

Eigenvalue Gap의 Ratio를 이용한 신호 개수 추정 방법 및 Rayleigh Fading 환경에서의 신호 개수 추정 성능 비교

김태영¹⁾ · 이윤성¹⁾ · 박찬홍¹⁾ · 최영윤^{*,2)} · 김기선²⁾ · 이동근³⁾ · 이명식⁴⁾ · 강현진⁴⁾

¹⁾ 광주과학기술원 전자전특화연구센터

²⁾ 광주과학기술원 전기전자컴퓨터공학부

³⁾ 국방과학연구소 레이더/전자전기술센터

⁴⁾ LIG넥스원(주) 전자전연구소

Source Enumeration Method using Eigenvalue Gap Ratio and Performance Comparison in Rayleigh Fading

Taeyoung Kim¹⁾ · Yunseong Lee¹⁾ · Chanhong Park¹⁾ · Yeongyoon Choi^{*,2)} · Kiseon Kim²⁾ · Dongkeun Lee³⁾ · Myung-Sik Lee⁴⁾ · Hyunjin Kang⁴⁾

¹⁾ *Electronic Warfare Research Center, Gwangju Institute of Science and Technology, Korea*

²⁾ *School of Electrical Engineering and Computer Science, Gwangju Institute of Science and Technology, Korea*

³⁾ *Radar & EW Technology Center, Agency for Defense Development, Korea*

⁴⁾ *Electronic Warfare R&D center, LIG Nex1 Co., Ltd., Korea*

(Received 8 March 2021 / Revised 9 June 2021 / Accepted 10 August 2021)

Abstract

In electronic warfare, source enumeration and direction-of-arrival estimation are important. The source enumeration method based on eigenvalues of covariance matrix from received is one of the most used methods. However, there are some drawbacks such as accuracy less than 100 % at high SNR, poor performance at low SNR and reduction of maximum number of estimating sources. We suggested new method based on eigenvalues gaps, which is named AREG(Accumulated Ratio of Eigenvalues Gaps). Meanwhile, FGML(Fast Gridless Maximum Likelihood) which reconstructs the covariance matrix was suggested by Wu et al., and it improves performance of the existing source enumeration methods without modification of algorithms. In this paper, first, we combine AREG with FGML to improve the performance. Second, we compare the performance of source enumeration and direction-of-arrival estimation methods in Rayleigh fading. Third, we suggest new method named REG(Ratio of Eigenvalues Gaps) to reduce performance degradation in Rayleigh Fading environment of AREG.

Key Words : Source Enumeration(신호 개수 추정), Covariance Matrix Reconstruction(공분산 행렬 재구축), Eigenvalue Gap(고윳값의 차이), Rayleigh Fading(레이레이 페이딩)

* Corresponding author, E-mail: yychoi@gist.ac.kr

Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

1. 서론

현대의 전투는 네트워크 중심전으로 변화하고 있다. 전자전은 네트워크 중심전의 핵심으로 그 중요성이 점차 증가하고 있다. 전자전이란 전자기 스펙트럼을 사용하여 네트워크로 연결된 무기체계를 공격하거나 보호하는 군사적 활동이다. 전자전은 전자 공격, 전자 보호, 전자 지원으로 구성된다. 이 중 전자 지원은 전자 공격과 보호를 위해 적의 전파를 수집하여 정보를 알아내는 분야이다^[1,2]. 전파가 발생하는 방향을 찾는 도래각(Direction-of-Arrivals: DOA) 추정은 전자 지원의 핵심 기술 중 하나이며, 도래각 추정을 위해 신호의 개수 추정은 선행되어야 하는 필수 기술이다^[3-7].

수신 신호의 개수 및 도래각 추정에는 대표적으로 수신 신호의 공분산 행렬의 부공간(Subspace)을 이용하는 방법이 있다. 부공간 기반의 신호 개수 추정 방법은 공분산 행렬의 고윳값 분포를 이용하여 신호 부공간의 차원(Dimension)을 추정한다. 신호 부공간의 차원은 일반적으로 지배적인(Dominant) 고윳값의 개수로 결정된다^[6]. 대표적인 신호 개수 추정 방법에는 AIC(Akaike Information Criterion)^[8], MDL(Minimum Description Length)^[8], SORTE(Second Order Statistic of the Eigenvalues)^[9]가 있다. 부공간 기반 도래각 추정 방법에는 MUSIC(Multiple Signal Classification)^[10]과 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters vis Rotational Invariance Techniques)^[11]가 대표적으로 알려져 있다. 이 방법들은 신호와 잡음 부공간 사이의 직교 관계나 신호 부공간들 사이의 상관관계를 이용하여 수신 신호의 도래각을 추정한다^[12].

신호 개수 추정 성능을 향상시키기 위해 [13]에서는 새로운 방법의 제안 대신 기존의 신호 개수 추정 방법을 활용했다. 이를 위해 [13]은 FGML(Fast Gridless Maximum Likelihood)이라는 공분산 행렬 재구축 기법을 전처리 과정으로 이용했다. 그 결과 FGML을 전처리로 적용하여 고윳값에 기반한 기존의 도래각 추정 방법의 성능이 향상되는 결과를 보였다. 반면 본 논문의 연구팀은 2장 1절에서 기술할 각각의 방법이 갖고 있는 문제점을 개선하기 위해 고윳값 Gap을 이용하여 신호 개수를 추정하는 AREG(Accumulated Ratio of Eigenvalues Gaps)^[14]를 제안했다. [14]에서 AREG와 기존 방법들의 신호 개수 추정 정확도 성능을 비교했고, 정확도, 낮은 SNR에서의 성능, 최대 탐지 가능한 신호 개수 측면에서 각각 AIC, MDL, SORTE보다 우수

한 성능을 갖는 것을 보였다.

FGML은 기존 방법의 변형 없이 공분산 행렬의 추정을 통해 고윳값에 기반한 기존 방법의 신호 개수 추정 성능을 향상시켰다. 따라서 본 논문에서는 본 연구팀이 선행 연구로 진행한 고윳값 Gap 기반의 AREG에 FGML을 적용하여 AREG의 신호 개수 추정 성능 향상을 확인한다. 또한 신호 개수 추정 및 도래각 추정 관련 많은 연구들이 AWGN(Additive White Gaussian Noise) 환경에서 실험을 진행했기 때문에 AWGN 이외의 환경에서의 성능 검증이 부족하다. 따라서 본 연구팀은 기존 방법인 AIC, MDL, SORTE와 선행 연구인 AREG의 Rayleigh Fading 환경에서 신호 개수 추정 성능을 확인한다. 마지막으로 Rayleigh Fading 환경에서 AREG의 성능 저하를 개선하기 위해 AREG를 일부 변형한 REG(Ratio of Eigenvalues Gaps)를 제안한다. 따라서 REG에 FGML을 적용한 경우와 Rayleigh Fading 환경에서의 신호 개수 추정 성능을 확인한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존에 알려진 신호 개수 및 도래각 추정 방법과 본 논문에서 활용한 공분산 행렬을 재구축하는 FGML에 대해 소개한다. 3장에서는 AWGN 및 Rayleigh Fading 환경에서의 시스템 모델을 기술하고, 4장에서 연구팀의 선행 연구 결과인 AREG와 본 논문에서 제안하는 REG를 기술한다. 5장과 6장에서는 시뮬레이션 결과와 결론을 기술한다.

2. 관련 연구

2.1 신호 개수 추정 연구

신호 개수를 추정하기 위해 고윳값을 이용하는 다양한 방법들이 제안되었다. AIC와 MDL은 이미 다른 분야에 사용되던 알고리즘으로 [8]을 통해 처음 신호 처리 분야에서 신호 개수 추정을 위해 사용되었다. Penalty 함수와 고윳값의 산술 및 기하 평균으로 구성된 Log-Likelihood 함수의 합으로 이루어졌으며 주어진 함수를 최소로 만드는 인덱스를 찾아 신호의 개수를 결정하는 방법이다. 반면 SORTE는 [9]에서 클러스터의 개수를 결정하기 위해 처음 제안되었으며 고윳값 Gap의 분산을 계산하고 그 비율(Ratio)을 최소로 만드는 인덱스를 찾는 방법이다. SORTE는 [5], [13], [15] 등의 연구에서 신호 개수 추정을 위해 사용되었다. AIC, MDL, SORTE는 AWGN 환경에서 잡음 부공

간의 고윳값이 모두 동일하다고 가정할 때, 가장 작은 고윳값의 중복된 개수를 찾는다^[7,16,17]. AIC는 낮은 SNR에서 MDL보다 우수한 성능을 나타내지만 높은 SNR에서 100%의 정확도를 달성하지 못한다. 또한 신호의 개수를 과대 추정(Overestimation)하는 경향이 있다. MDL의 경우 높은 SNR에서 100%의 정확도를 나타내지만 낮은 SNR에서 성능이 취약하며 과소 추정(Underestimation)하는 경향이 있다. SORTE는 낮은 SNR에서의 신호 개수 추정 정확도가 AIC, MDL보다 우수하다. 하지만 최대로 탐지할 수 있는 신호의 개수가 AIC, MDL보다 더 적으며, 낮은 SNR에서 과대 추정하는 경향이 있다^[3,4,13,15,18-20]. 이 외에도 인접한 고윳값 사이의 비율을 계산하여 신호 부공간과 잡음 부공간에 해당하는 고윳값의 경계를 찾는 RAE(Ratio of Adjacent Eigenvalues)^[21]가 있다. RAE는 Snapshot의 개수가 적거나 SNR이 낮을 때 신호 개수를 과소 추정하는 경향이 있다.

본 연구팀의 이전 연구에서는 고윳값 Gap과 고윳값 Gap의 누적합의 비율을 이용하여 신호 개수를 추정하는 방법인 AREG를 제안했다^[14]. AREG는 높은 SNR에서 100%의 신호 개수 추정 정확도를 달성하고, 낮은 SNR에서의 신호 개수 추정 정확도가 SORTE와 유사하게 나타나며, SORTE보다 더 많은 신호 개수 추정이 가능하다. 따라서 AIC, MDL, SORTE가 갖고 있는 각각의 문제점을 해결했다. 또한 AREG는 고윳값 Gap을 이용한 비율 중 최댓값을 찾는 방법으로 신호 부공간에 해당하는 고윳값의 최솟값과 잡음 부공간에 해당하는 고윳값의 최댓값의 차이를 찾는다. [14]를 통해 AWGN 환경에서 AIC, MDL, SORTE와 AREG의 신호 개수 추정 성능을 비교했고 앞서 기술한 특징들을 확인할 수 있다.

2.2 도래각 추정 연구

MUSIC^[10]은 수신 신호의 공분산 행렬의 고유벡터를 사용하여 도래각을 추정하는 방법으로 잡음 부공간에 해당하는 고유벡터를 추정하고 신호 부공간과 잡음 부공간이 서로 직교하는 성질을 이용한다. Uncorrelated 신호를 가정하며, 수신 신호의 개수는 안테나의 개수보다 더 적어야 한다. 신호 부공간에 속하며 각도에 대한 정보를 갖고 있는 Steering Vector와 잡음 부공간에 해당하는 고유벡터를 곱하여 0이 되는 지점을 찾으며 모든 각도에 대해 연산을 수행하기 때문에 많은 계산량이 소요된다. 또한 이러한 데이터를 저장할 수

있도록 하드웨어가 뒷받침 되어야 한다^[22]. MUSIC 알고리즘의 성능을 향상시키기 위해 다양한 방법들이 연구되었고, 대표적으로 Correlation 신호에 대한 도래각 추정을 위해 Spatial Smoothing MUSIC^[23], 연산량을 줄이기 위한 Root MUSIC^[24] 및 ESPRIT^[11] 등이 있다.

2.3 공분산 행렬 재구축 연구

수신 신호의 공분산 행렬을 재구축하는 목적은 다양하다. 예를 들어, Forward-Backward Averaging^[12]은 수신된 신호를 Decorrelation시켜 공분산 행렬의 신호 부공간에 대한 차원을 확보하기 위함이고, [25], [26]은 공분산 행렬의 크기를 안테나 개수를 보다 더 크게 만들어 안테나 개수보다 더 많은 수의 신호를 수신하기 위함이다. 이번 절에서 소개할 FGML^[13]은 신호 개수 및 도래각 추정 성능을 향상시키기 위해 공분산 행렬의 구조적 특징을 이용하여 공분산 행렬에서 잡음의 효과를 제거한다. 일반적으로 수신 신호의 공분산 행렬을 전개하면 신호와 잡음 성분으로 나눌 수 있다. 이때, 각각의 행렬은 모두 안테나 개수에 해당하는 크기를 갖는 정사각행렬이다. 그러나 신호 성분의 행렬은 신호 개수만큼의 Rank 값을 갖게 된다. 행렬의 크기보다 부족한 Rank 값을 갖기 때문에 0보다 큰 고윳값이 신호 개수만큼만 존재하며, 나머지 고윳값은 모두 0인 Positive Semi-Definite 행렬의 특징을 갖는다. 또한 신호 성분의 행렬은 켤레(Conjugate)와 전치(Transpose)를 했을 때 동일한 행렬이 되는 Hermitian 행렬인 동시에 대각선 위의 성분들이 모두 같은 ($a_{i,j} = a_{j+1,i+1}$) Toeplitz 행렬이다. 공분산 행렬의 신호 성분의 이러한 특징을 활용하여 공분산 행렬로부터 신호 성분의 행렬을 추정하는 과정이 FGML이고, [13]은 FGML을 통해 추정된 신호 성분의 행렬을 이용하여 기존 신호 개수 추정 및 도래각 추정 방법의 향상된 성능을 이끌어냈다. [13]에서는 신호 성분의 행렬을 추정하기 위해 Rank Minimization Problem을 정의했고, 이를 Convex Optimization을 이용하여 해(Solution)를 추정했다.

3. 시스템 모델

본 논문에서는 Antenna Array 사이의 간격이 모두 동일한 ULA 구조를 가정하며 신호가 전파되는 환경은 Far-Field와 Narrowband를 가정한다. Antenna Array

의 개수를 M , Uncorrelated한 신호의 개수를 D (단, $M > D$)라고 표기하며, $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{s}(t)$ 는 시간 t 에서의 수신 신호 및 송신 신호, \mathbf{A} 와 $\mathbf{a}(\theta_d)$ 는 Steering Matrix와 Steering Vector, $\mathbf{n}(t)$ 는 평균이 0인 AWGN을 나타낸다.

3.1 AWGN 환경 모델

AWGN 환경에서 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음과 같이 기술한다.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{d=1}^D (\mathbf{a}(\theta_d) s_d(t)) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$

이때, 각각의 요소들은 다음과 같다(단, $|\theta_d| \leq \frac{\pi}{2}$).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T, \\ \mathbf{s}(t) &= [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T, \\ \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)], \\ \mathbf{a}(\theta_d) &= \left[1, e^{-j1\frac{2\pi}{\eta} \xi \sin\theta_d}, \dots, e^{-j(M-1)\frac{2\pi}{\eta} \xi \sin\theta_d} \right]^T \end{aligned}$$

$\mathbf{x}(t)$ 는 행렬 형태인 $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$ 으로 기술할 수 있으며 Snapshot의 개수가 L , 복소수 집합을 \mathbb{C} 라고 할 때, 각 행렬의 크기는 다음과 같다.

$$\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M \times L}, \mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times D}, \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{D \times L}, \mathbf{N} \in \mathbb{C}^{M \times L}$$

$\mathbf{x}(t)$ 의 공분산 행렬 $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)) = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{s}\mathbf{s}}\mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M$$

$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ 의 고윳값이 λ_i (단, $i = 1, \dots, M$)일 때, 본 논문에서는 λ_i 를 오름차순으로 정렬했다.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{M-D} < \lambda_{M-D+1} \leq \dots \leq \lambda_M$$

현실적으로 Snapshot을 무한히 측정할 수 없으므로,

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \text{는 실제로는 } \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) \text{로 계산된다.}$$

3.2 Fading 환경 모델

만약 AWGN 환경에서 Fading이 발생한다면 Fading에 해당되는 요소가 추가되어야 한다. Fig. 1은 Fading

이 존재하는 통신 환경에서 송수신기가 각각 1개씩 존재할 때(SISO: Single Input Single Output)를 나타내며, 수신 신호(\mathbf{x})는 다음과 같이 모델링 된다.

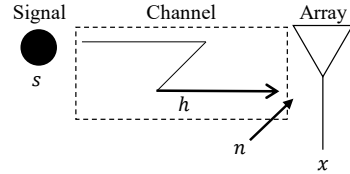


Fig. 1. SISO fading channel model

$$\mathbf{x} = \mathbf{h}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

이때, \mathbf{s} 와 \mathbf{n} 은 송신 신호와 AWGN이며, \mathbf{h} 는 Fading을 나타낸다.

단일 송수신기 환경을 본 논문에서 가정하고 있는 다중 송수신기 환경(송신 신호 개수 D , 수신 안테나 개수 M)으로 확장하면 아래의 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 이것은 MIMO(Multiple Input Multiple Output) 채널의 형태와 유사하며, 벡터로 이루어진 $\mathbf{x} = \mathbf{h}\mathbf{s} + \mathbf{n}$ 가 행렬로 확장되며, \mathbf{H} 는 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times D}$ 의 크기를 갖는다^[27].

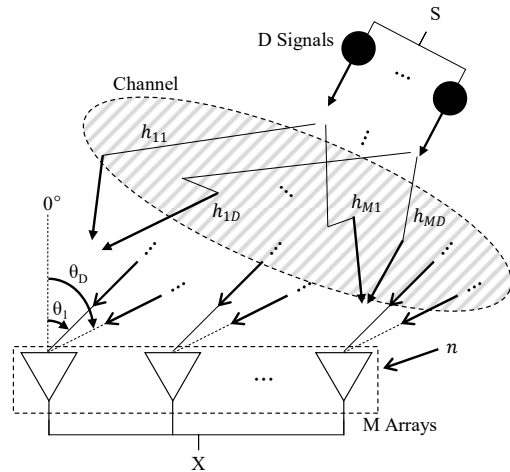


Fig. 2. MIMO fading channel model

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{N}$$

[28]을 통해 위 식의 \mathbf{H} 행렬을 AWGN 환경에서의 수신 신호 모델 $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$ 과 결합하면 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$X = (A \circ H)S + N$$

◦는 Hadamard Product를 나타내며 두 행렬의 대응되는 원소들 사이의 곱셈을 나타낸다.

일반적인 무선 통신 환경은 직접파(Line-of-Sight: LOS) 성분이 있는 LOS 환경과 그렇지 않은 NLOS (Non LOS) 환경으로 나눌 수 있다. LOS 환경에서의 수신 신호의 Envelope는 Rician 분포로 모델링 할 수 있고, Rician Fading이라고 한다. 반면 NLOS 환경에서 수신된 신호의 Envelope는 Rayleigh 분포로 모델링 할 수 있으며 이를 Rayleigh Fading이라고 한다. Rayleigh Fading은 일반적으로 LOS가 발생하기 힘든 도심 환경에 적합하다. Rayleigh Fading의 여러 모델들 중 가장 간단한 모델은 Clark 모델이다. 본 논문에서는 Rayleigh Fading의 Clark 모델을 이용하여 시뮬레이션을 진행한다. Clark 모델을 이용한 Rayleigh Fading은 수신 신호의 실수/허수 부분이 서로 독립적이고 평균이 0인 Gaussian Process를 기반으로 모델링된다. 또한 이때의 위상은 $(0, 2\pi)$ 사이에서 균일한 분포로 되어있음을 가정한다^[29]. 즉, Rayleigh Fading을 통해 수신된 신호 각각의 경로는 서로 독립적이며 평균이 0, 분산이 σ^2 인 Gaussian Random Variable W_1 과 W_2 를 이용하여 $W_1 + jW_2$ 로 기술할 수 있다. 수신 신호의 Envelope를 X 로 정의하면, $X = \sqrt{W_1^2 + W_2^2}$ 이며, X 가 갖는 PDF (Probability Density Function)는 아래와 같이 Rayleigh 분포를 따른다.

$$f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

4. 고윳값 Gap 기반 신호 개수 추정 방법

이번 장에서는 본 연구팀이 이전 연구에서 제안한 고윳값 Gap 기반의 신호 개수 추정 방법인 AREG (Accumulated Ratio of Eigenvalues Gaps)^[14]에 대해 소개한다. 또한 본 논문에서 제안하는 REG(Ratio of Eigenvalues Gaps)에 대해 기술한다. REG는 AREG의 수식을 수정한 것이다.

먼저, 앞선 3장에서 기술한 것과 같이 고윳값이 오름차순으로 정렬될 때, 고윳값 Gap $\Delta\lambda_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta\lambda_i = \lambda_{i+1} - \lambda_i \quad (\text{단, } i = 1, 2, \dots, M-D, \dots, M-1)$$

$\Delta\lambda_i$ 를 이용하여 AREG는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{AREG}(i) = \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\Delta\lambda_{i+1}}{\frac{1}{i} \sum_{k=1}^i \Delta\lambda_k + \delta} \quad (i = 1, 2, \dots, M-2)$$

만약 신호 개수 D 의 범위가 $1 \leq D \leq M-3$ 일 때, AREG는 아래와 같이 3가지 경우로 나눌 수 있다.

$$\text{AREG}(i) = \begin{cases} 0 & i = 1, 2, \dots, M-D-2 \\ +\infty & i = M-D-1 \\ c_i & i = M-D, M-D+1, \dots, M-2 \end{cases}$$

반면 $D = M-2$ 라면, 2가지 경우로 기술할 수 있다.

$$\text{AREG}(i) = \begin{cases} +\infty & i = 1 \\ c_i & i = 2, 3, \dots, M-2 \end{cases}$$

이 때, c_i 는 임의의 상수로 $0 \leq c_i < +\infty$ 범위의 실수 값을 갖는다. 이를 종합하면, 추정된 신호의 개수 \hat{D} 는 다음과 같다.

$$\hat{D} = M-1 - \operatorname{argmax}_{i=1,2,\dots,M-2} \text{AREG}(i)$$

다음으로 AREG 수식을 일부 수정한 REG를 기술한다. REG는 5장의 시뮬레이션 결과를 통해 확인되는 AREG의 Rayleigh Fading 환경에서의 성능 저하를 보완하기 위해 본 연구팀이 새롭게 제안하는 방법이다. REG는 AREG와 동일한 고윳값 Gap $\Delta\lambda_i$ 를 이용하여 신호 개수를 추정한다. 먼저 $\lambda_i = \sigma_n^2 (i = 1, 2, \dots, M-D)$ 이면, $\Delta\lambda_i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \Delta\lambda_i = 0 & (i = 1, 2, \dots, M-D) \\ \Delta\lambda_i > 0 & (i = M-D+1, \dots, M-1) \end{cases}$$

$\Delta\lambda_i$ 를 이용한 REG는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{REG}(i) = \frac{\Delta\lambda_{i+1}}{\Delta\lambda_i} \quad (i = 1, 2, \dots, M-1)$$

i 의 범위에 따라 REG의 경우를 나누면 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\text{REG}(i) = \begin{cases} \frac{0}{0} \approx \text{NaN} & (i = 1, 2, \dots, M-D-2) \\ \frac{\text{constant}}{0} \approx \infty & (i = M-D-1) \\ \frac{\text{constant}}{\text{constant}} \approx c_i & (i = M-D, \dots, M-2) \end{cases}$$

잡음 부공간의 고윳값이 모두 동일한 값을 갖는 이상적인 환경에서는 i 가 1부터 $M-D-2$ 일 때, 분모와 분자가 모두 0이 된다. 하지만 AWGN 및 Rayleigh Fading이 존재하는 환경에서는 분모, 분자가 모두 0이 될 확률이 극히 적으며, [30]을 통해 고윳값은 선형적으로 증가함을 확인할 수 있다. 이런 환경에서의 고윳값과 고윳값 Gap을 $\hat{\lambda}_i$ 와 $\Delta\hat{\lambda}_i$ 로 표기하면, 이 둘은 다음과 같다.

$$\hat{\lambda}_i = \begin{cases} \sigma_n^2 + \delta_i & (i = 1, 2, \dots, M-D) \\ \lambda_i & (i = M-D+1, \dots, M-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\hat{\lambda}_i = \delta_{i+1} - \delta_i > 0 & (i = 1, 2, \dots, M-D) \\ \Delta\hat{\lambda}_i \geq 0 & (i = M-D+1, \dots, M-1) \end{cases}$$

이 때, δ_i 는 $\delta_i \ll 1$ 이며, 서로 다른 i, j 에 대해 $\delta_i \neq \delta_j$ 를 만족한다. 따라서 $\widehat{\text{REG}}$ 은 다음과 같이 식을 재 정의할 수 있다.

$$\widehat{\text{REG}}(i) = \begin{cases} \frac{\delta_{i+2} - \delta_{i+1}}{\delta_{i+1} - \delta_i} \approx b_i & (i = 1, 2, \dots, M-D-2) \\ \frac{\text{constant}}{\delta_{i+1} - \delta_i} \approx \infty & (i = M-D-1) \\ \frac{\text{constant}}{\text{constant}} \approx c_i & (i = M-D, \dots, M-2) \end{cases}$$

b_i 와 c_i 는 임의의 상수로 $0 \leq b_i$ or $c_i \leq +\infty$ 범위의 값을 갖는다. $\widehat{\text{REG}}$ 를 통해 추정된 신호의 개수 \hat{D} 는 다음과 같다.

$$\hat{D} = M-1 - \text{argmax}_{i=1,2,\dots,M-2} \widehat{\text{REG}}(i)$$

5. 시뮬레이션 분석

5.1 시뮬레이션 환경 설정

본 논문의 신호 개수 추정 시뮬레이션은 신호의 개수가 D 일 때, 각각의 방법을 통해 추정된 \hat{D} 이 D 와 일치하는지 판단하여 이를 백분율로 나타낸 것이다. D 는 1에서 4사이의 값을 가지며, 매 시행마다 임의의 각도를 생성하여 그 개수를 추정했다. D 의 값이 $M-1$ 에 해당되는 6이 아닌 4까지 설정한 이유는 SORTE의 최대 추정 가능한 신호 개수가 $M-3$ 이기 때문이다. 이 때 발생하는 각도는 $[-60^\circ, 60^\circ]$ 의 범위를 가지며 발생하는 신호들 사이의 최소 간격은 15° 로 설정했다. 만약 안테나에 들어오는 입사각의 각도가 안테나가 설치된 평면과 평행에 가까워지거나(Fig. 2에서 θ_D 가 $\pm 90^\circ$ 에 가까워지는 경우) 인접한 두 신호 사이의 간격이 좁을 경우 해당 신호에 대한 정확한 추정이 어려워진다. 이러한 환경 조건에서의 성능을 향상시킬 때는 안테나 개수를 증가시키는 방법이 대표적이다. 따라서 이것은 본 논문의 연구범위를 벗어나기 때문에 이러한 상황을 최대한 배제하고자 각도의 범위와 간격을 제한했다.

5.2 공분산 행렬 재구축 결과

본 연구팀이 제안한 AREG와 AIC, MDL, SORTE의 신호 개수 추정 성능 비교는 [14]에서 확인할 수 있다. AREG는 신호 개수 추정 정확도 100 %를 달성할 수 있으며, 낮은 SNR에서 SORTE보다 우수한 신호 개수 추정 정확도를 나타냈다. 이번 절에서는 기존의 신호 개수 추정 방법의 성능을 향상시키기 위해 사용된 공분산 행렬 재구축 방법 FGML^[13]을 AREG에도 적용하여 그 효과가 유효한지 확인했다. 추가적으로 본 논문에서 제안하는 REG의 성능과 FGML이 적용된 REG의 결과도 같이 비교했다. Fig. 3의 시뮬레이션은 $M = 7, L = 400$, SNR은 -20 dB에서 10 dB사이를 관찰했다.

[13]에서는 Hermitian Toeplitz이며, Positive Semidefinite 행렬인 $T(\mathbf{u}) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u}}\mathbf{A}^H$ 를 추정하여 기존의 공분산 행렬인 $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ 대신 $T(\mathbf{u})$ 의 고윳값을 이용한다. $T(\mathbf{u})$ 를 이용함으로써 잡음의 영향이 제거된 효과를 기대할 수 있다. $T(\mathbf{u})$ 를 추정하기 위한 Convex Optimization Problem 식은 다음과 같다.

$$\min_{\mathbf{u}} \left\| \left(\hat{\mathbf{R}}_{xx}^T \otimes \hat{\mathbf{R}}_{xx} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{vec} \left(\hat{\mathbf{R}}_{xx} - \mathbf{T}(\mathbf{u}) \right) \right\|_2^2$$

⊗은 Kronecker Product, $\| \cdot \|_2$ 은 l_2 -norm 또는 Euclidean Norm이다. 위 식을 풀기 위해 본 논문에서는 Matlab에서 Convex Optimization Problem을 풀 수 있는 CVX^[31]패키지를 이용하여 위 식의 해 $T(\hat{\mathbf{u}})$ 을 추정했다.

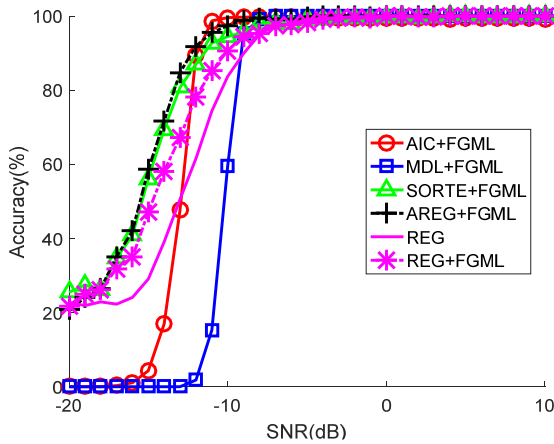


Fig. 3. Source enumeration results with covariance matrix reconstruction by FGML

Fig. 3에서 확인할 수 있는 것처럼 낮은 SNR에서 $T(\hat{\mathbf{u}})$ 를 이용한 AREG+FGML과 REG+FGML, SORTE+FGML은 비슷한 신호 개수 추정 정확도를 나타낸다. 하지만 AREG+FGML과 REG+FGML의 정확도가 100%에 도달하는 SNR이 SORTE+FGML보다 더 낮은 SNR에서 형성됨을 확인할 수 있다. AREG+FGML의 결과를 [14]에서 보였던 AREG의 결과와 비교하면 AREG+FGML의 결과가 AREG보다 더 낮은 SNR에서 그래프가 상승함을 확인할 수 있다. REG와 REG+FGML의 신호 개수 추정 성능을 비교하면, 낮은 SNR에서 REG+FGML의 정확도가 더 높고, 100%에 도달하는 SNR이 REG보다 더 낮은 것을 확인할 수 있다. 이를 통해 FGML에 의한 공분산 행렬 재구축이 AREG와 REG의 성능 향상에 기여함을 확인할 수 있다.

5.3 계산량 결과

다음으로 Antenna Array 개수와 Snapshot 개수 변화에 따라 AIC, MDL, SORTE, AREG, REG의 신호 개수

추정 계산량(전체 연산 시간) 변화에 대해 비교했다. 이 경우 공통적으로 고숫값 분해 과정은 시간 추정에서 제외했으며, 고숫값 Gap을 이용하는 SORTE, AREG, REG의 경우 고숫값 Gap을 계산하는 과정은 시간 추정에 포함했다.

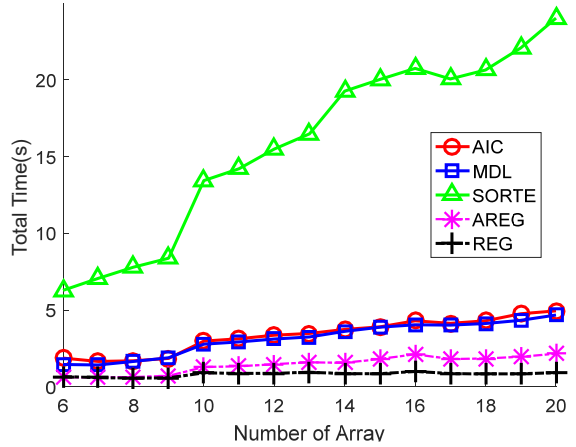


Fig. 4. Total (calculation) time results according to the change in the number of antenna arrays

Fig. 4는 SNR이 -10 dB에서 10 dB로 값이 변할 때, 각 SNR마다 200번 반복 시행한 경우의 모든 시간을 합한 결과를 나타낸다. 또한 Snapshot의 개수는 400으로 설정했으며, 추정된 신호의 개수 범위는 앞서 기술한 것처럼 SORTE의 최대 추정 가능한 신호 개수를 고려하여 Antenna Array 개수가 5인 경우는 1부터 2까지, 6인 경우는 1부터 3까지, 7부터 20인 경우는 1부터 4까지로 설정했다. 5개의 방법을 비교한 결과 Antenna Array의 개수가 증가할수록 계산량이 점차 증가하는 경향을 나타낸다. 이 중 본 연구팀이 제안했던 AREG와 REG가 가장 적은 계산량을 갖고 있음을 확인할 수 있으며 REG와 AREG의 계산량을 비교했을 때, REG가 더 적은 것을 확인할 수 있다.

Fig. 5 또한 Fig 4와 같이 SNR이 -10dB에서 10dB로 값이 변할 때, 각 SNR마다 200번 반복 시행한 경우의 모든 시간을 합한 결과를 나타낸다. Antenna Array 개수는 7로 고정했으며, 신호의 개수 범위는 1부터 4로 설정했다. Fig. 4의 Antenna Array의 개수가 변하는 경우와 다르게 Snapshot의 개수가 증가하더라도 계산량은 일정한 경향을 나타낸다. 또한 AREG와 REG가 가장 적은 계산량을 갖고 있는 것을 확인할 수 있다.

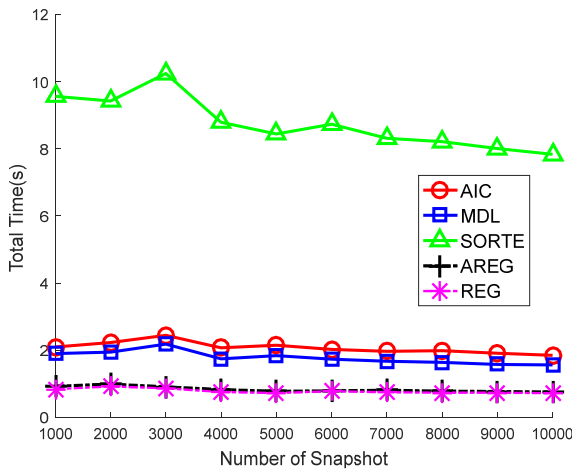


Fig. 5. Total (calculation) time results according to the change in the number of snapshots

5.4 Rayleigh Fading 환경 성능 비교

이번 절에서는 Rayleigh Fading에서의 신호 개수 추정 성능을 시뮬레이션을 통해 확인한다. 이때의 Fading을 나타내는 H 행렬은 주어진 시뮬레이션 환경에서 관찰 시간 동안 1번만 계산하는 것을 가정했고, $\sigma^2 = 1$ 로 설정했다.

먼저 기존 알고리즘인 AIC, MDL, SORTE에 대해 AWGN만 존재하는 환경과 AWGN에 Rayleigh Fading이 같이 존재하는 환경에서의 신호 개수 추정 성능을 비교했다.

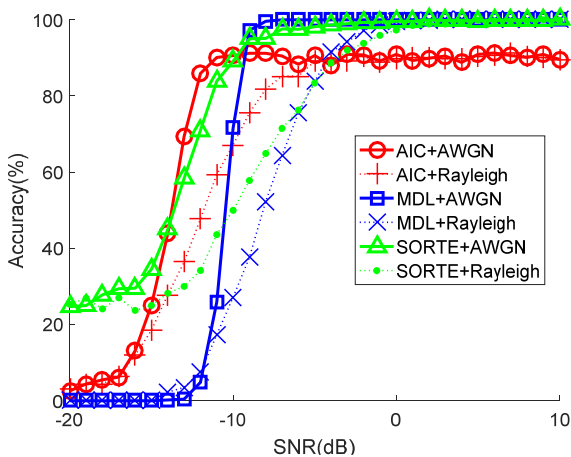


Fig. 6. Comparison of source enumeration results with AWGN and rayleigh fading

Fig. 6에서 AIC, MDL, SORTE 모두 Rayleigh Fading이 존재할 때 그래프가 AWGN보다 오른쪽으로 이동함을 확인할 수 있다. 또한 신호 개수 추정 정확도 100%에 도달하는 SNR이(AIC의 경우 정확도 약 90%인 경우) AWGN보다 Rayleigh Fading일 때, 더 높은 값을 갖는 것을 알 수 있다. 따라서 Rayleigh Fading이 신호 개수 추정 성능의 저하를 유발하는 것을 확인할 수 있다.

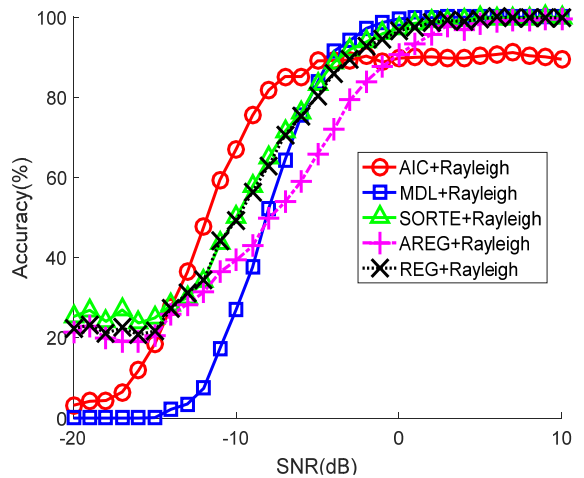


Fig. 7. Source enumeration results with rayleigh fading including AREG and REG

두 번째로 Rayleigh Fading 환경에서 본 연구팀의 제안 기법인 AREG와 REG에 대한 성능 평가를 진행했다. [14]의 AWGN 환경에서 동일한 SNR에서 SORTE보다 더 높은 신호 개수 추정 정확도를 보였던 AREG는 Fig. 7에서 AIC, MDL, SORTE, REG와 비교했을 때 Rayleigh Fading 환경에서 가장 큰 성능 저하가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 반면 REG의 경우 Rayleigh Fading 환경에서 AREG보다 성능 저하가 덜 발생했으며, SORTE와 유사한 신호 개수 추정 성능을 나타내는 것을 확인할 수 있다. Rayleigh Fading이 발생하면 신호 부공간에 해당되는 고윳값의 변동 폭이 증가한다. 따라서 AWGN 환경에서의 고윳값보다 두 부공간의 고윳값 사이의 Gap이 줄어들게 된다. 즉, 신호 부공간 고윳값의 최솟값과 잡음 부공간 고윳값의 최댓값 사이의 고윳값 Gap이 나머지 인접한 고윳값들 사이의 Gap과 비교하여 두드러지게 큰 값의 차이가 나타나지 않게 된다. 이런 현상을 기반으로 상대적으로 값이 작

은 고윳값의 개수를 추정하는 AIC, MDL, SORTE와는 다르게 두 부공간 사이의 경계에 해당하는 고윳값 Gap을 찾는 AREG의 성능이 더 급격하게 저하되는 것으로 분석할 수 있다.

마지막으로 Rayleigh Fading 환경에서의 도래각 추정 성능을 확인하기 위해 MUSIC 알고리즘을 이용하여 Spectrum 그래프를 산출했다. Fig. 6은 Antenna Array 개수 7, 신호 개수 1, 도래각 30°, Snapshot 개수 400, SNR 0 dB 환경에서의 한 예시이다. Rayleigh Fading이 존재 할 때와 존재하지 않을 때, 그리고 공분산 행렬 재구축 방법인 FGML을 이용하여 추정한 $T(\hat{u})$ 의 사용 유무에 따라 총 4가지 결과를 나타냈다. Rayleigh Fading이 없는 AWGN 환경에서는 $T(\hat{u})$ 를 사용한 MUSIC 알고리즘이(그래프 범례 MUSIC+FGML) R_{xx} 를 사용한 MUSIC 알고리즘(그래프 범례 MUSIC)보다 $\theta = 30^\circ$ 에서 Peak의 폭이 상대적으로 좁은 것을 통해 더 정확한 도래각 추정이 가능한 것을 확인할 수 있다. 반면에 Rayleigh Fading 환경에서는 $T(\hat{u})$ 나 R_{xx} 모두 정확한 도래각을 추정할 수 없는 문제가 발생한다. 이는 Fading에 의해 공분산 행렬의 기본 가정이 깨지기 때문인 것으로 예상된다. 따라서 Fig. 8은 특정한 경우의 한 사례에 불과하지만 Fading 환경에서의 정확한 도래각 추정을 위해서는 공분산 행렬 재구축 이외에도 추가적인 방법을 통해 Fading의 효과를 제거해 나갈 필요가 있을 것으로 예상된다.

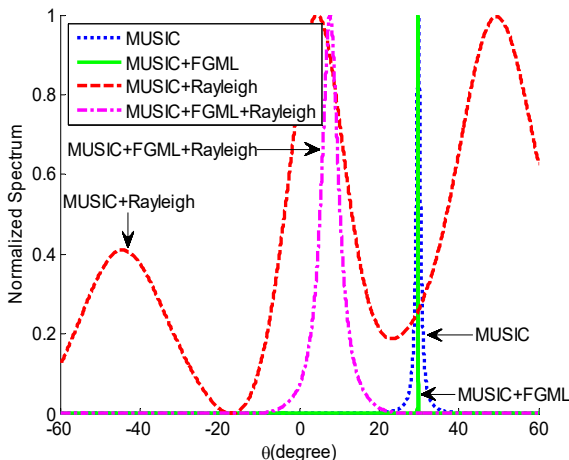


Fig. 8. MUSIC algorithm results with or without rayleigh fading & FGML ($M = 7, D = 1, \theta = 30^\circ, L = 400, SNR = 0 \text{ dB}$)

6. 결론

본 논문에서는 선행 연구로 진행한 신호 개수 추정 방법 AREG와 본 논문에서 새롭게 제안한 REG에 FGML 방법을 이용하여 AREG+FGML과 REG+FGML의 성능을 시뮬레이션을 통해 확인했다. 기존의 공분산 행렬 기반의 신호 개수 추정 방법들이 FGML을 통해 새롭게 추정된 공분산 행렬을 이용하여 신호 개수 추정 성능이 향상된 것처럼 AREG와 REG 또한 FGML을 통해 성능이 향상됨을 확인할 수 있었다. 이를 통해 고윳값 Gap Ratio 기반의 신호 개수 추정 방법의 성능 우수성을 증명했고, 이를 확장/개선시킬 수 있는 추가 연구의 필요성을 확인했다. 추가적으로 Rayleigh Fading 환경에서의 시뮬레이션을 통해 신호 개수 및 도래각 추정 성능이 모두 저하됨을 확인할 수 있었다. AIC, MDL, SORTE, AREG 중 AREG의 성능 저하가 가장 크게 발생했고 Fading 환경에서의 AREG를 성능을 개선하기 위해 AREG를 일부 수정한 REG를 같이 제안하여 그 문제점을 보완했다. Fading은 AWGN보다 실제 환경에 더 밀접한 관련이 있으며, Fading에서의 성능 저하는 피할 수 없는 문제이다. 하지만 성능 저하의 정도를 낮추기 위한 연구가 여전히 부족하다. 따라서 향후 Fading 환경에서 신호 개수 추정 및 도래각 추정의 성능 저하를 줄이기 위한 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소(과제명: 무인기용 U/VHF 대역 통신 ES장비)의 지원을 받아 수행한 연구 결과입니다. 보안상 장비제원은 실제원과 다를 수 있음을 고지합니다.

References

- [1] D. Adamy, "EW Against a New Generation of Threats: EW 104," GIST Press, Korea, pp. 9-39, 2020.
- [2] H. Chin, S. Kim, J. Choi and J. Lee, "A Study on the Accuracy Enhancement Using the Direction Finding Process Improvement of Ground-Based Electronic Warfare System," Journal of the Korea Academia-Industrial Cooperation Society, Vol. 18,

- No. 6, pp. 627-635, 2017.
- [3] L. Huang, S. Wu and X. Li, "Reduced-Rank MDL Method for Source Enumeration in High-Resolution Array Processing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 55, No. 12, pp. 5658-5667, 2007.
- [4] P. Chen, T. Wu and J. Yang "A Comparative Study of Model Selection Criteria for the Number of Signals," *IET Radar, Sonar & Navigation*, Vol. 2, Issue. 3, pp. 180-188, 2008.
- [5] K. Han and A. Nehorai, "Improved Source Number Detection and Direction Estimation with Nested Arrays and ULAs using Jackknifing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 61, No. 23, pp. 6118-6128, 2013.
- [6] M. Morency, S. Vorobyov and G. Leus, "Joint Detection and Localization of an Unknown Number of Sources using the Algebraic Structure of the Noise Subspace," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 66, No. 17, pp. 4685-4700, 2018.
- [7] Q. Pan, C. Mei, N. Tian, B. Ling and E. Wang, "Source Enumeration based on a Uniform Circular Array in a Determined Case," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 68, No. 1, pp. 700-712, 2019.
- [8] M. Wax and T. Kailath, "Detection of Signals by Information Theoretic Criteria," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 33, No. 2, pp. 387-392, 1998.
- [9] Z. He, A. Cichocki, S. Xie and K. Choi, "Detecting the Number of Clusters in n-Way Probabilistic Clustering," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 32, No. 11, pp. 2006-2021, 2010.
- [10] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 34, No. 3, pp. 276-280, 1986.
- [11] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 37, No. 7, pp. 984-995, 1989.
- [12] Z. Chen, G. Gokeda and Y. Yu, "Introduction to Direction-of-Arrival Estimation," Artech House, U.S.A., pp. 31-92, 2010.
- [13] X. Wu, W. Zhu and J. Yan, "A Fast Gridless Covariance Matrix Reconstruction Method for One- and Two-Dimensional Direction-of-Arrival Estimation," *IEEE Sensors Journal*, Vol. 17, No. 15, pp. 4916-4927, 2017.
- [14] Y. Lee, C. Park, T. Kim, Y. Choi, K. Kim, D. Kim, M.-S. Lee and D. Lee, "Source Enumeration Approaches using Eigenvalue Gaps and Machine Learning based Threshold for Direction-of-Arrival Estimation," *Applied Science*, Vol. 11, No. 4, p. 1942, Feb. 2021.
- [15] S. Beheshti and S. Sedghizadeh, "Number of Source Signal Estimation by the Mean Squared Eigenvalue Error," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 66, No. 21, pp. 5694-5704, 2018.
- [16] E. Fishler and H. Poor, "Estimation of the Number of Sources in Unbalanced Arrays via Information Theoretic Criteria," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 53, No. 9, pp. 3543-3553, 2005.
- [17] K. Xu, W. Pedrycz, Z. Li and W. Nie, "High-Accuracy Signal Subspace Separation Algorithm based on Gaussian Kernel Soft Partition," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 66, No. 1, pp. 491-499, 2019.
- [18] H. Trees, "Optimum Array Processing - Detection, Estimation, and Modulation Theory," John Wiley & Sons, Inc., U.S.A., pp. 827-841, 2002.
- [19] A. Badawy, T. Salman, T. Elfouly, T. Khattab, A. Mohamed and M. Guizani, "Estimating the Number of Sources in White Gaussian Noise: Simple Eigenvalues based Approaches," *IET Signal Processing*, Vol. 11, Issue. 6, pp. 669-673, 2017.
- [20] F. Yan, J. Wang, S. Liu, B. Cao and M. Jin, "Computationally Efficient Direction of Arrival Estimation with Unknown Number of Signals," *Digital Signal Processing*, Vol. 78, pp. 175-184, 2018.
- [21] A. Liavas and P. Regalia, "On the Behavior of Information Theoretic Criteria for Model Order Selection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 49, No. 8, pp. 1689-1695, 2001.

- [22] S. Schell and W. Gardner, "High-Resolution Direction Finding," Handbook of Statistics, Vol. 10, pp. 755-817, 1993.
- [23] T. Shan, M. Wax and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 33, No. 4, pp. 806-811, 1985.
- [24] A. Barabell, "Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-based Direction-Finding Algorithms," ICASSP '83. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 8, pp. 336-339, 1983.
- [25] P. Pal and P. Vaidyanathan, "Nested Arrays: A Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 58, No. 8, pp. 4167-4181, 2010.
- [26] P. Chevalier, A. Ferroeol and L. Albera, "High-Resolution Direction Finding from Higher Order Statistics - The 2q-MUSIC," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 54, No. 8, pp. 2986-2997, 2006.
- [27] Z. Zhu and A. Nandi, "Automatic Modulation Classification - Principles, Algorithms and Applications," John Wiley & Sons, Inc., U.K., pp. 144-150, 2015.
- [28] J. Jeong, K. Sakaguchi, J. Takada and K. Araki, "Performance of MUSIC and ESPRIT for Joint Estimation of DOA and Angular Spread in Slow Fading Environment," IEICE Transactions on Communications, Vol. E85-B, No. 5, pp. 972-977, 2002.
- [29] J. Proakis and M. Salehi, "Digital Communications," McGraw-Hill, U.S.A., pp. 830-843, 2007.
- [30] O. Hu, F. Zheng and M. Faulkner, "Detecting the Number of Signals using Antenna Array: A Single Threshold Solution," ISSPA '99. Proceedings of the Fifth International Symposium on Signal Processing and its Applications (IEEE Cat. No.99EX359), pp. 905-908, 1999.
- [31] M. Grant, S. Boyd, and Y. Ye, "CVX: Matlab Software for Disciplined Vonvex Programming," 2008.