

# 입력포화가 존재하는 다중 에이전트 시스템의 일치를 위한 이중제어

임영훈\*

## Duplex Control for Consensus of Multi-agent Systems with Input Saturations

Young-Hun Lim\*

**요약** 본 논문은 입력포화가 존재하는 다중 에이전트 시스템의 일치 문제를 연구한다. 일치 제어의 목표는 에이전트들이 정보교환을 통하여 그룹의 목표 상태로 일치되도록 함으로써 다중 에이전트 시스템의 군집 행동을 얻는 것이다. 본 논문에서는 입력포화가 존재하는 1차 역학에 의해 모델링된 에이전트 시스템들을 고려한다. 에이전트들의 전역적인 수렴성 보장을 위하여 에이전트들이 안정하다는 가정을 한다. 또한, 외란을 고려하여 일치를 달성하기 위한 PI(비례-적분) 기반의 이중 제어기법을 제안한다. 즉, 제안된 P제어기와 I제어기는 서로 다른 정보 네트워크로 구성된다. 다음으로 리아프노프 안정성 이론과 라살레 불변 법칙을 적용하여 일치를 달성하기 위한 P, I 제어기의 정보 네트워크 구성과 제어이득의 조건을 조사한다. 마지막으로 이론적 결과를 검증하기 위하여 시뮬레이션을 수행한다.

**Abstract** In this paper, we study the consensus problem for multi-agent systems with input saturations. The goal of consensus is to achieve a swarming behavior of multi-agent systems by reaching the agreement through information exchange. This paper considers agents modeled by first-order dynamics with input saturations. In order to guarantee the global convergence of the agents, it is assumed that the agents are stable. Moreover, considering the disturbances, we propose the PI based duplex control method to achieve the consensus. The proposed P controller and I controller are composed of different information network. Then, we investigate the conditions of the information networks and the control gains of P, I controllers to achieve the consensus applying the Lyapunov stability theorem and the Lasalle's Invariance Principle. Finally, we conduct the simulations to validate the theoretical results.

**Key Words** : Consensus, Distributed control, Duplex control, Input saturation, Multi-agent system

### 1. 서론

다중 에이전트 시스템의 일치(consensus)문제는 에이전트들의 정보교환을 통하여 모든 에이전트들이 그룹의 목표 상태로 수렴하도록 하는 것으로 군집제어, 편대제어, 분산 최적화, 분산 필터링 등 다양한 분야에 적용이 되어 연구가 진행되고 있다[1-3].

일치를 위한 제어기는 이웃한 에이전트와의 상태 차이를 기반으로 설계된다. 따라서 에이전트들의 정보교

환 네트워크가 일치의 중요한 요소가 된다. 일치를 달성하기 위한 정보교환 네트워크의 필요충분조건은 정보교환 그래프가 연결되어 있는 것이다[1]. 연결된 그래프를 고려하여 적분기 시스템[1,4], 선형 시스템[5], 비선형 시스템[6], 그리고 이중 시스템[7]을 고려한 일치 문제가 연구되었다. 또한, 실제 시스템들에 존재하는 다양한 외란 또는 불확실성을 고려한 PID 기반의 일치 문제가 연구되었다[8].

한편 실제 시스템의 구동기는 출력에 제한이 존재한

This work was supported by Gyeongsang National University Grant in 2020~2021.

\*Department of Convergence Electronic Engineering, Gyeongsang National University

Received July 22, 2021

Revised August 02, 2021

Accepted August 10, 2021

다. 이러한 출력의 제한을 입력포화라 한다. 입력포화는 시스템의 성능뿐 아니라 안정성에도 영향을 미치게 된다. 따라서 시스템의 성능 및 안정성 확보를 위하여 입력포화를 고려한 일치문제가 연구되었다[9-11]. 특히 [11]에서는 입력포화와 외란을 고려한 PID기반의 일치제어를 연구하였다.

기존 PI 기반의 연구들은 P제어기와 I제어기가 같은 정보교환 네트워크로 구성되었다[8,11]. 하지만 [12]에서 일치를 위하여 P제어기와 I제어기가 동시에 존재할 필요가 없다는 것을 증명하였다. 즉, P제어기와 I제어기가 서로 다른 정보교환 네트워크로 구성하여도 일치를 달성할 수 있고, 이 경우 제어기의 설계의 자유도를 높일 수 있는 장점이 있다. 따라서 최근 PI 기반의 이중제어 문제가 [13,14]에서 연구되었다. 하지만 기존 이중제어 연구에서는 입력포화에 대한 문제가 고려되지 않았다.

본 논문에서는 입력포화와 외란을 고려한 다중 에이전트 시스템의 일치 문제를 연구한다. 각 에이전트들은 1차 미분방정식으로 모델링되고, 입력포화가 존재하는 에이전트들의 전역적인 수렴성 보장을 위하여 에이전트들이 안정하다는 가정을 한다. 또한, 에이전트들에 존재하는 외란을 고려하여 일치를 달성하기 위한 PI 기반의 이중제어기법을 제안한다. 제안된 제어기의 제어이득과 정보교환 네트워크 구성을 위한 조건을 조사한다. 구체적으로 리아프노프 안정성 이론(Lyapunov stability theorem)과 라살레 불변 법칙(Lasalle's Invariance Principle)을 기반으로 에이전트 모델 파라미터에 따른 정보교환 네트워크 구성의 충분조건을 분석하고 일치에 대한 수렴성을 해석한다. 마지막으로 시뮬레이션을 통하여 제안된 이중제어기의 이론적 결과를 검증하였다.

## 2. 일치를 위한 이중제어

### 2.1 그래프 이론

본 논문에서는 다중 에이전트 시스템을 고려한 분산제어기법을 적용한다. 분산제어란 에이전트들이 서로간의 정보교환을 통하여 목표를 달성하는 기법을 의미한다. 분산제어를 적용한 시스템의 수학적 해석을 위하여

그래프 이론이 사용된다. 무향 그래프(undirected graph)  $G = (V, E, A)$ 는 노드의 집합  $V = \{1, 2, \dots, N\}$ , 엣지의 집합  $E \subseteq V \times V$ , 인접행렬(adjacency matrix)  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 로 구성된다. 여기서 노드는 에이전트를 의미하고 엣지는 에이전트 사이의 정보교환 여부를 나타낸다. 만약  $(i, j) \in E$ 인 경우, 에이전트  $i$ 와  $j$ 는 서로 정보를 교환할 수 있다. 또한  $(i, j) \in E$ 인 경우, 엣지의 가중치  $a_{ij} = a_{ji} > 0$ , 그 이외에는  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ 이 된다.

그래프에서 경로(path)는 서로 겹쳐지지 않는 엣지들을 순차적으로 나열한 것이다. 만약 무향그래프의 임의의 두 노드  $i, j \in V$ 에 대하여  $i, j$ 사이에 경로가 존재한다면, 그래프는 연결되어 있다(connected)라고 한다.

무향그래프  $G$ 의 라플라시안 행렬(Laplacian matrix)  $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 은  $l_{ij} = \sum_{j=1, i \neq j}^N a_{ij}$ ,  $l_{ii} = -a_{ij}$ ,  $i \neq j$ , 로 정의된다. 따라서 라플라시안 행렬은 양의 준정부호 실수 대칭행렬(positive semi-definite real symmetric matrix)가 되고, 연결된 그래프에 대하여 고유값 0의 대수적 중첩도는 1이 된다. 즉, 연결된 그래프에 대하여  $L$ 의 고유값은  $0 = \lambda_1(L) < \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L)$ 이 된다.

### 2.2 일치제어 문제정의

본 논문에서는 아래와 같이 입력포화와 외란이 존재하는  $N$ 개의 에이전트들로 구성된 다중 에이전트 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_i = \alpha x_i + sat(u_i) + \beta_i, \quad i \in V = \{1, \dots, N\} \quad (1)$$

여기서  $x_i, u_i, \beta_i \in \mathbb{R}$ 은 각 에이전트  $i$ 의 상태변수, 입력변수, 그리고 외란을 나타내고, 모델 파라미터  $\alpha \in \mathbb{R}$ 은 에이전트 시스템의 극점을 나타낸다. 포화함수  $sat(\cdot)$ 은  $sat(u_i) = sign(u_i) \min\{|u_i|, \bar{u}\}$ 로 정의되고,  $\bar{u} > 0$ 은 입력포화 레벨을 나타낸다.

다음으로  $N$ 개의 에이전트의 목표 상태를  $x_0 \in \mathbb{R}$ 이라 정의하면, 일치제어의 목표는 아래와 같이 모든 에

이전트들이 목표 상태로 수렴하도록  $u_i$ 를 설계하는 것으로 정의할 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i - x_0\| = 0, \quad \forall i \in V \quad (2)$$

본 논문에서는 일치를 달성하기 위하여 아래와 같은 가정들을 고려한다.

- 1) 식 (1)에서  $\alpha \leq 0$ 인 상수이다.
- 2) 외란  $\beta_i$ 와 목표 상태  $x_0$ 는 상수이고, 다음을 만족한다.

$$|\alpha x_0 + \beta_i| \leq \bar{u}, \quad \forall i \in V \quad (3)$$

위의 가정 1)과 2)는 입력포화를 고려하여 에이전트들이 목표 상태로 수렴하기 위한 필요조건이다.

### 2.3 PI기반 이중 제어 알고리즘 설계

본 논문에서는 분산제어기법을 적용하여 아래와 같은 PI 기반의 이중 제어 알고리즘을 제안한다.

$$\begin{aligned} u_i &= k_p \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}^P (x_j - x_i) + k_I v_i \\ \dot{v}_i &= \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}^I (x_j - x_i), \quad i \in V \end{aligned} \quad (4)$$

위 식에서  $k_p, k_I > 0$ 는 각 P, I 제어이득을 나타내고,  $a_{ij}^P$ 와  $a_{ij}^I$ 는 각 P제어기와 I제어기의 정보교환 그래프  $G^P$ 와  $G^I$ 의 엣지 가중치를 나타내고,  $a_{i0}^P$ 와  $a_{i0}^I$ 는 에이전트  $i$ 가 목표 상태를 알고 있다면 양의 상수가 되고 그 외에는 0이 된다. 따라서 제안된 이중 제어 알고리즘 식 (4)는 독립적인 두 개의 정보교환 그래프를 이용하고, 이에 이중 제어라 한다. 다음으로 에이전트  $i$ 의 목표 추종 오차  $e_i$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$e_i = x_i - x_0, \quad i \in V \quad (5)$$

오차의 정의 식 (5)와 에이전트 모델 식 (1)로부터 아래와 같은 오차 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_0 \\ &= \alpha x_i + sat(u_i) + \beta_i \\ &= \alpha e_i + sat(u_i) + \alpha x_0 + \beta_i \\ &= \alpha e_i + sat(u_i) + \bar{\beta}_i, \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\bar{\beta}_i = \alpha x_0 + \beta_i$ 이다. 또한, 이중 제어 알고리즘 식 (4)는 아래와 같이 오차에 대해 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i &= k_p \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}^P (x_j - x_0 - x_i + x_0) + k_I v_i \\ &= k_p \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}^P (e_j - e_i) + k_I v_i \\ \dot{v}_i &= \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}^I (e_j - e_i), \quad i \in V \end{aligned} \quad (7)$$

다음으로  $e = [e_1, \dots, e_N]^T$ ,  $u = [u_1, \dots, u_N]^T$ ,  $v = [v_1, \dots, v_N]^T$ 라 정의하면 라플라시안 행렬의 정의로부터 식 (7)은 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= -k_p \bar{L}^P e + k_I v \\ \dot{v} &= -\bar{L}^I e \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서  $\bar{L}^P$ 와  $\bar{L}^I$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{L}^P &= L^P + diag(a_{10}^P, \dots, a_{N0}^P) \\ \bar{L}^I &= L^I + diag(a_{10}^I, \dots, a_{N0}^I) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $L^P$ 와  $L^I$ 는 각 무향그래프  $G^P$ 와  $G^I$ 에 대한 라플라시안 행렬을 나타낸다.

본 논문에서 오차가 0으로 수렴하도록 제어이득을 아래의 식 (10)을 만족하도록 선택한다. 이에 대한 증명은 2.4장에서 볼 수 있다.

$$P = \alpha k_p \bar{L}^P + k_I \bar{L}^I > 0 \quad (10)$$

만약  $G^I$ 가 연결되어 있고,  $a_{i0}^I > 0$ 인 에이전트  $i \in V$ 가 존재한다면, 라플라시안 행렬의 정의로부터  $\bar{L}^I > 0$ 이 된다[11]. 따라서 이 경우 식 (10)을 만족하는 제어이득  $k_p$ 와  $k_I$ 는 항상 존재한다. 즉, 제어이득을 식 (10)을 만족하도록 설계한다면 다음이 성립한다.

(a) 시스템이 점근적 안정( $\alpha < 0$ )인 경우: 그래프  $G^I$ 가 연결되어 있고,  $a_{i0}^I > 0$ 을 만족하는  $i \in V$ 가 존재한다면 일치를 달성할 수 있다.

(b) 임계 안정( $\alpha = 0$ )인 경우: 그래프  $G^P$ 와  $G^I$ 가 연결되어 있고,  $a_{i0}^P > 0$ ,  $a_{j0}^I > 0$ 을 만족하는  $i, j \in V$ 가 존재한다면 일치를 달성할 수 있다.

### 2.4 일치 해석

이번 장에서는 일치를 달성하기 위한 제어이득에 대한 조건 식 (10)과 그래프 조건 (a), (b)에 대한 증명을 위하여 오차 방정식 수렴성을 조사한다. 이를 위하여 다음과 같은 리아프노프 함수를 고려하자.

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ V_1 &= \sum_{i=1}^N \int_{-\bar{\beta}_i}^{u_i} (sat(\tau) + \bar{\beta}_i) d\tau \\ V_2 &= \frac{1}{2} e^T P e \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $V_1 \geq 0$  이 되고  $V_1 = 0$  은  $u_i = -\bar{\beta}_i$  인 경우이다[11]. 또한  $P$  의 정의 식 (10)으로부터,  $V_2 \geq 0$  이 되고  $V_2 = 0$  은  $e = 0$  이 되는 경우이다. 다음으로 새로운 상태변수  $\zeta_i = sat(u_i) + \bar{\beta}_i$ ,  $\zeta = [\zeta_1, \dots, \zeta_N]^T$  라 정의하면 식 (6)과 (8)로부터  $V_1$  의 도함수는 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^N (sat(u_i) + \bar{\beta}_i) \dot{u}_i \\ &= \zeta^T \dot{u} \\ &= \zeta^T (-k_P \bar{L}^P e + k_I \dot{v}) \\ &= \zeta^T (-k_P \bar{L}^P (\alpha e + \zeta) - k_I \bar{L}^T e) \\ &= -k_P \zeta^T \bar{L}^P \zeta - \zeta^T P e. \end{aligned} \quad (12)$$

다음으로 식 (6)으로부터  $V_2$  의 도함수는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V}_2 = e^T P \dot{e} = e^T P (\alpha e + \zeta) = \alpha e^T P e + e^T P \zeta \quad (13)$$

따라서 식 (12)와 (13)으로부터  $\dot{V}$  는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V} = -k_P \zeta^T \bar{L}^P \zeta + \alpha e^T P e \quad (14)$$

라플라시안 행렬의 정의로부터  $\bar{L}^P \geq 0$  이 되고, 식 (10)의 조건으로부터  $\dot{V} \leq 0$  이 됨을 알 수 있다. 다음으로 오차 상태  $e$  의 0으로 수렴을 보이기 위하여  $\alpha < 0$  인 경우와  $\alpha = 0$  인 경우에 대하여 생각해 보자.

(a)  $\alpha < 0$  인 경우, 식 (14)는 아래와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} \leq \alpha e^T P e < 0, \quad \forall e \neq 0 \quad (15)$$

따라서 리아프노프 안정성 이론에 따라 일치를 달성할 수 있다. 즉,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$  이 된다.

(b)  $\alpha = 0$  인 경우, 식 (14)는 아래와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} = -k_P \zeta^T \bar{L}^P \zeta \quad (16)$$

따라서 만약 P제어기의 그래프  $G^P$  가 연결되어 있고  $a_{i0}^P > 0$  인 에이전트  $i \in V$  가 존재한다면,  $\bar{L}^P > 0$  이 되어  $\zeta \neq 0$  에 대하여  $\dot{V} < 0$  이 된다. 즉,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\zeta_i\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|sat(u_i) + \bar{\beta}_i\| = 0, \quad \forall i \in V$ , 이 되고, 가정 2)로부터  $|\bar{\beta}_i| \leq \bar{u}, \quad \forall i \in V$ , 이기 때문에  $\lim_{t \rightarrow \infty} u_i = -\bar{\beta}_i, \quad \forall i \in V$  임을 알 수 있다. 또한, 이 경우  $\dot{e} = 0$  이 되어  $\dot{v} = -\bar{L}^T e = 0$  이 된다. 여기서  $\bar{L}^T > 0$  이기 때문에  $e = 0$  이 된다. 즉,  $\dot{V} \leq 0$  이 되고  $\dot{V} = 0$  인 경우는  $e = 0$  인 경우이다. 따라서 라살레 불변 법칙에 따라  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$  이 되어 일치를 달성할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션

이번 장에서는 6개의 에이전트( $V = \{1, 2, \dots, 6\}$ )로 구성된 그룹을 고려한다. 우선 점근적 안정한 에이전트 ( $\alpha < 0$ )들에 대한 일치 문제를 고려한다. 에이전트들의 모델 파라미터와 목표 상태는 아래와 같다.

$$\alpha = -1, \quad \beta_i = 0.1 \times i, \quad \bar{u} = 1, \quad x_0 = 1 \quad (17)$$

2.3장에서 제안된 그래프의 조건 (a)에 따라 에이전트들의 정보교환 그래프는 그림 1과 같이 구성하였다. 그림 1에서 볼 수 있듯이 P제어기의 그래프  $G^P$ (점선)는 연결되지 않고, I제어기의 그래프  $G^I$ (실선)는 연결되도록 구성한다. 또한, I제어기의 경우 에이전트 1과 4는 목표 상태를 알 수 있다고 하였다. 또한 연결된 에이전트의 엣지 가중치를 1로 설정하였다.

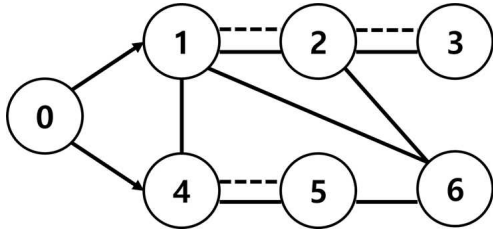


그림 1.  $\alpha = -1$ 인 경우,  $G^P$ (점선)와  $G^I$ (실선)의 정보교환 그래프

Fig. 1. Information Graph of  $G^P$ (dashed line) and  $G^I$ (solid line) when  $\alpha = -1$

그림 1에 주어진 정보교환 그래프에 대한 라플라시안 행렬은 아래와 같이 주어진다.

$$L^P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, a_{i0}^P = 0, \forall i \in V \quad (18)$$

$$L^I = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$a_{10}^I = a_{40}^I = 1, a_{i0}^I = 0, \forall i \in V / \{1, 4\}$$

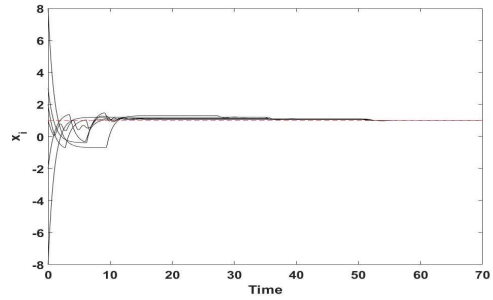
다음으로 본 시뮬레이션에서는 조건 식 (10)을 만족하도록 제어이득을 다음과 같이 선정하였다.

$$k_P = 0.1, k_I = 5 \quad (20)$$

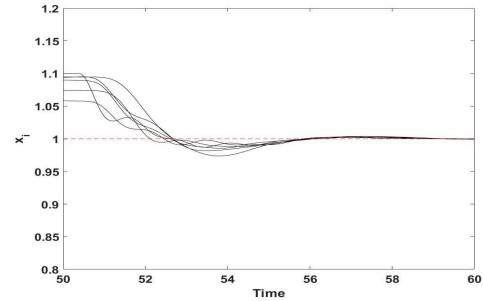
초기 상태  $x(0) = [2, -8, 8, 1, -2, 3]^T$ 를 고려하였고, matlab ode45를 이용하여 시뮬레이션을 진행한 결과는 그림 2, 3과 같다.

그림 2에서 볼 수 있듯이 제어이득에 대한 조건 식 (10)과 그래프 조건 (a)를 만족하도록 제어를 설계한다면 일치를 달성할 수 있음을 알 수 있다. 즉, I제어기에 대한 정보교환 그래프의 연결성만으로 일치를 달성할 수 있다. 또한, 에이전트 6의 경우 P제어를 사용하지 않았지만 일치를 달성하였다.

그림 3은 에이전트들에 가해지는 입력을 나타내고 입력이 포화되는 구간이 발생함을 볼 수 있다. 하지만, 2.4장의 해석 결과와 같이 시간이 지남에 따라 에이전트들이 일치를 달성할 수 있다.



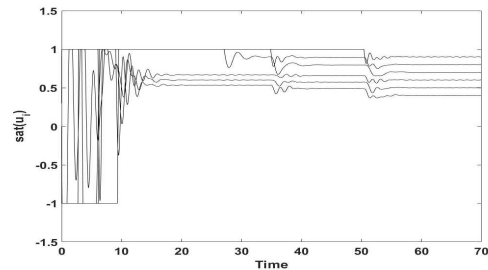
(a)  $x_i$ 의 궤적



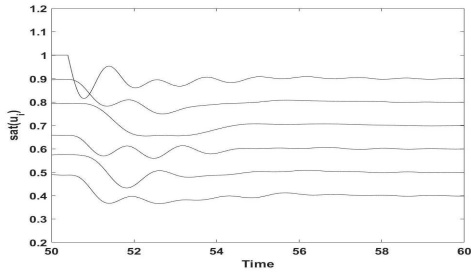
(b)  $x_i$ 의 정상상태 궤적

그림 2.  $\alpha = -1$ 인 경우, 상태변수  $x_i$ 의 궤적

Fig. 2. When  $\alpha = -1$ , trajectories of states  $x_i$



(a)  $sat(u_i)$ 의 궤적



(b)  $sat(u_i)$ 의 정상상태 궤적

그림 3.  $\alpha = -1$ 인 경우, 입력  $sat(u_i)$ 의 궤적

Fig. 3. When  $\alpha = -1$ , trajectories of inputs  $sat(u_i)$

다음으로 임계 안정( $\alpha = 0$ )인 경우에 대한 일치 문제를 고려한다. 에이전트 모델 파라미터와 목표상태는 식 (17)과 같이 고려한다. 에이전트들의 정보교환 그래프는 그림 4와 같이 구성하였다.

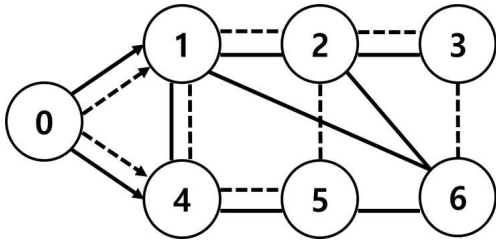


그림 4.  $\alpha = 0$ 인 경우,  $G^P$ (점선)와  $G^I$ (실선)의 정보교환 그래프

Fig. 4. Information Graph of  $G^P$ (dashed line) and  $G^I$ (solid line) when  $\alpha = 0$

그림 4에서 볼 수 있듯이  $\alpha = 0$ 인 경우 일치를 달성하기 위하여  $G^P$ (점선)와  $G^I$ (실선)는 연결되도록 구성한다.  $G^I$ 의 경우 이전 시뮬레이션과 동일하게 구성하였고, PI제어기에서 에이전트 1과 4는 목표 상태를 알 수 있다고 하였다. 엣지의 가중치는 이전 시뮬레이션과 동일하게 설정하였다.

그림 4에 주어진 정보교환 그래프에 대한 라플라시안 행렬  $L^I$ 와  $a_{i0}^I$ 는 식 (19)와 같고,  $L^P$ 와  $a_{i0}^P$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$L^P = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$a_{10}^P = a_{40}^P = 1, a_{i0}^P = 0, \forall i \in V / \{1, 4\}$$

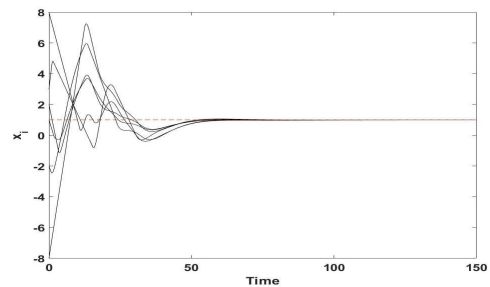
다음으로 본 시뮬레이션에서 제어이득은 아래와 같이 선정하였다.

$$k_P = 1, k_I = 0.1 \quad (22)$$

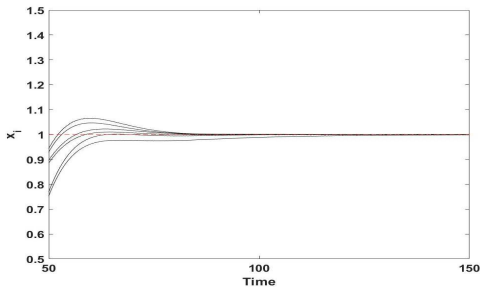
이 경우  $\alpha = 0$ 이 되어 임의의  $k_P, k_I > 0$ 에 대하여 식 (10)은 항상 만족한다.

이전 시뮬레이션과 동일한 에이전트들의 초기 상태를 고려하여 시뮬레이션을 진행한 결과는 그림 5, 6과 같다.

그림 5와 6에서 볼 수 있듯이 제안된 제어기의  $G^P$ 와  $G^I$ 가 서로 다른 연결된 그래프로 구성되어 있지만 입력포화가 존재하는 경우에도 일치를 달성함을 볼 수 있다. 또한 그림 5(a)와 6(a)에서 볼 수 있듯이 입력이 포화되는 구간에서 에이전트들의 상태변수들에 큰 오버슈트가 발생한다.  $\alpha < 0$ 인 경우 입력포화가 발생하여도 오차 방정식 (6)의  $\alpha e_i$ 가 P제어기와 같은 역할을 하기 때문에 오차가 작아지는 방향으로 에이전트들이 움직이게 되지만,  $\alpha = 0$ 인 경우는 에이전트들이 제어 불가능하기 때문에 큰 오버슈트가 발생하게 된다. 하지만, 해석 결과와 같이 시간이 지남에 따라 일치를 달성함을 볼 수 있다.



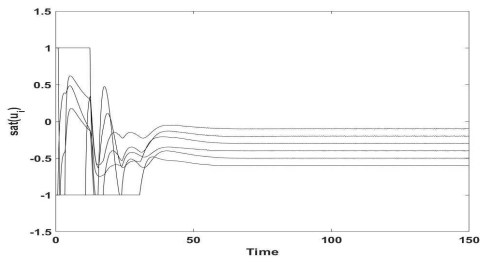
(a)  $x_i$ 의 궤적



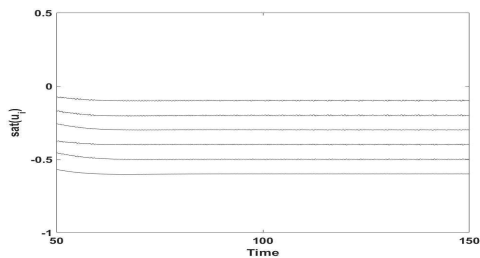
(b)  $x_i$ 의 정상상태 궤적

그림 5.  $\alpha = 0$ 인 경우, 상태변수  $x_i$ 의 궤적

Fig. 5. When  $\alpha = 0$ , trajectories of states  $x_i$



(a)  $sat(u_i)$ 의 궤적



(b)  $sat(u_i)$ 의 정상상태 궤적

그림 6.  $\alpha = 0$ 인 경우, 입력  $sat(u_i)$ 의 궤적

Fig. 6. When, trajectories of inputs  $sat(u_i)$

#### 4. 결론

본 논문에서는 입력포화과 외란을 고려한 일치 문제를 연구하였다. 외란이 존재하는 환경에서 일치를 달성하기 위하여 PI제어 기법을 기반으로 P제어기와 I제어기의 정보교환 그래프가 다른 이중 제어 알고리즘을 제안하였다. 에이전트 모델 파라미터에 따라 일치를 달성하기 위한 P제어기와 I제어기의 정보교환 그래프의 조

건을 해석하였다. 구체적으로 시스템이 점근적 안정인 경우에 대해서는 I제어기의 연결성만으로 일치 가능성이 보였다, 임계 안정인 경우 P제어기와 I제어기의 연결성이 모두 필요함을 보였다. 하지만 두 경우 모두 두 제어기의 정보교환 그래프가 동일하지 않아도 됨을 증명하였다. 따라서 제안된 제어기는 설계의 자유도를 높일 수 있는 장점이 있다.

비록 본 논문에서 이중 제어를 적용한 다중 에이전트 시스템의 수렴성을 해석하였지만, 성능에 대한 해석은 진행되지 않았다. 따라서 추후 실제 시스템에 적용하기 위하여 성능에 대한 해석을 진행할 계획이다. 또한, 입력포화가 존재하는 경우 I제어기의 적분 누적 현상에 의하여 성능 저하가 발생한다. 적분 누적 현상을 완화하기 위하여 anti-windup 기법에 대해서도 연구를 진행할 계획이다.

#### REFERENCES

- [1] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems", *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, Jan, 2007.
- [2] R. Olfati-Saber and J. S. Shamma, "Consensus filters for sensor networks and distributed sensor fusion", *In Proceedings of 44<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference 2005*, Seville, Spain, 12-15 December 2005.
- [3] W. Ren, R. W. beard, and E. M. Atkins, "Information consensus in multivehicle cooperative control", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.
- [4] W. Ren, "On consensus algorithms for double-integrator dynamics", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 6, pp. 1503-1509, 2008.
- [5] Z. Li, Z. Duan, G. Chen, and L. Huang, "Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: A unified viewpoint", *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 57, no. 1, pp. 213-224, 2010.
- [6] F. Zhang, H. L. Trentelman, and J. M. A.

Scherpen, "Fully distributed robust synchronization of networked Lur'e systems with incremental nonlinearities", *Automatica*, vol. 50, no. 10, pp. 2515-2526, 2014.

[7] S. Baldi and P. Frasca, "Leaderless synchronization of heterogeneous oscillators by adaptively learning the group model", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 65, no. 1, pp. 412-418, 2020.

[8] D. A. B. Lombana and M. di Bernardo, "Distributed PID control for homogeneous and heterogeneous networks", *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 2, no. 2, pp. 154-163, 2015.

[9] X. Wang, H. Su, X. Wang, and G. Chen, "Fully distributed event-triggered semiglobal consensus of multi-agent systems with input saturation", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 6, pp. 5055-5064, 2017.

[10] B. Wang, W. Chen, and B. Zhang, "Semi-global robust tracking consensus for multi-agent uncertain systems with input saturation via metamorphic low-gain feedback", *Automatica*, vol. 103, pp. 363-373, 2019.

[11] W.-J. Lee and Y.-H. Lim, "Synchronization of multi-motor systems with input saturations using a distributed PID algorithm", *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 111-117, 2019.

[12] S. Yang, Q. Liu, and J. Wang, "A multi-agent system with a proportional-integral protocol for distributed constrained optimization", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 7, pp. 3461-3467, 2017.

[13] D. A. B. Lombana and M. di Bernardo, "Multiplex PI control for consensus in networks of heterogeneous linear agents", *Automatica*, vol. 67, pp. 310-320, 2016.

[14] S. Yang, J. Wang, and Q. Liu, "Consensus of heterogeneous nonlinear multi-agent systems with duplex control laws", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, no. 12, pp. 5140-5147, 2019.

---

저자약력

---

임 영 훈(Young-Hun Lim)

[정회원]



- 2010년 2월: 단국대학교 전기공학과 공학사
- 2012년 2월: 광주과학기술원 기전공학부 공학석사
- 2016년 2월: 광주과학기술원 기전공학부 공학박사
- 2017년 9월-2021년 2월: 경남과학기술대학교 전자공학과 조교수
- 2021년 3월-현재: 경상국립대학교 융합전자공학부 조교수

<관심분야>

분산제어, 군집제어, 비선형제어