

## 관성형 능동 댐퍼를 이용한 구조물 진동 제어에서 댐퍼 질량의 변위 제한을 고려한 FxLMS 알고리즘

강민식<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup>가천대학교 기계공학과

### FxLMS Algorithm for Active Vibration Control of Structure By Using Inertial Damper with Displacement Constraint

Min Sig Kang<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Mechanical Engineering, Gachon University, Korea

(Received 13 April 2021 / Revised 17 May 2021 / Accepted 16 July 2021)

#### Abstract

Engine is the main source of vibration that generates unwanted noise and vibration of vehicle chassis. Especially, in submarine applications, radiation of noise signatures can be detected at some distance away from the submarine using a sonar array. Thus quiet operation is crucial for submarine's survivability. This study addresses reduction of the force transmissibility originating from engines and transmitted to hull through engine mounts. An inertial damper, as an actuator of hybrid mount system, is addressed to reduce even further the level of vibration. Narrow band FxLMS algorithms are broadly used to cancel the vibration of engine mount because of its excellent performance of canceling narrow band noise. However, in real active dampers, the maximum displacement of damper mass is kinematically restricted. When the control input signal from the FxLMS algorithm exceeds this limitation, the damper mass will collide with the mechanical stops and results in many problems. Originated from these, a modified narrow band FxLMS algorithm based on the equalizer technique with the maximum allowable displacement of active damper mass is proposed in this study. Some simulation results showed that the propose algorithm is effective to suppress vibration of engine mount while ensuring given displacement constraint.

Key Words : Engine Vibration(엔진진동), Submarine(잠수함), Active Mount(능동마운트), Inertial Damper(관성댐퍼), Narrow Band FxLMS, Displacement Constraint(변위제한), Equalizer(이퀄라이저)

#### 기 호 설 명

\* Corresponding author, E-mail: mskang@gachon.ac.kr  
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

$a_z$  : 중간받침대 가속도

- $c_a, k_a$  : 관성댐퍼의 점성계수와 강성
- $C_1, K_1$  : 상부 마운트의 점성계수와 강성
- $C_2, K_2$  : 하부 마운트의 점성계수와 강성
- $f_a$  : 관성댐퍼 구동력
- $f_e$  : 상부받침대에 가해지는 외부 기진력
- $f_t$  : 베이스에 전달되는 전달력
- $m_a$  : 관성댐퍼 질량
- $M_1, M_2$  : 상부 받침대와 중간 받침대의 질량
- $w_s(k), w_c(k)$  : 갱신된  $k$ -스텝 필터 계수
- $x_s(k), x_c(k)$  :  $k$ -스텝 샘플된 정현파, 여현파 신호
- $y_{lim}$  : 댐퍼질량의 최대허용변위
- $\beta$  : 이퀄라이저 조정계수
- $\mu$  : FxLMS 알고리즘의 갱신 계수

## 1. 서론

자동차, 항공기, 선박 등의 수송기계시스템에서 탑재장비의 보호를 위한 장비의 진동 감쇠가 중요하며, 또한 탑재 장비에서 발생하는 진동 및 소음이 시스템 외부로 전달되는 것을 차단하는 것이 중요하다<sup>[1]</sup>. 특히 군용함정에서는 진동과 소음이 외부로 전파되면 생존성을 위협받게 된다<sup>[2-4]</sup>. 따라서 함정 시스템에서 장비는 시스템 구조물에 직접 조립하지 않고 마운트를 통해 조립한다<sup>[1-4]</sup>.

특히 정속 운용이 필수적인 잠수함에서 엔진 마운트에 대한 연구가 많이 진행되어 왔다. 마운트의 배치 방법, 형태 및 제어방법 등 다양한 연구 결과가 제시되어 있다<sup>[4]</sup>. 가장 보편적으로 사용되는 고무마운트는 고주파 대역에서 우수한 진동절연 효과가 있지만, 공진주파수 대역에서는 진동절연성능의 한계가 있다. 이러한 수동형 마운트의 성능 개선을 위해 유체의 댐핑 변화를 이용하는 반능동마운트, 압전작동기나 전자석 구동기를 이용한 능동마운트, 수동마운트와 능동마운트를 병행 사용하는 하이브리드 마운트 등이 제시되고 있다<sup>[3-7]</sup>. 능동마운트의 하나인 관성댐퍼는 기존 수동댐퍼가 설치된 장소에 추가적으로 병행설치가 용이하며, 요구되는 설치 공간이 크지 않아 널리 이용되고 있다<sup>[6-8]</sup>. 특히 잠수함에서는 엔진 기진력이 바닥에 전달되는 힘전달률을 효과적으로 감소시키기 위해 하이브리드 마운트를 사용하고 있다<sup>[6-8]</sup>.

하이브리드 마운트에서 진동제어방법으로 FxLMS (Filtered-x Least Mean Square) 알고리즘을 많이 적용하고 있다<sup>[9]</sup>. 특히 엔진 마운트에 전달되는 기진력은 엔진 회전속도의 정수배 주파수를 갖는 특징이 있으며, 엔진 회전속도 측정은 용이하므로, Narrow Band FxLMS 알고리즘이 효과적이다<sup>[10-12]</sup>.

FxLMS 알고리즘에서는 무한한 크기의 제어입력을 전제로 하고 있으나, 실제 시스템은 제어입력의 크기 제한이 있으므로 이를 고려한 수정된 FxLMS 알고리즘이 제안되었다<sup>[13-16]</sup>. 이 알고리즘들은 제어입력의 크기 제한을 만족하도록 필터 계수의 크기를 적응적으로 조정하는 방법이다. 하지만 관성댐퍼의 경우 제어입력 크기의 제한과 아울러 댐퍼질량의 최대허용변위 제한이 있다. 관성댐퍼에서 구현되는 제어입력은 댐퍼 질량의 관성력이므로 질량의 가속도에 비례하여 고주파 영역에서는 변위가 작지만 저주파 영역에서는 큰 변위가 요구된다. 따라서 댐퍼질량의 변위 제한은 제어입력 제한과는 물리적 차원이 다른 추가적인 제한에 해당한다. 만일 최대허용변위를 초과하는 제어입력이 가해지면 댐퍼질량은 댐퍼의 안전을 위해 설치하는 기구적 제한장치와 충돌하게 되어 손상이 초래될 수 있으며, 또한 충돌에 의한 충격 진동이 외부로 전파되어 피탐지 가능성이 높아진다.

본 논문에서는 이러한 댐퍼질량의 변위 제한을 만족하는 범위에서 최적의 제어성능을 만족할 수 있는 수정된 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 제안한다. 이 방법은 능동소음제어에서 사용하는 이퀄라이저<sup>[9]</sup>의 개념을 확장 도입한 알고리즘이다.

본문에서는 간단한 수동마운트의 개념에 대한 설명과 관성 댐퍼의 설치 위치에 따른 힘전달률 감소 효과를 분석하며, 댐퍼질량의 최대허용변위를 고려한 수정된 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 제안하고, 그 타당성과 성능을 MatLab/Simulink를 이용한 시뮬레이션을 통해 검증한다.

## 2. 마운트

### 2.1 수동마운트

Fig. 1은 일반적인 수동마운트를 보인다. 상부 질량  $M$ 에 외부기진력  $f_e$ 가 작용하며, 하부에 댐퍼( $C$ )과 스프링( $K$ )로 이루어진 마운트를 통해 베이스에 연결되어 있다.

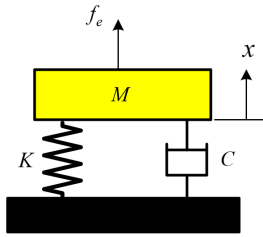


Fig. 1. Schematic of mount

질량 변위를  $x$ 라 하면, 마운트를 통해 베이스에 전달되는 전달력( $f_t$ )과 외부기진력( $f_e$ )의 비인 힘전달률 (force transmissibility)을 라플라스 평면에서 나타내면

$$\frac{F_t(s)}{F_e(s)} = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

여기서  $\zeta$ 는 감쇠비,  $\omega_n$ 는 고유진동수이다.

식 (1)의 힘전달률의 크기를 주파수 평면에서 나타내면 Fig. 2와 같이 고유진동수  $\sqrt{2}$  배의 주파수에서는 1이며, 이 주파수를 기준으로 저주파 영역과 고주파 영역에서의 특성이 다르다.

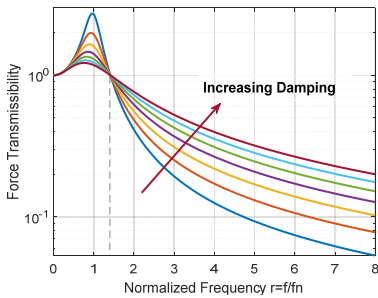


Fig. 2. Force transmissibility

## 2.2 능동마운트

Fig. 1, 2와 같은 수동형 마운트의 특성을 이용하여 진동 전달을 감쇠시킬 수 있으나, 공진주파수 영역에서는 성능의 한계가 있다. 특히 탑재한 장비가 회전기와 같이 자체 기진력을 발생시키는 경우 수동형 마운트로는 충분한 진동절연성능을 기대하기 어렵다. 이를 위해 반능동형 마운트, 능동형 마운트, 수동마운트와 능동형 마운트를 혼용하는 하이브리드 마운트 등 다양한 마운트가 사용된다. 능동형 마운트는 접촉형과 비접촉형으로 나눌 수 있으며, 마운트의 크기, 동력

및 효율성 측면에서 비접촉형 관성형 마운트가 최근 관심을 받고 있다<sup>3-8)</sup>.

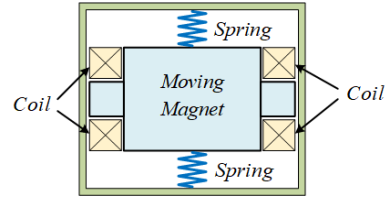


Fig. 3. Schematic of inertial damper

Fig. 3은 관성댐퍼의 예로 스프링으로 지지된 중간 질량은 축면의 전자석에 의해 상하 이동하게 되며, 그 반력인 관성력이 댐퍼 설치면에 전달된다. 관성댐퍼는 접촉형 액추에이터가 갖는 마운트 상부와 하부에 작용력과 반력을 동시에 가하는 특징을 피할 수 있어 유리하다.

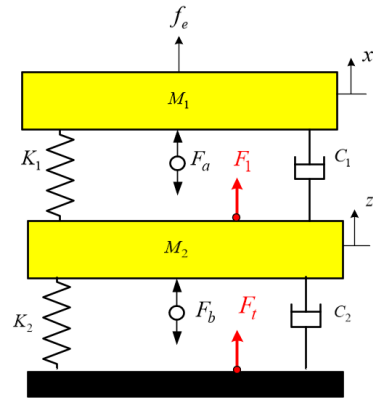


Fig. 4. Schematic of 2-stage mount system

Fig. 4는 일반적인 2-단의 수동형 마운트를 보인다. 상부받침대( $M_1$ )에 장비가 탑재되며, 하부의 수동형 마운트를 통해 중간받침대( $M_2$ )에 연결되고, 중간받침대 하부의 수동형 마운트를 통해 베이스에 연결된다. 관성댐퍼는 상부받침대 또는 중간받침대에 설치할 수 있다.  $f_e$ 는 외부기진력,  $x$ 와  $z$ 는 상부받침대와 중간받침대의 변위,  $C_1, K_1$ 와  $C_2, K_2$ 는 각각 상부와 하부 마운트의 점성계수와 강성이다.  $F_a, F_b$ 는 관성 댐퍼의 관성력으로,  $F_a$ 는 관성댐퍼가 상부 받침대에 설치된 경우 상부받침대에 전달되는 힘,  $F_b$ 는 관성댐퍼가 중간받침대에 설치된 경우 중간받침대에 전달되는 힘을

나타낸다.  $F_i$ 는 베이스에 전달되는 힘이다. 이 마운트는 외부 기진력  $f_e$ 가 베이스에 전달되는 힘전달률을 감소시키는데 목적이 있으므로  $F_i$ 에 중점을 두고 어느 위치에 설치하는 것이 유리한지 비교분석한다.

Fig. 4의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_1\ddot{x} + C_1(\dot{x} - \dot{z}) + K_1(x - z) &= f_e + F_a \\ M_2\ddot{z} + C_2\dot{z} + K_2z - C_1(\dot{x} - \dot{z}) - K_1(x - z) &= -F_b \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서 힘전달률은 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{F_i(s)}{F_e(s)} &= \frac{(2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2)(2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2)}{P(s)} \\ P(s) &= (s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2)(s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2) + \frac{s^2(2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2)}{M_1M_2} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\omega_1 = \sqrt{K_1/M_1}$ ,  $\zeta_1 = C_1/2\sqrt{K_1M_1}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{K_2/M_2}$ ,  $\zeta_2 = C_2/2\sqrt{K_2M_2}$ 이다.

식 (3)에서와 같이 대체적으로 외부기진력은 상부의 마운트에 의해 1차적으로 전달력 감쇠가 일어나며, 다시 하부의 마운트에 의해 2차적인 감쇠가 발생한다. 단 Fig. 2에서와 같이 2번째 고유진동수 부근 이하의 주파수 대역에서는 힘 전달률이 1보다 커서 증폭될 수 있다.

관성댐퍼를 상부 받침대 또는 중간 받침대에 설치할 경우 효율성 차이를 분석하기로 한다. 분석을 위해 우선 모든 주파수에서 스펙트럼의 크기가 동일한 외부기진력이 작용할 때 베이스에 전달되는 힘전달률을 수동마운트를 사용할 때의  $\alpha (<1)$ 배(모든 주파수 범위에서)로 감소시키기 위해 필요한 각각의 힘  $F_a$ 와  $F_b$ 를 비교한다.

우선 상부 받침대에 관성댐퍼를 설치할 경우( $F_b = 0$ ) 원하는 힘전달률을 만족하기 위한 관성력  $F_a$ 는 다음을 만족해야 된다.

$$F_a(s) = (1 - \alpha)F_e(s) \quad (4)$$

중간받침대에 관성댐퍼를 설치할 경우( $F_a = 0$ ) 원하는 힘전달률을 만족하기 위한 관성력  $F_b$ 는 다음을 만족해야 된다.

$$F_b(s) = (1 - \alpha) \frac{2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2}{(s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2)} F_e(s) \quad (5)$$

식 (4)와 (5)에서 동일한 힘전달률 감쇠를 구현하기 위한  $F_a$ 와  $F_b$ 의 관계는

$$\frac{F_b(s)}{F_a(s)} = \frac{2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2} \quad (6)$$

식 (6)의 주파수응답함수는 Fig. 2와 동일하다. 따라서 첫 번째 고유진동수 이상의 주파수 영역에서 중간 받침대에 설치하는 경우가 더 효과적임을 알 수 있다. 즉, 중단 받침대에 설치할 때 더 작은 힘으로 원하는 힘전달률을 구현할 수 있으며, 특히 주파수가 증가할수록 더 작은 힘이 필요함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 중간 받침대에 관성댐퍼를 설치하는 경우를 대상으로 한다.

### 3. 관성댐퍼의 FxLMS 알고리즘 기반 제어

앞의 논의를 바탕으로 Fig. 5와 같이 중간받침대에 관성댐퍼를 설치한 시스템의 제어를 고려한다. 관성댐퍼는 전자기력에 의해 발생된 힘이 관성댐퍼의 질량에 전달되며, 반대방향의 관성력이 중간받침대에 작용한다. 상부받침대에는 엔진과 같은 회전기가 설치 운용되며, 따라서 엔진이 동작하면 엔진의 회전 속도에 따라 주파수가 가변하는 정현파 형태의 기진력이 작용하게 된다. 관성댐퍼는 진동의 베이스 전달을 차단하기 위해 중간받침대의 상하 가속도를 감소시키는데 목적을 둔다.

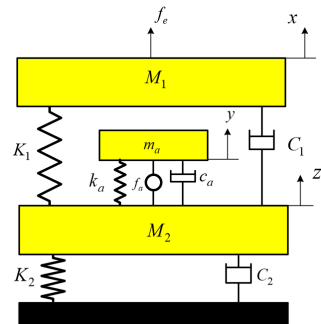


Fig. 5. Mount equipped with inertial damper

Fig. 5 진동시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_1\ddot{x} + C_1(\dot{x} - \dot{z}) + K_1(x - z) &= f_e \\
 m_a\ddot{y} + c_a(\dot{y} - \dot{z}) + k_a(y - z) &= f_a \\
 M_2\ddot{z} + C_2\dot{z} + K_2z + C_1(\dot{z} - \dot{x}) + K_1(z - x) \\
 + c_a(\dot{z} - \dot{y}) + k_a(z - y) &= -f_a
 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $M_1, m_a, M_2$ 는 각각 상부받침대, 관성댐퍼, 중간받침대의 질량,  $x, y, z$ 는 각각 질량의 상하변위,  $C_1, K_1$ 과  $C_2, K_2$ 는 각각 상부와 하부마운트의 댐핑계수와 강성이다.  $f_e$ 는 외부기진력,  $f_a$ 는 관성댐퍼 구동력으로 제어입력이다.

식 (7)을 정리하여 중간받침대의 가속도의 라플라스 변환  $A_z(s)$ 를 구하면

$$A_z(s) = \frac{s^2 B(s) D(s)}{P(s)} F_e(s) - \frac{m_a s^4 A(s)}{P(s)} F_a(s) \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_z(s) &= \mathcal{L}[\ddot{z}(t)] \\
 P(s) &= A(s)B(s)C(s) - A(s)E(s)^2 - B(s)D(s)^2 \\
 A(s) &= M_1 s^2 + C_1 s + K_1 \\
 B(s) &= m_a s^2 + c_a s + k_a \\
 C(s) &= M_2 s^2 + (C_1 + C_2 + c_a)s + (K_1 + K_2 + k_a) \\
 D(s) &= C_1 s + K_1 \\
 E(s) &= c_a s + k_a
 \end{aligned}$$

이며,  $\mathcal{L}[g(t)]$ 는 함수  $g(t)$ 의 라플라스변환이다.

식 (8)에서 관성댐퍼의 관성력을 식 (9)와 같이 발생시 키면 중간받침대의 가속도를 완벽하게 영으로 할 수 있으나,

$$F_a(s) = \frac{(m_a s^2 + c_a s + k_a)(C_1 s + K_1)}{m_a s^2 (M_1 s^2 + C_1 s + K_1)} F_e(s) \quad (9)$$

식 (9)에서와 같이 전달함수는 원점에 두 개의 극점이 존재하므로 불안정하므로 적용할 수 없다.

앞의 문제의 정의에서 외부기진력은 탑재장비 회전 속도에 해당되는 주파수를 갖는 정현파 특성을 갖게 되므로, 회전속도를 측정하여 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용하기 적절한 대상이다.

식 (8)을 이산화하면 식 (10)으로 나타낼 수 있다.

$$a_z(k) = \frac{R(z)}{P(z)} f_e(k) - \frac{Q(z)}{P(z)} f_a(k) \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 a_z(k) &= \mathcal{Z}[\ddot{z}(t)] \\
 \frac{R(z)}{P(z)} &= \mathcal{Z}\left[\frac{s^2 B(s) D(s)}{P(s)}\right] \\
 \frac{Q(z)}{P(z)} &= \mathcal{Z}\left[\frac{m_a s^4 A(s)}{P(s)}\right]
 \end{aligned} \quad (11)$$

이며,  $\mathcal{Z}[G(s)]$ 는 함수  $G(s)$ 의  $z$ -변환을 나타낸다.

### 3.1 Narrow Band FxLMS 알고리즘

식 (10)에 근거하여 중간받침대의 가속도를 최소화하기 위해 Fig. 6과 같이 탑재 장비의 회전속도를 측정하여 얻은 기진력의 주파수  $\omega_0$ 를 기반으로 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용한다.

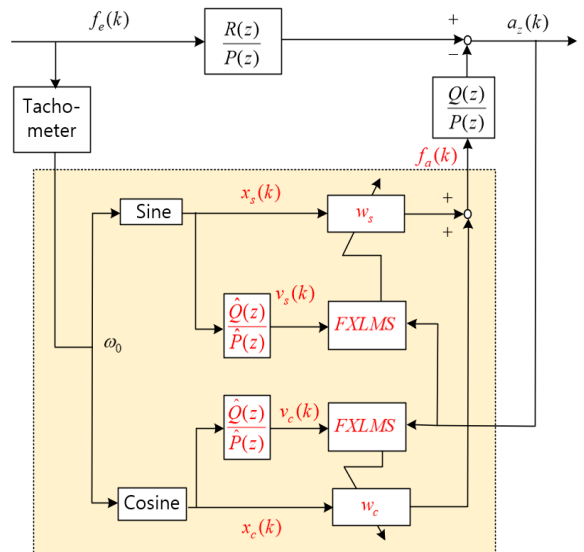


Fig. 6. Narrowband FxLMS algorithm for active mount

외부기진력의 주파수  $\omega_0$ 는 장비에 설치된 타코미터를 통해 측정 가능한 것으로 가정하였으며, 주파수  $\omega_0$ 를 갖는 정현파 신호  $x_s(k)$ 와 여현파 신호  $x_c(k)$ 를 발생시킨다. 식 (10) 또는 Fig. 6에서 전달함수  $Q(z)/P(z)$ 는 능동소음제어에서 정의하는 2차 경로 전달함수(secondary path transfer function)를 나타내며,

정현파와 여현파 신호를 추정된 2차 경로 전달함수를 통과시켜 얻은 신호  $v_s(k), v_c(k)$ 를 이용하여 다음의 FxLMS 알고리즘을 통해 필터계수  $w_s, w_c$ 를 갱신하게 된다.

$$\begin{aligned} w_s(k+1) &= w_s(k) + \mu_n v_s(k) a_z(k) \\ w_c(k+1) &= w_c(k) + \mu_n v_c(k) a_z(k) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $\mu_n$ 는 필터의 갱신 계수이며,  $a_z(k)$ 는 측정된 중간받침대의 가속도 신호로 제어시스템의 오차로 정의한다.

제어입력  $f_a(k)$ 는 갱신된 필터계수를 이용하여 식 (13)으로 계산된다.

$$f_a(k) = w_s(k)x_s(k) + w_c(k)x_c(k) \quad (13)$$

### 3.2 관성댐퍼 변위 제한을 고려한 Narrow Band FxLMS 알고리즘

관성댐퍼는 식 (7)에서와 같이 관성질량의 질량과 가속도의 곱에 해당하는 관성력이 중간받침대에 전달되어 제어의 효과를 얻는다. 따라서 큰 힘을 얻기 위해서는 관성질량이 크고 큰 가속도로 동작할 수 있어야 한다. 하지만 관성댐퍼는 수동마운트와 병렬로 설치되므로 설치공간의 제약 때문에 질량의 크기 제한과 아울러 변위 제한이 존재한다. 따라서 정해진 작동 범위 내에서 동작되어야 한다.

Fig. 6의 Narrow Band FxLMS 알고리즘은 외부기진력에 대한 힘의 전달을 감소시키는데 효과적이지만 관성댐퍼 질량의 작동변위 제한에 대한 고려가 없다. 즉, 관성질량의 변위는 자유롭다는 가정을 기초로 한다. 따라서 운용 중 변위제한을 초과하는 과변위가 발생하면 댐퍼의 손상은 물론 기구적 변위제한부와 댐퍼 질량의 충돌이 발생하여 베이스에 충격파가 전달되게 된다. 따라서 본 연구에서는 댐퍼 질량이 허용 변위 내에서만 작동할 수 있도록 Fig. 7의 새로운 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 제안한다.

이 알고리즘은 Fig. 6과 달리 계산된 제어입력에  $(1-\beta)$ 를 곱한 양만 실제 제어입력으로 사용하며, 나머지  $\beta$ 배는 오차신호 계산에 반영하는 이퀄라이저(equalizer) 알고리즘을 적용하였다. 이퀄라이저 알고리즘은 능동소음제어에서 목표위치의 소음을 완전히 제거하는 대신 일정 부분의 소음을 남겨두는 방법이다.

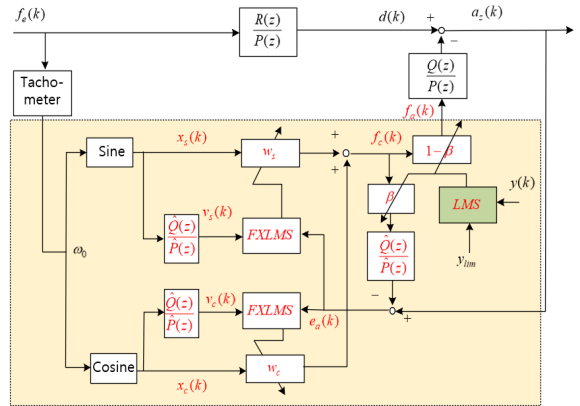


Fig. 7. Modified Narrowband FxLMS algorithm for displacement constrained inertial damper

구체적으로 Fig. 6에서는  $a_z(k)$ 를 최소화하지만 Fig. 7에서는  $d(k) - \beta \frac{Q(z)}{P(z)} f_c(k)$ 를 최소화하므로, 필터 이득이 수렴하면 Fig. 6에서는  $a_z(k) = 0$ 이 되지만 Fig. 7에서는  $a_z(k) = \beta d(k)$ 가 된다. 따라서 조정계수  $\beta$ 가 증가하면 오차는 증가하지만, 대신 제어입력 또는 관성댐퍼의 최대변위는 감소하게 된다. 결론적으로 조정계수  $\beta$ 를 조정하여 관성댐퍼의 질량이 최대허용변위 내에서 동작하도록 할 수 있다. 물론 제어 성능을 보장하기 위해 관성댐퍼의 질량이 허용범위 내에서 동작하는 경우에는  $\beta = 0$ 로 하여 기존의 Narrow Band FxLMS 알고리즘으로 제어를 하고, 변위 제한을 초과하려는 경우  $\beta$ 를 조정하여 질량의 진폭이 최대허용변위 내에서 동작시킨다. 이 방법은 제어입력의 크기를 조정하는 구간에서의 제어 성능의 저하가 불가피하지만 과도변위를 방지하는 장점을 갖게 된다.

우선 Fig. 7에서 필터계수 갱신은 식 (12)를 통해 동일하게 이루어지며, 계산된 제어입력  $f_c(k)$ 과 실제 시스템에 가해지는 제어입력  $f_a(k)$ , 그리고 오차  $e_a(k)$ 는 식 (14)로 계산된다.

$$\begin{aligned} f_c(k) &= w_s(k)x_s(k) + w_c(k)x_c(k) \\ f_a(k) &= (1-\beta)f_c(k) \\ e_a(k) &= a_z(k) - \beta f_c(k) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\hat{f}_c(k)$ 는  $f_c(k)$ 를 추정된 2차 경로 전달함수를 통과시켜 얻은 신호이다.

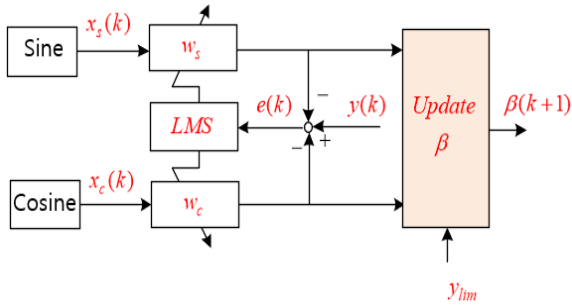


Fig. 8. Update  $\beta$

관성댐퍼의 질량이 최대허용변위 내에서 동작하도록 하기 위한 조정계수  $\beta$ 의 갱신은 Fig. 7, 8과 같이 LMS 알고리즘을 이용한다. 우선 관성질량의 변위 진폭의 크기는 LMS 알고리즘을 적용한 식 (15)를 이용하여 추정한다.

$$\begin{aligned} e(k) &= y(k) - w_s(k)x_s(k) - w_c(k)x_c(k) \\ w_s(k+1) &= w_s(k) + \mu_a x_s(k)e(k) \\ w_c(k+1) &= w_c(k) + \mu_a x_c(k)e(k) \\ Y_{amp}(k) &= \sqrt{w_s(k)^2 + w_c(k)^2} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $Y_{amp}(k)$ 가 추정한 댐퍼질량의 변위 진폭의 크기이다. 기진력이 단일 주파수이므로 댐퍼 질량의 변위도 정현파 형태를 가지며, 따라서 LMS 알고리즘으로 이 변위의 정현파 성분과 여현파 성분의 크기인  $w_s(k), w_c(k)$ 를 구할 수 있으며, 따라서 식 (15)에서 변위의 크기  $Y_{amp}(k)$ 을 얻을 수 있다.

이  $Y_{amp}(k)$ 와 허용최대변위  $y_{lim}$ 의 차이를 이용하여 식 (16)과 같이  $\beta$ 를 갱신한다. 즉, 과대변위가 발생하면 ( $Y_{amp}(k) > y_{lim}$ )  $\beta$ 를 증가시키며, 허용 범위 내에 있으면 ( $Y_{amp}(k) < y_{lim}$ )  $\beta$ 를 감소시킨다. 단,  $\beta$ 는 항상 양수인 조건을 만족하도록 한다.

$$\begin{aligned} \beta(k+1) &= \beta(k) + \mu_\beta \frac{Y_{amp}(k) - y_{lim}}{|Y_{amp}(k) - y_{lim}|} \\ \begin{cases} \beta(k+1) = \beta(k+1) & \text{when } \beta(k+1) > 0 \\ \beta(k+1) = 0 & \text{when } \beta(k+1) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

이러한 방법으로 주어진 댐퍼질량의 변위제한을 만족하는 범위에서 최적의 제어성능을 구현할 수 있도록 한다.

#### 4. 시뮬레이션

앞에서 제안한 제어방법의 타당성과 성능 검증을 위해 전산시뮬레이션을 실시하였다. 시뮬레이션 모델은 Fig. 5와 같으며, 시스템 파라미터는 Table 1과 같다. 상부와 하부에 적용된 마운트는 미해군의 함정용 표준 고무마운트 6E2000이며<sup>[2]</sup>, 관성댐퍼의 질량은 3 kg, 고유진동수는 20 Hz, 감쇠비는 0.05로 가정하였다. 시뮬레이션은 MatLab/Simulink를 이용하였다.

Table 1. System Parameters

| Parameters |       |                                       |
|------------|-------|---------------------------------------|
| 상부 장착대     | 질량    | $M_1 = 800 \text{ kg}$                |
|            | 댐핑계수  | $C_1 = 3.02\text{e}3 \text{ N/(m/s)}$ |
|            | 강성계수  | $K_1 = 1.14\text{e}6 \text{ N/m}$     |
| 중간 받침대     | 질량    | $M_2 = 800 \text{ kg}$                |
|            | 댐핑계수  | $C_2 = 6.03\text{e}3 \text{ N/(m/s)}$ |
|            | 강성계수  | $K_2 = 2.27\text{e}6 \text{ N/m}$     |
| 관성댐퍼       | 질량    | $m_a = 3 \text{ kg}$                  |
|            | 댐핑계수  | $c_a = 37.7 \text{ N/(m/s)}$          |
|            | 강성계수  | $k_a = 4.74\text{e}4 \text{ N/m}$     |
|            | 변위 제한 | $y_{lim} = 3 \text{ mm}$              |

Fig. 9는 개회로 시스템에서 기진력과 중간받침대 가속도 사이의 주파수응답함수 크기로, 4.6 Hz와 11.1 Hz 두 고유진동수에서 피크를 보이며, 주파수 증가에 따라 그 크기가 급격히 감소한다. 이는 고무마운트 동특성의 결과이다.

Fig. 10은 크기 3,553 N의 30 Hz 정현파 기진력이 상부받침대에 가해질 때 중간받침대의 가속도로 비제어 응답과 Fig. 6의 기존 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용한 응답이다. 여기서 2차 경로 전달함수는 본래의 전달함수를 적용하였다. 비제어시 초기의 응답은 시스템의 초기조건에 의한 천이응답이며, 감쇠비가 작아 약 4초 이후에 정상상태 응답에 수렴하였다. FxLMS 알고리즘을 적용한 응답에서 초기응답은 시스템 초기조건과 알고리즘의 필터계수가 초기 값 0에서 큰 변화로 갱신되는 동안의 특성이 합해진 응답이며, 필터계수가 수렴한 이후 가속도는 영으로 수렴한다.

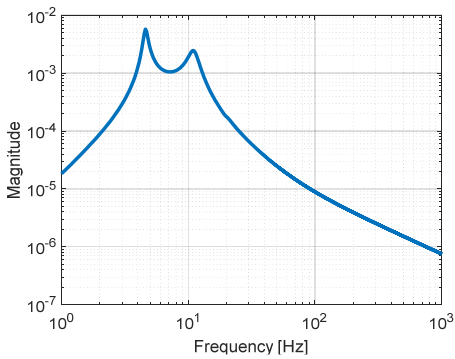


Fig. 9. FRF of  $A_2(\omega)/F_c(\omega)$

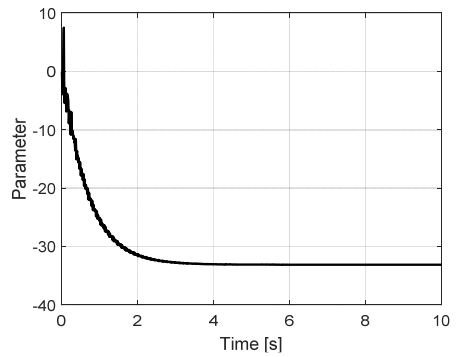


Fig. 11.2. Parameter  $w_c(k)$

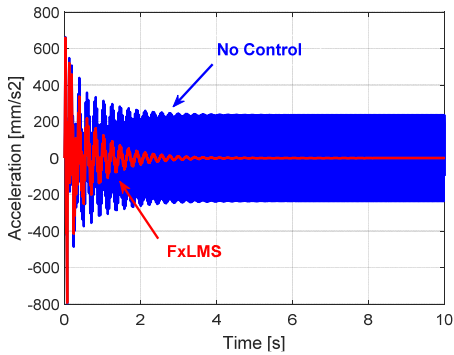


Fig. 10. Acceleration responses of mid-floor of no control and FxLMS control

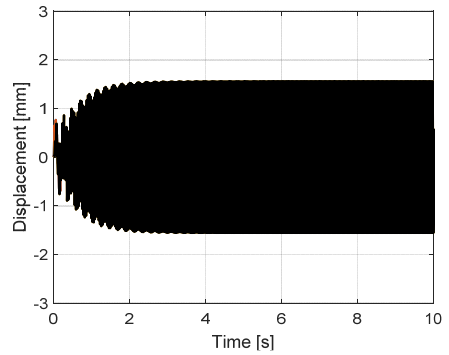


Fig. 11.3. Displacement of damper mass

Fig. 11.1과 Fig. 11.2는 필터계수  $w_s(k)$ 와  $w_c(k)$ 로 식 (12)에 따라 갱신되어 일정 값으로 수렴함을 보인다. Fig. 11.3은 이 때 결정된 제어입력에 따른 댐퍼질량의 변위로 필터계수의 수렴에 따라 일정한 정현파 함수 형태로 진동하여 중간받침대의 진동을 제거한다.

다음으로 상부받침대에 질량불균형 0.1 kg m을 가진 회전기기가 400초 동안 회전속도가 30 Hz ~ 400 Hz (1200 RPM ~ 24000 RPM) 범위에서 선형 증가하는 경우를 시뮬레이션 하였다. Fig. 12는 이때의 원심력에 의한 수직방향 기진력으로 회전속도의 제곱에 비례한다.

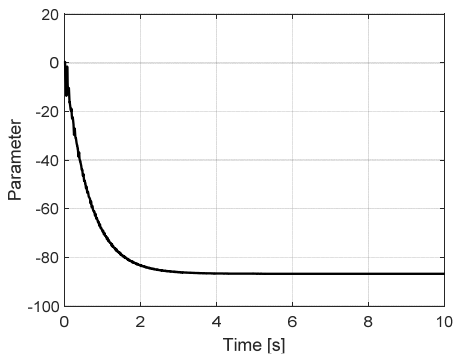


Fig. 11.1. Parameter  $w_s(k)$

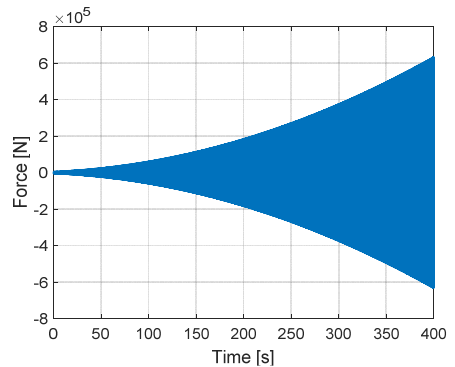


Fig. 12. Excitation force – linear chirp(30~400 Hz)



Fig. 13은 이 기진력이 가해지는 동안 비제어와 기존 FxLMS 알고리즘으로 제어한 경우 중간받침대의 가속도 응답이다. 비제어의 경우 고주파 영역에서 주파수에 거의 비례하여 가속도 크기가 증가하는데, 이는 원심력이 회전속도의 제곱에 비례하며, 식 (8)의 우항 첫 번째 요소의 전달함수에서 분모의 차수가 분자에 비해 1차가 높은 특성 때문이다. 제어의 경우 초기의 큰 가속도 응답은 필터계수가 초기치 0에서 최적의 값으로 수렴이 이루어지는 동안의 응답이며, 수렴이 이루어진 후 응답은 거의 영에 가깝다. 회전속도의 증가가 천천히 이루어지면 응답은 더 작은 값을 보이는데, 이는 상대적으로 가진주파수 변화 대비 필터계수 갱신이 더 많이 이루어지기 때문이다.

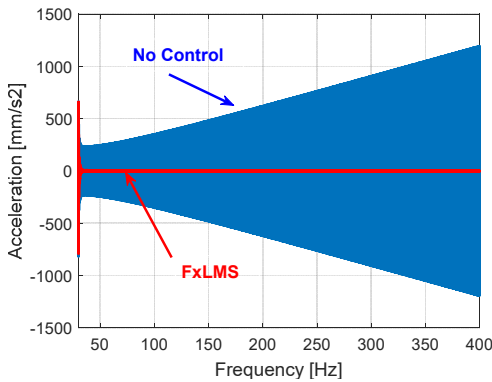


Fig. 13. Acceleration responses of mid-floor of no control and FxLMS control

Fig. 14.1과 14.2는 갱신된 필터계수로 초기 수렴이 이루어진 후 변화하는 기진력 주파수에 적응하여 최적의 필터계수로 수렴함을 알 수 있다. Fig. 14.3은 제어하는 동안의 댐퍼질량의 변위로 고주파수로 갈수록 작아지는 데, 댐퍼질량의 관성력은 변위의 크기와 주파수의 제곱의 곱에 비례하기 때문이다.

다음으로 본 논문에서 제안한 Fig. 7, 8의 댐퍼질량의 최대허용변위를 고려한 수정된 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용하였다. 우선 상부받침대에 작용하는 기진력이 Fig. 15와 같이 기본 30 Hz의 정현파에 그 크기가 변화하는 경우를 대상으로 시뮬레이션 하였다.

Fig. 16은 비제어, 기존 Narrow Band FxLMS 알고리즘, 제안한 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용하여 제어했을 때의 중간받침대의 가속도이다. 댐퍼 질량의 최대허용변위는 3 mm로 가정하였다. 비제어시 응답

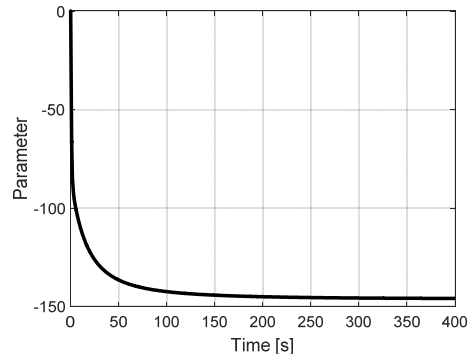


Fig. 14.1. Parameter  $w_s(k)$

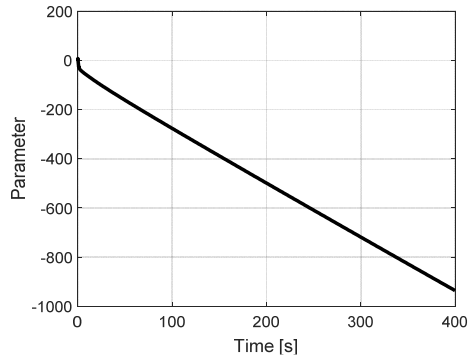


Fig. 14.2. Parameter  $w_c(k)$

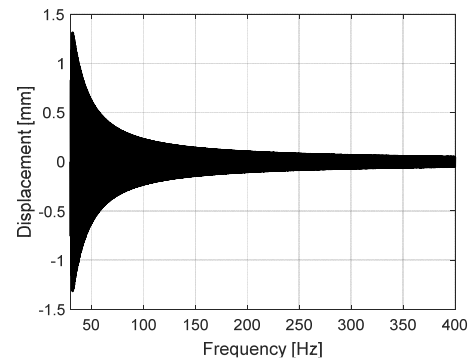


Fig. 14.3. Displacement of damper mass

과 비교 기존 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용하면 응답은 큰 감소를 보인다. 이 때의 필터계수의 갱신은 Fig. 17.1, 17.2와 같이 Fig. 15의 기진력 크기의 변화 주파수를 따라 갱신됨을 알 수 있다. 이 때 댐퍼 질량의 변위는 Fig. 18과 같이 최대허용변위 3 mm를 초과한다.

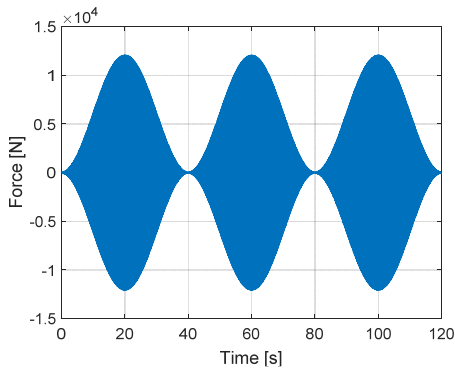


Fig. 15. Excitation force

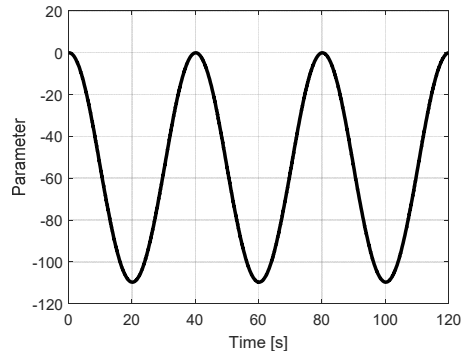


Fig. 17.2. Parameter  $w_c(k)$

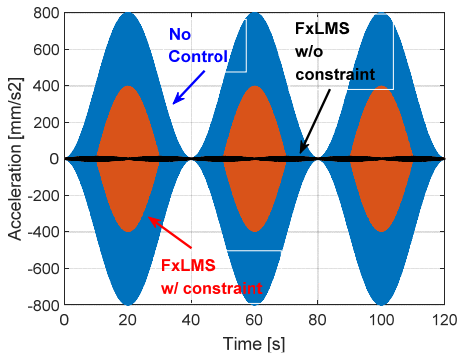


Fig. 16. Acceleration responses of mid-floor of no control and FxLMS control w/ and w/o constraint

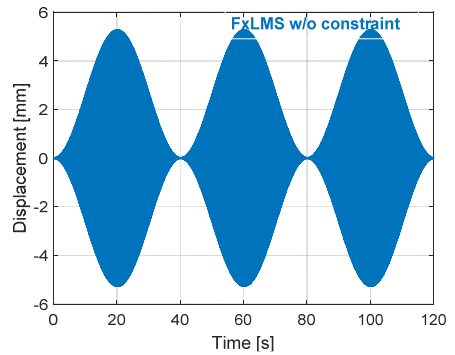


Fig. 18. Displacement of damper mass when FxLMS control w/o constraint

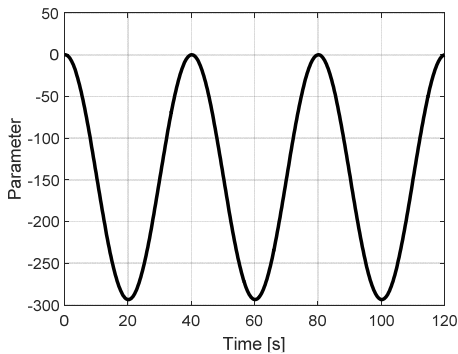


Fig. 17.1. Parameter  $w_s(k)$

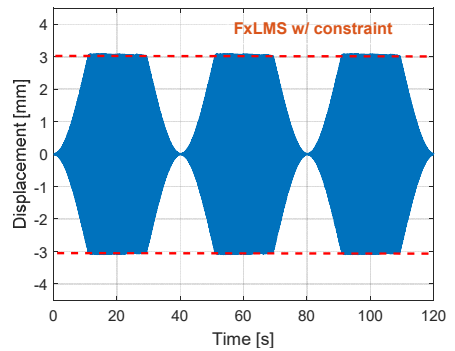


Fig. 19. Displacement of damper mass when FxLMS control w/ constraint

반면 제안된 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용한 경우 댐퍼질량의 변위는 Fig. 19와 같이 주어진 변위제한을 만족하며 작동함을 알 수 있다. Fig. 16의 응답에서 분석하면 허용범위 내에서 작동하는 구간에서는

Narrow Band FxLMS 알고리즘이 적용되어 우수한 응답을 보이나, 허용범위를 초과하지 않도록 제어입력을 제한하는 구간에서는 비제어시보다는 작고 Narrow Band FxLMS 알고리즘 적용 시보다는 큼을 알 수 있다.

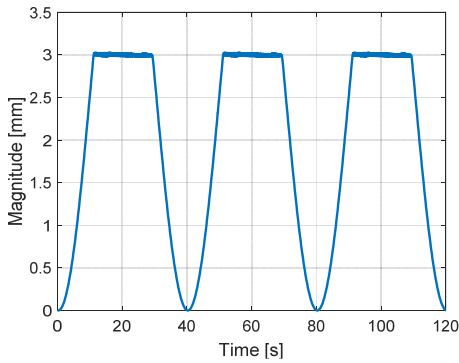


Fig. 20.1. Estimated magnitude of  $y(k)$

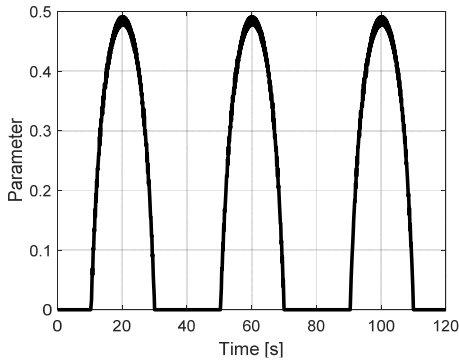


Fig. 20.2. Adaptive gain  $\beta(k)$

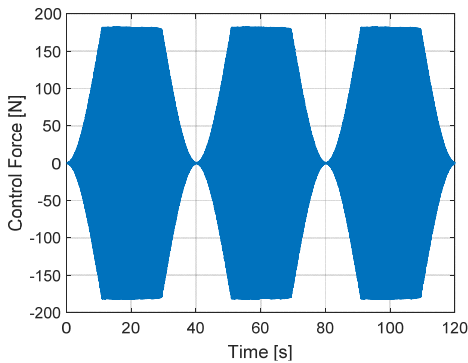


Fig. 20.3. Applied control force

Fig. 19와 같이 주어진 변위제한을 만족하며 작동함을 알 수 있는데, 이는 식 (15)를 이용하여 추정한 Fig. 20.1의 질량변위 진폭에 기초하여 Fig. 20.2와 같이 조정계수  $\beta(k)$ 가 적응적으로 변화한 결과이다. 이때의 실제 시스템에 가해지는 제어입력은 Fig. 20.3과 같이 변위 제한 범위 내에서 포화되는 형태를 보인다.

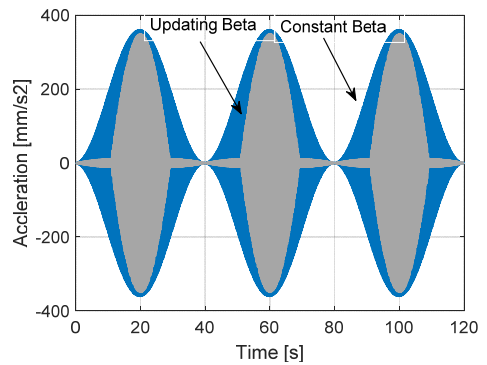


Fig. 21.1. Acceleration responses of mid-floor of FxLMS control with updating  $\beta$  and constant  $\beta$

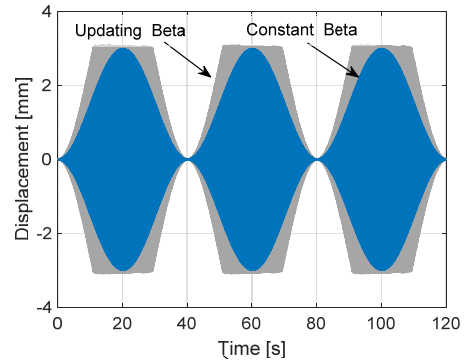


Fig. 21.2. Displacement of damper mass of FxLMS control with updating  $\beta$  and constant  $\beta$

당연히 제한 범위 내에서 작동하는 구간에서는 Fig. 16과 같이 Narrow Band FxLMS 제어에 비해 가속도가 증가하여 응답 성능의 저하가 발생한다. 하지만 기구적 과대변위 차단 장치와의 충돌을 피할 수 있어 댐퍼의 파손과 충격의 전파를 예방하는 장점을 보장할 수 있다.

Fig. 21은 조정계수  $\beta(k)$ 를 항상 댐퍼 질량이 변위 제한을 만족하는 값으로 일정하게 적용한 경우( $\beta = 0.43$ )와 제안한 제어를 비교한 것으로, Fig. 21.1은 제어성능, Fig. 21.2는 댐퍼질량의 변위이다. Fig. 21.2에서와 같이 두 경우 모두 전체 구간에서 변위제한을 만족하나,  $\beta(k)$ 가 상수인 경우 변위는 기진력의 크기와 비례적으로 작동하며, 제어응답은 Fig. 21.1과 같다. 이 결과는 앞에서 이퀄라이저를 적용했을 때 제어 성능은  $a_z(k) = \beta d(k)$ 가 된다는 분석과 일치한다.

반면에 조정계수  $\beta(k)$ 를 갱신하면 Fig. 21.2에서와 같이 댐퍼가 변위제한을 초과하지 않는 범위에서 최대의 변위를 갖고 동작하며, 따라서 제어 응답은 Fig. 21.1과 같이 고정된 조정계수에 비해 우수한 성능을 보인다.

## 5. 결론

함정이나 잠수함 등의 무기체계에서 탑재된 회전기기의 작동으로 발생하는 진동과 소음이 외부로 전파되지 않도록 절연하는 것은 체계의 안전과 생존성에 매우 중요하다. 본 연구에서는 회전기기를 지지하는 받침대의 진동 감소를 위해 능동형 관성댐퍼와 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 적용하였으며, 특히 관성댐퍼가 갖는 질량의 최대허용변위를 만족하는 범위에서 최적의 제어 성능을 갖도록 수정된 Narrow Band FxLMS 알고리즘을 제안하였다. 제안된 제어 방법의 타당성과 성능을 MatLab/Simulink를 이용하여 시뮬레이션 하였으며, 결과를 통해 주어진 제한 조건을 만족하며 우수한 제어 성능 구현이 가능함을 확인하였다. 제안된 방법은 유사한 구조를 갖는 다양한 관성형 댐퍼 적용 시스템에 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

## References

- [1] Yu, Y., Naganathan, N. G., and Dukkipati, R. V., A Literature Review of Automotive Vehicle Engine Mounting Systems, Mechanism and Machine Theory, Vol. 36, No. 1, pp. 123~142, 2001.
- [2] Winberg, M., Hansen, C., Claesson, I., and Li, X., Active Control of Engine Vibrations in a Collins Class Submarine, Blekinge Institute of Technology Research Report No. 2003:11, 2003.
- [3] Moon, S. J., Choi, S. M., Jeong, J. A., Choi, S. B., Jung, W. J., and Koo, J. Y., "A Study on Development of an Active Hybrid Mount for Naval Shipboard Equipment," Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 7, pp. 685-692, 2010.
- [4] Cho, H. Y., Moon S. J., Shin, Y. H., Jung, W. J., and Won, M. C., "A Comparative Study on the Dynamic Characteristics and Control Performances of Hybrid Mounts According to Element Configuration," Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 6, pp. 556-563, 2012.
- [5] Benassi, L. and Elliot, S. J., "Active Vibration Isolation Using an Inertial Actuator with Local Force Feedback Control," J. of Sound and Vibration, Vol. 276, No. 4/5, pp. 705-724, 2004.
- [6] Oh, J. S., Choi, S. B., Nguyen, V. Q., and Moon, S. J., "Evaluation of Vibration Control Performance for Active Hybrid Mount System Featuring Inertial Actuator," Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 8, pp. 768~773, 2011.
- [7] Jiao, X., Zhang, Y., and Chai, S., "The Design of an Electromagnetic Damping Vibration Absorber," Applied Mechanics and Materials, Vol. 268-270, pp. 1332-1336, 2012.
- [8] Airimitoie, T. B. and Landau, I. D., "Robust and Adaptive Active Vibration Control Using an Inertial Actuator," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 63, No. 10, pp. 6482~6489, 2016.
- [9] Kuo, S. M. and Motgan, D. R., Active Noise Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [10] Lu, L., Yin, K., and Lamare, R. C., Zheng, Z., Yu, Y., Yang, X., and Chen, B., "A Survey on Active Noise Control in the Past Decade - Part I: Linear Systems," Signal Processing, Vol. 183, pp. 1~22, 2021.
- [11] Lu, L., Yin, K., and Lamare, R. C., Zheng, Z., Yu, Y., Yang, X., and Chen, B., "A Survey on Active Noise Control in the Past Decade - Part II: Nonlinear Systems," Signal Processing, Vol. 181, pp. 1~16, 2021.
- [12] Guo, R., Wei, A., and Gao, J., "Extended Filtered-x-Least-Mean-Square Algorithm for Active Control Engine Mount based on Acceleration Error Signal," Advances in Mechanical Engineering, Vol. 9, No. 9, pp. 1~11, 2017.
- [13] Qiu, X, Hansen, CH: "A Study of Time-domain FXLMS Aalgorithms with Control Output Constraint,"

- J. Acoustical Society of America, Vol. 109, No. 6, pp. 2815-2823, 2001.
- [14] Zhang, Z., Hu, F., and Wan, J., "On Saturation Suppression in Adaptive Vibration Control," J. of Sound and Vibration, Vol. 329, pp. 1209~1214, 2010.
- [15] Kozacky, W. J. and Ogunfunmi, T., "An Active Noise Control Algorithm with Gain and Power Constraints on the Adaptive Filter," J. on Advances in Signal Processing, Article Number: 17, 2013.
- [16] Shi, D., Gan, W., Lam, B., and Shi, C., "Two-gradient Direction FXLMS: An Adaptive Active Noise Control Algorithm with Output Constraint," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 116, pp. 651~667, 2019.
- [17] Kuo, S. M. and Ji, M. J., "Development and Analysis of an Adaptive Noise Equalizer," IEEE Trans. Speech Audio Processing, Vol. 3, pp. 217~222, 1995.