



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(7), 549-555(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.7.549

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

원공이 있는 복합재 적층판의 압축강도 예측

김성준¹, 박세훈²

Compressive Strength Prediction of Composite Laminates Containing Circular Holes

Sung Joon Kim¹ and Sehoon Park²

Korea Aerospace Research Institute

ABSTRACT

Open hole strength of composite laminates is often used as the design allowable strength for designing composite aircraft structures, particularly those structures subjected to impact loading. Generally, the degradation of strength due to a barely visible impact damage (BVID) is assumed as the strength of 6.0 mm hole diameter in 24.0 mm width specimen. In this study, the residual strength static tests of composite laminates containing circular holes have been performed to investigate the effects of fiber orientation structure on open hole strength. The point stress criterion using a characteristic length is used to predict the open hole strength. The finite element analysis has been used to validate the analytical method. From the test results, it is shown that the characteristic length is related to the percentage of 0°, ±45° and 90° plies of the laminate. And regression analysis has performed to determine the characteristic length and strength of no hole specimens on the arbitrary layup pattern.

초 록

원공이 있는 복합재 적층판의 강도는 복합재 항공기 설계 시 충격하중이 가해지는 부위의 설계 허용치로 사용된다. 일반적으로 BVID (Barely Visible Impact Damage)에 의한 강도저하는 24.0 mm 폭의 시편에 6.0 mm 지름의 원공이 있는 시편의 강도로 가정한다. 본 연구에서는 원공이 있는 복합재 적층판의 강도에 적층각이 미치는 영향을 조사하기 위해 잔류강도 시험을 수행하였다. 원공이 있는 적층판의 강도를 예측하기 위해 특성길이를 이용한 점응력 파손기준을 사용하였고, 이론해를 검증하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 실험결과로부터 특성길이는 0°, ±45°와 90° 층의 비율과 관련이 있음을 보였다. 또한 회귀분석을 통하여 임의의 적층 패턴에 대한 특성길이와 원공이 없는 시편의 강도를 결정하였다.

Key Words : Design Allowables(설계 허용치), Residual Strength(잔류 강도), Point Stress Criterion(점응력 파손기준), Characteristic Length(특성 길이), Regression Analysis(회귀 분석)

1. 서 론

일반적으로 복합재료는 충격손상에 대해 취약하므로 설계 시 주의가 요구된다. 미국 연방 항공규정(Federal

Aviation Regulation)과 미국 군사 규격인 MIL-HDBK-17 등에서는 복합재 항공기 구조물에 대한 손상허용 요구조건을 정의하여 요구하고 있다[1,2]. Fig. 1은 손상의 정도에 대한 잔류강도 요구조건을 정의하고 있

† Received : March 9, 2021 Revised : May 7, 2021 Accepted : May 21, 2021

¹ Principal Researcher, ² Senior Researcher

¹ Corresponding author, E-mail : yaelin@kari.re.kr, ORCID 0000-0002-8325-5951

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

다. MIL-HDBK-17에서는 눈으로 식별하기 어려운 BVID 손상은 검출되지 않고 항공기 설계 수명 내에서 수리되지 않는 것으로 가정하여 BVID 손상이 구조물에 있는 상태에서의 잔류강도를 극한하중(Ultimate Load)으로 요구한다. 많은 항공기 제작사들은 복합재 항공기 구조물의 정적강도 해석 시 원공이 있는 시편의 B-basis 설계 허용치를 적용하여 극한하중 조건에서 해석적인 방법으로 BVID 요구조건을 입증한다. 또한 부구성품(Sub-component)과 전기체 시험을 통하여 추가적인 입증을 수행한다.

원공이 있는 복합재의 강도평가는 응력집중 계수만으로는 어렵고 Whitney와 Nuismer[3,4] 등이 선형탄성 파괴역학을 수정하여 개발한 특성 길이 모델을 이용하여 잔류강도를 평가한다. 점응력 파손기준은 불연속부 선단으로부터 특정 거리에서의 응력이 원공이 없는 시편의 파손응력과 같을 때 파괴가 일어난다고 가정한다. 또한 특성 길이를 기하학적 형상 및 적층구조와 무관한 재료 상수로 가정한다. 하지만 적층판을 이용한 여러 연구결과에 의하면 특성 길이는 시편의 형상, 온도 및 적층구조 등이 영향을 주는 것으로 알려져 있다[5,6]. 즉, 한 가지 적층판 실험결과로부터 얻은 특성길이는 다른 적층판의 강도예측에 사용할 수 없다. Kim 등은 특성 길이가 적층판의 원공의 크기와 관계가 있음을 해석 및 실험적으로 입증하였다[7]. 본 연구에서는 적층판의 적층구조가 특성길이에 미치는 영향을 검토하기 위하여 압축강도 시험을 수행하였다. 또한 실험결과와 점응력 파손기준을 이용하여 특성길이를 해석하였다. 이론해의 검증에 위하여 이론해로 구한 응력분포를 범용 유한요소 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용하여 비교하여 타당성을 확인하였다. Fig. 2는 복합적층판의 특성길이를 해석하는 절차이다. 원공이 없는 적층판의 강도(σ_{NH})를 실험적으로 구하고, 원공이 있는 적층판의 파단 시의 응력분포를 이용하여 적층판의 특

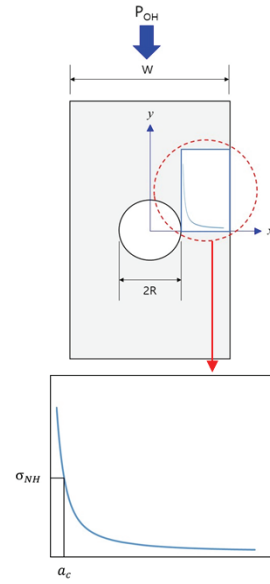


Fig. 2. Schematic diagram for characteristic length analysis procedure

성길이를 구한다. 여기서 P_{OH} 는 원공이 있는 시편의 파단하중이고 a_c 는 특성길이이다. 즉 원공이 있는 적층판의 강도는 원공이 없는 적층판의 강도와 특성길이에 의해 결정된다. 임의의 적층구조를 갖는 시편의 특성길이를 원공이 없는 시편의 강도는 실험결과와 회귀 분석을 이용하여 결정하였다. Fig. 3은 복합재 설계허용치 개발을 위한 시험영역(Test Space)과 구조물에 적용되는 구조설계영역(Structural Design Space)을 비교한 것이다. 일반적으로 설계개발시험 시 시편, 요소 및 부구성품 실험을 통하여 설계영역의 70~80% 정도를 포함하도록 실험을 수행하고 설계영역의 나머지 부분은 회귀분석을 통하여 구한 설계 허용치를 설계 및 해석에 적용한다. 본 논문에서는 제한된 적층패턴의 실험을 통하여 구한 특성길이 및 압축강도를 이용하여 회귀분석을 수행하여 임의의 적층패턴에 대한 특성길이와 압축강도를 예측하려 한다.

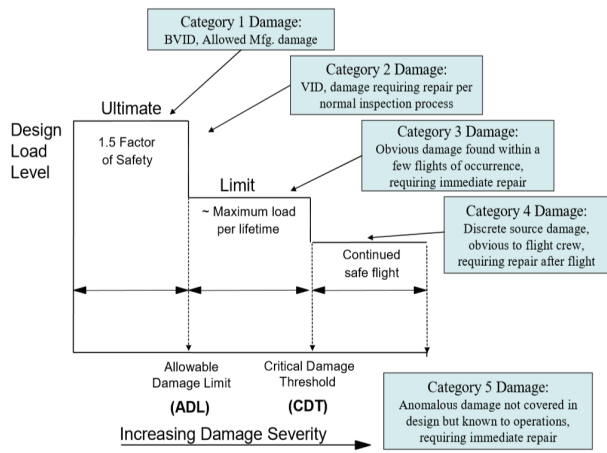


Fig. 1. Schematic diagram of design load levels versus categories of damage severity[1]

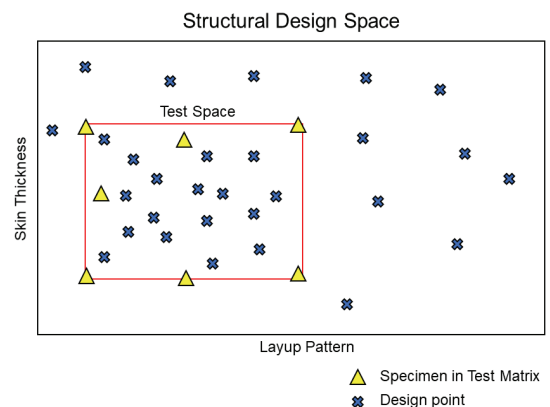


Fig. 3. Schematic diagram for structural design and test space

II. 본 론

2.1 점응력 파손기준

본 연구에서는 점응력 파손기준을 이용하여 원공이 있는 임의의 적층판의 잔류강도를 평가하였다. 점응력 파손기준은 원공의 선단으로부터 일정 거리의 수직응력(σ_y)이 원공이 없는 적층판의 파손강도와 같아질 때 파손이 발생한다고 가정하는 것으로 파손조건은 식 (1)과 같다. 직교 이방성 적층판에 대한 이론해는 실험 및 유한요소 해석결과와 잘 일치하므로 이론해를 이용하여 원공 주위의 응력을 해석을 수행하였다[8].

$$\sigma_y(R+a_c,0) = \sigma_o \quad (1)$$

여기서 R 은 원공의 반지름이다. 반지름이 R 인 원공이 있는 직교이방성 무한 평판에 균일 분포하중(σ_∞)이 작용하고 $x > R$ 인 경우의 응력분포는 식 (2)와 같다[9].

$$\sigma_y(x,0) = \frac{\sigma_\infty}{2} \times \left(2 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{x}\right)^4 - (K_T^\infty - 3)\left[5\left(\frac{R}{x}\right)^6 - 7\left(\frac{R}{x}\right)^8\right] \right) \quad (2)$$

여기서 K_T^∞ 는 무한평판에서의 응력집중계수(Stress Concentration Factor)이고, 식 (3)과 같다.

$$K_T^\infty = 1 + \left(\frac{2}{A_{22}} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - A_{12} + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{2A_{66}} \right) \right)^{1/2} \quad (3)$$

여기서 A_{ij} 는 복합적층판의 면내 강성계수이다. Fig. 4와 같이 유한폭의 적층판의 경우 유한폭 보정

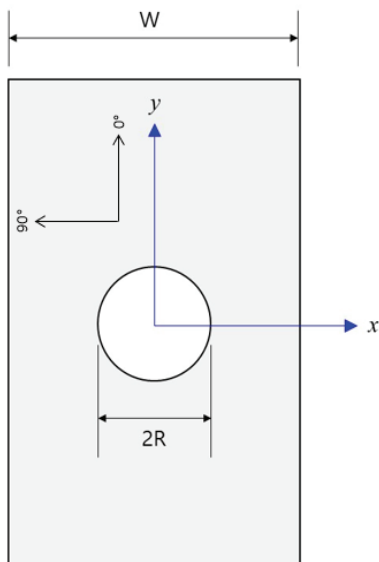


Fig. 4. Configuration of open hole specimen

Table 1. Material properties of CFRP lamina

Properties	Values
E_1 (GPa)	146.1
E_2 (GPa)	7.7
G_{12} (GPa)	3.6
ν_{12}	0.355
Thickness (mm)	0.094

계수(Finite Width Correction Factor)가 필요하다. 본 논문에서는 유한폭 보정계수를 식 (4)를 적용하였다.

$$Y = \frac{2 + (1 - 2R/W)^3}{3(1 - 2R/W)} \quad (4)$$

실험 및 해석에 적용할 시편의 치수는 폭(W)은 36.0 mm, 원공의 반지름(R)은 3.0 mm이다.

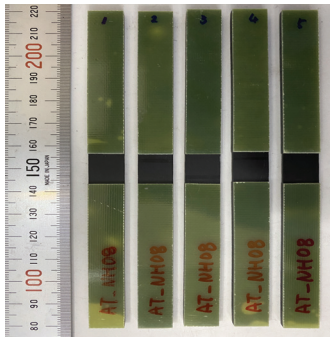
Table 1은 해석에 사용한 탄소섬유의 기계적 물성이다.

2.2 시편 제작 및 압축 시험

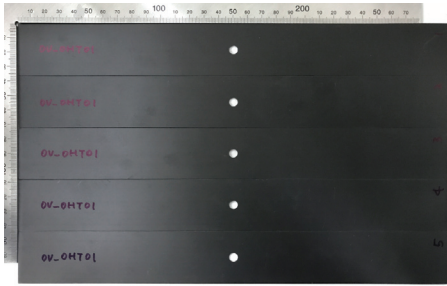
적층판의 적층구조가 특성길이에 미치는 영향을 검토하기 위하여 5가지 적층패턴에 대한 압축강도 실험을 수행하였다. 제작은 오토크레이브(autoclave) 경화 공정을 이용하였다. Table 2는 실험을 위해 제작한 적층패턴 및 적층각의 비율이다. 적층각의 성분은 0°층은 0~60%, 45°층은 0~100%이고 90°층은 0~60%이므로 대부분의 설계 범위를 포함하고 있다. 시편은 원공이 없는 시편과 원공이 있는 시편을 제작하여 압축강도 시험을 수행하였다. 시험 수행 방법은 원공이 없는 시편은 ASTM (American Society for Testing and Materials) D3039, 원공이 있는 시편은 ASTM D6484을 적용하였다. Fig. 5는 제작된 시편이다. Fig. 6은 원공이 없는 시편의 압축실험 셋업 및 파손된 시편의 모습이고, Fig. 7은 원공이 있는 시편의 압축 실험 셋업(Setop) 및 파손된 시편이다.

Table 2. Layup patterns and percentage of fiber orientation

Case	Layup pattern	0%	45%	90%
Case A	[0/90/45/90/0] _s	40.0	20.0	40.0
Case B	[0/45/0/90/0] _s	60.0	20.0	20.0
Case C	[45/0/-45/90/45] _s	20.0	60.0	20.0
Case D	[0/90/0/90/0] _s	60.0	0.0	40.0
Case E	[45/-45/45/-45] _s	0.0	100.0	0.0



(a) No hole specimens



(b) Open hole specimens

Fig. 5. Specimens for compression test



Fig. 6. Setup for no hole laminate compression test and specimens after failure

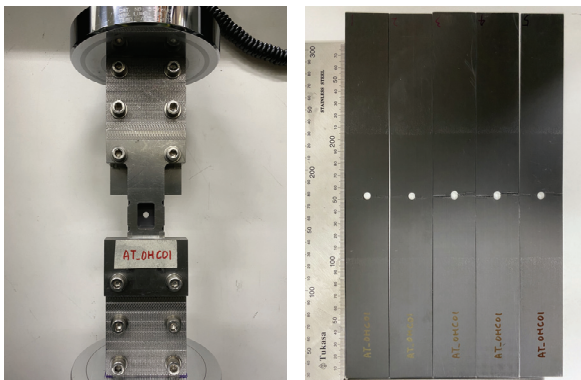


Fig. 7. Setup for open hole laminate compression test and specimens after failure

2.3 유한요소 해석

2.1절의 이론해를 이용한 응력분포의 정확성을 평가하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 8은 해석에 사용한 유한요소 모델이다. 8절점요소를 이용하여 복합재료 적층판을 모사하였다. 이론해와 비교하기 위해서는 유한요소 모델의 적층판의 물성을 등가강성계수를 적용하여야 한다. 적층판의 유효강성계수(Effective Young's Modulus)는 식 (5)~(8)을 이용하여 계산한다[10]. t 는 적층판의 두께이다. 계산된 적층판의 유효강성계수는 $E_x = E_y$ 는 72.8 GPa, G_{xy} 는 10.7 GPa이고 ν_{xy} 는 0.13이다.

$$E_x = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{11}t} \quad (5)$$

$$E_y = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}t} \quad (6)$$

$$G_{xy} = \frac{A_{66}}{t} \quad (7)$$

$$\nu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (8)$$

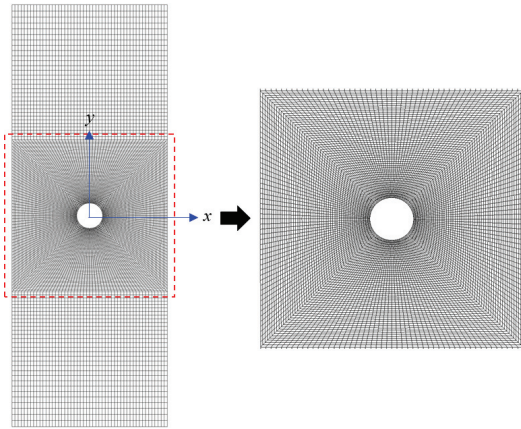


Fig. 8. FEM model

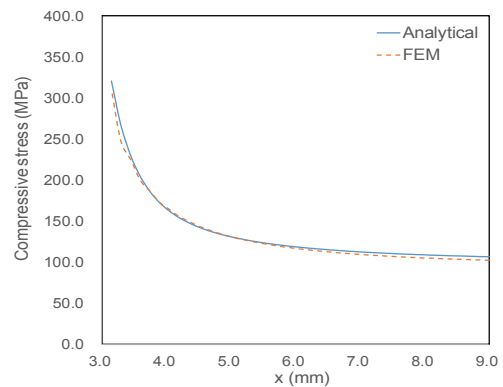


Fig. 9. Comparison of stress distribution between analytical and FEM

Figure 9는 적층판 Case A에 대한 이론적인 해와 유한요소해석 결과를 비교한 것이다. 분포하중(σ_{∞})이 100.0 MPa로 주어진 경우 두 결과가 매우 유사함을 알 수 있다. 즉 이론해를 이용하여 응력분포 및 특성길이를 구하는 것이 타당함을 알 수 있다.

2.4 실험결과 분석

Table 3에 각 시편의 압축시험 결과를 정리하였다. σ_{NH} 는 원공이 없는 시편의 강도이고, σ_{OH} 는 원공이

Table 3. Compressive strength of laminates

Case	σ_{NH} (MPa)	σ_{OH} (MPa)
Case A	630.4	398.4
Case B	867.4	474.6
Case C	464.0	321.6
Case D	780.2	405.8
Case E	179.6	154.6

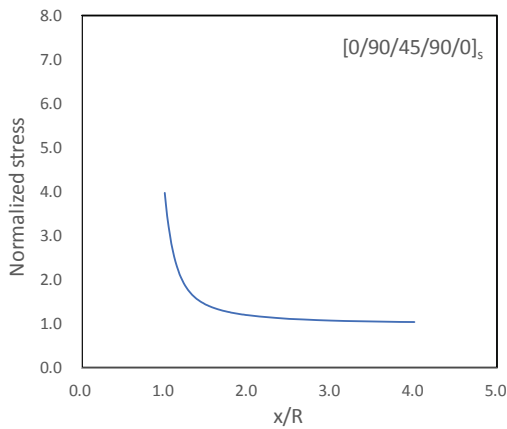


Fig. 10. Normalized stress distribution of CASE A specimen

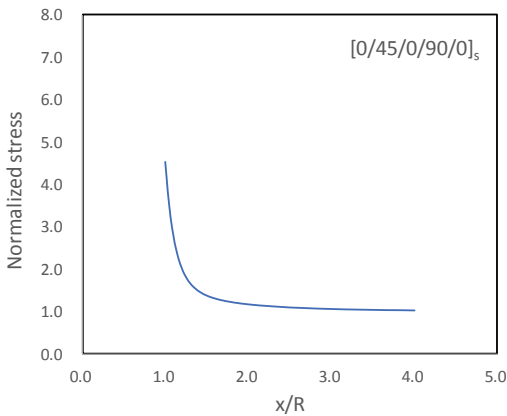


Fig. 11. Normalized stress distribution of CASE B specimen

있는 시편의 강도이다. 실험결과와 응력분포를 이용하여 각 적층판의 특성길이를 해석하기 위하여 적층판의 응력분포를 식 (2)~(4)를 이용하여 해석하였다.

Figures 10~14는 각 적층판의 응력분포이다. 응력 성분은 원공이 있는 시편의 압축강도로 무차원화하고 x축은 원공의 반지름으로 무차원화를 하였다.

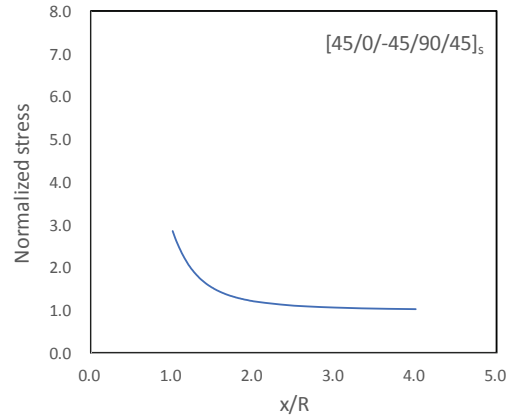


Fig. 12. Normalized stress distribution of CASE C specimen

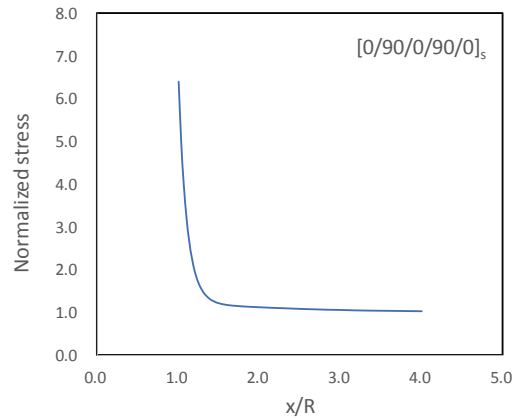


Fig. 13. Normalized stress distribution of CASE D specimen

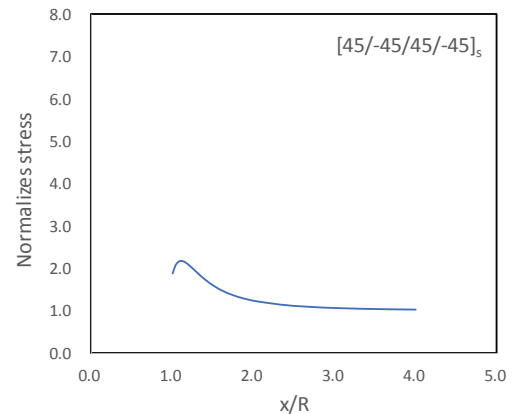


Fig. 14. Normalized stress distribution of CASE E specimen

Table 4. Effective Young's modulus, stress concentration factor and characteristic length

Case	E_y [GPa]	K_t	a_c [mm]
Case A	72.8	4.04	1.117
Case B	101.4	4.53	0.850
Case C	50.1	2.88	1.765
Case D	98.8	6.58	0.313
Case E	13.3	1.87	3.933

Table 4는 각 적층판의 특성길이와 하중 방향의 강성계수 및 응력집중 계수(Stress Concentration Factor, K_t)를 비교한 것이다. 실험결과와 응력분포에 대한 해석결과로부터 유효강성계수(E_y)가 클수록 특성길이가 작아지는 것을 알 수 있다. 이것은 적층판의 구성이 하중방향으로 0°층이 많을수록 원공의 선단에서 응력이 급격하게 변하기 때문이다. 실험 및 해석결과로부터 얻은 특성길이와 압축강도를 이용하여 임의의 적층구조를 갖는 적층판의 특성길이와 압축강도를 계산하기 위해 회귀분석을 수행하였다. 회귀분석은 적층판을 구성하는 적층각도의 비율(Percentage)을 독립변수로 하고 특성길이를 종속변수로 가정하였다. 종속변수의 형태는 일반적인 방법은 없고 시행착오(Trial and Error)를 통하여 오차가 최소화하도록 결정한다. 본 연구에서는 2가지 형태의 종속변수 형식에 대하여 회귀분석을 수행하고 결과를 검토하였다. Type 1의 경우 특성길이를 식 (9)로 가정하였다.

$$a_c = a_0 + a_1(0^\circ) + a_2(45^\circ) + a_3(90^\circ) \quad (9)$$

회귀분석을 수행한 결과 $a_0 = 0.30894$, $a_1 = -0.00139$, $a_2 = 0.03341$, $a_3 = 0.0$ 이다. 그리고 결정계수(R^2)는 0.95이다. 일반적으로 결정계수의 값은 0.95 이상이 되도록 한다. Table 5는 Type 1에 대한 회귀분석으로 얻어진 특성길이와 해석적인 방법으로 구한 것을 비교한 것이다. 그리고 원공이 없는 임의의 적층판에 대한 압축강도는 식 (10)을 적용하여 회귀분석을 수행하였다.

Table 5. Comparison of characteristic length between analysis and type 1 regression

Case	Analysis [mm]	Type 1 [mm]	Error (%)
Case A	1.117	0.982	-17.5
Case B	0.850	0.894	5.1
Case C	1.765	2.286	29.5
Case D	0.313	0.226	-27.9
Case E	3.933	3.650	-7.2

$$X_c = b_0 + b_1(0^\circ) + b_2(45^\circ) + b_3(90^\circ) \quad (10)$$

회귀분석 결과 $b_0 = 153.08$, $b_1 = 11.28136$, $b_2 = 0.62773$, $b_3 = 0.0$ 이고 결정계수는 0.977이다. Table 6은 회귀분석으로 얻어진 압축강도와 실험결과를 비교한 것이다. Type 2의 경우 특성길이는 식 (11)로 가정하였다.

$$a_c = a_0 + a_1(0^\circ) + a_2(0^\circ)^2 + a_3(45^\circ) + a_4(45^\circ)^2 + a_5(90^\circ) + a_6(90^\circ)^2 \quad (11)$$

회귀분석 결과 $a_0 = 5.38$, $a_1 = 0.0$, $a_2 = -0.00043$, $a_3 = 0.0$, $a_4 = -0.00015$, $a_5 = -0.20444$ 그리고 $a_6 = 0.002911$ 이다. 이때 결정계수(R^2)는 1.0이다. Table 7은 Type 2에 대한 회귀분석으로 얻어진 특성길이와 해석결과를 비교한 것이다. 원공이 없는 임의의 적층판에 대한 압축강도를 예측하기 위해 식 (12)를 이용하여 회귀분석을 수행하였다.

$$X_c = b_0 + b_1(0^\circ) + b_2(0^\circ)^2 + b_3(45^\circ) + b_4(45^\circ)^2 + b_5(90^\circ) + b_6(90^\circ)^2 \quad (12)$$

회귀분석 결과 $b_0 = 819.13$, $b_1 = 0.0$, $b_2 = 0.062109$, $b_3 = 0.0$, $b_4 = -0.063953$, $b_5 = -8.411250$ 그리고 $b_6 = 0.046203$ 이다. 이때 결정계수(R^2)는 1.0이다. Table 8은 회귀분석으로 얻어진 압축강도와 실험결과를 비교한 것이다. 식 (11)과 (12)는 변수가 7개이고 실험

Table 6. Comparison of no hole strength between test and type 1 regression

Case	Test [MPa]	Type 1 [MPa]	Error (%)
Case A	630.4	616.9	-2.1
Case B	867.4	842.5	-2.9
Case C	464.0	416.4	-10.3
Case D	780.2	830.0	6.4
Case E	179.6	215.9	20.2

Table 7. Comparison of characteristic length between analysis and type 2 regression

Case	Analysis [mm]	Type 2 [mm]	Error (%)
Case A	1.117	1.117	0.0
Case B	0.850	0.850	0.0
Case C	1.765	1.765	0.0
Case D	0.313	0.313	0.0
Case E	3.933	3.933	0.0

Table 8. Comparison of no hole strength between test and type 2 regression

Case	Test [MPa]	Type 2 [MPa]	Error (%)
Case A	630.4	630.4	0.0
Case B	867.4	867.4	0.0
Case C	464.0	464.0	0.0
Case D	780.2	780.2	0.0
Case E	179.6	179.6	0.0

결과가 5개이므로 회귀분석을 통해 변수의 값을 결정하여 근사값을 추정하게 된다. 회귀분석결과 식 (11)에서는 a_1 과 a_3 가 0.0이고 식 (12)에서는 b_1 과 b_3 가 0.0이 되어 결국 5원 1차 연립방정식이 되어 오차가 0.0이 된다. 일반적으로 실험결과에 영향을 주는 변수의 항이 많아지면 오차가 줄어들게 된다. 회귀분석결과를 검토하면 특성길이의 경우 오차범위가 Type 1은 -27.9 ~ +5.1%이고 Type 2는 0.0%이다. 압축강도의 오차범위는 Type 1은 -10.3 ~ +20.2%이고 Type 2는 0.0%이다. Type 2를 이용한 종속변수의 형태가 Type 1보다 회귀분석 결과가 더 정확한 것을 알 수 있다. 회귀분석을 수행하는 경우 종속변수의 결정이 매우 중요함을 알 수 있다.

실험을 수행하지 않은 임의의 시편에 대한 원공이 없는 시편의 강도와 특성길이를 Type 2의 회귀분석 결과를 이용하여 계산하였다. 시편의 적층이 [0/45/90/45/0]_s인 경우 σ_{NH} 는 666.4 MPa이고 a_c 는 1.538 mm이다.

III. 결 론

본 연구에서는 복합재 적층판의 적층각의 비율이 특성길이에 미치는 영향을 검토하기 위해 실험 및 해석을 수행하였다. 5가지 종류의 적층판에 대해 원공이 있는 시편과 없는 시편을 제작하여 압축실험을 수행하였다. 원공이 있는 적층판의 응력분포를 해석하기위해 이론해를 이용하였고 유한요소 해석결과와 비교하였다. 해석결과로부터 적층판에 0°층의 구성비가 높을수록 특성길이가 작아지는 것을 알 수 있었다. 또한 실험을 수행한 5가지 적층판의 적층각비율과 특성길이 및 압축강도를 이용한 회귀분석을 통해

임의의 적층판의 특성길이 및 원공이 없는 시편의 압축강도를 예측할 수 있음을 보였다. 즉 회귀분석을 이용하여 구한 특성길리와 원공이 없는 적층판의 강도를 이용하여 임의의 적층각을 갖는 원공이 있는 적층판의 압축강도 및 특성길이를 예측할 수 있다. 본 논문에서 적용한 특성길이를 구하는 방법은 원공이 아닌 여러 형상의 노치강도(Notched Strength)를 평가할 때 적용가능하다고 판단된다.

References

- 1) AC20-107B, Composite Aircraft Structures, FAA, 2010.
- 2) MIL-HDBK-17-3F, Composite Materials Handbook, 2002.
- 3) Whitney, J. M. and Nuismer, R. J., "Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations," *Journal of composite materials*, Vol. 8, 1974, pp. 253~265.
- 4) Nuismer, R. J. and Whitney, J. M., "Uniaxial failure of composite laminates containing stress concentration," *ASTM STP 593*, 1975, pp. 117~142.
- 5) Agrawal, D. C., Agrawal, B. D. and Banerji, K., "Fracture behavior of glass-cloth reinforced composites," *Polymer Composites*, Vol. 6, No. 1, 1985, pp. 29~33.
- 6) Lagace, P. A., "Notch sensitivity of graphite/epoxy fabric laminates," *Composite Science and Technology*, Vol. 26, 1986, pp. 95~117.
- 7) Kim, H. J., Hwang, W. B. and Han, K. S., "Notched strength of composite laminates containing circular hole," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 19, No. 3, 1991, pp. 40~51.
- 8) Toubal, L., Karama, M. and Lorrain, B., "Stress concentration in a circular hole in composite plate," *Composite Structures*, Vol. 68, 2005, pp. 31~36.
- 9) Awerbuch, J. and Madhukar, M., "Notched strength of composite laminates: predictions and experiments - A review," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 4, Iss. 1, 1985, pp. 3~159.
- 10) Niu, M. C. Y., *Composite Airframe Structures*, Conmilit Press Ltd, 1992.