

전개도 과제에서 지오픽스와 Cabri 3D를 활용한 학습의 효과 비교

서화진(전주송원초등학교, 교사)

이광호(한국교육대학교, 교수)[†]

†교신저자

Comparative study of the effects in using geofix and cabri 3D on folding nets' activities

Seo, Hwajin(Jeonju Songwon Elementary School, hwajinseo6@gmail.com)

Lee, Kwangho(Korea National University of Education, paransol@knue.ac.kr)[†]

†Corresponding Author

초록

본 연구의 목적은 조작 교구와 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 전개도 학습이 초등학교 5학년 학생들의 공간 감각에 주는 영향을 비교·분석하는 것이다. 이를 위해 한 실험집단은 조작 교구인 지오픽스를 한 실험집단은 탐구형 기하 소프트웨어인 Cabri 3D를 활용하여 전개도를 학습하였다. 비교 집단은 교구나 소프트웨어의 사용 없이 학습지만으로 학습을 진행하였다. 사전과 사후에 공간 감각 검사를 실시하여 그 수준을 파악하였고, 시선 추적 검사를 실시하여 전개도 과제를 해결하는 학생들의 전략을 분석하였다. 그 결과 조작 교구인 지오픽스를 활용한 전개도 학습이 공간 감각에 가장 효과적이며, Cabri 3D 또한 전개도를 학습하기 위한 좋은 도구가 될 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 전개도 학습 이후 학생들의 해결 전략은 가장 효율적인 전략이었던 분석적 전략이 증가하였으며, 이러한 과정에서 시선 추적은 학생들의 전략을 탐색하는 매우 유용한 도구가 됨을 알 수 있었다.

Abstract

The purpose of this study is to compare and analyze the effects of physical manipulative and exploratory geometry software on the spatial sense for 5th grade elementary school students in learning nets. For this purpose, one experimental group used Geofix, an operational learning tool, and the experimental group used Cabri 3D, an exploratory geometry software to learn the nets of solids. The comparison group was learned by worksheet only without any manipulative or software. Spatial sense tests were conducted before and after to determine the level, and eye tracking were used to analyze the strategies of students in solving nets problems. As a result, it was confirmed that the using Geofix group was the most effective for the spatial sense, and Cabri 3D could also be a good tool for learning the nets of solids. In addition, after learning the nets of solids, the analytical strategy, which was the most effective strategy for students' solving strategies, increased. In the process of solving spatial tasks such as the spatial sense tasks, eye tracking technology become a very useful tool for exploring students' strategies, so it is expected that objective and useful data will be collected through more active use in the future.

* 주요어 : 공간 감각, 전개도, 조작 교구, 탐구형 기하 소프트웨어

* **Key words** : spatial sense, the nets of solid, physical manipulative, dynamic geometry software

* 본 논문은 제1저자의 석사학위 논문을 바탕으로 편집되었음.

* **Address**: Department of Mathematics Education, Korea National University of Education, Cheongju, Korea

* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97D40

* **Received**: March 8, 2021 **Revised**: March 23, 2021 **Accepted**: April 30, 2021

I. 서론

공간 감각은 STEM(과학, 기술, 공학, 수학) 관련 분야에서의 성공을 예측하는 중요한 요소이며(Wai, Lubinski & Benbow, 2009), 특히 그중에서도 수학적 성취와 매우 밀접한 관련이 있다(Battista, Wheatly & Talsma, 1982; Gilligan, Flouri & Farran, 2017). 이러한 공간 감각의 중요성과 더불어 NCTM(2000)에서는 초등 수학교육과정에 공간적 추론을 통합하여 가르칠 것을 권고하고 있으며, 우리나라도 7차 교육과정부터 공간 감각을 도입하여 지도하기 시작하였다. 2015 개정 교육과정에서도 “도형을 다루는 경험으로부터 비롯되는 공간 감각은 수학적 소양을 기르는 데 도움이 된다(교육부, 2015a, p.10)”고 명시함으로써 도형 영역에서 입체도형의 공간 감각을 신장시킬 수 있도록 하고 있다. 하지만 공간 감각을 지도하는 것은 여전히 많은 어려움이 따르며(Kell & Lubinski, 2013; 정혜림, 이승주, 조한혁, 2016), 학생들 사이에서도 그 수준차가 매우 크다(조영선, 정영옥, 2012). 특히 그 내용 중 2차원과 3차원 표현 간의 변환을 다루는 과정에서 학생들은 상당히 많은 오류를 보인다(김유경, 방정숙, 2007). 따라서 이를 적절히 지도하기 위한 연구가 필요하다.

전개도는 2차원의 표상과 3차원의 표상을 연결함으로써 학생들의 시각적 능력 향상에 기여할 수 있는 중요한 학습 소재가 된다(Cohen, 2003; Wright & Smith, 2017). 정영우, 김부운(2014)에 따르면 전개도가 다양한 교수학적 가치를 지니고 있음에도 불구하고 교과서에서는 단편적인 수단으로써만 활용되고 있으며, 전개도를 다루는 교수학적 목적성 또한 불분명하다고 하였다. 또한, 홍갑주, 이호석(2015)은 다양한 교구와 재료를 활용할 수 있는 교육환경에도 불구하고 우리나라 교과서에서는 역시 단순히 접어서 만드는 직육면체의 전개도만을 제시하고 있다고 하였다.

이러한 선행 연구들을 바탕으로 본 연구에서는 조작 교구인 지오픽스와 탐구형 기하 소프트웨어인 Cabri 3D를 활용하여 전개도를 학습하였을 때 5학년 학생들의 공간 감각 향상에의 효과는 어떠한지 비교·분석해보고자 하였다. 공간 감각을 향상시키기 위해 조작 교구 혹은 기하 소프트웨어를 활용하는 연구는 다양하게 이루어지고 있지만(예, Alias, Black & Gray, 2002; Arici &

Aslan-Tutak, 2015; Chaim, Lappan & Houang, 1988; Guven & Kosa, 2008; Kosa, 2016, Kurtulus, 2013) 조작 교구와 기하 소프트웨어의 효과를 비교·분석한 연구는 부족한 실정이며, 특히 초등학생을 대상으로 한 연구는 거의 없다. 이러한 효과분석은 최근 디지털세대의 변화에 따른 교육의 효과성을 살펴봄으로써 세대의 변화에 적합한 교육 방법의 변화에 대한 시사점을 제공해 줄 수 있을 것이라 여긴다.

따라서 초등학교 5학년을 대상으로 지오픽스와 Cabri 3D를 활용한 전개도 학습이 공간 감각에 미치는 영향을 비교·분석하고, 전개도 과제를 해결하는 학생들의 전략을 시선 추적을 통해 분석하여 학습에 따른 전략의 변화 또한 살펴보고자 하였다. 이를 통해 초등학교에서 공간 감각 지도에의 시사점을 제안하고자 한다. 본 연구를 위해 연구 문제는 다음과 같이 설정하였다.

가. 지오픽스와 Cabri 3D를 활용한 학습이 학생들의 공간 감각에 미치는 영향은 어떠한가?

나. 지오픽스와 Cabri 3D를 학습한 집단 간의 공간 감각에는 어떠한 차이가 있는가?

다. 지오픽스와 Cabri 3D를 학습한 집단 간의 전개도 과제를 해결하는 전략에는 어떠한 차이가 있는가?

II. 이론적 배경

1. 학교수학에서의 공간 감각

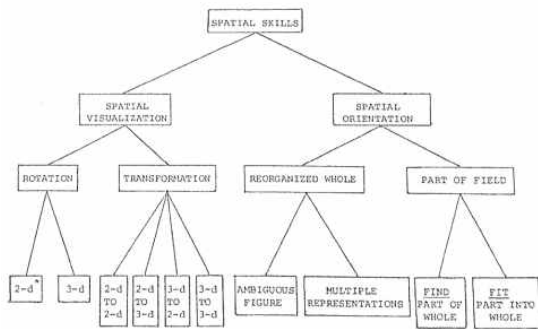
1) 공간 감각

공간 감각은 일상생활에서만뿐만 아니라 다양한 학문 분야에서 필수적인 지능의 한 요소로 여겨진다. 이에 대하여 Galton(1883)의 체계적인 심리학적 탐구 이후 많은 학자들이 관심을 가지고 연구하기 시작하였으며, Spearman이나 Thurstone과 같은 심리학자뿐만 아니라 수학 교육자들에게도 오랜 기간 흥미로운 개념으로 다루어져왔다(Baki, Kosa & Guven, 2011에서 인용). 공간 감각은 여러 문헌에서 공간 능력, 공간 지각, 공간 추론, 공간 기능과 같은 다양한 용어로 사용되는데(Clements & Battista, 1992; Del Grande, 1987; Linn & Petersen, 1985; Uttal 외, 2013), 공간 감각에 대한 수많은 연구가 오랫동안 이루어지고 있음에도 불구하고 그 용어에 대한 합의된 관점은 없다. 공간 감각에 대한 정의 또한 학자들마다 다양

하다. 예를 들어, Linn & Petersen(1985)은 공간 감각을 “상징적이고 비언어적인 정보를 표현하고, 변형하고, 생성하고, 기억하는 능력(p. 1482)”이라고 정의하였으며, Tartre(1990a)는 “시각적으로 관계를 이해하고, 조작하고, 재조직하거나 해석하는 것과 관련된 정신적 기능(p. 216)”이라고 하였다. 한편, Lohman(1979)은 “잘 구조화된 시각적 이미지를 생성하고, 보존하고, 검색하고, 변형하는 능력(p. 126)”이라고 정의하였다. 이와 같이 공간 감각에 대하여 학자들 간의 합의된 명확한 정의는 없지만 이를 종합해보면 결국 공간 감각이란 어떠한 대상에 관한 시각적인 이미지를 생성하고 변형하고 회전함으로써 그 대상을 정신적으로 조작할 수 있는 능력이라고 볼 수 있다.

공간 감각의 기본 구조를 설명하는데 사용되는 가장 일반적인 방법 중 하나가 요인 분석(factor analysis)인데, 1920년대 중반 이후로 많은 학자들이 요인 분석을 통해 언어적 능력과는 수학적으로 다른 공간적 요인들을 분석해왔다. McGee(1979)는 이러한 연구들을 종합적으로 분석하여 연구자마다 차이는 있지만 결국 공간 감각은 ‘공간 시각화’와 ‘공간 방향화’ 요인으로 나눌 수 있다고 하였다. McGee가 정의하는 공간 시각화는 “2차원과 3차원의 자극 대상들을 정신적으로 조작하거나 회전하거나 비틀거나 뒤집을 수 있는 능력(p. 896)”을, 공간 방향화는 “시각적 자극 패턴에서 요소체의 몸의 방향에 따라 공간의 방향을 결정하는 능력(p. 897)”을 말한다.

Tartre(1990a)는 McGee(1979)의 분류에 근거하여 공간 시각화와 공간 방향화 요인을 더 세분화하여 [fig., 1]과 같이 나타내었다.



[Fig. 1] An example of Tartre’s spatial factor classification and its tasks (Tartre, 1990b, p.30)

국내에서도 정영옥(2017)은 위에서 살펴본 여러 연구자들의 관점을 바탕으로 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력의 의미와 그 하위 요인을 정의하였다. 공간 시각화는 “공간의 대상, 관계, 변환에 대한 정신적 표상을 구성하고 조작하는 능력(p. 166)”으로 그 하위 요인을 정신적 회전, 정신적 변형, 정신적 차원 변형, 도형 배경 시각으로 구분할 수 있다. 공간 방향은 “공간에서 자기 자신과 여러 가지 대상의 상대적 위치와 거리 관계를 이해하고, 공간에서 위치, 방향, 거리를 알고 공간에서 이동해 가는 방법을 아는 능력(p. 167)”으로 방향 감각, 거리 감각, 위치 감각의 하위 요소로 구분될 수 있다.

본 논문에서는 심적 회전을 공간 시각화와 따로 분리하지 않고, McGee(1979)의 관점에 따라 공간 감각을 공간 시각화와 공간 방향화의 두 가지 요인으로 분류한다. 또한, Tartre(1990b)와 정영옥(2017)에서 분류한 공간 시각화와 공간 방향화의 하위 요인을 바탕으로 [fig.2]와 같은 틀을 바탕으로 공간 감각 검사지를 제작하여 활용하였다.



[Fig. 2] The framework for the spatial test

2) 공간 감각 향상을 위한 학습

예전부터 공간 감각이 학습을 통해 향상될 수 있는가에 관한 문제가 제기되어 왔고, 이에 대해 대부분의 연구에서 긍정적인 결과를 보고하고 있다. 이들의 연구는 그 교수 방법에 따라 크게 구체적 조작물을 활용하는 경우 (Alis, Black & Gray, 2002; Arici & Aslan-Tutak, 2015; Battista, Wheatley & Talsma, 1982; Chaim, Lappan & Houang, 1988; Risma, Putri & Hartono, 2013)와 기하 소프트웨어를 활용하는 경우(Guven & Kosa, 2008; Kosa, 2016; Kurtulus & Uygan, 2010)로 구분된다.

먼저 구체적 조작물을 활용한 연구를 살펴보면, Chaim, Lappan & Houang(1988)은 쌓기나무를 조작하는 활동이 5학년에서 8학년까지의 학생들의 공간 시각화 능력 향상에 큰 효과가 있었으며, 이러한 효과는 시간이 오래 지난 후에도 지속된다고 하였다. Arici & Aslan-Tutak(2015)는 종이 접기(origami)를 통한 활동이, Battista 외(1982)는 테셀레이션이나 탱그램과 같은 조작물을 통한 활동이 공간 감각에 효과적임을 제시하였다. Risma, Putri & Hartono(2013) 역시 블록 쌓기를 통한 활동이 학생들의 시각화 능력을 발달시킬 수 있음을 보고하였다.

기하 소프트웨어를 활용한 연구에서 Guven & Kosa(2008)는 탐구형 기하 소프트웨어인 Cabri 3D로 입체도형을 학습한 결과 공간 감각이 유의미하게 상승하였으며, Kosa(2016)는 GeoGebra 3D가 예비 교사의 공간 시각화 능력 향상에 효과적이었음을 밝히고 있다. Kurtulus & Uygan(2010)은 SketchUp 기반의 기하학 활동과 프로젝트가 공간 시각화 능력에 미치는 영향을 연구하고자 하였으며 그 결과 유의미한 결과를 얻을 수 있었다. 한편, 구체적 조작물과 기하 소프트웨어의 효과를 비교하고자 하는 연구도 이루어지고 있지만(예, Baki 외, 2011; Karakus & Peker, 2015) 그 수가 매우 부족한 실정이며, 연구마다 다양한 결과가 존재하여 어느 쪽으로도 결론을 내리기가 쉽지 않다. 특히 이러한 연구는 모두 예비교사와 같은 성인을 대상으로 하고 있어 초등학생의 경우 어떠한 방법을 활용하여 지도하는 것이 더 효과적일지에 대한 연구가 필요하다.

2. 초등학교 수학에서 전개도 지도

1) 전개도와 공간 감각

전개도는 우리나라 제1차 교육과정에서부터 꾸준히 다루어져 왔으며, 2차원의 표상과 3차원의 표상을 연결하는 적절한 학습 소재가 될 수 있다. 이는 McGee(1979)가 분류한 공간 감각의 하위 요인 중 공간 시각화에 포함된다. 전개도 과제를 해결하면서 학생들은 2차원과 3차원의 관계를 이해함으로써 시각적 능력을 향상시킬 수 있으며, 특히 제시된 전개도가 왜 정육면체의 전개도가 되는지 또는 되지 못하는지에 관한 이유를 생각해보는 활동은 입체도형의 모서리나 면, 꼭짓점, 변들이 어떻게 구성되고

나타날 수 있는지에 대해 더 잘 이해할 수 있게 한다 (Fennema & Romberg, 1999).

전개도에 관한 연구는 그 수가 매우 부족하지만 그 중 일부 연구에서 학생들의 공간 감각 발달에 전개도 학습이 영향을 미칠 수 있음을 제시하고 있다. Cohen(2003)은 원뿔과 원기둥의 전개도를 시각화하는 예비 교사와 현직 교사의 능력을 살펴 본 결과, 그와 관련된 충분한 경험이 이루어지지 않을 경우 성인이 되어도 전개도를 펼치고 접는 과정을 상상하는데 많은 어려움을 겪을 수 있음을 강조하였다. 또한, Pavlovičová & Švecová(2015)는 공간 감각 개발을 위해 폴리드론을 이용한 입체도형과 그 전개도를 학습하는 학생들의 활동과 전략을 제시하였다. 이를 바탕으로 본 연구에서도 공간 감각을 지도하기 위한 소재로 전개도를 활용하였으며 현 교육과정과 연계하여 전개도 활동을 구성하고 학생들에게 적용하였다.

2) 전개도 과제에서의 해결 전략

일반적으로 공간 과제를 해결하는 전략은 분석적인 전략과 전체적 전략으로 구분될 수 있는데, 전개도 과제 또한 이 두 가지로 구분이 가능하다. Gluck & Fitting(2003)에 따르면 전체적 전략은 도형을 접고 펼치는 것을 시각화는 능력이 필요한 반면, 분석적 전략은 각각의 모서리에 대하여 접은 결과를 계산하는 것으로 전체적 전략에 비해 비공간적인 전략이라고 할 수 있다. 일부 연구에서는 피험자 간의 공간 수준의 차이를 사용 전략과 관련하여 분석해보고자 하였는데 예를 들어, Cochran & Wheatley(2002)는 전략과 공간 감각의 관계를 분석한 결과 전체적 전략이 공간 과제에서 좀 더 높은 수행과 관련이 있음을 제시하였다. 그러나 Burin, Delgado & Prieto(2000)은 시각화 과제를 해결하는 피험자의 전략을 연구한 결과 전략의 선택이 공간 시각화 능력의 수준과는 관련이 없다고 하였다. 한편, Sukumar, Zhou & Mohler(2016)는 대학생을 대상으로 Purdue Spatial Visualization Test(PSVT)를 통해 공간 감각이 높은 수행자와 낮은 수행자가 사용하는 전략의 차이를 구분하고자 하였다. 비록 이 차이를 명확하게 구분하지는 못했지만 공간 감각이 높은 수행자는 시각화 과제를 해결하는데 있어 자신의 전략을 유연하게 바꿔가며 사용할 수 있었으며, 공간 감각이 낮은 수행자는 단일적인 전략만을

사용함을 보고하였다.

하지만 이러한 관계를 분석하는데 앞서 피험자가 사용하는 전략이 어떠한 전략인지 정확하게 측정하는 것은 매우 어려운 일이며, 많은 학자들이 인터뷰 혹은 응답 시간 분석, 안구 운동 분석 등 다양한 방법을 통해 전략을 구분하고자 하였지만 항상 그 객관성과 신뢰성의 문제가 제기되어 왔다. 이에 Lohman & Kyllonen(1983)은 한 가지 방법이 아닌 좀 더 많은 방법들을 통합적으로 활용하여 수집된 증거를 제시할 것을 제안하였다(Gluck 외, 2003에서 재인용). 따라서 본 연구에서는 전개도 과제를 해결하는 학생들의 전략을 분석하기 위해 좀 더 과학적으로 측정 가능한 시선 추적을 활용하였다. 또한, 과제를 모두 해결한 후 회고적 구두 프로토콜(Retrospective Verbal Protocol, RVP)을 실시하여 안구 운동 데이터를 좀 더 보완적이고 객관적으로 분석하고자 하였다.

III. 연구방법

본 연구는 조작 교구인 지오픽스와 탐구형 기하 소프트웨어인 Cabri 3D를 활용한 전개도 학습이 초등학교 5학년 학생들의 공간 감각에 어떠한 영향을 주는지 살펴보고, 학생들에게 공간 감각을 지도함에 있어 시사점을 도출하는데 목적이 있다. 따라서 변인들 간의 인과관계를 밝히기 위한 실험연구를 실시하였으며 준실험 설계를 적용하여 두 개의 실험집단과 한 개의 비교집단을 구성하였다. 모든 집단은 정규 수업 전 아침활동시간을 활용하여 30분씩 총 10차시의 전개도 학습을 진행하였다. 학습은 약 한 달(4주)간 진행되었으며, 연구자는 매 활동 시작 전 담임교사에게 학습지와 필요한 준비물을 전달하고 활동에 관해 충분히 설명하였다.

1. 연구 참여자

본 연구의 참여자는 공간감각 검사결과 동일집단으로 확인된 전라남도 J군 소재의 S초등학교 5학년 3개 학급이다. 5학년 학생들은 이미 1학기에 직육면체의 전개도를 학습하였지만, 6학년 때 제시되는 각기둥과 각뿔의 전개도를 아직 학습하지 않은 상태이다. 따라서 전개도에 어느 정도 익숙하면서도 다양한 입체도형의 전개도는 아직 접해보지 않아 연구 참여자로 적절하다고 판단하였다. 본

연구에서는 지오픽스를 활용하여 전개도를 학습한 실험 집단은 ‘교구반’으로, Cabri 3D를 활용하여 전개도를 학습한 실험 집단은 ‘소프트웨어반’으로, 학습지만을 통해 학습한 집단은 ‘비교반’으로 용어를 통일하여 사용하고자 한다.

공간 감각 검사지는 사후 검사에 참여하지 않은 1명을 제외한 52명을 대상으로 그 결과를 분석하였으며, 시선 추적 검사는 검사에 동의한 학생 34명 중 안구운동 추적 비율(tracking ration)이 70% 미만인 경우를 제외한 27명만을 대상으로 하였다.

2. 연구 절차

세 집단은 처치 방법에 따라 형식은 다르지만, 내용 면에서는 동일한 학습지를 제공받았으며, 학습지의 문항을 해결할 때 교구반은 지오픽스로, 소프트웨어반은 Cabri 3D로 전개도를 조작하도록 하였다. 한편, 비교반은 교구나 소프트웨어의 활용 없이 머릿속으로 문제를 해결하며 학습지에 답을 하도록 하였다. 구체적인 전개도의 학습 내용은 [Table 1]과 같다. 학습지의 모든 문항은 먼저 스스로 예상해본 후 소프트웨어나 교구로 자신의 예상이 맞는지 확인하는 순서로 진행하였다.

[Table 1] The schedule of the course activities

Course	Contents
1st	After exploring the components and properties of cube and cuboid, make various nets
2nd	Find all nets of cube(11 types)
3rd	
4th	Create a flattened view of the cube(parallel faces and vertical faces when folded)
5th	Find the correct nets of cuboid
6th	Solve a cuboid net problem(1)
7th	Solve a cuboid net problem(2)
8th	Exploring the nets of a patterned cube
9th	Exploring the nets of prisms
10th	Exploring software freely

1) 교구반

교구반은 [Table 1]에 제시된 활동을 할 때 지오픽스를 활용하였다. 지오픽스로 입체도형을 만들고 분해하는 것은 따로 설명하지 않아도 학생들이 쉽게 알 수 있기

때문에 바로 1차시부터 학습을 시작하였다. 교사는 학습지의 내용에 관해 어떠한 직접적인 설명도 하지 않았고, 학생들은 학습지를 읽어가며 스스로 답을 예상 해보고 지오픽스로 만들어보며 자신의 예상이 맞는지 확인해야 했다.

2) 소프트웨어반

소프트웨어반은 컴퓨터실에서 Cabri 3D를 통해 활동을 진행하였다. 학생들은 Cabri 3D를 처음 접하기 때문에 1차시에 들어가기 전 Cabri 3D의 기능에 대해 간단하게 소개하는 시간을 가졌다. 일단, 기본적인 점, 선, 면 등을 구성하는 방법을 배운 후 평면도형, 입체도형, 전개도 등을 만드는 방법을 차례로 학습하였다. 학생들은 자신이 원하는 크기와 모양의 도형을 다양하게 구성해볼 수 있었고, 각 면의 색깔을 달리하거나 무늬를 넣어 표현할 수도 있었다.

3. 검사 도구

1) 공간 감각 검사지

본 연구에서는 공간 감각을 다루고 있는 여러 연구에 대한 이론적 고찰 및 선행 연구 분석을 통해 Tartre(1990b)와 정영옥(2017)의 공간 감각 분류를 바탕으로 공간 감각 검사 도구 개발을 위한 틀을 구성하였다. 검사 문항은 사전과 사후 각 17문항씩 총 34문항을 개발하였으며, 검사 도구에 선정된 문항은 조영선, 정영옥(2012)에서 개발하여 사용한 공간 감각 검사지를 기초로 제작하였다. 그 외 Manual for Kit of Factor-Referenced Cognitive Tests(Ekstrom 외, 1976), Object Perspective-Taking Test(Kozhevnikov & Hegarty, 2001), Mental Rotation Test(Shepard & Metzler, 1971), 우리나라 초등 수학교과서(교육부, 2015b; 교육부, 2015c) 등을 참조하여 개발하였다. 핀란드 교과서의 경우 공간 시각화 능력뿐만 아니라 공간 방향화 능력도 폭넓게 다루고 있기 때문에(서화진, 이광호, 2018) 문항 제작을 위해 활용하였다. 공간 감각 검사지의 구체적인 내용은 [Table 2]와 같다. 개발된 과제의 Cronbach's Alpha 값은 사전 검사 .764, 사후 검사 .689이다.

[Table 2] Contents of spatial sense test

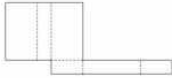
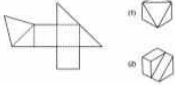
Spatial Sense Factor	Contents	Question Number	
MR	2d - 2d	Choosing what can't come out by 'turning' the presented plane figures	1
	2d	Choose one by rotating the presented figure clockwise or counterclockwise	2
	3d -	Choose the same shape from different angles	3
	3d	Choosing something like the picture when the cube is rotated	4
SV	2d - 2d	Create a new shape combining several pieces of figure	5, 6
	2d -	Choosing a three dimensional shape created by folding an open picture	7
	3d	Choose the right stacking blocks from the top, front, and side views	8
MT	3d -	Pick the shape when you fold and punch a hole in the paper	9
	2d	Choosing a cross section when cutting a three-dimensional figure	10
	3d -	Find the number of blocks when stacking several solid blocks	11
SO	3d	When you create a shape by combining two solid shapes, coloring the parts corresponding to each	12
	SP	Recognizing the position when you stand at a specific position and look at the object	13
	SP	Find the location where the landscape presented on the map is visible	14
SD		Find where the picture presented in the picture is visible	15
	SD	Finding a target's location using orientation on a map	16, 17

SV Spatial Visualization, SO Spatial Orientation, MR Mental Rotation, MT Mental Transformation, SP Sense of Position, SD Sense of Direction

2) 시선 추적 검사

시선 추적 검사는 전개도 과제를 활용하여 두 가지 유형(part1과 part2)으로 구성을 하였다. part 1은 직육면체 전개도를 제시하여 접어서 직육면체가 만들어질 수 있는지 없는지를 ○, × 로 대답하는 것이며, part 2는 직육면체를 제외한 다양한 입체도형의 전개도를 제시하여 접어서 만들어지는 알맞은 입체도형을 2개의 보기 중에서 고르는 문제이다. 직육면체의 전개도는 모서리의 길이나 면의 개수 등을 변화시켜 틀린 문항을 제작하였고, 다양한 입체도형의 전개도는 Surface Development Test(Ekstrom et al, 1976). Purdue Spatial Visualization Test(Baki 외, 2011에서 인용)를 참고하여 초등학교 수준에 맞게 보기의 수를 조정하고, 전개도가 너무 복잡한 문항은 제외하여 10개의 문항을 제작하였다. 개발한 검사 도구의 예시는 [Table 3]과 같다.

[Table 3] Sample questions in eye tracking tasks

Part1	Part2
	

4. 자료 수집 및 분석

1) 공간 감각 검사지

검사는 40분 동안 실시하였으며, 총 52명의 데이터를 수집하였다. 각 문항 당 1점씩 총 17점 만점으로 하였으며, 사전 점수와 사후 점수를 바탕으로 대응 표본 t-검정을 실시하여 각 집단의 공간 감각이 얼마나 향상되었는지 확인하였다. 또한, 세 집단의 사후 점수를 바탕으로 일원분산분석(One-Way ANOVA)를 실시하여 집단 간의 차이를 확인하였다.

2) 시선 추적 검사

먼저 응답시간, 정답률과 같은 행동 데이터를 분석하였다. 행동 데이터의 경우 시선 추적 비율과 무관하므로 모든 참여자에 대한 자료를 수집·분석하였으며 전개도를 학습하기 전과 후 응답시간과 정답률이 어떻게 변화하였는지 살펴보기 위해 대응표본 t-검정을 실시하였다. 또한, 집단 간의 정답률과 응답 시간에 차이가 있는지 알아보

기 위해 사후 검사에서의 결과를 바탕으로 일원배치 분산분석을 실시하였다. 그 결과 유의수준 .05에서 통계적으로 유의미한 차이는 없었다($p=.893 > .05$). 또한, 시선 추적을 통해 얻은 시선 데이터를 바탕으로 학생의 전략을 구분하였다. 하지만 학생의 전략을 전체적 전략과 분석적 전략으로 명확하게 구분하기에는 어려움이 있었고, 문제에 따라 두 전략을 모두 사용하거나 전략을 전환하며 문제를 해결하는 경우도 많음을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서는 [Table 4]와 같은 기준에 따라 전개도 과제를 해결하는 학생들의 전략을 구분하였다.

[Table 4] Strategy division of the development tasks

Strategies	description
holistic strategy	Fold developments into your head
analytic strategy	Compare analytical factors such as face, shape, length and size.
integrated strategy	Using both holistic and analytic strategies or converting from one strategy to another

IV. 결과분석

1. 양적 분석

1) 집단 내 비교

지오픽스와 Cabri 3D를 활용한 전개도 학습이 공간 감각에 어떠한 영향을 주는지 알아보하고자 하였다. 이를 위해 각 집단에서의 검사 결과를 바탕으로 대응표본 t-검정을 실시하였으며 그 결과는 [Table 5]와 같다. 교구반은 사전 검사의 평균이 10.78에서 사후에 12.44점으로 1.66점이 상승하였고 이는 유의 수준 .05에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었다($t=2.976, p=.008$). 소프트웨어반 역시 사전에 비해 사후 점수가 상승하긴 했지만 이는 통계적으로 유의미한 차이는 없었다($t=.391, p=.701$). 반면, 비교반에서는 오히려 점수가 하락하였다.

시선추적 검사에서의 결과를 바탕으로 실시한 대응표본-t검정 결과는 [Table 6]와 같다. 교구반은 정답률이 78.89%에서 92.22%로 13.33%p 상승하였으며 이는 유의 수준 .05에서 통계적으로 유의미한 차이를 보였다($t=3.087, p=.013$). 소프트웨어반 역시 정답률이 78.52%에

서 85.19%로 6.67%p가 상승하였으며, 이는 유의수준 .05에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었다($t=2.553$, $p=.023$). 하지만 비교반에서는 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

[Table 5] Descriptive statistics of the three groups in pre and post tests

Category	n	mean	mean difference	t	p
Geofix group	18	Pre-t est 10.78	1.66	2.976	.008
		Post-test 12.44			
Cabri 3D group	16	Pre-t est 10.63	.31	.391	.701
		Post-test 10.94			
Control group	18	Pre-t est 10.78	-.61	-1.377	.186
		Post-test 10.17			

[Table 6] Descriptive statistics of the data from eye tracking tests

Category	n	mean	mean difference	t	p
Geofix group	10	Pre-t est 78.89	13.33	3.087	.013
		Post-test 92.22			
Cabri 3D group	15	Pre-t est 78.52	6.67	2.553	.023
		Post-test 85.19			
Control group	10	Pre-t est 81.11	6.67	1.068	.313
		Post-test 87.78			

2) 집단 간 비교

전개도 학습에 따라 세 집단 간의 공간 감각에 어떠한 차이가 있는지 알아보기 위해 사후 검사 결과를 바탕으로 일원 분산분석(One-way ANOVA)를 실시하였다. 그 결과 통계적으로 유의미한 차이가 발견되었으며($F=3.345$, $p=.042$), 이에 어느 집단 간에 차이가 발생하였는지 구체적으로 확인하기 위해 사후 검정으로 Bonferroni 방법을

사용하여 데이터를 분석하였다. 그 결과 [Table 7]과 같이 교구반과 비교반 사이에서의 평균 차이가 유의미한 것으로 나타났다($p=.032 < .05$). 하지만 소프트웨어반과 비교반, 교구반과 소프트웨어반 사이에서는 유의미한 차이가 발견되지 않았다.

[Table 7] The results of Bonferroni between three groups

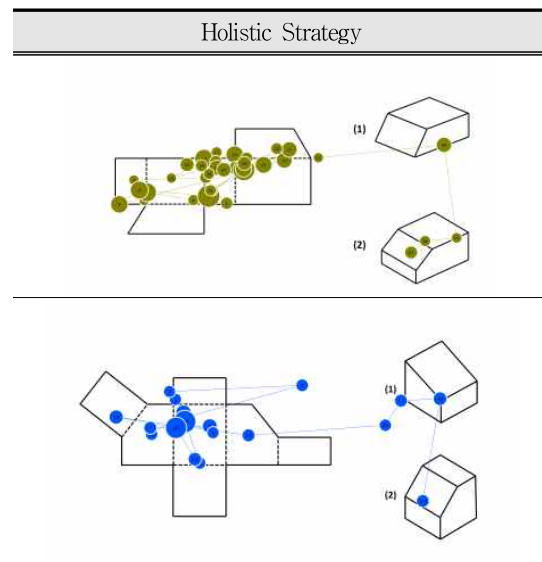
Category	Result	F	p	Result of Bonferroni	
				SE	p
Spatial Test	Geofix group > Cabri 3D group	3.375	.042	.92	.321
	Cabri 3D group > Control group			.92	1.000
	Geofix group > Control group			.89	.041

시선 추적 검사에서도 세 집단 간의 정답률의 차이가 통계적으로 유의미한지 알아보기 위해 일원분산분석을 실시하였다. 하지만 유의 수준 .05에서 통계적으로 유의미한 차이는 없었다($F=1.361$, $p=.271$).

2. 질적 분석

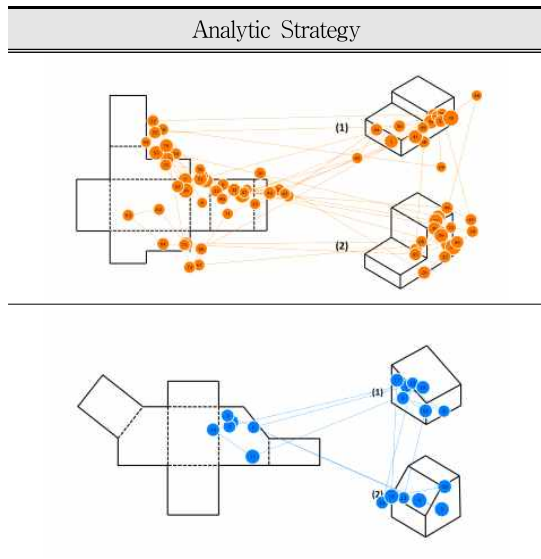
전개도 문제를 해결하는 학생들의 전략을 살펴보기 위해 시선 추적 데이터를 바탕으로 이를 질적으로 분석하였다. [Table 8]은 전체적 전략에 따른 시선 데이터의 예

[Table 8] An example of holistic strategy on a gaze plot(students G20(left) and P04(right))



시이다. 학생 G20의 시선 궤적을 살펴보면 전개도에 시선이 집중적으로 분포하다가 답을 말하기 직전에 ‘보기’로 시선이 한 번 가는데, 전체 응답시간 17.64초 중 15.46초에 처음으로 ‘보기’에서 고정이 일어난다. 즉, 이 학생은 15.46초 동안 머릿속으로 전개도를 접어보고 이를 확인하기 위해 ‘보기’로 시선을 옮긴 것을 알 수 있다. 학생 P04도 전체 응답시간 6.03초 중 4.46초에 처음 ‘보기’에 고정이 일어나는데 전개도에서의 시선을 보면 가운데 있는 직사각형을 중심으로 주변의 면들을 하나씩 접어보고 있는 것을 확인할 수 있다.

[Table 9] An example of analytic strategy on a gaze plot(students C05(left) and P03(right))

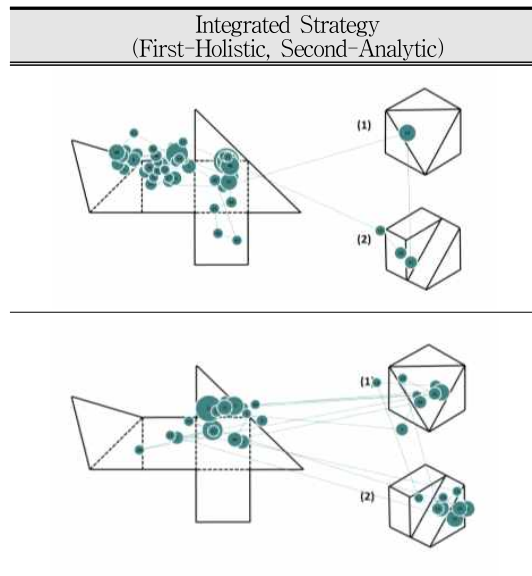


한편, 분석적 전략에 따른 시선 데이터의 예시는 [Table 9]와 같다. 학생 C05의 시선 궤적을 보면 전개도와 ‘보기’를 반복적으로 탐색하며 문제를 해결하고 있음을 알 수 있다. 또한, [Table 8]에서 전체적 전략의 학생들이 전개도를 오래 응시한 후 후반부에만 ‘보기’를 탐색한 것과는 달리 분석적 전략의 학생들은 초반부터 지속적으로 전개도와 ‘보기’를 번갈아 보며 모양을 비교하고 있었다. 학생 C05는 인터뷰에서도 계속 전개도와 ‘보기’를 탐색하던 중 전개도와 ‘보기’에서 옆면의 모양이 같은 것을 발견하여 답을 했다고 하였다. 학생 P03의 경우 전개도의 옆면에만 고정이 일어나 있으며, 이를 ‘보기’에 제시된 입체

도형의 옆과 모양을 비교하고 있음을 알 수 있었다. 이 학생은 인터뷰에서도 옆면의 모양만을 보고 답을 판단했다고 대답하였다. 이와 같이 전개도를 오래 응시하며 접어보기보다는 전개도와 ‘보기’를 지속적으로 번갈아가며 비교하거나 어느 특정 면에만 시선이 집중적으로 분포하는 경우 분석적 전략으로 분류를 하였다.

마지막으로 통합적 전략에 따른 시선 데이터의 예시는 [Table 10]과 같다. 학생 G20은 이전까지의 문항을 모두 전체적 전략으로 해결하던 학생이었는데, 사후 검사의 네 번째 문항에서는 전체적 전략으로 문제가 쉽게 해결되지 않자 분석적 전략을 사용한다. [Table 10]의 후반부 시선 궤적을 보면 전개도와 ‘보기’에서 면의 모양을 하나씩 비교하기 시작하는데, 그 시선을 보면 특히 삼각형의 모양을 집중적으로 비교하고 있음을 알 수 있다. 이 학생은 전체 응답시간 42초 중 26초간은 전체적 전략을 16초간은 분석적 전략을 사용하였다. 이와 같이 어느 한 전략에서 다른 전략으로 전환하는 시선을 보이는 경우 통합적 전략으로 분류하였다.

[Table 10] Gaze plot of a participant G20



이를 바탕으로 분류한 각 전략에 따른 정답률과 응답 시간을 살펴보면 [Table 11]과 같다. 그 결과 분석적 전략의 정답률이 92.9%로 가장 높았으며, 다음 통합적 전략, 전체적 전략 순이었다. 반면, 응답시간은 분석적 전략

이 10.4초로 가장 짧았으며 그 다음 전체적 전략, 통합적 전략 순이었다. 즉, 분석적 전략은 정답률이 가장 높으면서도 응답시간이 가장 짧은 전략으로 세 가지 전략 중 가장 효율적인 전략임을 알 수 있었다. 한편, 통합적 전략의 경우 두 가지 이상의 전략을 사용해야 하기 때문에 응답 시간이 가장 오래 걸릴 수밖에 없었지만 오히려 전체적 전략만 사용하는 것보다 정답률이 높았으며, 한 문제를 해결하는데 있어 한 가지 전략만을 사용하는 것이 아니라 여러 전략을 바꿔가며 유연하게 사용했다는 측면에서 의미가 있다고 할 수 있다.

[Table 11] Accuracy and response time for the strategy in eye tracking tests

	Holistic Strategy	Analytic Strategy	Integrated Strategy
Percentages of right answer(%)	81.1	92.9	86.1
Response Time(s)	12.1	10.4	12.6



[Fig. 3] Accuracy and response time for the strategy in eye tracking tests

세 집단에서 사용한 각각의 전략의 비율을 살펴보면 [Table 12]와 같다. 세 집단 모두 사후 검사에서 분석적 전략의 사용 비율이 증가하였으며, 통합적 전략의 사용 비율 또한 증가하였음을 확인할 수 있다. 분석적 전략의 비율이 증가하였음을 통해 학생들의 사용 전략은 학습과 관계없이 좀 더 효율적인 전략으로 변화했음을 알 수 있으며, 통합적 전략의 비율이 증가하였음을 통해 학생들이 좀 더 유연하게 자신의 전략을 바꿔가며 사용하기 시작

하였음을 알 수 있다.

[Table 12] Percentages used the strategy in pre-test and post-test (%)

	Holistic Strategy		Analytic Strategy		Integrated Strategy	
	pre	post	pre	post	pre	post
Cabri 3D group	55.6	53.3	35.6	40.0	8.9	6.7
Geofix group	42.0	34.0	54.0	54.0	4.0	12.0
Control group	52.5	37.5	42.5	52.5	5.0	10.0
total	49.6	41.5	44.4	48.9	5.9	9.6

V. 논의 및 결론

본 연구를 통해 얻게 된 결론은 다음과 같다.

첫째, 교구를 활용한 전개도 학습 결과 학생들의 공간 감각 검사지의 점수는 유의미하게 상승하였으며, 이를 통해 교구를 활용하여 공간 감각을 지도하는 것이 학생들에게 도형을 시각적으로 탐구하고 정신적으로 조작할 수 있는 다양한 기회를 제공하였음을 알 수 있었다. 선행연구에 따르면 기하를 학습할 때 교구와 같은 구체적 조작물을 조작해보는 경험은 학생들이 가지고 있는 추상적인 개념을 구체화시킬 수 있는 적절한 상황을 제공함으로써 기하에 대한 이해를 돕고 기하 추론 능력을 향상시킨다 (NCTM, 2000). 본 연구의 결과는 교구와 같은 구체적 조작물을 활용하여 기하를 학습하면 공간 감각, 특히 공간 시각화 능력을 향상시킬 수 있었다는 Arici & Aslan-Tutak(2015), Risma 외(2013)의 연구와 그 결과가 일치한다. 또한, 본 연구에서 교구반은 학습지만으로 학습을 진행한 비교반에 비해 공간 감각 검사 결과가 유의미하게 높았는데, 이는 전통적인 수업보다 교구를 활용한 수업이 공간 감각 향상에 더욱 효과적임을 제시하고 있는 Alias, Black & Gray(2002), Chaim, Lappan & Houang(1988)의 연구 결과와 일치한다고 할 수 있다. 이러한 결과는 공간 감각은 학습을 통해 향상될 수 있을 뿐만 아니라 학생들이 어릴 때부터 교구 등 구체물을 활

용한 다양한 경험을 제공하는 것이 공간 감각을 신장시키는데 많은 도움이 되며, 특히 초등학교에서 공간 감각을 지도함에 있어 적극적인 교구 활용이 필요함을 다시 한 번 시사한다.

둘째, 공간 감각을 향상시키기 위해 기하 소프트웨어를 활용하여 긍정적인 연구결과를 보고하였던 연구들(예, Guven & Kosa, 2008; Kosa, 2016; Kurtulus, 2013)과 달리 본 연구에서는 소프트웨어로 전개도를 학습한 집단에서 공간 감각 검사지의 점수에 유의미한 상승이 발견되지 않았다. 본 연구에서 활용하였던 탐구형 기하 소프트웨어인 Cabri 3D는 중·고등학생의 기하 학습을 목적으로 개발된 프로그램으로 이를 초등학생에게 적용한 연구는 매우 드물다. 더구나 초등학생들의 경우 컴퓨터를 다루는 것이 아직 미숙하여 Cabri 3D의 기능을 익히고 활용하는데 많은 어려움이 있을 것이라 예상하여 학생들이 직접 소프트웨어를 조작하며 전개도를 스스로 구성하기보다는 연구자가 이미 제작한 전개도를 제공한 형식으로 연구를 실시하였다. 따라서 학생들은 마우스로 전개도를 접고 펴는 과정을 관찰하는데 중심을 두어 학습을 진행할 수밖에 없었고, 자유롭게 추측하고 이를 확인하는 과정에 많은 제한이 있었다. 또한, 전개도를 마우스로 접고 펴는 과정이 너무 빠르게 지나가 좀 더 면밀하고 주의 깊은 관찰이 이루어지지 않았던 것으로 보인다. 이러한 한계와 함께 본 연구의 결과는 소프트웨어를 통한 조작 이전에 직접 도형을 눈으로 관찰하고 손으로 만지고 조작할 수 있는 기회를 제공하는 것이 매우 중요함을 시사한다. 소프트웨어를 통한 기하 학습이 지니고 있는 많은 장점에도 불구하고, 여전히 초등학생들에게는 구체적인 조작을 통한 경험이 선행되어야 함을 알 수 있다.

비록 공간 감각 검사에서 소프트웨어반의 공간 감각이 향상되었다는 결과는 발견되지 않았지만 시선 추적 검사의 정답률에서는 통계적으로 유의미한 향상이 있었다. 이는 소프트웨어를 통한 학습이 입체도형과 전개도 사이의 변환 과정을 좀 더 깊이 이해하고 이를 더욱 복잡한 전개도에도 적용할 수 있는 기회를 제공했음을 의미하며, 소프트웨어를 초등학생의 수준에 맞게 적절히 활용한다면 이 역시 전개도를 학습하는 효과적인 도구가 될 수 있음을 시사한다. 이러한 결과는 Cabri 3D가 입체도형과 같은 기하를 학습하는 매우 유용한 도구가 될 수 있음을

밝히고 있는 Accascina & Rogora(2006)의 연구와 같이 그 결과와 부분적으로 일치한다고 할 수 있다. .

셋째, 소프트웨어로 전개도를 학습한 집단과 교구로 전개도를 학습한 집단 사이에 유의미한 차이가 없었다. 소프트웨어 기반의 학습과 교구와 같은 구체물을 통한 학습의 효과를 비교하는 몇몇 연구들이 있지만(Baki 외, 2011; Karakus & Peker, 2015, Yurt & Sunbul, 2012), 어느 방법이 더 효과적인지에 대한 명확한 결론에는 이르지 못하고 있다. Baki 외(2011)는 Cabri 3D와 교구를 활용한 학습을 진행한 결과 Cabri 3D로 학습한 집단에서 더 높은 향상이 있었다고 보고하였는데, 이는 Cabri 3D가 학생들에게 입체도형을 다양한 각도에서 관찰할 수 있는 기회를 제공하였기 때문이라고 하였다. 반면, Karakus & Peker(2015)는 동적 기하 소프트웨어(DGS)와 구체적 조작물을 활용한 활동이 공간 감각에 어떠한 효과가 있는지를 비교·분석한 결과, 두 집단 간에 통계적으로 유의미한 차이가 없다고 하였다. 본 연구 역시 두 집단 간의 유의미한 차이를 발견할 수 없었는데, 이러한 결과는 초등학생의 경우 컴퓨터상에서의 가상 조작을 통한 학습보다는 오히려 손으로 직접 구체물을 만지고 조작하며 도형을 탐구하는 것이 훨씬 효과적이었다는 해석이 가능하다. Cabri 3D가 공간 감각에 훨씬 효과적이었다는 이전 연구들은 예비교사와 같은 성인을 대상으로 이루어진 것이지만 본 연구는 초등학교 5학년을 대상으로 하였다. 즉, 초등학생 때는 직접 구체물을 눈으로 확인하며 이들을 조작하고 관찰하는 과정을 통해 공간에 관한 개념을 구체화시킬 필요가 있으며, 중·고등학생 때는 구체물을 가지고 활동했던 경험을 바탕으로 소프트웨어상의 도형을 보다 높은 수준에서 조작하는 것이 바람직하다고 여겨진다.

넷째, 분석적 전략이 증가하였다. 본 연구에서는 공간 감각의 수준이 변화함에 따라 전략의 선택에는 어떠한 변화가 있는지 살펴보고자 하였다. 선행 연구를 바탕으로 공간 감각의 수준이 향상되면 그에 따른 전략 또한 좀 더 공간적인 전략인 전체적 전략으로 변화할 것이라 예상하였지만, 실험 결과 이 둘 사이에 뚜렷한 어떠한 관계를 확인할 수 없었다. 오히려 사후 검사에서는 분석적 전략이 더욱 증가하였다. 이를 통해 전개도 과제에서 공간 감각의 수준과 전략의 선택에는 상관성이 있다고 보기 어려우며, 과제의 특성에 맞는 보다 효율적인 전략을 선

택할 수 있도록 기회를 제공하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

마지막으로 본 연구에서는 전개도 과제를 해결하는 학생들의 전략을 분석하기 위한 방법으로 시선 추적과 RVP를 함께 활용하였다. 그 결과, 시선 데이터를 통해 학생들의 전략을 전체적 전략, 분석적 전략, 통합적 전략으로 구분할 수 있는 가능성을 엿볼 수 있었으며, 이를 통해 시선 추적이 학생들의 전략을 조사하는 유용한 도구가 되었음을 확인할 수 있었다. 전체적 전략을 사용하는 학생과 분석적 전략을 사용하는 학생의 시선에는 뚜렷한 차이가 있었으며, 이를 바탕으로 전개도 과제를 해결하는 학생의 전략을 보다 객관적으로 분석할 수 있었다. 또한, 문제를 해결할수록 좀 더 빠르고 효율적인 전략으로 변화해가는 학생의 시선을 확인할 수 있었다.

이러한 결론을 통해 본 연구에서는 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 비록 본 연구에서는 교구를 활용한 집단이 소프트웨어를 활용한 집단보다 더욱 긍정적인 결과를 얻었지만, 두 집단 간의 비교에서 통계적으로 유의미한 차이를 발견할 수는 없었다. 하지만 이러한 결과에 대해 아직 다른 많은 연구에서도 명확한 결론을 내리지 못하고 있다. 또한, 본 연구에서는 한 지역의 일부 초등학생을 대상으로 얻은 결론이므로 이러한 결과가 일반화되기 위해서는 지속적인고도 다양한 연령대에서의 폭넓은 연구가 필요하다.

둘째, 본 연구에서는 학생들이 전개도 과제를 해결하는 전략을 분석하기 위한 방법으로 시선 추적과 RVP를 활용하였다. 이전에도 공간 과제에서의 전략 분석을 위해 시선 추적을 활용하는 연구가 있었지만 본 연구에서와 같이 학생들의 시선을 질적으로 분석한 연구는 거의 없었다. 따라서 공간 과제를 해결하는 전략을 분석하는데 있어 시선 추적을 좀 더 적극적으로 활용한다면 보다 객관적이고 통찰력 있는 자료를 얻을 수 있을 것이라 생각된다.

참 고 문 헌

- Accascina, G., & Rogora, E. (2006). Using cabri 3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 11-22.
- Alias, M., Black, T. R. & Gray, D. E. (2002). Effect of instructions on spatial visualisation ability in civil engineering students. *International Education Journal*, 3(1), 1 - 12.
- Arici, S., & Aslan-Tutak, F. (2015). The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics*, 13, 179-200.
- Baki, A., Kosa, T., & Guven, B. (2011). A Comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualisation skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology*, 42(2), 291-310.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H., & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 332-340.
- Burin, D. I., Delgado, A. R., & Prieto, G. (2000). Solution strategies and gender differences in spatial visualization tasks. *Psicologica*, 21, 275-286.
- Chaim, D. B., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The Effect of Instruction on Spatial Visualization Skills of Middle School Boys and Girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Cho, Y. S. & Chong, Y. O. (2012). Survey on the Spatial Sense Ability of Elementary School Students. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 16(3), 359-388.
- Chong, Y. O. (2017). Teaching Spatial Sense of Solid Figures in Elementary School Mathematics. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 21(1), 161-194.
- Chung, Y. W., & Kim, B. Y. (2014). Didactical Contemplation on the Development Figure. *School Mathematics*, 16(2), 285-301.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.

- Cohen, N. (2003). Curved solids nets. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME International Conference*, 2, 229-236.
- Cochran, K. F., & Wheatley, G. H. (2002). *The Journal of General Psychology*, 116(1), 43-55.
- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. M. Lindquist & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12* (pp. 126-135). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H., & Dermen, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive test*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.) (1999). *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- 이광호, 이현숙, 이경미, 윤혜영, 정미혜, 하수현 (역) (2011). *이해를 촉진하는 수학교실*. 서울: 경문사.
- Gilligan, K. A., Flouri, E. & Farran, E. K.(2017). The contribution of spatial ability to mathematics achievement in middle childhood. *Journal of Experimental Child Psychology*, 163, 107-125.
- Gluck, J., & Fitting, S. (2003). Spatial strategy selection: Interesting incremental information. *International Journal of Testing*, 3(3), 293-308.
- Güven, B., & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 7(4), Article 11.
- Hong, G. J. & Yi, H. S. (2015). A Study on Sketch Maps and Planar Figures in Elementary School -In Consideration of Successive Korean Curriculums and Foreign Textbooks. *School Mathematics*, 17(4), 531-553.
- Jeong, H. R., Lee, S. J. & Cho, H. H. (2016). Educational Application of Turtle Representation System for Linking Cube Mathematics Class. *School Mathematics*, 18(2), 323-348.
- Karakus, F., & Peker, M. (2015). The effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service primary teachers' van hiele levels and spatial abilities. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 338-365.
- Kell, H. J., & Lubinski, D. (2013). Spatial ability: A neglected talent in educational and occupational settings. *Roeper Review*, 35(4), 219-230.
- Kim, Y. K. & Pang, J. S. (2007). An Investigation on 6th Grade Students' Spatial Sense and Spatial Reasoning. *School Mathematics*, 9(3), 353-373.
- Kosa, T. (2016). The effect of using dynamic mathematics software: cross section and visualization. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 23(4), 121-128.
- Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition*, 29(5), 745-756.
- Kurtuluş, A. (2013). The effects of web-based interactive virtual tours on the development of prospective mathematics teachers' spatial skills. *Computers & Education*, 63, 141-150.
- Kurtuluş, A., & Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics teachers. *World Conference on Learning, Teaching and Administration* (pp. 384 - 389). Cairo, Egypt: Elsevier Ltd.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: a meta-analysis. *Child Development*, 56(6), 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and re-analysis of the correlational literature* (Technical Report No. 8). Stanford CA: Stanford University, School of Education, Aptitude Research Project.
- Mcgee, M. G. (1979). *Human spatial abilities: sources of sex differences*. New York: Praeger.
- Ministry of Education(2015a). Mathematics curriculum. Proclamation of the Ministry of Education #2015-74 [Annex 8].
- Ministry of Education(2015b). *Mathematics 5-1*. Seoul: Chunjae)
- Ministry of Education(2015c). *Mathematics 6-1*. Seoul: Chunjae.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 (역) (2007). *학교수학을 위한 원리와 기준*. 서울: 경문사.
- Pavlovičová, G., & Švecová, V. (2015). The development of spatial skills through discovering in the geometrical education at primary school. *Social and Behavioral Sciences*, 186, 990-997.
- Risma, D. A., Putri, R. I., & Hartono, Y. (2013). On developing students' spatial visualisation ability. *International Educational Studies*, 6(9), 1-12.
- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012a). LASKUTAITO in English 4A. WSOY pro., Ltd. 양재욱, 도영(역) (2012). *핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 4-1 Korean edition*. 서울: 솔빛길출판사.

- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012b). LASKUTAITO in English 6A. WSOY pro., Ltd. 오수현, 도영(역) (2012). 핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 6-1 Korean edition. 서울: 솔빛길출판사.
- Seo, H. J. & Lee, K. H. (2018). An International Comparison of Nets of Solids Presented in Elementary Mathematics Textbooks. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 22(2), 199-220.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.
- Sukumar, K., Zhou, Z., & Mohler, J. L. (2016). *Strategy variability in solving spatial visualization tasks: Rethinking the purdue spatial visualization test - developments*. Paper presented at the annual meeting of the American Society for Engineering Education.
- Tartre, L. A. (1990a). Spatial orientation skill and mathematics problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Tartre, L. A. (1990b). Spatial skills, gender, and mathematics. In Fennema, E. & Leder, G. (Eds.), *Mathematics and gender: Influences on teachers and students* (pp.27-59). New York: Teachers College Press, Columbia University.
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139, 352 - 402.
- Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 817-835.
- Wright V., Smith K. (2017). Children's schemes for anticipating the validity of nets for solids. *Mathematics Education Research Journal*, 29(3), 369-394.
- Yurt, E., & Sünbül, A. M. (2012). Effect of modeling-based activities developed using virtual environments and concrete objects on spatial thinking and mental rotation skills. *Educational Science: Theory & Practice*, 12, 1987-1992.