 교육과정에 기반하여 출제되는 대표적인 수학과 평가 문항이라 할 수 있다. 이에 학업성취도 평가 수학과

문항 중 가장 최근에 공개된 2019년 중·고등학교 문항(G형)<sup>5)</sup>을 분석 대상으로 설정하였다([Table 4] 참조).

[Table 4] The item information for analysis(Lee, Lee, & Son, 2020; Park, Lee, & Son, 2020b)

Classification	Middle school	High school
Framework	<ul style="list-style-type: none"> <li>Content domain: Number and Operations, Variables and Expressions, Functions, Probability and Statistics, Geometry</li> <li>Behavior domain: calculation, understanding, reasoning, problem solving</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Content: Variables and Expressions, Geometry, Number and Operations, Functions, Probability and Statistics</li> <li>Competency: calculation and understanding, reasoning, problem solving, information processing</li> <li>Context: real-life/academic</li> </ul>
number of item	<ul style="list-style-type: none"> <li>multiple choice: 29items</li> <li>shot answer &amp; written: 4 items (9 sub-items)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>multiple choice: 15items</li> <li>shot answer &amp; written: 5 items (9 sub-items)</li> </ul>

2019년 학업성취도 평가는 교육과정 전환기에 해당하여 중학교는 2009 개정 교육과정, 고등학교는 2015 개정 교육과정을 기반으로 출제되었다. 따라서 중학교와 고등학교 평가는 적용된 평가틀과 문항 수 등이 유사하지 않다. 특히 2015 개정 교육과정에서는 교과 역량을 강조한다는 점에서 2009 개정 교육과정과 차별점을 가지고 있기 때문에, 2019년 중·고등학교 학업성취도 평가에 적용된 평가틀에서 이러한 차이를 확인할 수 있다. 다만 2009 개정 교육과정에 따른 평가틀의 ‘행동 영역’이 2015 개정 교육과정에 따른 평가틀에서 ‘역량’으로 전환되었기 때문에, 두 가지 영역은 그 성격과 하위 요소가 유사한 측면이 있다. 이에 따라 전문가 협의를 통해 본 연구에서 개발한 수학 역량 측면의 수학과 문항 특성은 고등학교 평가뿐만 아니라 중학교 평가에도 적용 가능한 것으로 판단하였다.

2019년 학업성취도 평가에 수학 역량 및 표현 특성이 나타나는 양상을 분석하기 위해 CRESST의 문항 특성 분석 기법에서 제안하는 반복적 평정 절차를 활용하였다 ([Fig. 1] 참조). 먼저 2019년 학업성취도 평가 문항에 대

3) 내용타당도 비율(CVR)은 전체 응답자 수 대비 타당하다고 긍정적으로 응답한 페널 수의 비율임. 페널이 15인일 경우 CVR이 .49 이상이면 내용타당도가 확보되었다고 볼 수 있음(Lawshe, 1975).

4) 합의도는 사분범위와 중위수를 이용하여 구하며, 1에 가까울수록 높게 합의되었다고 볼 수 있음(Lee, 2006, p. 60).

5) 학업성취도 평가에서는 전체 4종의 검사지 중 1종만 공개하고 있음.



한 평정 자료를 산출을 위해 학교급별로 포커스 그룹 의견 조사에 참여했던 현장 교사 3인이 2차에 걸쳐 문항 특성을 평정하였다. 이를 위해 분석틀에 포함된 각 문항 특성의 의미에 대해 공유한 후, 1차 평정은 서로 상의하지 않고 개별적으로 실시하였다. 1차 평정 결과, 특히 수학 역량 특성에 관해 평정자 간의 견해 차이가 큰 것을 확인할 수 있었다. 이에 따라 평정자 3인의 1차 평정 결과 중 일치하지 않는 특성들을 중심으로 상호 간의 집중적인 논의를 거쳐 평정 기준을 조정하도록 하였고, 2차 평정을 실시하였다. 2차 평정 결과, 1차에 비해 평정자 간 차이가 많이 좁혀진 것을 확인하였으며, 2차 평정 결과에 대해서는 2인 이상이 동일하게 평정한 쪽으로 평정 결과를 도출하고 전문가 검토를 통해 최종 평정 결과를 확정하였다. 이와 같이 산출한 평정 결과를 바탕으로 SPSS 24.0을 사용하여 문항 특성별 빈도 분석, 문항 특성 간 상관 분석을 실시하고, 상관 계수가 .4 이상인 경우 특성 간 상관관이 있는 것으로(Seong, 2016, p. 131) 해석하였다.

#### IV. 연구 결과

##### 1. 수학과 문항 특성 분석틀 개발

###### 1) 문항 특성 분석틀 초안 개발 및 타당성 검증 결과

수학과 문항에서 다루어야 할 역량 특성은 2015 개정 교육과정의 수학 역량을 재구조화하여 개발하였다. 2015 개정 수학과 교육과정에서 제시한 6가지 역량을 수학 역량을 측정하는 문항 특성으로 활용하기 위해서는 좀 더 세분화할 필요가 있다는 전문가 협의 결과에 따라 Park 외(2015)에서 제시한 교과 역량의 하위 요소를 중심으로 문항 특성을 추출하였다. 그러나 하위 요소의 수가 너무 많아 실제로 문항의 특성을 분석하거나 분석 결과를 해석하는 데 어려움이 있을 수 있다는 의견이 제기되었다. 이에 각 역량의 하위 요소를 유사한 것끼리 통합하여 총 12개의 특성으로 구성된 분석틀 초안을 개발하였다.

‘수학 역량’ 특성 초안에 대한 타당성 조사 결과는 [Table 5]와 같다. 1차 조사 결과, 척도 평균은 3.67~4.00이었으며, CVR은 0.87 이상이고, 합의도는 .88 이상으로 개발한 초안이 타당하다고 볼 수 있는 것으로 나타났다. 또한 1차 조사에서 제기된 세부 의견을 고려하여 개발한 수정안을 바탕으로 2차 조사를 실시하였으며, 조사 결과

에 따르면 척도 평균은 3.80~4.00, CVR은 0.87 이상, 합의도는 모두 1.00으로 수정안도 타당하다고 볼 수 있다.

[Table 5] Results of validity analysis for mathematics item feature framework(tentative): Math competency features

Classification	name of feature	1st		2nd			
		1st	2nd	mean CVR	DOC	mean CVR	DOC
Problem solving	Problem solving strategies	3.87	0.87	1.00	3.93	1.00	1.00
	Mathematical modeling	4.00	1.00	1.00	-	-	-
Reasoning	Observations and conjecture	3.93	1.00	1.00	4.00	1.00	1.00
	Logical Reasoning	3.93	1.00	1.00	3.93	1.00	1.00
Creativity and integration	Creative thinking	3.67	0.87	0.88	3.87	0.87	1.00
	Convergent thinking	3.87	0.87	1.00	3.87	0.87	1.00
Communication	Mathematical representation	3.93	1.00	1.00	3.80	0.87	1.00
	Mathematical communication	3.87	1.00	1.00	4.00	1.00	1.00
Information processing	Data and information processing	4.00	1.00	1.00	-	-	-
	Utilization of technological tools and teaching aids	3.93	1.00	1.00	3.87	0.87	1.00
Attitude and practice	Mathematical attitude	3.80	0.87	1.00	3.87	0.87	1.00
	Mathematical citizenship	3.73	0.87	1.00	3.93	1.00	1.00

이와 같은 정량적 분석 결과와 더불어 수학 역량 특성 초안에 대한 타당성 조사를 통해 추출된 역량 특성과 각 특성별 설명에 관해 제기된 의견을 종합하여 수정 방향을 결정하였다. 초안으로 추출한 수학 역량 특성은 교육 과정에 제시된 정의와 그 하위 요소에 기반하여 개발되었으므로 특성의 구분은 적절한 것으로 나타났다. 다만 각 특성의 세부 설명에 대하여 다양한 수정 의견이 제시되었는데, 수정 의견이 공통적인 내용으로 수렴되기보다는 개인별로 제기된 것이 많았다. 교과 전문가의 의견이 초점화되지 않고 산발적으로 제기되는 현상은 교과 역량이 상호 배타적인 성격을 가지고 있지 않아 그 의미나 특징을 명확하게 구분하기 어렵고 이 때문에 개인마다 해석에 차이가 있을 수 있다는 특징으로부터 기인하는 것으로 볼 수 있다. 이에 개인의 의견보다는 다수가 제기한 공통적인 의견을 고려하고, 교육과정에서 제시된 의미

를 훼손하지 않는 선에서 수정 방향을 결정하였다.

타당성 조사에서 제시된 의견을 바탕으로 한 주요 수정 내용은 다음과 같다. 먼저 1차 조사에서는 ‘창의적 사고’ 특성의 설명을 다른 특성들과 동일하게 좀 더 상세하게 제시할 필요가 있다는 의견이 제시되었다. 또한 2차 조사에서는 ‘수학적 표현’과 ‘공학적 도구 및 교구 활용’의 의미를 좀 더 명료화할 필요가 있다는 의견에 따라 수학적 표현은 표, 그래프, 공학적 도구는 계산기, 컴퓨터, 소프트웨어와 같이 활용 대상의 구체적인 예를 추가하였다. 또한 ‘수학적 태도’에 관한 설명 중 자율적 학습과 관련한 내용은 평가 상황에서 문항에 반영하기 어렵다는 의견이 제기되어 관련 설명을 삭제하였다.

다음으로 수학과 문항의 표현 형식 특성은 문항에서 활용하는 주요 표현들을 고려하여 개발하였다. 선행 연구 검토 및 전문가 협의 결과를 고려하여 ‘수학적 표현’과 ‘문항의 표현 형식’의 2개 범주로 구성하였는데, 이는 기존 연구들(Jang, 1997; Lesh et al., 1983)에서 외적으로 제시되는 표현으로 보았던 특성들을 다시 수학적 것과 수학과 관계없는 문항의 외적인 형태에 관한 것으로 나누는 것이다. 표현 형식의 하위 특성은 CRESST(2020)에서 설정한 표현 특성을 기반으로 전문가 협의를 거쳐 개발하였다. 특히 수학적 표현의 경우 CRESST(2020)에서 제시한 특성 중 ‘식’과 ‘변수’는 구분이 모호하다는 의견에 따라 ‘식’으로 통일하였고, 우리나라 교육과정에서 사용하지 않는 용어인 ‘차트’를 제외하였으며, ‘그래프’와 ‘좌표평면’은 별도의 특성으로 설정하여 초안을 개발하였다.

‘표현 형식’ 특성에 대한 타당성 조사 결과는 [Table 6]과 같다. 1차 조사 결과, 척도 평균은 3.67~4.00이었으며, CVR은 0.73 이상으로 기준에 부합하는 것으로 나타났다. 합의도는 ‘그래프’ 특성이 .75로 다른 특성에 비해 다소 낮은 편이었는데, 세부 의견을 살펴보면 좌표평면은 그래프와 중복될 가능성이 높다는 의견이 많았다. 또한 수학적 정보를 포함한 그림 자료들을 평정할 수 있는 특성이 없다는 의견이 제기되었다. 이에 따라 ‘그래프’와 ‘좌표평면’ 특성을 통합하여 ‘그래프/그림’ 특성으로 설정하고 그래프, 좌표평면, 수학적 도식을 모두 통합하는 개념으로 정의하였다. 이때의 그래프는 확률과 통계 영역의 그래프까지 포함하는 것으로 보였다. 그리고 ‘문항의 표현 형식’ 범주의 ‘시각적 자료’ 특성은 ‘그래프/그림’이나 ‘도형’ 등

과 중복되지 않도록 수학적 표현을 제외한 표현임을 명시하였다.

이와 같이 수정한 표현 형식 특성에 대해 2차 타당성 조사를 실시한 결과, 척도 평균은 3.73~4.00, CVR은 모두 1.00, 합의도는 0.88 이상으로 수정안도 타당하다고 볼 수 있다. 세부 의견으로 ‘표’ 특성의 의미가 불분명하다는 것이 제시되었는데, ‘표’의 범위가 외적인 형태상으로 행렬 형태의 것은 모두 표로 볼 것인지 아니면, 내용상으로 자료가 특정 기준에 따라 분류되어 있는 경우에만 해당하는 것인지 명확하지 않은 측면이 있었다. 본 연구에서 ‘표’는 수학적 표현에 포함되는 특성으로 보았기 때문에, ‘표는 어떤 내용이 범주(기준)에 따라 정리되어 있는 것을 의미’하는 것으로 그 의미를 조정하였다. 또한 고등학교를 고려하여 ‘도형’에 해석 기하에 해당하는 내용도 포함됨을 명시하였고, 문장제에 대한 설명을 구체화하였다.

[Table 6] Results of validity analysis for mathematics item feature framework(tentative): Representation type features

Classification	name of feature		1st			2nd		
	1st	2nd	mean	CVR	DOC	mean	CVR	DOC
Mathematical Representation	Expression		3.80	0.87	1.00	3.93	1.00	1.00
	Table		3.60	0.87	0.88	3.87	1.00	1.00
	Graph	Graph /Picture	3.67	1.00	0.75	3.80	1.00	1.00
	Coordinate planes	-	3.67	0.73	1.00	/		
	Geometric shape		3.67	0.87	1.00			
	The form of item	Math notation only		3.93	1.00	1.00	3.80	1.00
Story problem		4.00	1.00	1.00	-	-	-	
Visual material		3.93	1.00	1.00	3.87	1.00	1.00	
Clues included		3.87	0.87	1.00	3.73	1.00	0.88	

2) 수학과 문항 특성 분석틀 최종안

1, 2차 타당성 조사 결과를 바탕으로 각 특성의 명칭이나 의미를 조정하여 최종 확정된 수학과 문항 특성 분석틀은 [Table 7]과 같다. 수학 역량 및 표현 형식 특성 분석틀에서 ‘수학 역량’은 평가 문항의 내용적 측면에 기반을 두고 있는 것으로 12가지 특성으로 구성되어 있으며, ‘표현 형식’은 평가 문항의 형식적인 측면을 고려한 것으로 8가지 특성으로 구성되어 있다.

[Table 7] Framework of mathematics competency and representation type features

category	Classification	item feature
Math competency	Problem solving	①Problem solving strategies, ②Mathematical modeling
	Reasoning	③Observations and conjecture, ④Logical Reasoning
	Creativity and integration	⑤Creative thinking, ⑥Convergent thinking
	Communication	⑦Mathematical representation, ⑧Mathematical communication
	Information processing	⑨Data and information processing, ⑩Utilization of technological tools and teaching aids
Representation Type	Attitude and practice	⑪Mathematical attitude, ⑫Mathematical citizenship
	Mathematical Representation	①Expression, ②Table, ③Graph/Scheme, ④Geometric shape
	The form of item	⑤Math notation only, ⑥Story problem, ⑦Visual material, ⑧Clues included

‘수학 역량’ 특성에 관한 분석들을 구체적으로 제시하면 [Table 8]과 같다. 첫째, ‘문제 해결’ 역량의 경우, Park 외(2015, pp. 35-38)에서 제시한 문제 해결 역량의 하위 요소 중 ‘수학적 모델링’을 하나의 특성으로 구분하고, 그 이외에 문제 이해 및 전략 탐색, 계획 실행 및 반성, 협력적 문제 해결, 문제 만들기는 ‘문제 해결 전략’ 특성으로 통합하였다. 둘째, ‘추론’ 역량은 ‘관찰과 추측’을 하나의 특성으로 설정하고, 이를 제외한 논리적 절차 수행, 수학적 사실 분석, 정당화, 추론 과정의 반성을 ‘논리적 추론’ 특성으로 통합하였다. 셋째, ‘창의·융합’ 역량의 하위 요소 중 독창성, 유창성, 융통성, 정교성을 ‘창의적 사고’로, 수학 내적 연결과 수학 외적 연결 및 융합을 ‘융합적 사고’로 설정하였다. 넷째, ‘의사소통’ 역량의 경우 수학적 표현의 이해와 수학적 표현의 개발 및 변환을 ‘수학적 표현’ 특성으로, 자신의 생각 표현과 타인의 생각 이해를 ‘수학적 소통’ 특성으로 분류하였다. 다섯째, ‘정보 처리’ 역량의 경우 ‘공학적 도구 및 교구 활용’을 하나의 특성으로 설정하고, 그 이외에 자료와 정보 수집, 자료와 정보 정리 및 분석, 정보 해석 및 활용을 통합하여 ‘자료와 정보 처리’ 특성으로 설정하였다. 마지막으로 ‘태도 및

실천’의 경우 ‘수학적 시민의식’을 하나의 특성으로 설정하고, 가치 인식과 자주적 학습 태도를 통합하여 ‘수학적 태도’ 특성으로 구성하였다. 특히 ‘수학적 소통’, ‘수학적 시민의식’ 특성의 경우 수학과 관련된 특성임을 강조하기 위해 특성 명칭에 ‘수학적’이라는 수식어를 포함하였다. 예를 들어 ‘수학적 소통’은 수학적 표현이나 아이디어 등을 활용하여 자신의 생각을 나타내거나 타인의 생각을 이해하는 문항이 포함되며, ‘수학적 시민의식’은 합리적인사결정 능력을 포함하고 있으므로 조건에 기반한 적절한 의사결정이 요구되는 문항들이 해당될 수 있다.

다음으로 ‘표현 형식’ 특성에 관한 분석들을 구체적으로 제시하면 [Table 9]와 같다. ‘표현 형식’은 수학 문항의 형식적 측면에 관한 것으로 수학 교과에서 수학적 표현이나 문항의 표현 형식은 상당히 중요한 출제 요인 중 하나라 할 수 있으며, 평가 문항에서 이러한 특성들의 포함 여부는 평가 결과에 영향을 줄 수 있다. 앞서 설명한 바와 같이 표현 형식은 ‘수학적 표현’과 ‘문항의 표현 형식’의 2가지 하위 범주로 나누어진다. 첫째, ‘수학적 표현’과 관련하여 식, 표, 그래프/도식, 도형의 4가지 특성이 구성되었다. 특히 ‘식’의 경우 대다수의 수학 문항에서 나타날 수 있으나 ‘식’이 문제를 해결하는 데 핵심적인 경우에만 해당하는 것으로 보았다. 표현 형식 범주에서 ‘수학적 표현’의 의미는 문항에 수학적 표현들이 제시되어 있는지를 판단하는 것이며, 수학 역량의 ‘의사소통’ 범주에 포함된 ‘수학적 표현’ 특성은 실제 학생들의 수학적 표현에 대한 이해, 개발, 변환 능력의 측정에 관한 것이라는 점에서 차이가 있다. 둘째, ‘문항의 표현 형식’과 관련하여 수학 기호(표기)로만 구성, 문장제, 시각적 자료, 단서 포함의 4가지 특성으로 구성된다. ‘수학 기호(표기)로만 구성’ 특성은 수학 기호나 표기 이외에 제시된 다른 글자들이 있더라도 문제의 이해에 영향을 주지 않는 경우까지 포함하는 것으로 정의하였다. 또한 ‘시각적 자료’는 ‘수학적 표현’ 범주와 중복되지 않도록 수학적 표현을 제외한 그림 등과 같은 자료를 의미하는 것으로 한정하였다. ‘단서 포함’의 경우 CRESST(2020)에서는 기울임이나 밑줄이 포함된 경우로 보았으나 이와 함께 국내 문항에서 많이 사용되는 ‘단’ 조건도 단서의 일종으로 보는 것으로 정의하였다. 수학 역량 특성과 표현 형식 특성을 평정할 때 각 범주의 성격을 고려하여 평정 방식을 달리해야 한다.

[Table 8] Meaning of mathematics competency features(revised from Park et al., 2015, pp. 35-38)

Classification	item feature	Explanation
Problem solving	Problem solving strategies(PS)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Understanding the problem, exploring solution strategies, implementing a plan, and reflecting.</li> <li>• Collaborative problem-solving through balanced responsibilities and interactions.</li> <li>• Transform the given problem or create a new problem to solve.</li> </ul>
	Mathematical modeling(MM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representing and analyzing problem situations identified in various contexts such as everyday and social life as well as in natural phenomena with mathematical models. Based on this, drawing conclusions and interpreting them according to the situation.</li> </ul>
Reasoning	Observations and conjecture(OC)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inferencing mathematical truths using plausible reasoning such as induction and analogical reasoning in observation and inquiry situations.</li> </ul>
	Logical Reasoning(LR)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analyzing mathematical truths and performing mathematical procedures logically.</li> <li>• Justifying mathematical facts on the basis of appropriate evidence and reflecting on the reasoning process.</li> </ul>
Creativity and integration	Creative thinking(CrT)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Searching for new or different ideas, solving strategies and methods in problem situations and adding or transforming an idea to develop it more valuable, posing a problem.</li> <li>- Originality, fluency, flexibility, sophistication, etc.</li> </ul>
	Convergent thinking(CoT)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connecting various mathematical knowledge, skills, and experience, as well as connecting and integrating knowledge, skills, and experience in other subjects or real life with mathematics.</li> <li>- Internal and external connection and convergent with mathematics</li> </ul>
Communication	Mathematical representation(MR)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Developing or transforming mathematical representations including terms, symbols, tables and graphs, based on an understanding of them.</li> </ul>
	Mathematical communication(MCo)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressing one's opinion to others, understanding and evaluating others' ideas based on mathematical ideas or the process and results of learning mathematics.</li> <li>- Expressing one's own thoughts and understanding the thoughts of others</li> </ul>
Information processing	Data and information processing(DIP)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classifying, organizing, analyze and evaluating the collected data and information according to the purpose. And correctly understanding, interpreting, synthesizing, and utilizing the meaning inherent in the analyzed information.</li> <li>- Organization and analysis of data and information, interpretation and utilization of information</li> </ul>
	Utilization of technological tools and teaching aids(UT)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selecting and utilizing technological tools and teaching aids suitable for exploring mathematical ideas and concepts and solving problems</li> <li>- Technological tools include calculators, computers, software, etc.</li> </ul>
Attitude and practice	Mathematical attitude(MA)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interested in mathematics. Recognizing the practical, cultivate, aesthetic and cultural values of mathematics. Learning by which they establish their own goals with the will, confidence, and persistence to learn mathematics</li> <li>- Recognition of mathematical values and attitudes to self-directed learning</li> </ul>
	Mathematical citizenship(MCt)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acting honestly, fairly and responsibly through mathematical activities.</li> <li>• Challenging to overcome difficulties and caring for, respecting, and cooperating with others.</li> <li>• Making reasonable decisions based on logical reasons.</li> </ul>

먼저 수학 역량 특성과 같은 인지적 요인들은 교수학습에서 상호 보완적인 성격을 지니기 때문에, 특정 문항에서 복합적으로 나타날 수 있다. 따라서 실제 문항 특성 평정 시 12개의 수학 역량 특성 중에서 핵심적으로 측정되는 특성을 중복 선택하여 평정하도록 할 필요가 있다. 또한 '표현 형식' 특성들은 문항 출제 시 다양하게 조합될 수 있기 때문에 문항에 대한 '표현 형식' 특성의 포함 여부를 평정할 때, 문항에서 명시적으로 확인할 수 있는 특성을 모두 선택하도록 해야 할 것이다.

수학과 문항 특성 분석틀에 포함되어 있는 각각의 특

성들은 특정 평가에 포함되어 있지 않을 수 있다. 다시 말해 특정 평가에서 모든 특성이 반드시 나타나야 하는 것은 아니다. 예를 들어 지필 평가에서는 수학 역량 범주의 수학적 태도 특성은 측정하지 않을 수 있으며, 확률과 통계 영역에 대한 평가에서는 표현 형식 범주에서 도형이 나타나지 않을 수 있는 것이다. 해당 평가의 평가 목표에 따라 문항 특성이 출현하거나 출현하지 않을 수 있으며, 평가의 타당도를 점검할 때 모든 특성이 반드시 나타나야한다거나 특성들이 유사한 비율로 나타나야하는 것은 아니라는 점에 대해 유의할 필요가 있다.

[Table 9] Meaning of mathematics representation type features

Classification	item feature	Explanation
Mathematical Representation	Expression(Ep)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When expressions are included in the item.</li> <li>- Selected only when the expression included in the item is a major factor in solving the problem.</li> <li>- Including representation of prime factorization of numbers, general form of a function, and equation included.</li> </ul>
	Table(Tb)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When tables are included in the item..</li> <li>- A table means that something is organized according to criteria.</li> </ul>
	Graph/Diagram (G/D)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When graphs are included in the item</li> <li>- Graph: graph of function, scatterplot, bar graph., stem-and-leaf plots etc.</li> <li>• When diagrams that can be considered as a picture containing mathematical information needed to solve problems are included in the item.</li> <li>- Scheme: Venn diagram, function tool box, tree diagrams etc.</li> </ul>
	Geometric shape(G)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When geometric shapes are included in the item.</li> <li>- Analytic geometry included.</li> </ul>
The form of item	Math notation only(MN)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When the item stem consists only of mathematical symbols or notations.</li> <li>- If characters other than mathematical symbols (notation) do not affect the understanding of the problem, it is considered to consist only of mathematical symbols (notation).</li> </ul>
	Story problem(SP)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When the item is expressed in sentence form.</li> <li>- Including the use of linguistic materials such as real-life problems, newspaper articles etc.</li> </ul>
	Visual material(VM)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When visual materials for performing an item or task are included in the item.</li> <li>- Multimedia, simulation, animation, visual expression (pictures, etc.), etc.</li> <li>- Excluding mathematical expressions (tables, graphs/diagrams, figures).</li> </ul>
	Clues included(CI)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• When clues or hints required to solve the problem are explicitly presented.</li> <li>- Including underlined or bolded parts, additional conditions, etc.</li> </ul>

2. 2019년 수학과 학업성취도 평가의 문항 특성 분포 양상 분석 결과

1) 수학 역량 및 표현 형식 특성의 출현 빈도 분석

본 연구에서 개발한 수학 역량 및 표현 형식 분석틀을 활용하여 문항의 특성을 분석하면, 평가 도구에서 각 특성의 분포를 파악할 수 있으며, 이 정보를 바탕으로 평가 목적이나 계획에 비추어 출제가 타당하게 이루어졌는지를 확인할 수 있다. 2019년 학업성취도 평가에서 수학 역량 특성이 나타나는 빈도를 분석한 결과는 [Table 10]과 같다. 중·고등학교 모두 ‘창의적 사고’, ‘수학적 소통’, ‘수학적 태도’ 등은 나타나지 않았다. ‘수학적 소통’과 ‘수학적 태도’는 학업성취도 평가의 평가틀에 포함되어 있지 않으므로 타당하게 출제가 이루어졌다고 볼 수 있는데, 지필 형식으로 성취기준에 대한 도달도 측정을 주목적으로 하는 학업성취도 평가에서 다루기 어려운 역량이기 때문이다(Lee et al., 2017, pp. 177-178). 또한 학업성취도 평가의 평가틀에서 ‘문제 해결’은 실생활이나 타 교과와의 융합에 기반한 문제 해결 능력을 의미하며, 2015 개정 교육과정을 적용하면서 2009 개정 교육과정 시기에 활용했던 ‘문제 해결’의 정의에서 크게 벗어나지 않았는데, 이를

2015 개정 교육과정의 역량에 기반하여 해석하면 ‘창의·융합’과 ‘문제 해결’ 역량이 통합되어 있는 양상을 가지고 있다고 할 수 있다(Dong et al., 2018, p. 37). 따라서 ‘창의적 사고’에 해당하는 문항이 없고, 실생활 맥락과의 융합에 기반한 ‘융합적 사고’에 해당하는 문항의 빈도(중 15.8%, 고 33.3%)가 높게 나타난 분석 결과에 따라 학업성취도 평가가 평가틀에 기반하여 타당하게 출제되었다고 볼 수 있다.

또한 수학 역량 범주에 대해 중학교 평가에서 나타난 특성 수는 36개(94.7%)로 1문항 당 약 0.9개의 특성이 포함되어 있었으며, 고등학교 평가에서 나타난 특성 수는 총 39개(162.5%)로 문항 당 약 1.6개의 특성이 포함되어 있었다. 즉, 중학교에 비해 고등학교 수학 문항에서 역량 특성이 많이 나타나는 경향이 있었는데, 이러한 경향성은 2019년 고등학교 학업성취도 평가에 2015 개정 교육과정이 적용되면서 역량 기반 평가로 출제 방향이 전환된 것이 반영되어 있기 때문으로 볼 수 있다. 특히 고등학교 평가틀에 새롭게 포함된 ‘정보 처리’의 경우 중학교(7.9%)보다 고등학교(37.5%)에서 비중이 큰 것으로 나타났다. 이를 통해 수학과 학업성취도 평가는 문항 출제 시 사전


[Table 10] Results of frequency analysis for mathematics competency features in 2019 NAEA

school level	feature	total number of items	Problem solving		Reasoning		Creativity and integration		Communication		Information processing		Attitude and practice		total number of features
			PS	MM	OC	LR	CrT	CoT	MR	MCo	DIP	UT	MA	MCt	
Middle school	frequency	38	4	4	3	9	0	6	6	0	2	1	0	1	36
	percentage (%)	100.0	10.5	10.5	7.9	23.7	0.0	15.8	15.8	0.0	5.3	2.6	0.0	2.6	94.7
High school	frequency	24	6	9	2	3	0	8	1	0	6	3	0	1	39
	percentage (%)	100.0	25.0	37.5	8.3	12.5	0.0	33.3	4.2	0.0	25.0	12.5	0.0	4.2	162.5

[Table 11] Results of frequency analysis for mathematics representation type features in 2019 NAEA

school level	feature	total number of items	Mathematical Representation				The form of item				total number of features
			Ex	Tb	G/D	G	MN	SP	VM	CI	
Middle school	frequency	38	13	4	4	10	3	10	8	7	59
	percentage (%)	100.0	34.2	10.5	10.5	26.3	7.9	26.3	21.1	18.4	155.2
High school	frequency	24	11	3	14	7	0	15	10	15	75
	percentage (%)	100.0	45.8	12.5	58.3	29.2	0.0	62.5	41.7	62.5	312.5

<G9 Item #27(Park et al., 2020b, p. 35)>  
 [26~27] 그림은 정삼각형 ABC의 각 꼭짓점을 중심으로 하고 한 변을 반지름으로 하는 세 호 AB, BC, CA로 이루어진 산책로를 나타낸 것이다. 이 산책로의 총 길이가 1km일 때, 물음에 답하시오.

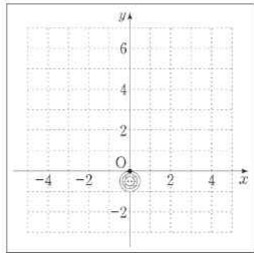


27. 민서가 A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 한 방향으로 시속 4km로 걷다가 시속 10km로 뛰어서 총 7바퀴를 돌았더니 1시간이 걸렸다. 민서가 뛴 거리는?  
 ① 3km    ② 3.5km    ③ 4km    ④ 4.5km    ⑤ 5km

<G11 Item #4(Lee et al., 2020, p. 13)>  
 4. 어느 학교의 로봇동아리에서는 원격조종 로봇을 제작하여 좌표평면이 그려진 평평한 바다 위에 로봇을 올려놓고 조종하고 있다. 다음은 명령어에 따른 로봇의 이동을 설명한 것이다.

명령어	로봇의 이동
[초기화]	로봇이 원점 O에 위치한다.
[우 3]	x축의 방향으로 3만큼 이동한다.
[상 5]	y축의 방향으로 5만큼 이동한다.
[좌 1, 하 6]	x축의 방향으로 -1만큼 이동한 후, y축의 방향으로 -6만큼 이동한다.

『초기화』, 『우 3』, 『상 5』 명령어를 이 순서대로 입력하였을 때 로봇이 이동하여 위치한 점을 A라 하고, 『초기화』, 『상 5』, 『좌 1, 하 6』 명령어를 이 순서대로 입력하였을 때 로봇이 이동하여 위치한 점을 B라 하자. 선분 AB의 길이는?  
 (단, 로봇의 크기는 무시한다.)



①  $2\sqrt{10}$     ②  $2\sqrt{11}$     ③  $4\sqrt{3}$     ④  $2\sqrt{13}$     ⑤  $2\sqrt{14}$

[Fig. 2] 2019 NAEA Math Items

에 수립된 평가틀이 반영되고 있음을 확인할 수 있다. 또한 역량 평가가 적용된 고등학교 학업성취도 평가 문항은 평균적으로 문항 당 1.6개의 역량 특성이 포함된 것으로 나타나, 하나의 문항에 두 개 이상의 역량 특성이 복합되어 출제되는 경우가 있음을 알 수 있다. 이러한 결과는 다양한 역량을 복합적으로 측정하도록 문항을 출제할 수 있다는 것을 보여 준다고 할 수 있다.

2019년 학업성취도 평가 수학 문항에서 표현 형식 특성이 나타나는 빈도를 분석한 결과는 [Table 11]과 같다. 중·고등학교 학업성취도 평가에는 대부분의 표현 형식 특성이 다양하게 포함되어 있었으며, 고등학교에서 '수학 기호(표기)로만 구성' 특성만 유일하게 나타나지 않았다. 이는 고등학교에서 역량 평가가 도입되면서 다양한 실생활 맥락을 기반으로 문항 출제가 이루어졌기 때문이라 할 수 있다. 이러한 출제 경향은 고등학교에서 '문장제' 특성의 비중이 중학교 보다 매우 큰 것(중 26.3%, 고 62.5%)을 통해서도 확인할 수 있다. 또한 '그래프/도식' 특성과 '단서 포함' 특성도 중학교에 비해 고등학교에서 큰 비중을 차지하는 것으로 나타났다. 예를 들어 [Fig. 2]의 고등학교(G11) 문항은 '표', '그래프/도식', '단서 포함', '문장제'의 특성이 있는 것으로 나타나, 표현 형식 범주의 4개 특성이 조합된 문항임을 알 수 있다. 이는 고등학교에서부터 해석 기하가 포함되는 등 수학의 형식적인 측면이 강조되는 것에 영향을 받아 나타난 현상으로 볼 수 있다.

2) 수학 역량 및 표현 형식 특성 간 관계 분석  
 (1) 범주 내 특성 간 관계 분석

수학 역량 범주의 문항 특성 간 상관 분석 결과를 통해 학업성취도 평가에서 수학 역량 특성의 동시 출제 경향을 살펴보면 [Table 12]와 같다. '융합적 사고'와 '문제 해결 전략' 특성은 중학교에서 정적 상관이 높은 것으로 나타났는데, 이는 특정 문항에서 이 두 가지 특성이 동시에 나타나는 경향이 높다는 것을 나타낸다. 예를 들어 [Fig. 2]의 중학교 문항은 실생활과 관련되어 문제를 해결하는 전략을 수립하고, 이를 해결하는 것으로 수학 역량 특성 중 '문제 해결 전략'과 '융합적 사고'가 포함되는 것으로 분석된 것이다. 반면, 고등학교에서는 이 두 가지 역량 특성이 함께 출제되지 않는 경향이 나타났다. 또한 '공학적 도구 및 교구 활용' 특성의 경우 중학교에서는 '관찰과 추측', 고등학교에서는 '융합적 사고', '자료와 정보 처리'와 정적 상관이 높게 나타나, 학교급별로 문항에서 '공학적 도구 및 교구 활용'과 함께 출제되는 경향이 있는 역량에 차이가 있었다. 예를 들어 [Fig. 2]의 고등학교 문항은 실생활과 관련되어 있으며, 간단한 프로그래밍을 통해 로봇을 조작하는 활동을 고려해야 하는 것으로 역량 특성 중 '융합적 사고', '자료와 정보 처리', '공학적 도구 활용'에 해당하는 것이다. 또한 '자료와 정보 처리'는 중학교에서 '논리적 추론', 고등학교에서는 '융합적 사고'와 상관이 있었으며, '수학적 시민의식'은 중학교에서만 '문제 해결 전략'과 상관이 있었다. 이와 같은 결과는 수학 교과 내에서도 학교급에 따라 특정 역량을 조합하여 출제 방식이나 경향이 달라질 수 있음을 보여 준다. 특히 수학 역량의 경우 중·고등학교에서 공통적으로 한 문항에서 함께 출제되는 경향이 있는 특성이 나타나지 않아 학교급별 평가가 역량 평가 측면에서 서로 다른 경향을 가지

[Table 12] Correlation between mathematics competency category features of mathematics items in 2019 NAEA

High school	PS	MM	OC	LR	CoT	MR	DIP	UT	MCt
Middle school									
PS		-0.25	-0.17	-0.22	-0.41	-0.12	-0.33	-0.22	-0.12
MM	-0.12		-0.23	-0.29	0.37	0.27	-0.05	0.23	0.27
OC	-0.10	-0.10		-0.11	-0.21	-0.06	0.17	-0.11	-0.06
LR	-0.19	-0.19	-0.16		-0.27	-0.08	-0.22	-0.14	-0.08
CoT	0.79	0.32	-0.13	-0.24		0.29	0.61	0.53	0.29
MR	-0.15	0.32	-0.13	-0.07	0.01		-0.12	-0.08	-0.04
DIP	-0.08	-0.08	-0.07	0.42	-0.10	-0.10		0.65	-0.12
UT	-0.06	-0.06	0.56	-0.09	-0.07	-0.07	-0.04		-0.08
MCt	0.48	-0.06	-0.05	-0.09	0.38	-0.07	-0.04	-0.03	

\* Features not included as items are excluded from correlation analysis according to the rating result.  
 \*\* The upper part of the diagonal line represents the high school results, and the lower part represents the middle school results.

고 있음을 알 수 있다.

다음으로 표현 형식 범주의 문항 특성 간 상관 분석 결과에 따르면([Table 13] 참조), ‘문장제’는 중·고등학교 모두 ‘시각적 자료’와 정적 상관이 있고, ‘식’과 부적 상관이 있었다. 즉, ‘문장제’ 형식의 문항에서는 ‘시각적 자료’가 제시되는 경향이 있고, ‘식’은 문제를 해결하기 위한 주요한 요소로 제시되는 경우가 적은 경향이 있음을 알 수 있다. [Fig. 2]의 중학교 문항은 ‘문장제’ 형식에 ‘시각적 자료’를 배치하여 출제된 대표적인 형태이다. 또한 ‘문장제’와 ‘표’, ‘수학 기호(표기)로만 구성’과 ‘식’이 함께 나타나는 경향은 중학교에서만 나타났고, ‘도형’과 ‘단서 포함’이 같이 나타나는 경향은 고등학교에서만 나타났다. 즉, 표현 형식 특성에 대해서도 학교급별로 차별화되는 출제 경향이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이 이외에 다른 특성은 특성 간 상관이 없는 것으로 나타나, 표현 형식 범주의 경우 특정 문항을 출제할 때, 포함 여부를 같이 고려하는 경향이 있는 특성이 많지 않은 것을 알 수 있다.

(2) 범주 외 특성 간 관계 분석

학업성취도 평가에서 역량 범주와 표현 형식 범주의 문항 특성 간 상관이 나타나는 양상을 분석한 결과는 [Table 14], [Table 15]와 같다. 중·고등학교에서 공통적으로 ‘융합적 사고’와 ‘문장제’가 정적 상관이 있는 것으로 나타났는데, 이는 ‘융합적 사고’를 측정하는 문항이 ‘문장제’ 형식으로 출제되는 경향이 있음을 나타낸다. 반면 ‘융합적 사고’를 측정하는 문항은 중학교에서 ‘시각적 자료’를 활용하는 경향이 있고, 고등학교에서는 ‘식’이나 ‘도형’

을 문제 해결을 위한 주요한 표현으로 제시하지 않는 경향이 있음을 알 수 있다. 또한 ‘문제 해결 전략’을 측정하는 문항은 중학교에서 ‘문장제’ 형식을 취하거나 ‘시각적 자료’가 제시되고, 고등학교에서는 ‘식’, ‘도형’, ‘단서 포함’이 함께 나타나는 경향이 있었다. 또한 ‘자료와 정보 처리’를 측정하는 문항은 중학교의 경우 ‘표’가 제시되는 경향이 있고, 고등학교의 경우 ‘문장제’로 제시되거나 ‘식’이 문제 해결을 위한 주요한 표현으로 제시되지 않는 경향이 있었다.

더불어 중학교에서는 ‘수학적 표현’을 측정하는 문항에 그래프나 그림이 포함되는 경향이 있었으며, ‘수학적 시민 의식’을 측정하는 문항에 ‘표’가 제시되는 경향이 있었다. 특히 ‘수학적 시민의식’의 경우 논리적인 근거를 토대로 합리적인 의사 결정을 하는 능력이 포함되어 있는데, 이러한 내용을 측정하는 중학교 문항에 표 형식의 자료가 함께 제시되는 경향이 있는 것이다. 또한 고등학교에서는 ‘수학적 모델링’을 측정하는 문항이 ‘문장제’로 제시되고, ‘시각적 자료’가 포함되는 경향이 있으며, ‘논리적 추론’을 측정하는 문항은 ‘식’을 포함하는 경우가 많으며, 문장제로 출제되지 않고, 밑줄이나 ‘단’ 조건과 같은 단서를 포함하지 않는 경향이 있음을 알 수 있다.

반면 ‘관찰과 추측’ 및 ‘공학적 도구 및 교구 활용’은 중·고등학교 모두 수학적 표현 특성과 상관이 나타나지 않았다. 또한 중학교에서는 ‘수학적 모델링’, 고등학교에서는 ‘수학적 표현’의 경우 수학적 표현 특성과 상관이 없는 것으로 나타났다. 즉, 이 역량들을 측정하는 문항의 경우 표현 형식의 포함과 관련한 특별한 출제 경향은 없다는 것을 알 수 있다.

[Table 13] Correlation between representation type category features of mathematics items in 2019 NAEA

High school Middle school	Ex	Tb	G/S	G	MN	SP	VM	CI
Ex	-	-0.35	-0.07	0.15	-	-0.67	-0.27	0.02
Tb	-0.25	-	-0.19	-0.24	-	0.29	-0.06	-0.23
G/D	-0.07	-0.12	-	0.17	-	0.22	0.20	0.22
G	-0.18	-0.20	-0.20	-	-	-0.07	0.02	0.50
MN	0.41	-0.10	-0.10	-0.17	-	-	-	-
SP	-0.43	0.57	-0.20	-0.22	-0.17	-	0.65	0.29
VM	-0.24	0.24	-0.18	-0.02	-0.15	0.42	-	0.13
CI	0.09	-0.16	0.06	-0.13	0.11	-0.28	-0.25	-

\* Features not included as items are excluded from correlation analysis according to the rating result.

\*\* The upper part of the diagonal line represents the high school results, and the lower part represents the middle school results.



[Table 14] Correlation between mathematics competency and representation type of middle school NAEA

Math competency Representation type	PS	MM	OC	LR	CoT	MR	DIP	UT	MCt
Ex	-0.25	-0.07	-0.21	0.12	-0.31	-0.16	-0.17	-0.12	-0.12
Tb	0.16	0.16	-0.10	0.21	0.32	0.09	0.69	-0.06	0.48
G/D	-0.12	-0.12	-0.10	0.01	-0.15	0.56	-0.08	-0.06	-0.06
G	-0.01	-0.01	0.27	0.23	-0.09	-0.26	-0.14	0.28	-0.10
MN	-0.10	-0.10	-0.09	-0.16	-0.13	-0.13	-0.07	-0.05	-0.05
SP	0.57	0.38	-0.17	-0.05	0.72	0.07	0.39	-0.10	0.28
VM	0.45	0.24	-0.15	-0.29	0.48	-0.05	-0.12	-0.08	0.32
CI	-0.16	-0.16	0.11	-0.26	-0.21	-0.02	-0.11	0.35	-0.08

[Table 15] Correlation between mathematics competency and representation type of high school NAEA

Math competency Representation type	PS	MM	OC	LR	CoT	MR	DIP	UT	MCt
Ex	0.43	-0.37	-0.28	0.41	-0.47	0.23	-0.53	-0.35	-0.19
Tb	-0.22	-0.03	0.34	-0.14	0.00	-0.08	0.36	0.24	-0.08
G/D	0.10	0.13	-0.05	-0.19	0.24	0.18	0.29	0.32	-0.25
G	0.69	0.07	-0.19	-0.24	-0.45	-0.13	-0.37	-0.24	-0.13
SP	-0.15	0.60	-0.08	-0.49	0.55	0.16	0.45	0.29	0.16
VM	-0.10	0.92	-0.25	-0.32	0.30	0.25	-0.10	0.19	0.25
CI	0.45	0.07	-0.39	-0.49	0.18	0.16	-0.15	-0.23	0.16

이처럼 수학 역량 범주 특성과 표현 형식 특성 간의 동시 출제 경향은 학교급 간의 차이가 뚜렷하게 나타나 는 것을 확인할 수 있다. 이러한 경향성은 교육 내용이나 학생들의 인지적 수준의 차이 등 다양한 조건으로부터 기인한다고 볼 수 있다.

## V. 결론 및 시사점

수학과 평가 문항의 특성은 평가 목적과 연관되어 있 으며, 평가 결과에도 중요한 영향을 미칠 수 있기 때문에 문항 출제 시 중요하게 다루어져야 한다. 수학과 문항 출 제를 위해 수립하는 출제 계획에는 주로 교육과정의 내 용 성취기준과 문항 유형에 관한 구체적인 정보가 포함 된다. 그러나 수학 역량이나 문항의 표현 형식에 포함되 는 특성들은 출제 계획에 명시적으로 드러나기 보다는 출제자의 암묵적인 계획에 따라 출제가 이루어지기 때문 에 각 특성이 포함된 문항에 대한 질 관리를 위한 구체 적인 방안이 마련될 필요가 있다.

본 연구에서는 교육과정에 기반하여 수학과 평가 문항 을 개발할 때 고려해야 하는 수학 역량 및 표현 형식 측

면의 특성을 규명하고, 수학과 평가에서 각각의 특성들이 구현되는 양상을 분석하기 위한 분석틀을 개발하였다. 수 학 역량 특성으로는 12가지를 추출하였는데, 이는 Park 외(2015)에서 제시한 교과 역량의 하위 요소 중 유사한 요소를 통합하여 개발한 것으로 교육과정에 기반한 문항 을 출제할 때 각각의 교과 역량의 포함 여부를 점검하기 위한 특성으로 활용될 수 있을 것이다. 수학과 문항의 표 현 형식 특성의 경우 수학적 표현과 일반적인 표현으로 구분하여 8가지를 추출하였다. 또한 수학과 국가수준 학 업성취도 평가에 문항 특성 분석 기법을 적용하여, 학교 급별로 수학 역량 및 표현 형식 특성이 출제되는 양상에 차이가 있음을 밝혔다. 이러한 연구 결과를 바탕으로 도 출한 시사점은 다음과 같다.

먼저 수학과 평가에서 교과 역량을 다루는 방식에 대 한 논의가 필요하다. 학업성취도 평가에서는 창의적 사고, 수학적 소통, 수학적 태도 등과 같은 역량 특성이 나타나 지 않았는데, 이는 지필 평가 상황에서 다루기 어렵거나 설문 문항과 같은 다른 방식으로 측정하기 때문이다. 이 는 각각의 역량이 가지는 성격과 관련이 있다고 볼 수 있으며, 수학과 교육과정에 제시된 역량의 구체적인 성격

을 규정하고, 각각에 대해 적절한 평가 방안을 마련할 필요가 있다. 또한 연구 과정에서 수학 역량은 상호배타적이지 않은 경향을 가지고 있다는 것이 드러났는데, 이는 역량을 평가하는 문항을 출제할 때 사전에 수학 역량 특성의 의미를 명확히 규정하고 출제자들이 이를 충분히 숙지하도록 필요가 있음을 시사한다. 수학 역량 특성 개발 과정에서 수학과 교과 역량의 하위 특성들은 의미가 상호 중복되는 부분이 있음을 확인하였다. 더불어 수학과 교과 역량별 하위 요소를 2가지로 축소하여 문항 특성을 개발하였음에도 불구하고, 실제로 학업성취도 평가 문항에 대한 현장 교사 3인의 평정 과정에서 교사들의 수학 역량의 포함 여부에 대한 판단에 차이가 큰 경향이 나타나 추가 논의가 필요하였다. 이는 교과 역량의 의미가 상호배타적이지 않다는 특징에서 기인하는 현상이라 할 수 있다. Kim과 Kim(2020)은 수학과 정보 처리 역량과 관련하여 교과서마다 다루고 있는 하위 요소의 분포나 다루는 방식에 차이가 있고, 포함되어 있는 과제들이 정보처리 역량의 하위요소 중 어떤 능력에 관한 것인지가 불분명하다고 하였는데, 이러한 현상은 수학 역량의 이와 같은 특징에서 비롯된 것이라 할 수 있다. 따라서 수학과 교수학습 및 평가에서 교과 역량을 적절하게 다루기 위해서는 실제 문항에서 각각의 역량을 측정한다는 것의 의미를 재검토하고, 향후 교육과정 개정 시 일부 하위 요소의 중복성을 검토하여 통합·정리하거나 개념을 좀 더 명확하게 제시할 필요가 있을 것이다.

다음으로 수학과 교육과정에서 다루는 다양한 표현들을 재정리하고, 그 의미를 명료화할 필요가 있다. 본 연구에서 표현 형식 특성은 수학적인 표현과 수학 외적인 표현의 두 가지 하위 범주로 구분할 필요가 있음을 밝혔다. 수학적 의미를 함축하고 있는 표현과 그렇지 않은 표현들에 대한 지도 방식이나 이를 활용하는 방식에 차이를 둘 필요가 있는지 살펴야 할 것이다. 특히 수학 외적인 표현들의 경우 교수학습 및 평가에 미치는 효과나 활용되는 방식에 대한 연구가 다양하게 이루어지지 않고 있다. 최근 그래픽, 동영상 등과 같은 시각적 자료가 수학과 교수학습이나 평가에 많이 활용되고 있으므로 이러한 자료들이 수학 학습에 미치는 영향을 면밀히 검토할 필요가 있다. 또한 표현 형식의 하위 특성들을 추출하는 과정에서 표, 그래프, 그림, 도식 등에 대한 의미가 불분명하

다는 의견이 있었는데, 교육과정에서 활용되는 수학적 표현 관련 용어들에 대한 의미를 명료화할 필요가 있을 것으로 보인다.

또한 표현 형식 특성을 수학과 평가 문항에 포함하는 경우 학교급별 특성이 고려되어야 한다는 것을 알 수 있다. 학업성취도 평가 문항의 경우, 중학교에 비해 고등학교에서 표현 형식 특성 중 ‘그래프/도식’, ‘단서 포함’ 등의 비율이 높게 나타났으며, ‘단서 포함’과 함께 출제되는 경향이 있는 특성(도형)도 나타났다. 이는 고등학교에서 수학의 형식적인 측면이 강조되면서 나타나는 현상으로 볼 수 있는데, 학생들의 인지적 발달 수준을 고려한 학교급별 수학 학습 내용상의 차이가 평가 문항에도 반영되고 있음을 알 수 있다. 특히 다른 교과와 다르게 수학과 의 경우 학년이 높아질수록 수학적 엄밀성이 강조되는 경향이 있기 때문에 문항의 표현 형식적 특성의 비중에 차이가 나타나는 특징이 있음을 알 수 있다. 따라서 수학과 문항에 수학 내용 및 학습자의 인지적 발달 수준을 고려하여 학교급별 특성이 반영되도록 표현 형식 특성을 적절히 포함시킬 필요가 있을 것이다.

평가 도구의 타당도는 적절한 평가 결과를 산출하는데 있어서 핵심적인 요인으로 알려져 있지만, 지금까지 수학과 문항의 특성을 체계적으로 분석하고, 이를 바탕으로 수학과 문항의 특성을 규명하거나 평가 도구의 타당도를 점검하는 연구는 많이 수행되지 못하였다. 본 연구에서 수학과 문항 특성을 추출하고, 학업성취도 평가에 적용한 결과, 수학 역량 및 표현 형식 분석틀은 문항의 구성 과정에서 구체적으로 참고할 수 있는 지표가 될 수 있으며, 개발된 문항이 평가 목적이나 계획에 부합하는지에 관한 타당도 점검 지표로도 활용할 수 있음을 밝혔다. 이를 통해 출제자들은 평가 계획 수립 시 명시적 또는 암묵적으로 설정한 목표와 출제 결과 사이의 간극을 확인할 수 있을 것이다.

향후 다양한 유형의 수학과 평가에서 활용되는 문항 특성을 규명하고, 이에 대한 출제 경향성 및 상호 관련성에 대한 정보를 분석하여 수학과 평가 유형별 문항 출제 경향의 특징을 살펴보고, 교육과정에 기반하여 타당하게 출제한다는 것의 기준을 정련할 필요가 있다. 또한 본 연구에서는 수학 역량 및 표현 형식 분석틀을 활용하여 수학과 국가수준 학업성취도 평가 문항의 학교급별 특징을

밝히는 데 그쳤으나, 단위학교에서 시행되는 다양한 평가 유형별 분석을 통해 수학과 평가에서 수학 역량 및 표현 형식 특성이 나타나는 양상을 종합적으로 살펴볼 필요가 있을 것이다.

### 참 고 문 헌

- AERA, APA, & NCME (2014). *Standards for educational and psychological testing*. Washington, D.C.: AERA.
- Baker, E. L., Madni, A., Michiuye, J. K., Choi, K., & Cai, L. (2015). *Mathematical reasoning project quantitative analyses results: Grades 4, 8, and 11*. LA: UCLA, CRESST.
- Baker, E. L., & Choi, K. (2019). *Feature analysis approach: uses for national and international assessments*. Presented to the Chilean Delegates (2019.10.1.).
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass.: Belkapp Press.
- Choi, K. (2019). *Feature Analysis: An Introduction*. Unpublished document.
- CRESST (2020). *ELA and Math features\_tentative list*. Unpublished document.
- Dong, H. G., Kim, K. J., Jang, E. S., Sung, K. H., Yang, S. H., Kim, S. K., Lee, J. B., Ku, J. O., Park, S. B., Kim, S. Y., Choi, W. H., Kim, Y. J., & Lee, G. Y. (2018). *A Study on the Development of National Assessment of Educational Achievement according to the 2015 Revised National Curriculum*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation RRE 2018-4.
- Jang, H. W. (1997). *A study on the epresentations in mathematics learning*. Doctoral dissertation, Seoul University, Seoul.
- Jonassen, D. H. (2011). *Learning to Solve Problems : A Handbook for Designing Problem-Solving Learning Environments*. NY: Routledge.
- Ko, H. K., & Yi, H. S. (2007). Factors of Predicting Difficulty of Mathematics Test Items in College Scholastic Ability Test. *Journal of the Korean School Mathematics society*, 10(1), 113-127.
- Kim, E. H., & Kim, R. Y. (2020). Interpretation and application of information processing competency as mathematical competency: A case of middle school mathematics textbooks under the 2015 revised curriculum. *Journal of the Korean Society of Mathematics Education Series A: The Mathematical Education*, 59(4), 389-403.
- Kwon, N. Y., & Oh, S. Y. (2020). Secondary mathematics teachers' perceptions on assessment. *Journal of the Korean Society of Mathematics Education Series A: The Mathematical Education*, 59(4), 295-312.
- Lawshe, C. H. (1975). A Quantitative Approach to Content Validity. *Personnel Psychology*, 28, 563-575.
- Lee, J. S., Kim, S. H., Kim, J. C., Song, H. J., Park, M. H., Jang, K. S., & Seo, J. Y. (2003). *A Study of Item Difficulty Prediction in College Scholastic Ability Test - the areas of Korean, Mathe, and English -*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation RRE-2002-14.
- Lee, J. S. (2006). *Delphi method*. Seoul: kyoyookbook.
- Lee, K. S., Lee, J. B., & Son, Y. L. (2020). *Analysis of the National Assessment of Educational Achievement (NAEA) 2019 results -High school mathematics-*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation ORM 2020-23-7.
- Lee, M. E., Dong, H. G., Park, I. Y., Kim, W. S., Seo, M. H., Jung, H. K., Kim, K. J., Kang, M. K., Jang, E. S., Sung, K. H., Lim, H. M., Kim, S. K., Bea, J. K., Kim, S. Y., Lee, J. B., Park, J. H., Yang, K. S., Kang, T. H., Shin, Y. J., Park, Y. J. (2017). *A Study on the Development plan of National Assessment of Educational Achievement according to the 2015 Revised National Curriculum*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation CRE 2017-8.
- Lee, W. S. (2008). Unified View on Validity, *Journal of Educational Evaluation*, 22(4), 1079-1099.
- Lee, Y. M., & Jeon, P. K. (2005). An Analysis of Third Graders' Representations and Elaborating Processes of Representations in Mathematical Problem Solving. *The Mathematical Education*, 44(4), 627-651.
- Lesh, R., Landau, M. & Hamilton, E. (1983). Conceptual Models and Applied Mathemaitcal PProblem-Solving Research, In Lesh, R., & Landau, M. (Ed.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Academic press.
- Madni, A., Michiuye, J. K., Choi, K., Baker, E. L., & Cai, L. (2015). *Feature analysis qualitative and quantitative results for tests of mathematics and english language arts, Grades 4, 8, and 11*. LA: UCLA, CRESST.
- Meyer, M. R. (2001). Representation in realistic mathematics education. In Albert A. Cuoco, Frances R. Curcio, National Council of Teachers of Mathematics (Eds.) *The Role of Representation in School Mathematics* (pp. 238-250). National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

- Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum. Proclamation of the Ministry of Education #2015-75 [Annex 8]*.
- Park, J. H. (2020a). Analysis of Middle School Students' Proficiency of Mathematics Curriculum Achievement Standards. *The journal of Educational Research in Mathematics*, 30(3), 553-573.
- Park, J. H., Lee, J. B., & Son, Y. L. (2020b). *Analysis of the National Assessment of Educational Achievement (NAEA) 2019 results -Middle school mathematics-*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation ORM 2020-23-3.
- Park, J. H., Song, M. Y., Nam, M. W., & Choi, K. (2020c). *Feature analysis approach for improving validity of student assessments*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation RRE 2020-1.
- Park, K. M., Lee, H. C., Park, S. H., Kang, E. J., Kim, S. H., Lim, H. M., Kim, S. Y., Jang, H. W., Kang, T. S., Kwon, J. R., Kim, M. J., Bang, J. S., Lee, H. Y., Lim, M. I., Lee, M. K., Kim, H. K., Yun, S. H., Lee, K. S., Lee, K. E., ... & Yeo, M. J. (2015). *2015 revised mathematics curriculum design development study II*. KOFAC BD15120005.
- Park, M. H. (2004). A Study of Variables Related to Item Difficulty in College Scholastic Ability Test. *The journal of Educational Research in Mathematics*, 14(1), 71-88.
- Seong, T. (2016). *Modern Fundamental Statistics: Understanding and Application*. Seoul: Hakjisa.