



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(10), 821-828(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.10.821

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## CMG를 활용한 드론의 비선형 자세 제어 기법

장석호<sup>1</sup>, 이현재<sup>2</sup>

### Nonlinear Attitude Control of Drones Using Control Moment Gyros

Seok-ho Jang<sup>1</sup> and Henzeh Leeghim<sup>2</sup>Department of Aerospace Engineering Chosun University<sup>1,2</sup>

#### ABSTRACT

Quadrotors relatively smaller and lighter than other aircraft have a disadvantage of being sensitive to the external disturbances. In order to solve this disadvantage, many studies have been conducted by various control techniques robust to disturbances. In this paper, CMGs (Control Moment Gyros) introducing relatively large control torque with an identical amount of electric powers are applied to cancel the external disturbances. Two CMGs are considered to control the attitude of quadrotors so that a multi-copter installed with two CMGs and four rotors are introduced for this work. Finally, to verify the control performance of the proposed system by the CMGs, a numerical simulation conducted in the given harsh environment.

#### 초 록

쿼드로터는 다른 비행체에 비해 작고 가벼워서 바람과 같은 외란에 민감하다는 단점이 있다. 이 단점을 해결하기 위해 외란에 강인한 제어기법을 이용하는 연구가 많이 이루어져 왔다. 본 논문에서는 외란을 해결하기 위해 적은 힘으로 큰 토크를 발생시킬 수 있는 CMGs (Control Moment Gyros)를 활용하였다. 쿼드로터의 자세 제어를 위해 2개의 CMGs를 활용하였고, 4개의 로터와 2개의 CMGs를 구동하기 위한 시스템을 구성하였다. 구성한 시스템의 제어 성능을 확인하기 위해 외란이 있는 환경에서 자세 제어에 대한 시뮬레이션을 진행하였다.

**Key Words :** Quadrotor(쿼드로터), Attitude Control(자세 제어), Control Moment Gyros(제어모멘트 자이로), External Disturbance(외부 교란), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어)

#### 1. 서 론

쿼드로터(Quadrotor)는 4개의 로터를 이용하여 비행하는 드론으로, 대칭적인 구조로 인해 제작이 간편하고 제어가 편하다는 장점이 있다. 하지만 다른 비행체에 비해 가벼운 무게로 인해 바람과 같은 외란이나 모델의 불확실성에 많은 영향을 받는다는 단점

이 있다. 이러한 단점을 개선하기 위해 외란에 강인한 제어기법(Robust control)을 쿼드로터에 적용할 수 있도록 많은 연구가 진행되어 왔다[1,2]. 강인한 제어기법의 대표적인 기법 중 하나는 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)인데, 이 기법은 제어하고자 하는 상태 변수들을 이용하여 슬라이딩 면(Sliding surface)을 설정하고, 변수들이 그 면을 따

† Received : May 17, 2021    Revised : August 17, 2021    Accepted : September 1, 2021

<sup>1</sup> Graduate Student, <sup>2</sup> Professor

<sup>2</sup> Corresponding author, E-mail : h.leeghim@controla.re.kr

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

라 흐르면서 시스템이 원하는 동작을 하도록 제어하는 비선형 제어기법이다[3]. 이 기법은 외란과 불확실성에 강인한 특징이 있지만 채터링(Chattering)이라는 고주파의 떨림 현상이 나타난다는 문제가 있다. 이 현상을 해결하기 위해 2차 슬라이딩 모드 제어(Second order SMC), 퍼지 슬라이딩 모드 제어(Fuzzy SMC) 등 많은 연구가 진행되고 있다[4,5].

쿼드콥터가 외란으로 인해 자세가 틀어졌을 때 모터의 힘으로 자세를 안정시키기 위한 동작을 한다. 하지만 모터의 반응속도가 외란의 변화를 따라가지 못하게 되고 결국 자세가 불안정해진다. 따라서 본 논문에서는 보다 빠른 반응속도를 위해 CMG(Control Moment Gyro)를 적용하였다. CMG는 모터와 동일한 힘을 가했을 때보다 큰 토크를 발생시킬 수 있는 구동기(Actuator)로, 순간적인 반응속도가 빠르다고 할 수 있고, 자세 안정성이 높아지게 된다.

CMG의 구조는 휠 디스크(Wheel disk)와 휠을 감싸고 있는 김벌(Gimbal)로 구성되어 있다. 휠은 회전하면서 각운동량을 발생하게 되고 김벌은 각운동량의 방향에 변화를 주게 된다. 이때 자이로스코픽 효과(Gyroscopic effect)에 의해 토크가 발생하게 된다. 이 토크를 이용하여 모델의 자세를 제어하게 된다. CMG는 휠의 회전속도의 변화성에 따라 크게 2가지 종류로 구분할 수 있는데, 휠의 회전속도와 김벌의 각도를 조절하는 VSCMG(Variable Speed CMG)와 휠의 회전속도는 일정하게 유지하고 김벌의 각도를 조절하는 CSCMG(Constant Speed CMG)으로 구분할 수 있다[6,7].

본 논문에서는 CSCMG를 선택하였으며, 쿼드콥터의 자세를 제어하기 위해 X축에 2개의 CMG를 나란히 부착하였고, 그에 따른 구동행렬과 제어입력을 구성하였다. 제어기는 슬라이딩 모드 제어를 적용하여 설계하였으며, 설계한 시스템이 외란이 존재하는 환경에서 제어가 잘 이루어지는지 확인하기 위해 시뮬레이션을 진행하였다. 좀 더 정확한 시뮬레이션을 위해 모터 동역학을 추가하였다.

## II. 쿼드콥터 동역학

쿼드콥터는 4개의 로터 추력을 이용하여 비행하는 드론으로, 회전 운동을 위해 4개의 로터 추력을 모두 이용하는 X형, 2개의 로터 추력은 유지하고 나머지 2개의 로터 추력을 이용하는 +형 등 여러 가지 형태가 있다. 본 논문에서는 X형 쿼드콥터를 적용하였으며, 이때 좌표계는 Fig. 1과 같다[8,9].

쿼드콥터의 좌표계는 관성좌표계(Inertia frame)와 동체좌표계(Body frame)으로 정의하며, 관성좌표계에서 쿼드콥터의 위치는  $\xi = [X_E, Y_E, Z_E]^T$ 로 정의하며, 자세는 오일러각(Euler angle)  $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ 과 쿼

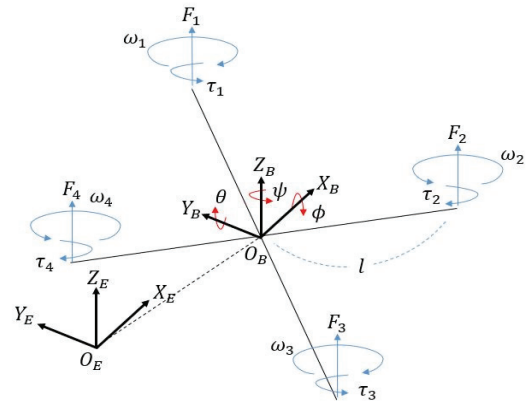


Fig. 1. Coordinate system of Quadrotor

터니언(Quaternion)  $Q = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = [q, q_4]^T$ 으로 정의한다. 시뮬레이션에서 자세는 주로 쿼터니언으로 계산하며, 쿼드콥터의 동작을 좀 더 직관적으로 해석하기 위해 오일러각으로 변환하여 해석하였다. 동체좌표계에서 각속도는  $w = [\omega_\phi, \omega_\theta, \omega_\psi]^T$ 으로 정의한다.

관성좌표계에서 동체좌표계로 변환하기 위한 회전행렬(Rotation matrix)  $R$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = (2q_4^2 - 1)I_{3 \times 3} + 2qq^T - 2q_4q^\times \quad (1)$$

로터의 추력은 로터의 양력계수  $\kappa$ 와 각속도  $\omega_i$ , ( $i=1, 2, 3, 4$ )로 나타내며, 쿼드콥터의 추력은 4개의 로터의 추력을 합하여 나타낸다.

$$F_i = \kappa \omega_i^2, \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (2)$$

$$F_{thrust} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (3)$$

본 논문에 적용한 X형 쿼드콥터는  $Z_B$ 축을 기준으로 45도 회전한 형태이다. 이때 롤(Roll), 피치(Pitch), 운동은 동일한 방향의 로터 두 쌍의 추력 차이를 통해 발생하며, 요(Yaw)운동은 동일한 방향으로 회전하는 로터 두 쌍의 토크 차이를 통해 발생한다.

$$\begin{aligned} \tau_\phi &= \frac{\sqrt{2}}{2}l(F_1 - F_2 - F_3 + F_4) \\ \tau_\theta &= \frac{\sqrt{2}}{2}l(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4) \\ \tau_\psi &= b(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $l$ 은 동체의 무게중심으로부터 로터의 회전축까지의 거리이고,  $b$ 는 항력계수이다.

위의 식을 정리하면 쿼드콥터의 제어입력에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ F_{thrust} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = A_{quad} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A_{quad} = \begin{bmatrix} \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -\frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -\frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} \\ \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} \\ b & -b & b & -b \\ k & k & k & k \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $A_{quad}$ 는 쿼드로터의 모터 구동행렬이다.

본 논문에서는 쿼드로터의 자세제어만 진행하므로 위치에 대한 모델링은 설명하지 않지만, 로터의 각속도를 계산하기 위해 고도에 대한 모델링만 나타낸다. 이때 고도와 자세에 대한 운동방정식은 뉴턴-오일러 방정식(Newton-Euler equation)을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} R_z u_4 - g \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (\mathbf{q}^\times + q_4 \mathbf{I}_{3 \times 3}) \mathbf{w} \quad (8)$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{w} \quad (9)$$

$$I_{quad} \dot{\mathbf{w}} = -\mathbf{w}^\times I_{quad} \mathbf{w} + \mathbf{u}_\eta + \mathbf{d} \quad (10)$$

$$R_z = -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_\eta = [u_1, u_2, u_3]^T \quad (12)$$

여기서  $R_z$ 는 식 (1)에서 3행 3열에 해당하는 값이며,  $g$ 는 중력가속도  $m$ 은 쿼드로터의 질량,  $I_{quad}$ 는 쿼드로터의 관성모멘트 그리고  $\mathbf{d}$ 는 외란을 말한다.

### III. CMG 동역학

쿼드로터에 부착된 CMG는 쿼드로터의 동체좌표계와 CMG의 김벌좌표계로 표현할 수 있으며, 김벌좌표계를 동체좌표계로 변환하기 위한 회전행렬이 다음과 같이 정의된다[7].

$$C = [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] \quad (13)$$

여기서 회전행렬은 김벌좌표계의 단위벡터로 표현할 수 있는데,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ 는 각각 CMG의 김벌방향 단위벡터, 휠의 각운동량 방향 단위벡터, 토크방향 단위벡터를 말한다.

김벌방향 단위벡터  $\mathbf{a}$ 는 동체좌표계에 고정되어 있는 축으로, 이 축을 중심으로 김벌각(Gimbal angle)  $\gamma$ 만큼 회전하게 되면 김벌 각속도가 나타나게 된다. 이때 김벌 각속도 벡터는 다음과 같다.

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_g = \dot{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{a} = [\dot{\gamma}, 0, 0]^T \quad (14)$$

CMG에서 휠은  $\mathbf{b}$ 축을 중심으로 회전하도록 부착되어 있으며, 휠의 각운동량 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{h} = h \mathbf{b} = [0, h, 0]^T \quad (15)$$

$$h = I_\omega \omega_\omega \quad (16)$$

여기서  $h$ 는 휠의 각운동량의 크기를 말하며, 휠의 관성모멘트  $I_\omega$ 와 각속도  $\omega_\omega$ 의 곱으로 정의한다. 이때  $I_\omega$ 는 대각행렬(Diagonal matrix)이다.

CMG의 회전 운동 방정식을 얻기 위해 식 (15)를 시간에 대해 미분하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{h}} = \dot{h} \mathbf{b} + h \dot{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{c} \quad (17)$$

여기서  $\dot{h}$ 는 휠의 각가속도를 말하는데, 본 논문에서는 CSCMG를 선택하였기 때문에 각가속도를 0으로 설정한다. 따라서 위의 식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{h}} = h \dot{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{c} \quad (18)$$

각운동량의 미분값  $\dot{\mathbf{h}}$ 는 김벌좌표계에서 정의되었는데, 이를 회전행렬을 적용하여 동체좌표계로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{u}_{cmg} = h C \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (19)$$

여기서  $\mathbf{u}_{cmg}$ 는 CMG의 제어입력을 말하며, 각운동량의 미분은 토크이기 때문에 위의 식처럼 표현할 수 있다.

본 논문에서는 Fig. 2와 같이 쿼드로터에 2개의 CMG를  $X_B$ 축에 나란히 부착하였는데, 이 형태는 roll과 pitch 운동에 관여하지만 yaw 운동에 관여하지 않는다. 이 형태를 선택한 이유는 yaw 운동의 경우 쿼드로터의 Z축 관성모멘트가 다른 축에 비해 커서 상대적으로 외란에 덜 민감하기 때문에 roll과 pitch 운동에 관여할 수 있는 형태로 선택하였다. 2개의 CMG에 대한 운동방정식을 식 (20)과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{cmg} &= \sum_{i=1}^2 (h_i C_i \mathbf{c}_i) \dot{\boldsymbol{\gamma}}_i \\ &= [h_1 C_1 \mathbf{c}_1, h_2 C_2 \mathbf{c}_2] \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\gamma}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\gamma}}_2 \end{bmatrix} \\ &= A(\boldsymbol{\gamma}) \dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{aligned} \quad (20)$$

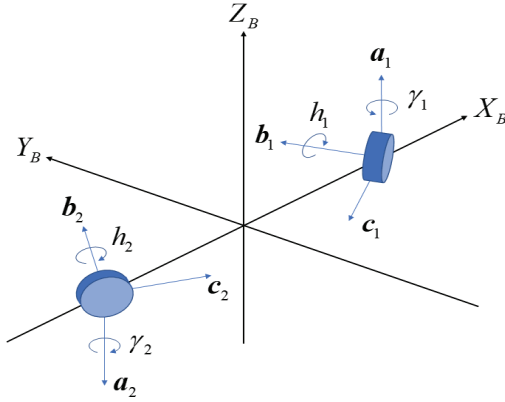


Fig. 2. CMGs configuration

여기서  $A(\gamma)$ 는 자코비안 행렬(Jacobian matrix)이라고 하며, 계산하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$A(\gamma) = \begin{bmatrix} -h_1 \cos \gamma_1 & h_2 \cos \gamma_2 \\ -h_1 \sin \gamma_1 & -h_2 \sin \gamma_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

식 (11)에서 쿼드로터의 회전운동방정식을 나타냈는데, 이 식은 구동기에 대한 식이 포함되지 않았다. 따라서 쿼드로터에 CMG에 대한 운동방정식이 포함된 회전운동방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$J\dot{\mathbf{w}} = -\mathbf{w}^\times (J\mathbf{w} + \mathbf{C}_\omega \mathbf{h}_\omega) - \mathbf{C}_\gamma \mathbf{H}_\omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{d} \quad (22)$$

$$\mathbf{h}_\omega = [h_1, h_2]^T \in R^2 \quad (23)$$

$$\mathbf{C}_\omega = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2] \in R^{3 \times 2} \quad (24)$$

$$\mathbf{C}_\gamma = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2] \in R^{3 \times 2} \quad (25)$$

$$\mathbf{H}_\omega = \text{diag}(h_1, h_2) \in R^{2 \times 2} \quad (26)$$

$$J = \text{diag}(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}) \in R^{3 \times 3} \quad (27)$$

여기서  $J$ 는 쿼드로터의 관성모멘트  $I_{quad}$ 와 휠의 관성모멘트  $I_w$ 를 합한 값이며,  $\mathbf{h}_\omega$ 는 CMG의 각운동량 벡터,  $\mathbf{C}_\omega$ 는 CMG의 휠 디스크의 각운동량 단위 벡터,  $\mathbf{C}_\gamma$ 는 CMG의 김벌축 단위벡터 그리고  $\mathbf{H}_\omega$ 는 모멘텀 대각행렬이다.

2개의 CMG를 부착한 쿼드로터는 쿼드로터의 모터 4개와 CMG 2개로 총 6개의 구동기로 구성된다.

$$\mathbf{u} = A\mathbf{X} \quad (28)$$

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T \quad (29)$$

$$\mathbf{X} = [\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2, \dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2]^T \quad (30)$$

여기서  $A$ 는 쿼드로터의 모터 구동행렬  $A_{quad}$ 과 CMGs의 자코비안 행렬  $A(\gamma)$ 을 합하여 정리한 행렬로, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -\frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -\frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -h_1 \cos \gamma_1 & h_2 \cos \gamma_2 \\ \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & -\frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & \frac{l\kappa}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ b & -b & b & -b & -h_1 \sin \gamma_1 & -h_2 \sin \gamma_2 \\ k & k & k & k & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

각각의 제어입력을 각 구동기에 할당하기 위해  $A$ 의 역행렬을 구해야 한다. 하지만  $A$ 는 정방행렬(Square matrix)이 아니기 때문에 역행렬을 구할 수 없다. 따라서 각 구동기에 최적의 값을 할당하기 위해 Minimum norm solution을 적용한다.

$$\mathbf{X} = A^T (AA^T)^{-1} \mathbf{u} \quad (32)$$

여기서  $AA^T$ 의 역행렬이 존재해야 한다는 조건이 있는데, 이 조건을 만족하지 못한다면 제어가 불가능하게 되고 특이점(Singularity)에 도달했다고 한다. 역행렬이 존재하기 위해서는 첫 번째로 행렬의 랭크(Rank)와 열 개수가 같아야 하며, 두 번째로 행렬식(Determinant)이 0이 아니어야 한다. 이 조건을 만족하는지 알아보기 위해  $A$ 에 대해 살펴보면 대각성분이 상수이기 때문에  $AA^T$ 의 rank는 4이고 열 개수도 4로 같은 값을 가지며, 행렬식은 항상 0이 아닌 값을 가진다. 따라서  $AA^T$ 는 항상 역행렬이 존재한다.

$$\text{rank}(AA^T) = 4 \quad (33)$$

$$\det(AA^T) \neq 0 \quad (34)$$

#### IV. 제어기 설계

쿼드로터의 고도와 자세 제어를 위해 슬라이딩 모드 제어를 적용하였다. 슬라이딩 모드 제어는 시스템의 불확실성과 외란에 강인한 특징을 가지는 비선형 제어 기법으로, 상태 오차(State error)가 슬라이딩면 위로 올라가는(수학적으로는 슬라이딩면  $\mathbf{s}=0$ 이 되는) 도달단계(Reaching phase)와 슬라이딩면을 따라 상태의 오차가 0으로 흐르는 흐름단계(Sliding phase) 두 단계를 통해 제어가 이루어진다.

일반적인 슬라이딩 모드 제어(Conventional SMC)는 상태오차가 0으로 수렴하기 위해 무한한 시간이 걸린다는 단점이 있는데, 이를 보완하기 위해 터미널 슬라이딩 모드 제어(Terminal Sliding Mode Control, TSMC)가 제안되었고, 이 제어기법에서 오차가 좀 더 빠르게 0으로 수렴하기 위해 빠른 터미널 슬라이딩 모드 제어(Fast Terminal Sliding Mode Control,

FTSMC)가 제안되었다[10-12]. 본 논문에서는 FTSMC를 이용해 자세 제어기를 설계하였으며, 고도 제어는 TSMC를 적용하였다.

#### 4.1 자세 제어기 설계

자세제어를 위해 목표 쿼터니언  $Q_d$ 를 이용하여 오차방정식(Error equation)을 다음과 같이 정의한다.

$$Q_e = Q \otimes Q_d = \begin{bmatrix} q_4 I_{3 \times 3} - \mathbf{q}^\times & \mathbf{q} \\ -\mathbf{q}^T & q_4 \end{bmatrix} Q \quad (35)$$

FTSMC의 슬라이딩면  $\mathbf{s}_\eta = [s_\phi, s_\theta, s_\psi]^T$ 과 도달법칙  $\dot{\mathbf{s}}_\eta$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{s}_\eta = \boldsymbol{\omega} + a_\eta \mathbf{q}_e + b_\eta G(\mathbf{q}_e)^r \text{sgn}(\mathbf{q}_e) \quad (36)$$

$$\dot{\mathbf{s}}_\eta = -\lambda_1 \mathbf{s}_\eta - \lambda_2 G(\mathbf{s}_\eta)^p \text{sgn}(\mathbf{s}_\eta) \quad (37)$$

$$G(\mathbf{s}) = \text{diag}(|s_\phi|, |s_\theta|, |s_\psi|) \quad (38)$$

$$\text{sgn}(\boldsymbol{\delta}) = [\text{sign}(\delta_1), \text{sign}(\delta_2), \text{sign}(\delta_3)]^T \quad (39)$$

여기서  $\text{sign}(\cdot)$ 는 부호함수(Signum function)이며,  $a_\eta, b_\eta, \lambda_1, \lambda_2$ 는 양의 이득값(Gain)이고,  $r, p$ 는 0과 1 사이의 값을 가지는 이득값이다.

식 (36)을 시간에 대해 미분하고 식 (10)과 식 (37)을 대입하면 다음과 같이 쿼드로터의 자세에 대한 제어입력을 구할 수 있다.

$$\mathbf{u}_\eta = \boldsymbol{\omega}^\times J \boldsymbol{\omega} - J(-\dot{\mathbf{s}} + (a_\eta I_{3 \times 3} + b_\eta r G(\mathbf{q}_e)^{r-1}) \frac{1}{2} (\mathbf{q}^\times + q_4 I_3) \boldsymbol{\omega}) \quad (40)$$

설계한 제어기의 안정성을 판별하기 위해 리아푸노프 안정성(Lyapunov stability)을 적용한다. 리아푸노프 후보 함수(Lyapunov candidate function)는 다음과 같이 정의하였다.

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}_\eta^T J \mathbf{s}_\eta \quad (41)$$

후보 함수를 시간에 대해 미분하게 되면 식 (36)과 식 (37)에 의해 0보다 작다는 것을 알 수 있다.

$$\dot{V} = \mathbf{s}_\eta^T J \dot{\mathbf{s}}_\eta = \mathbf{s}_\eta^T (-\lambda_1 \mathbf{s}_\eta - \lambda_2 G(\mathbf{s}_\eta)^p \text{sgn}(\mathbf{s}_\eta)) < 0 \quad (42)$$

따라서 제어기는 리아푸노프 안정하며, 슬라이딩면  $\mathbf{s}$ 는 충분한 시간이 지난 후 0으로 수렴하게 된다.

#### 4.2 고도 제어기 설계

고도제어는 TSMC를 적용하였다. 이때 오차방정식, 슬라이딩면 그리고 도달법칙은 다음과 같다.

$$e = z - z_d \quad (43)$$

$$\dot{s}_z = \dot{e} + a_z |e|^{r_z} \text{sign}(e) \quad (44)$$

$$\dot{s}_z = -\lambda_{z1} s_z - \lambda_{z2} |s_z|^v \text{sign}(s_z) \quad (45)$$

여기서  $a_z, \lambda_{z1}, \lambda_{z2}$ 는 양의 이득값이고,  $r_z, v$ 는 0과 1 사이의 값을 가지는 이득값이다.

식 (44)를 시간에 대해 미분하고 식 (7)과 식 (45)를 대입하여 정리하면 고도 제어를 위한 제어입력을 구할 수 있다.

$$u_4 = \frac{m}{R_z} (-a_z r_z |e|^{r_z-1} \dot{e} + g + \dot{s}_z) \quad (46)$$

설계한 고도 제어기의 리아푸노프 안정성을 판별한다. 리아푸노프 후보 함수는 다음과 같이 정의하였다.

$$V = \frac{1}{2} s_z^2 \quad (47)$$

후보 함수를 시간에 대해 미분하게 되면 식 (44)와 식 (45)에 의해 0보다 작다는 것을 알 수 있다. 따라서 리아푸노프 안정하다.

$$\dot{V} = s_z \dot{s}_z = s_z (-\lambda_{z1} s_z - \lambda_{z2} |s_z|^v \text{sign}(s_z)) < 0 \quad (48)$$

## V. 시뮬레이션

CMG를 장착하였을 때 쿼드로터의 제어 성능을 확인하기 위해 CMG를 장착하지 않은 쿼드로터와 비교 분석하였다. CMG를 장착하지 않은 쿼드로터의 무게  $m_q$ 는 1.5 kg, 관성모멘트는  $J_{q,xx} = 0.063 \text{ kg m}^2$ ,  $J_{q,yy} = 0.063 \text{ kg m}^2$ ,  $J_{q,zz} = 0.133 \text{ kg m}^2$ 으로 설정하였다. CMG 2개의 무게가 약 1 kg으로 가정하였을 때 쿼드로터를 합한 총 무게  $m_{cmg}$ 는 2.5 kg이 되며, 관성모멘트는  $J_{cmg,xx} = 0.075 \text{ kg m}^2$ ,  $J_{cmg,yy} = 0.125 \text{ kg m}^2$ ,  $J_{cmg,zz} = 0.25 \text{ kg m}^2$ 로 증가한 값을 사용하였다.

2개의 CMG를 부착한 쿼드로터의 자세제어 성능을 확인하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 진행하였다. 보다 정확한 시뮬레이션을 위해 BLDC 모터 동역학을 추가하였다[13].

$$\dot{\omega}_m = \frac{K_m}{J_m R_m} (-K_b \omega_m + V) \quad (49)$$

여기서  $\omega_m$ 는 모터의 회전속도,  $K_m$ 는 토크상수,  $J_m$ 는 모터의 관성모멘트,  $K_b$ 는 역기전력,  $R_m$ 는 모터의 저항 그리고  $V$ 는 전압을 말한다.



시뮬레이션을 진행할 때 초기 자세는  $\eta_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$  deg이며, 호버링(Hovering) 10초,  $\eta_d = [10 \ -20 \ 30]^T$  deg으로 자세 변환 15초, 다시 호버링 15초의 순서로 총 40초 진행하였으며, 고도는 0m를 유지하도록 제어하였다.

시뮬레이션의 전체적인 흐름에 대한 도식도를 Fig. 3에 나타내었으며, 시스템의 파라미터와 제어기의 이득값은 Table 1, 2, 3에 각각 도시하였다.

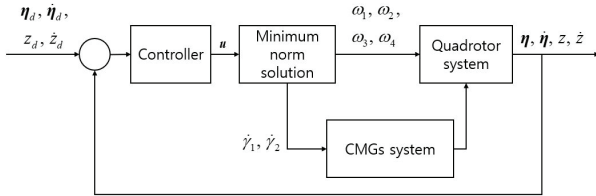


Fig. 3. Block diagram of simulation

Table 1. Condition of quadrotor system

Variable	Parameter	Variable	Parameter
$\eta_0$	$[0, 0, 0]^T$	$\eta_d$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$z_0$	0 m	$z_d$	0 m
$J_{q,xx}$	0.063 kg m <sup>2</sup>	$J_{qcmg,xx}$	0.075 kg m <sup>2</sup>
$J_{q,yy}$	0.063 kg m <sup>2</sup>	$J_{qcmg,yy}$	0.125 kg m <sup>2</sup>
$J_{q,zz}$	0.133 kg m <sup>2</sup>	$J_{qcmg,zz}$	0.25 kg m <sup>2</sup>
$m_q$	1.5 kg	$m_{qcmg}$	2.5 kg
$l$	0.5 m	$b$	0.001
$\kappa$	0.03	$h_i$	0.3 Nm s
$K_m$	$6.3 \times 10^{-3}$ Nm/A	$J_m$	$9.68 \times 10^{-6}$ kg m <sup>2</sup>
$K_b$	$6.3 \times 10^{-3}$ V/krpm	$R_m$	4 $\Omega$
$\gamma_0$	45 deg		

Table 2. Gain parameters of FTSMC controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
$a_\eta$	0.5	$\lambda_1$	12
$b_\eta$	0.4	$\lambda_2$	9
$r$	0.95	$p$	0.95

Table 3. Gain parameters of TSMC controller

Variable	Parameter	Variable	Parameter
$a_z$	1	$r_z$	0.95
$\lambda_{z1}$	1	$v$	0.95
$\lambda_{z2}$	0.8		

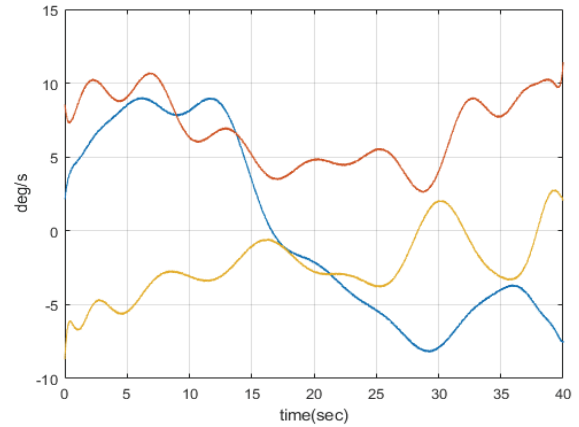


Fig. 4. Disturbance scenario

외란 환경을 조성하기 위해 바람에 의해 쿼드콥터의 각속도가 변한다고 가정하였고, 이때 최대 약 11 deg/s의 외란이 나타나는 외란 시나리오를 Fig. 4와 같이 설계하였다. 설계한 시나리오를 시뮬레이션에 적용하여 쿼드콥터에 CMG를 활용했을 때와 활용하지 않았을 때 쿼드콥터의 자세 제어 성능을 분석하였다.

Figures 5와 6은 CMG를 장착하지 않은 쿼드콥터를 로터의 추력만으로 자세 제어를 했을 때의 자세와 모터 각속도에 대한 그래프이다. Fig. 5에서는 자세가 목표값으로 잘 추종하는 것을 볼 수 있지만, 많은 떨림이 발생하는 것을 볼 수 있다. 또한 Fig. 6을 보면 첫 호버링 시 각속도의 증가로 인해 진동이 나타나고, 25초 이후 호버링 시 약 2,000rpm의 값에 수렴하지만 동일하게 진동이 나타나는 것을 볼 수 있다. 호버링과 자세 변환 시 모두 외란이 있는 환경에서 모터만으로 제어할 때 모터가 외란을 보상할 만큼 빠르게 반응하지 못하면서 많은 진동이 발생하는 것을 확인할 수 있다.

Figures 7, 8, 9와 10은 각각 CMG를 활용하여 쿼드콥터의 자세를 제어했을 때의 그래프이다. Fig. 7의

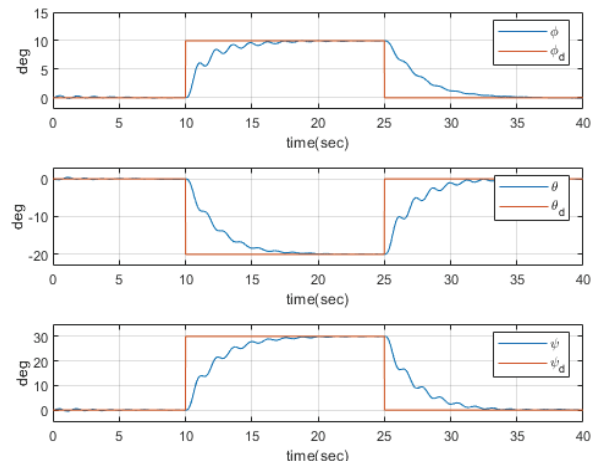


Fig. 5. Histories of attitude without CMGs

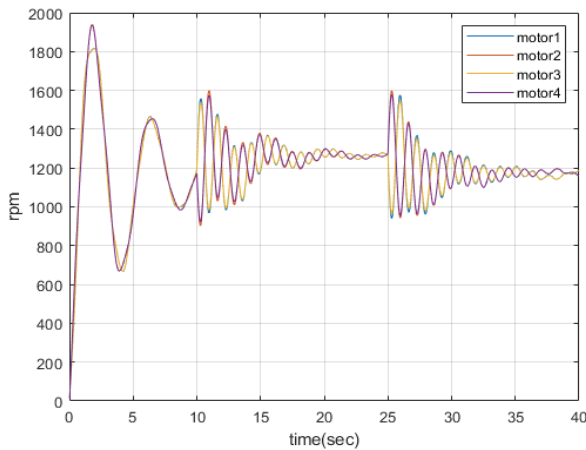


Fig. 6. Histories of motor speed without CMGs

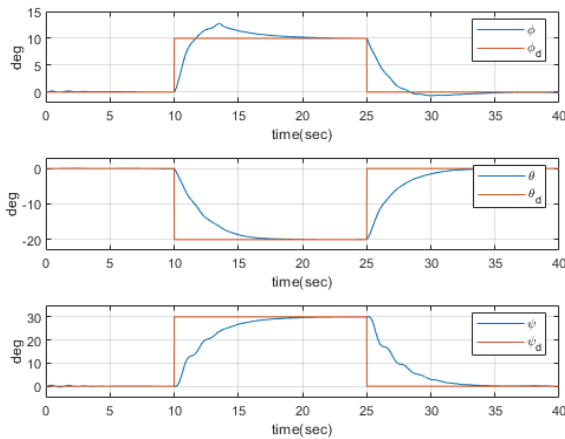


Fig. 7. Histories of attitude with CMGs

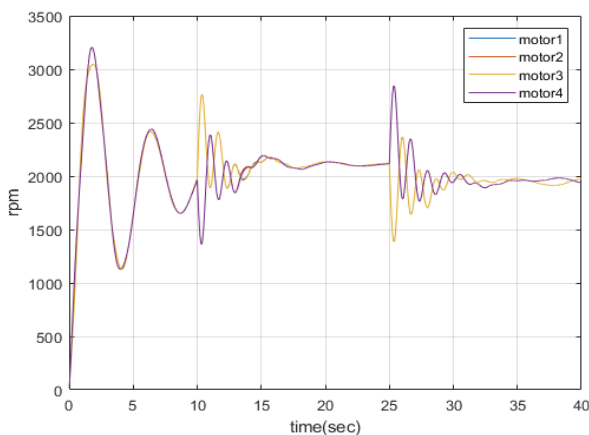


Fig. 8. Histories of motor speed with CMGs

롤과 피치 그래프를 보면, CMG를 활용하지 않았을 때와 다르게 목표값에 잘 수렴하면서 떨림이 거의 발생하지 않는 것을 볼 수 있다. 이때 요 회전에 대한 제어는 CMG를 활용하지 않았을 때와 큰 차이를 보이지 않는데, 그 이유는 3장에 서술한 것처럼 CMG

의 위치를 배치할 때 요 운동보다 롤 피치 운동에 중점을 주었기 때문이다. 따라서 롤과 피치는 CMG를 활용하지 않았을 때보다 제어 성능이 향상된 것을 확인할 수 있지만, 요는 큰 변화가 없는 것을 확인할 수 있다. Fig. 8은 CMG를 활용했을 때 모터의 각속도에 대한 그래프이다. 목표값에 수렴할 때 여전히 모터의 반응속도가 느려서 진동이 나타나지만, Fig. 6에 비해 부드러워진 것을 볼 수 있다. 그 이유는 CMG가 자세와 외란의 영향을 제어하게 되면서 모터에 많은 부하가 걸리지 않기 때문이다. 또한 호버링 상황일 때 약 2,000rpm에 수렴하면서 CMG를 활용하지 않았을 때와 다르게 진동이 감소한 것을 볼 수 있다. Fig. 9는 CMG의 김벌각에 대한 그래프이며, 초기 김벌각  $\gamma_0$ 은 45도로 설정하였다. 자세가 목표값에 수렴한 이후 외란으로 인해 김벌각이 계속 변하면서 자세를 유지하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 10은 CMG 김벌의 각속도에 대한 그래프이며,  $\dot{\gamma}_1$ 과  $\dot{\gamma}_2$ 의 최대 각속도는 각각 2.45 rad/s, 2.92 rad/s가 되는 것을 확인할 수 있다.

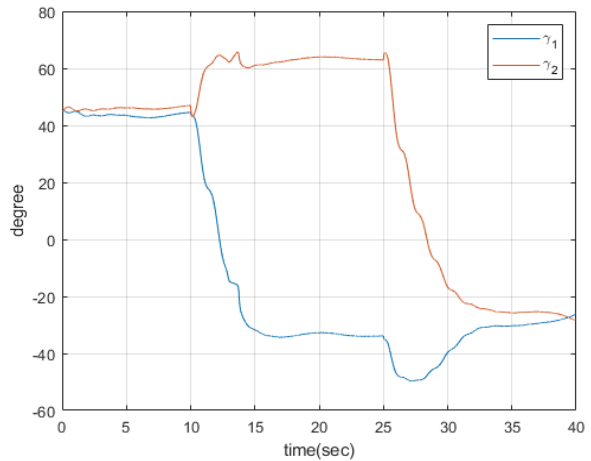


Fig. 9. Histories of gimbal angle with CMGs

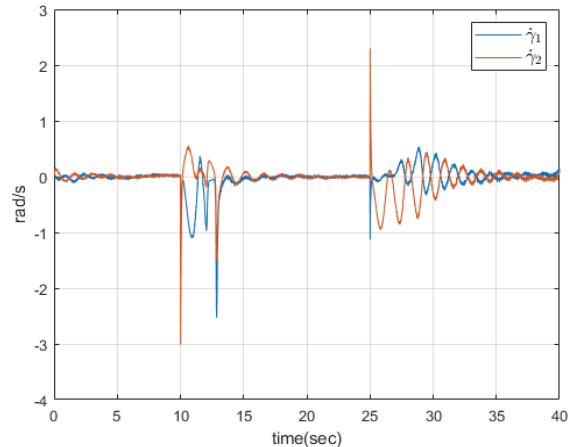


Fig. 10. Histories of gimbal angular rate with CMGs

따라서 외란이 있는 환경에서 모터만으로 쿼드로터의 자세를 제어했을 때보다 CMG를 활용하여 제어했을 때 안정성과 수렴성이 향상되는 것을 확인하였다.

## VI. 결 론

쿼드로터는 4개의 로터의 추력으로 자세를 제어하는 드론으로, 빠른 제어를 위해서는 모터의 성능에 많은 영향을 받는다. 하지만 외란의 영향을 받게 되면 영향을 보상하기 위한 반응속도를 모터가 따라갈 수 없게 되고 자세 수렴성이 떨어지게 된다. 본 논문에서는 외란에 대한 영향을 빠르게 반응하여 자세를 안정시키기 위해 CMG를 활용하였다.  $X_B$ 축에 2개의 CMG를 나란히 부착하였으며, 쿼드로터의 모터 구동행렬과 CMG의 자코비안 행렬을 합한 새로운 형태의 구동행렬을 구성하였다. 제어입력은 슬라이딩 모드 제어를 활용하여 설계하였으며, 설계한 제어입력을 각 구동기에 적절하게 할당하기 위해 Minimum norm solution을 활용하였다. 구성된 시스템이 외란이 존재하는 환경에서 잘 동작하는지 확인하기 위해 시뮬레이션을 진행하였다. 시뮬레이션 결과, CMGs를 활용했을 때, 활용하지 않았을 때보다 외란에 대한 영향이 감소하는 것을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 중소벤처기업부에서 지원하는 2020년도 산학연Collabo R&D 사업(No.S2905461)의 지원금으로 수행하였습니다.

## References

- 1) Raffo, G. V., Ortega, M. G. and Rubio, F. R., "An integral predictive/nonlinear  $H_\infty$  control structure for a quadrotor helicopter," *Automatica*, Vol. 46, No. 1, January 2010, pp. 29~39.
- 2) Islam, S., Liu, P. X. and El Saddik, A., "Robust control of four-rotor unmanned aerial vehicle with disturbance uncertainty," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 62, No. 3, October 2014, pp. 1563~1571.

- 3) Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L. and Levant, A., *Sliding mode control and observation*, New York: Springer, New York, 2014.

- 4) Bartolini, G., Ferrara, A. and Usai, E., "Chattering avoidance by second-order sliding mode control," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 43, No. 2, February 1998, pp. 241~246.

- 5) Yu, X., Man, Z. and Wu, B., "Design of fuzzy sliding-mode control systems," *Fuzzy sets and systems*, Vol. 95, No. 3, May 1998, pp. 295~306.

- 6) Schaub, H., Vadali, S. R. and Junkins, J. L., "Feedback control law for variable speed control moment gyros," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 46, No. 3, July 1998, pp. 307~328.

- 7) Leeghim, H., "Optimal steering laws for control moment gyros," *Korea Advanced Institute of Science and Technology, Doctoral Dissertation*, 2007.

- 8) Yang, Y. Y., "VTOL Development for obstacle awareness and collision avoidance," *Domestic Master's Thesis Graduate School Chosun University*, 2018.

- 9) Luukkonen, T., "Modelling and control of quadcopter," *Independent research project in applied mathematics, Espoo*, Vol. 22, August 2011.

- 10) Fessi, R., Bouallègue, S. and Haggège, J., "Terminal sliding mode controller design for a quadrotor unmanned aerial vehicle," *Applications of Sliding Mode Control in Science and Engineering*, April 2017, pp. 81~98

- 11) Yu, X. and Zhihong, M., "Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems 1: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 49, No. 2, February 2002, pp. 261~264.

- 12) Xiong, J. J. and Zheng, E. H., "Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV," *ISA transactions*, Vol. 53, No. 3, May 2014, pp. 725~731.

- 13) K gim, Y. O. and Leeghim, H., "Drone control using Control Moment Gyro," *Proceeding of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences Fall Conference*, November 2016, pp. 917~919.