

Invariant causal prediction for time series data: Application to won dollar exchange rate data

Mijeong Kim^{1,a}

^aDepartment of Statistics, Ewha Womans University

Abstract

Evaluating or predicting the effectiveness of economic policies is an important issue, but it is difficult to find an economic variable which causes a significant result because there are numerous variables that cannot be taken into account. A randomized controlled experiment is the best way to investigate causality, but it is not realistically possible to control through randomization and intervention in time series data such as macroeconomic data. Although some analysis methods have been proposed to find causality, the methods such as Granger causality method and Chow test are insufficient to explain causality. Recently, Pfister *et al.* (2019) proposed invariant causal prediction methods which can be applicable in time series data. In this paper, we introduce the method of Pfister *et al.* (2019) and use the method to find macroeconomic variables invariantly affecting the won-dollar exchange rate.

Keywords: causal prediction, Chow test, Granger causality, won-dollar exchange rate

1. 서론

경제 정책의 실효성을 평가 또는 예측하는 것은 중요한 문제이나, 예측하기 어려운 수많은 변수로 인해 인과성을 찾기는 쉽지 않다. 인과 현상을 조사하기 위해서는 랜덤 통제 실험(randomized controlled experiment)을 하는 것이 가장 좋은 방법이지만, 거시 경제 자료와 같은 시계열 자료에서는 랜덤화 및 개입을 통해 통제하는 것이 현실적으로 가능하지 않다. 통제 실험이 불가능하기 때문에 관측된 데이터를 분석하여 경제 정책과 어떤 결과와의 연관성, 더 나아가서는 인과 관계를 설명하고자 하는 많은 시도가 있었다. 시계열 분석에서 전통적으로 주로 쓰이는 방법으로는 Granger causality 방법, Chow 검정 등이 있다. Granger causality 방법은 시간적으로 앞선 사건이 나중에 일어난 사건과 얼마나 연관성이 있는지를 확인할 수 있는 방법으로 주로 쓰이고 있지만, 인과성을 설명하기에는 충분하지 않으며, 때로는 허위 연관성의 결론을 내릴 가능성이 있다. Chow 검정은 특정 시점 전 후에 회귀식의 구조적인 변화가 있었는지 여부를 검정하는 방법으로 많이 쓰이지만, 인과 관계를 설명할 수 있는 변수를 찾는 방법을 제시하지 않으며, 두 개의 회귀식의 계수의 차이를 검정하는 방법이 nonoptimal rate을 따른다는 단점이 있다. 본문에서는 시계열 자료에서 불변하는 인과성(invariant causality)을 찾는 방법 (Pfister 등, 2019)에 대해서 소개하고자 한다. 2장에서는 전통적인 시계열 분석 방법인 Granger causality 방법과 Chow 검정을 간단히 기술하고, 3장에서는 Pfister 등 (2019)가 제시한 방법인 시계열 자료에서 구조적 불변성을 갖는 설명 변수를 찾고 검정하는 방법을 설명하고자 한다. 4장에서는 3장에서 설명한 방법을 R 패키지 seqICP에 구현된 seqICP 함수를 이용하는 방법을 설명하고, 5장에서는 Pfister 등 (2019)가 제시한 방법을 이용하여 원 달러 환율에 불변하는 인과성을 갖는 거시경제 변수를 찾고자 한다.

This work was supported by National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean Government (NRF-2020R1F1A1A01074157).

¹ Department of Statistics, Ewha Womans University, 52, Ewhayeodae-gil, Seodaemun-gu, Seoul 03760, Korea.
E-mail: m.kim@ewha.ac.kr

2. 기존 분석 방법

시계열 자료 분석시 인과성을 설명하고자 고안된 두 가지 대표적인 방법, Granger causality와 Chow test에 대해서 설명하고자 한다.

2.1. Granger causality 방법

Granger causality 방법은 정상성이 유지되는(stationary) 시계열 자료 $\{X_t\}, \{Y_t\}, (t = 1, \dots, n)$ 에 대해서 두 변수 간의 관계를 파악하기 위해 Granger (1969)가 제시한 이론이다. Granger Causality라고 명명되었지만, 실제로는 인과 관계를 확인하기보다는 시차상으로 앞선 사건이 나중에 일어난 사건과 연관성이 있는지 여부를 확인할 수 있는 방법이다. 다음 식을 살펴 보자.

$$Y_t = \sum_{i=1}^m \alpha_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^m \beta_j Y_{t-j} + \epsilon_{1t},$$

$$X_t = \sum_{i=1}^m \lambda_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^m \delta_j Y_{t-j} + \epsilon_{2t}.$$

이 때, $\alpha_i, \lambda_i (i = 1, \dots, m)$ 는 시계열 $\{X_t\}$ 의 과거 $\{X_{t-1}, \dots, X_{t-m}\}$ 의 계수이고, $\beta_i, \gamma_i (i = 1, \dots, m)$ 는 시계열 $\{Y_t\}$ 의 과거 $\{Y_{t-1}, \dots, Y_{t-m}\}$ 의 계수이다. 위의 모형은 현재 시점보다 m 시점 앞선 시점까지 분석에 고려함을 의미한다. 위의 식에서 $\alpha'_i s (i = 1, \dots, m) = 0$ 에 대한 가설 검정을 하여 $\alpha'_i s (i = 1, \dots, m)$ 중 적어도 하나가 0이 아니라는 결론을 내릴 수 있다면 Y_t 는 X_t 의 과거 시점으로 표현되기 때문에 $\{X_t\}$ 가 $\{Y_t\}$ 보다 선행해서 일어날 가능성이 높으며, 두 변수는 높은 상관성(correlation)을 가진다고 해석할 수 있다. 하지만, Y_t 의 패턴이 X_t 와 비슷한 양상을 보인다고 해서, X_t 가 Y_t 에 영향을 주었다고 말하기는 어렵다. 같은 방식으로, $\lambda'_i s \neq 0 (i = 1, \dots, m)$ 이 확인되면, Y 는 X 보다 선행해서 일어난다고 볼 수 있다. 때로는 $\alpha'_i s (i = 1, \dots, m) \neq 0$ 이고, 동시에 $\lambda'_i s \neq 0 (i = 1, \dots, m)$ 인 경우가 있다. 이 때에는, 상호 영향을 줄 가능성이 있다고 본다. 참고로, 다변량 시계열 자료에 대해서는 위의 모형을 다변량으로 확장한 structural vector auto-regressive 모형을 검정할 수 있다. 위의 식에서, $\alpha'_i s (i = 1, \dots, m) = 0$ 을 기각할 수 있을 경우, 이 이론을 제시한 Granger 교수 역시 두 시계열이 인과 관계에 있다고 볼 수 없음을 인지하고 Granger와 Newbold (1977)에서 X_t 가 Y_t 보다 선행한 사건(precedence), 또는 일시적으로 연관성(temporally related)을 보이는 관계에 있다고 언급하였다. He와 Maekawa (2001)은 서로 상관 없는 독립인 시계열 $\{X_t\}$ 와 $\{Y_t\}$ 가 Granger causality 검정 결과 허위 연관성(spurious correlation)을 보이는 예를 제시하였다.

2.2. Chow 검정

1960년에 계량경제학자 Gregory Chow 교수가 제안한 방법으로써, 시계열에서 특정 시점 전 후로 구조의 변화가 있었는지 여부를 검정하는 방법이다. 예를 들어 설명변수가 x_{1t}, x_{2t} 이고, 종속변수가 $y_t (t = 1, \dots, n)$ 인 경우를 살펴보자. 시점 $t = 1, 2, \dots, n_1, n_1 + 1, \dots, n$ 에 대해서, 다음과 같이 시점을 두 개의 집단으로 나누어서 회귀식을 구할 수 있다.

$$y_t = a_1 + b_1 x_{1t} + c_1 x_{2t} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n_1,$$

$$y_t = a_2 + b_2 x_{1t} + c_2 x_{2t} + \epsilon_t, \quad t = n_1 + 1, \dots, n.$$

귀무가설은 다음과 같다.

- (i) $a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2.$
- (ii) ϵ_t 는 독립이고, 동일한 (iid) Gaussian 분포를 따른다.

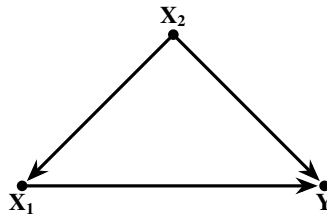


Figure 1: Causal graph model.

시간 $t = 1, 2, \dots, n_1, n_1 + 1, \dots, n$ 에 걸쳐서 구조적인 변화가 없었다면, 모든 시간에 걸쳐서 다음과 같이 하나의 회귀식을 가정할 수 있다.

$$y_t = a + bx_{1t} + cx_{2t} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (2.1)$$

식 (2.1)의 잔차제곱합(the sum of squared residuals)을 S_C 라고 하고, S_1 을 위의 두 집단 중 시간상으로 앞선 집단의 회귀식의 잔차제곱합, S_2 를 시간상으로 나중인 집단의 회귀식의 잔차제곱합이라고 하자. Chow 검정 통계량은 다음과 같다.

$$\frac{(S_C - (S_1 + S_2))k}{(S_1 + S_2)/(n - 2k)}$$

이 때, k 는 각각의 회귀식의 모수의 갯수이다. 이 경우에는 x_{1t}, x_{2t} 의 회귀계수와, 절편, 즉 $k = 3$ 이다. 귀무가설 하에서 Chow 검정 통계량은 자유도가 $k, n - 2k$ 인 F 분포를 따른다. 귀무가설을 기각할 수 있다면 n_1 시점 전후로 구조적인 충격이 발생했다고 볼 수 있으며, 반대로 귀무가설을 기각할 수 없다면, 설명변수와 종속변수 간에 시간이 지나도 불변하는 연관성이 유지된다고 볼 수 있다.

3. 시계열 인과 모형

3.1. 모형의 국소적 탐색

회귀분석에서 적합한 모형을 찾는 방법으로 최대가능도(likelihood), AIC 또는 BIC를 비교하는 방법이 주로 쓰인다. Pearl 등 (2016)는 이러한 검정 방법을 모형을 전체적으로 검정하는(globally test) 방법이라고 언급하였고, 이 방법의 문제점을 지적하였다. 이 방법은 모형에 포함되는 모든 변수를 알아야만 검정이 가능하므로, 모형에 포함시켜야하는 모든 변수를 다 측정할 수 없을 때에는 적용할 수 없다. 또한 모형에 포함시키는 변수가 많을수록 모형의 설명력 또한 높아질 가능성이 있지만, 이러한 모형이 설명변수와 종속변수 간의 인과 관계를 보장하는 것은 아니다.

Pearl 등 (2016)는 전체적으로 완벽한 모형을 찾는 것은 현실적으로 어려운 일이기 때문에 차선책으로 국소적으로 인과 관계에 있는 변수를 찾는 방법을 제시하였다. Figure 1에서 X_1 과 X_2 가 Y 에 영향을 주는 것을 표현하고 있다. X_1 과 X_2 외에도 Y 를 설명하는 데 도움이 되는 추가적인 변수가 있을 수 있으나, 인과성이 확실하지 않은 변수들은 Figure 1 그래프에 표시되어 있지 않다. 즉, 설명력이 뛰어난 모형을 찾기보다는 변수간의 인과성을 잘 표현하는 데 초점을 맞추고 있다. Figure 1에서 X_1 과 X_2 은 독립이 아니다. 하지만, X_1 과 X_2 가 독립이 아니더라도, X_1 은 X_2 와 Y 의 조건부 분포를 구하는데 영향을 주지 않는다. 이것은 설명변수들간의 독립성 가정을 요구하는 회귀분석 모형과는 다른 점이다. 비슷한 맥락으로, Pfister 등 (2019)에서도 시계열 자료에서 종속변수 Y 를 잘 설명할 수 있는 복잡한 모형이 아니라, 인과성을 갖는 설명변수 (causal predictors)를 찾는 데 초점을 맞추고 있으며, 설명변수들이 서로 독립일 필요는 없음을 강조하고 있다. 하지만, Pfister 등 (2019)

에서는 Y 에 직접적으로 개입하는 변수는 모두 알고 있다는 강한 가정을 하고 있다. Y 에 추가적으로 개입하는 설명 변수가 없는 경우, 설명변수와 종속변수 간의 조건부 분포는 불변하므로, 설명변수와 종속변수와의 인과 관계를 설명할 수 있기 때문이다. 환경이 달라지더라도, 즉 때로는 어떤 변수가 존재기도하고, 빠지기도 하는 등의 변화가 있을지라도, 그러한 변수가 Y 에 직접적인 영향을 주지 않는다면, 그 변수를 모형에 포함시키지 않아도 시간에 따라 불변하는 인과성을 찾는 데 문제가 되지 않는다. 특히, 거시 경제에서는 예상하기 어려운 다양한 변수가 존재하고, 측정되지 않은 변수를 모두 포함하는 완벽한 모형을 찾는 것은 현실적으로 불가능하기 때문에, 환경이 변하더라도 적용가능한 인과추론방법이 거시 경제 자료 분석에 유용하게 이용될 수 있다.

3.2. 시계열 인과 모형

Pfister 등 (2019)에서는 시간에 따라 불변하는 인과성을 갖는 설명변수의 집합을 다음과 같이 정의하고 있다.

Definition 1. (불변 집합 S) 다음 조건을 만족하는 $\mu \in \mathbb{R}$, $\beta \in (\mathbb{R} \setminus \{0\})^{S \times 1}$, $\sigma \in \mathbb{R}_+$ 이 존재한다면, 집합 $S \subseteq \{1, \dots, d\}$ 를 (\mathbf{Y}, \mathbf{X}) 에 대한 불변 집합(invariant set)이라고 한다.

$$(a) Y_t = \mu + X_t^S \beta + \epsilon_t, \epsilon_t \perp\!\!\!\perp X_t^S,$$

$$(b) \epsilon_1, \dots, \epsilon_n \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2).$$

$\perp\!\!\!\perp$ 기호는 독립을 뜻하고 S 가 i, j 번째 설명변수를 포함한 집합 $\{X_i, X_j\}$ 의 부분집합이면, $S \subseteq \{i, j\}$ 로 표현하였다. (\mathbf{Y}, \mathbf{X}) 에 대해서 시간에 관계없이 불변하는 집합 $S^* \subseteq \{1, \dots, d\}$ 이 존재하면, 이를 구조적 불변성(structural invariance)이 있다고 한다.

Pfister 등 (2019)는 시계열 자료에서 종속변수 Y 에 영향을 미칠 것으로 예상되는 설명변수 X_1, \dots, X_d 중 종속변수에 영향을 주는 설명변수(causal predictors)의 집합 $S^* \subseteq \{1, \dots, d\}$ 을 찾는 방법을 제시하였다. 이 때, 추가적으로 Y 에 직접적으로 개입하는 변수가 없다는 가정을 한다. 두 변수의 조건부 분포가 시간에 따라 변하지 않는다면, 시간에 따라 변하지 않는 구조(invariant structure)가 있다 또는 정상성(stationary)이 유지된다고 말할 수 있다. 불변집합 S^* 를 찾기 위해, $\{1, \dots, d\}$ 의 부분 집합 S 에 대해서 다음과 같이 $H_{0,S}$ 가 성립하는지를 검정하고, 그러한 S 의 교집합인 plausible causal predictors \tilde{S} 를 찾는 방법을 이용한다.

$H_{0,S}$: 집합 S 는 (\mathbf{Y}, \mathbf{X}) 에 대하여 시간에 관계 없이 불변하는 집합(invariant set)이다

위의 귀무가설에 대하여, plausible causal predictors은 다음과 같이 수식으로 정의할 수 있다.

$$\tilde{S} := \bigcap_{\substack{S \subseteq \{1, \dots, d\}: \\ H_{0,S} \text{ is true}}} S \subseteq S^*$$

데이터 분석시에는 결정 방식(decision rule) $\phi = (\phi_S)_{S \subseteq \{1, \dots, d\}}$ 에 대해 가설검정을 할 수 있다. 귀무가설 $H_{0,S}$ 을 채택하면, $\phi_S = 0$, 기각하면 $\phi_S = 1$ 로 표시한다. 궁극적으로 다음을 만족하는 \hat{S} 를 찾는 것을 목표로 한다.

$$\hat{S}(\phi) := \bigcap_{\substack{S \subseteq \{1, \dots, d\}: \\ \phi_S \text{ accepts } H_{0,S}}} S$$

3.3. 표준화 잔차에 근거한 가설검정

Gaussian 선형 모형을 가정하고 다음과 같은 가설 검정을 할 수 있다.

$$H_{0,S} : \begin{cases} \exists \beta \in (\mathbb{R} \setminus \{0\})^{S \times 1}, & \sigma \in (0, \infty) : \\ \mathbf{Y} = \mathbf{X}^S \beta + \epsilon, & \epsilon \perp\!\!\!\perp \mathbf{X}^S, \epsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{Id}). \end{cases} \quad (3.1)$$

집합 S 가 시간에 따른 불변성이 유지되지 않는다면, 모든 시간에 걸쳐서 Y 와 X^S 는 같은 선형 함수로 표현되지 않을 것이다. 따라서, 다음 절차에 따라 goodness-of-fit 검정을 시행한다.

(1) Gaussian 선형 모형의 적합식을 구한다.

(2) 잔차가 Gaussian 분포를 따르는지 검정한다.

(3.1)의 회귀식에 대해서 ordinary least squares (OLS) 방법으로 모수를 추정하고, 잔차를 계산할 수 있다. 잔차는 $\mathbf{R}^S := (\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\mathbf{Y}$ 이고, 표준화된 잔차(scaled residual)은 다음과 같이 계산할 수 있다. 이 때, \mathbf{Id} 는 identity matrix이고, $\mathbf{P}_X^S = \mathbf{X}^S((\mathbf{X}^S)^T\mathbf{X}^S)^{-1}(\mathbf{X}^S)^T$ 이다.

$$\tilde{\mathbf{R}}^S = \frac{(\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\mathbf{Y}}{\|(\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\mathbf{Y}\|_2} = \frac{(\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\boldsymbol{\epsilon}}{\|(\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\boldsymbol{\epsilon}\|_2} = \frac{(\mathbf{Id} - \mathbf{P}_X^S)\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}{\|\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}\|_2}$$

이 때, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}} = \boldsymbol{\epsilon}/\|\boldsymbol{\epsilon}\|_2$ 이다. 표준화된 잔차의 유의성을 판단하는 방법으로 부트스트랩(Bootstrap) 방법을 이용할 수 있다. 부트스트랩 방법을 이용하여 $\boldsymbol{\epsilon}$ 을 $N(0, \sigma^2\mathbf{Id})$ 으로부터 랜덤하게 발생한 후, 유의수준 α 에 해당하는 threshold를 찾을 수 있다. 유의수준으로는 주로 $\alpha = 0.05$ 를 기준으로 한다.

3.4. 검정 방법 선택

Change point의 유무는 서로 다른 환경 e, f 에서 구한 회귀계수 $\beta_{e,S} \neq \beta_{f,S}$ 여부, 오차 분산 $\sigma_{e,S}^2 \neq \sigma_{f,S}^2$ 여부에 따라 검정할 수 있다. Pfister 등 (2019)에서 제시한 variance test, decoupled test 등은 회귀 계수와 오차 분산 비교 하는 방법을 이용한 방법이다. R 패키지 seqICP에서는 다음과 같은 방법을 이용하여 change point의 유무를 검정할 수 있다.

1. Variance test

분산의 동질성을 χ^2 방법을 이용하여 오차의 분산을 비교함으로써 검정한다.

2. Decoupled test

decoupled test는 본페로니(Bonferroni) 방법을 이용하여 다중 비교에서 생길 수 있는 오류를 보정한 검정 방법이다.

3. Combined test

change point 유무를 확인하기 위해 block 단위의 검정량을 계산한 후, 그 중 가장 큰 값 또는 합산한 값을 검정량으로 선택할 수 있다.

4. Smooth variance test

generalized additive model (GAM)을 이용하여 scaled residuals의 점진적인 변화를 탐지하는 방법이다.

5. Hilbert Schmidt Independence Criterion (HSIC) test

Gretton 등 (2007)에서 제시된 Kernel을 이용하여 변수들 간의 독립성을 검정하는 방법으로, $\tilde{\mathbf{R}}^S$ 의 HSIC 검정량을 R 패키지 dHSIC 를 이용하여 계산한다.

4. R 패키지 seqICP의 seqICP 함수 이용 방법

seqICP 함수의 이용 방법에 대한 설명을 하고자 한다.

```
seqICP(X, Y, test = "decoupled", par.test = list(grid = c(0, round(nrow(X)/2), nrow(X)),
  complements = FALSE, link = sum, alpha = 0.05, B = 100, permutation = FALSE),
```

```

model = "iid", par.model = list(pknown = FALSE,
p = 0, max.p = 10), max.parents = ncol(X), stopIfEmpty = TRUE,
silent = TRUE)

```

- test 방법으로는 “decoupled”, “combined”, “trend”, “variance”, “block.mean”, “block.variance”, (줄간격조정) “block.decoupled”, “smooth.mean”, “smooth.variance”, “smooth.decoupled”와 “hsic”을 선택할 수 있다.
- par.test에 입력해야하는 변수는 grid, complements, link, alpha, B, permutation이 있다. grid는 change point 유무 검정을 위한 block을 구성하는 데 이용되는 시간 간격을 sequence 형태로 입력해야 한다. complements=‘TRUE’이면 전체 시간을 각각의 환경과 그 환경의 여집합을 비교하게 되고, ‘FALSE’이면 모든 환경을 pairwise로 비교하게 된다. link는 pairwise 검정량을 비교한 방법을 명시하는 것이다. alpha는 가설 검정의 유의수준, permutaion=‘TRUE’이면 permutation test를 하고, ‘FALSE’이면 scaled residuals이 이용된다.
- model에는 반응변수가 독립적인 값을 가지면 ‘iid’를 입력하고, 시간 의존적이면 ‘ar’을 입력한다.
- par.model는 모형에 포함시켜야하는 lag를 알고 있다면, pknown=TRUE이고, p 를 지정하고, 그렇지 않다면, pknown=FALSE이고, max.p를 지정하여 AIC 방법을 이용하여 lags의 수를 결정한다.
- max.parents에는 모형에 포함시킬 변수의 갯수의 최대값을 입력한다.

시계열 자료에서 p 이전 시점까지의 모든 변수를 포함한 모형을 고려하여 분석할 필요가 있다. model = “ar”로 설정한 경우 다음과 같은 모형을 가정한다.

$$Y_t = X_t^{S^*} \beta + \sum_{k=1}^p (Y_{t-k}, X_{t-k}) B_k + \epsilon_t. \quad (4.1)$$

5. 데이터 분석

이 장에서는 Pfister 등 (2019)의 방법을 이용하여 원 달러 환율에 영향을 미칠 것으로 거론되는 변수들을 설명변수로 하여, 이 변수들 중 어느 변수가 환율에 대해 불변적 인과성을 갖는지 분석하고자 한다. Granger causality 방법은 시간적으로 선행되어 종속변수와 연관성이 있는 설명변수를 찾는데 중점을 두고 있으며, He와 Maekawa (2001)에서 언급했듯이 허위 연관성의 결과가 나오기도 하므로, 자료 분석에 이용하지 않기로 한다. 또한 Chow 검정은 설명력이 높은 모형을 가정하고, 특정 시점을 전후로 구조적인 변화가 있었는지 검정하는 방법인데, 이 연구에서는 설명력이 높은 모형이 아닌 모형의 국소적 탐색에 관심이 있으므로 Chow 검정 역시 이용하지 않기로 한다.

한국은행(Bank of Korea, BOK) 경제통계시스템에서 2007년 1월부터 한 달 간격으로 2019년 12월까지의 기간의 자료를 수집하였다. 데이터 분석에 이용된 변수는 다음과 같으며, Table 1 표에 정리하였다.

- Y : 원달러 환율의 전월 대비 log return,
- X_1 : 12개월 기준 한국의 은행간 기준 금리(12M KORIBOR)의 전월 대비 변화량,
- X_2 : 한국은행 대차대조표에 나타난 총 자산 중 외환보유액의 비율의 log return,
- X_3 : 한국은행 대차대조표에 나타난 월말 총 자산 중 IMF 리저브포지션의 비율의 전월 대비 log return,
- X_4 : 한국은행 대차대조표에 나타난 월말 총 자산 중 원화대출금의 비율의 전월 대비 log return,
- X_5 : 한국은행 대차대조표에 나타난 월말 총 자산 중 유가증권의 비율의 전월 대비 log return,

Table 1: Macroeconomic variables used in data analysis

	Description
Y	log returns of end of month exchange rate US Dollar to Korean Won
X_1	change in average 12 Months Korea Interbank Offered Rates (12M KORIBOR) (no log transform as part of the values are negative)
X_2	log returns of end of month proportion of foreign-exchange reserves from total assets on the balance sheet of the BOK
X_3	log returns of end of month proportion of reserve positions at International Monetary Fund (IMF) from total assets on the balance sheet of the BOK
X_4	log returns of end of month proportion of monetary assistance loans from total assets on the balance sheet of the BOK
X_5	log returns of end of month proportion of securities from total assets on the balance sheet of the BOK
X_6	log returns of end of month proportion of remaining assets from total assets on the balance sheet of the BOK
X_7	inflation rate for Korea computed from the monthly consumer price index (CPI)
X_8	log return of assets for USA
X_9	log return of liabilities for USA

- X_6 : 한국은행 대차대조표에 나타난 월말 총 자산 중 기타국내자산의 비율의 전월 대비 log return,
- X_7 : 계절조정된 한국 소비자 물가지수(CPI)를 이용한 인플레이션을,
- X_8 : 미국에 대한 대외금융자산의 전월 대비 log return,
- X_9 : 미국에 대한 대외금융부채의 전월 대비 log return.

환율에 영향을 미칠 수 있는 통화정책과 관련된 변수 X_1, \dots, X_6 , 경제상황을 반영하는 인플레이션을 X_7 을 설명변수로 고려하였다. 박성욱 (2019)에 따르면 대외금융자산 및 대외금융부채가 외환 유동성에 영향을 미칠 가능성이 있음을 시사하고 있다. 이러한 이유에서 대외금융자산과 대외금융부채의 log return X_8, X_9 을 설명변수로 고려하였다. 대부분의 변수는 추세의 제거를 위해 log return값을 이용하였고, 금리 X_1 은 전월대비 변화량이 음수가 될 수 있으므로 log를 취하지 않고, 변화량 값을 분석에 이용하였다. 인플레이션을 X_7 은 다음과 같이 계산하였다.

$$\text{인플레이션율} = \frac{\text{해당년도CPI} - \text{전년도CPI}}{\text{전년도CPI}} \times 100$$

Figure 2에서 각 변수의 시계열 그래프를 통해 시간에 흐름에 따른 변화를 확인할 수 있다.

식 (4.1)을 가정하고, AIC 기준으로 가장 적합한 p 를 찾기로 한다. 3.4절에서 소개한 다양한 옵션이 있으나, variance test, decoupled test 등 몇가지 방법은 계산 과정에서 matrix의 singularity 문제로 인해 이용할 수 없었고, GAM 방법을 이용한 smooth.variance, smooth.decoupled 방법을 이용했을 때에는 분석이 가능했으며 유의미한 결과를 얻을 수 있었다.

분석 결과를 Figure 3에 제시하였다. Figure 3에서 lag 수에 따른 유의한 변수를 확인할 수 있다. 그래프의 X 축은 lag 수를, Y 축은 각 변수가 불변하는 인과성이 없다는 귀무가설에 대한 p -value의 log 변환값이 표시되어 있다. $p = 0.10$ 에 해당하는 수평선보다 어떤 변수가 낮은 곳에 위치한다면, 그 변수는 유의수준 0.10를 기준으로 불변하는 인과성이 있다고 해석할 수 있다. 마찬가지로, $p = 0.05$ 에 해당하는 수평선보다 어떤 변수가 낮은 곳에 위치한다면, 그 변수는 유의수준 0.05를 기준으로 불변하는 인과성이 있다고 해석할 수 있다. 예를

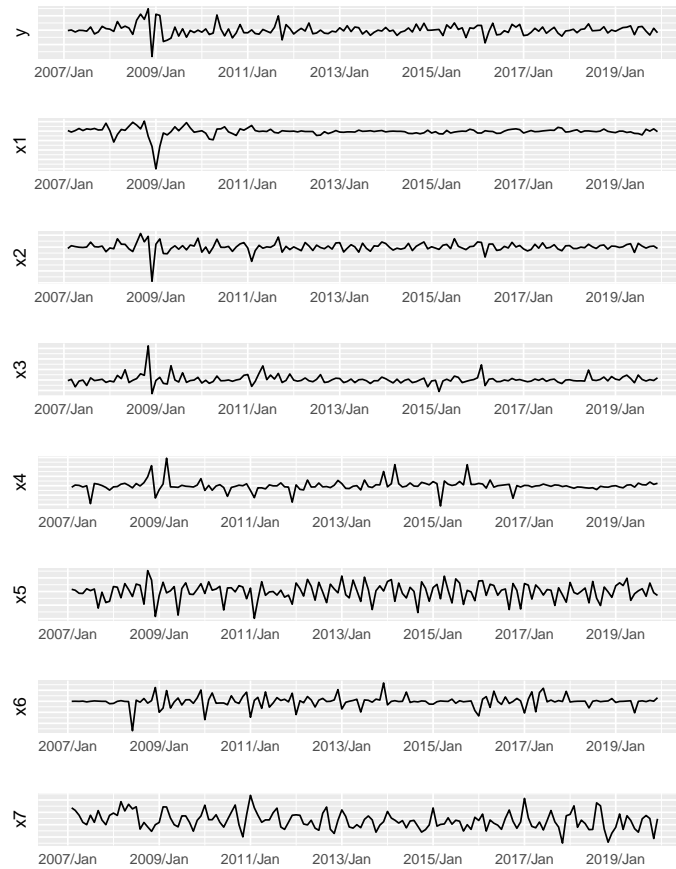


Figure 2: Won Dollar exchange rate example. Time series plots of variables are presented.

들어, smooth variance 검정 결과에서 lag를 두개 포함한 모형의 경우에는 유의 수준 0.05 기준으로는 X_2 만 유의하고, 유의수준 0.10 기준으로는 모든 변수가 구조적 불변성을 갖는 유의한 변수로 선택되었다. smooth decoupled 검정에 따르면 lag를 두개 포함한 모형의 경우에는 유의 수준 0.05 기준에서 구조적 불변성을 갖는 유의한 변수는 없으며, 유의수준 0.10 기준으로는 X_2, X_6 가 구조적 불변성을 갖는 유의한 변수로 선택되었다. smooth variance 방법과, smooth decoupled 방법을 이용하여 분석한 결과, AIC 기준으로 lag 하나만 포함한 모형이 가장 적합했으며, 이 때에는 유의수준 0.05에서 총 자산 중 외환 보유액의 비율 X_2 만이 구조적 불변성을 갖는 유의한 변수로 선택되었다. Figure 2에서도 Y 와 X_2 의 추세가 유사함을 확인할 수 있다. Table 2에 AIC 기준으로 가장 적합한 모형의 분석 결과를 제시하였다. AIC 기준으로 선택된 모형은 다음과 같이 X_2 의 lag 하나만 포함한 모형이다.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_2 X_{2t} + (Y_{t-1}, X_{2,t-1})B_1 + \epsilon_t.$$

종속변수를 가장 잘 설명할 수 있는 회귀식을 찾은 것이 아니라, 각 설명변수와 종속변수의 조건부 관계를 파악하는 것을 목표로 하였기 때문에 절편에 해당하는 β_0 와 과거시점의 계수에 해당하는 matrix B_1 은 추정하지 않았음을 유의하기 바란다. $\hat{\beta}_2 = 0.61$ 로 추정할 수 있으며, X_2 가 한 단위 증가할 때 Y 가 증가하는 정도는 0.61

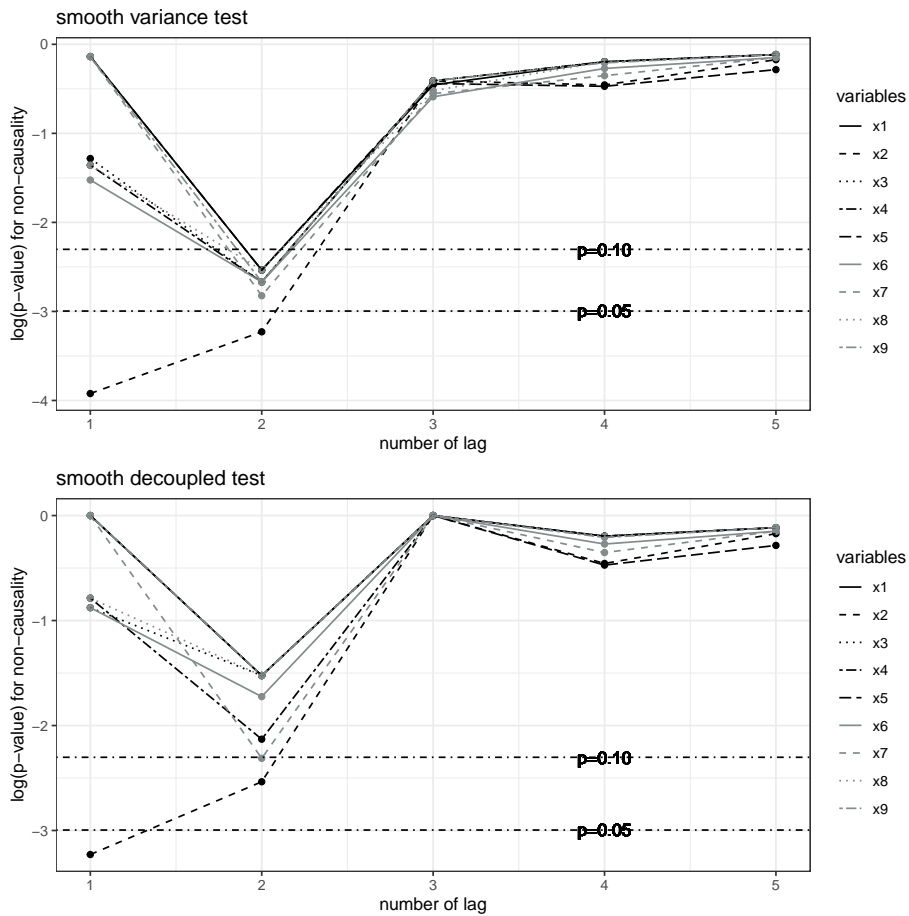


Figure 3: Won Dollar exchange rate example. The results of smooth variance test and the smooth decoupled test are given for model with up to five lags.

로 일정하다고 설명할 수 있다. 즉, 외환 보유액의 비율이 원 달러 환율에 불변하는 영향을 미친다는 결론을 내릴 수 있다. 이것은 원 달러 환율을 조정하기 위해 통화 정책 수립시 외환 보유액의 비율을 조정하는 것이 실제로 실효성이 있다는 것을 의미한다.

6. 결론

Pfister 등 (2019)가 제시한 방법은 기존 회귀분석과 달리 데이터를 잘 설명할 수 있는 모든 설명 변수를 찾기 보다는, 인과성을 갖는 설명변수와 종속변수의 관계를 조건부로 찾는 데 중점을 두고 있다. 실제로 모든 변수를 측정하는 것은 불가능하기 때문에, 인과추론에서는 인과 관계를 국소적으로 알아내는 분석 방법을 제시하는 것이 이러한 제한된 환경에서는 의미가 있다. 이 방법은 Granger causality로 설명하기 어려웠던 시계열 자료에서 불변하는 인과성을 갖는 변수를 찾는 데 유용하게 쓰일 수 있다. Chow test에서는 고정된 모형에 대해서 일정 시점 전 후의 차이를 확인하는 데 반해, Pfister 등 (2019)가 제시한 방법을 이용하면 유의한 설명변수를 찾을 수 있다는 장점이 있다. 또한 Pfister 등 (2019)은 Chow test와 달리 회귀 계수의 차이를 추론하는 데 있어

Table 2: Won Dollar exchange rate example. According to AIC, lag 1 model is selected in both using smooth variance test and smooth decoupled test

	Smooth variance test				Smooth decoupled test			
	Coefficient	Lower bound	Upper bound	<i>p</i> -value	Coefficient	Lower bound	Upper bound	<i>p</i> -value
Intercept	0	-1.00E-02	0.0195		Intercept	0	-1.00E-02	0.0195
$X_1[t]$	0	0.00E+00	0	0.87	$X_1[t]$	0	0.00E+00	0
$X_2[t]$	0.61	3.80E-01	0.8164	0.02	$X_2[t]$	0.61	3.80E-01	0.8210
$X_3[t]$	0	0.00E+00	0	0.28	$X_3[t]$	0	0.00E+00	0
$X_4[t]$	0	0.00E+00	0	0.26	$X_4[t]$	0	0.00E+00	0
$X_5[t]$	0	0.00E+00	0	0.87	$X_5[t]$	0	0.00E+00	0
$X_6[t]$	0	0.00E+00	0	0.22	$X_6[t]$	0	0.00E+00	0
$X_7[t]$	0	0.00E+00	0	0.87	$X_7[t]$	0	0.00E+00	0
$X_8[t]$	0	0.00E+00	0	0.26	$X_8[t]$	0	0.00E+00	0
$X_9[t]$	0	0.00E+00	0	0.87	$X_9[t]$	0	0.00E+00	0
$Y[t-1]$	0.03	-1.90E-01	0.7853		$Y[t-1]$	0.03	-1.90E-01	0.8210
$X_1[t-1]$	0	-6.95E+00	5.5260		$X_1[t-1]$	0	-6.95E+00	5.5260
$X_2[t-1]$	-0.12	-8.44E+00	5.9446		$X_2[t-1]$	-0.12	-8.44E+00	5.9446
$X_3[t-1]$	0.02	-1.68E+01	5.9028		$X_3[t-1]$	0.02	-1.68E+01	5.9028
$X_4[t-1]$	0	-2.36E+01	6.3069		$X_4[t-1]$	0	-2.36E+01	6.3069
$X_5[t-1]$	0.16	-2.24E+01	8.6526		$X_5[t-1]$	0.16	-2.24E+01	8.6526
$X_6[t-1]$	0	-6.77E+00	7.2069		$X_6[t-1]$	0	-6.77E+00	7.2069
$X_7[t-1]$	0	-5.50E-01	0.4075		$X_7[t-1]$	0	-5.50E-01	0.4075
$X_8[t-1]$	0.03	-5.00E-01	0.5645		$X_8[t-1]$	0.03	-5.00E-01	0.5645
$X_9[t-1]$	-0.43	-2.69E+00	6.0973		$X_9[t-1]$	-0.43	-2.69E+00	6.0973

optimal rate을 보장한다. 자료 분석시, R 패키지 seqICP의 seqICP 함수로 쉽게 이용할 수 있으며, variance test, decoupled test 등 다양한 옵션을 선택할 수 있다. 다만, 고차원 데이터 분석시 계산과정에서 variance test 등 몇몇 방법은 singularity 문제로 인해 이용할 수 없는 경우도 종종 발생하는데, smooth variance test, smooth decoupled test 등 smoothing 기법을 이용하여 singularity 문제 없이 분석할 수 있다. 이 논문에서는 원 달러 환율에 영향을 주는 변수를 찾기 위해 Pfister 등 (2019)가 제시한 방법을 이용하였으며, 외환 보유액의 비율이 원 달러 환율에 불변하는 영향을 미친다는 결론을 내렸다. 하지만, 종속 변수와 설명변수는 사전적인 정보에 의존하여 미리 정해 놓고 분석을 하였으며, 분석을 통해서 변수 간의 영향력이 전달되는 방향을 찾은 것은 아니라는 점을 유의하기 바란다. 예를 들면, 대외금융자산은 환율에 영향을 줄 수도 있지만, 반대로 환율이 대외금융자산에 영향을 줄 수도 있고, 또는 이 두 변수는 상호작용이 있을 수 있다는 전문가의 의견이 있다. 종속 변수와 설명변수를 바꾸어서 분석을 할 경우, 다른 결과가 나올 가능성도 배제할 수 없다. Pfister 등 (2019)가 제시한 방법은 설명변수들이 독립이 아닐 경우에도 이용할 수는 있으나, 설명변수들이 상호적인 영향을 주는 경우에는 이용할 수 없다. 즉, 비순환 그래프 모형(directed acyclic model)에서 설명 변수들 간에 상호 작용이 없고, 종속변수에 직접적인 다른 개입이 없어 설명 변수와 종속 변수의 조건부 분포가 일정하게 유지된다는 가정하에서 이루어진 분석이다. 현실에서는 설명 변수들 간에 상호작용이 있을 가능성이 있으므로, 가정한 내용이 적합하지 않은 경우 다른 결론이 나올 가능성도 있음을 염두에 두길 바란다.

References

- Granger CWJ (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods, *Econometrica*, **37**, 424–438.
- Granger CWJ and Newbold P (1977). *Forecasting economic time series*, Academic Press.
- He Z and Maekawa K (2001). On spurious Granger causality, *Economics Letters*, **73**, 307–313.
- Park S (2019). Assessing the effect of external assets and debts on FX market liquidity in Korea, *Korea Interna-*

tional Finance Association, **9**, 5–39.

Pearl J, Glymour M, and Jewell NP (2016). *Causal Inference in Statistics: A primer*, John Wiley & Sons.

Pfister N, Bühlmann P, and Peters J (2019). Invariant causal prediction for sequential data, *Journal of the American Statistical Association*, **114**, 1264–1276.

Talih M and Hengartner N (2005). Structural learning with time-varying components: tracking the cross-section of financial time series, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, **67**, 321–341.

Gretton A, Fukumizu K, Teo CH, Song L, Schölkopf B, and Smola AJ (2007). A kernel statistical test of independence. In *Proceedings of the 20th International Conference on Neural Information Processing Systems*, **20**, 585–592.

Received July 23, 2021; Revised August 26, 2021; Accepted September 7, 2021

시계열 자료에서 불변하는 인과성 탐색: 원-달리 환율 데이터에 적용

김미정^{1,a}

^a이화여자대학교 통계학과

요약

본 연구에서는 Pfister 등 (2019)에서 제시된 시계열 데이터에 대해서 시간이 지나도 불변하는 인과성 (invariant causality)을 갖는 변수를 찾는 방법에 대해서 설명하고자 한다. 시계열에서 주로 이용되는 Granger causality 방법은 인과 관계를 찾기 보다는 선행한 사건과 추후에 일어나는 사건과의 연관성을 찾는 방법이며, 때로는 허위 연관성의 결과를 산출하기도 한다. Chow 검정은 고정된 모형에 대해서 특정 시점 전후의 차이를 검정하는데 이용된다. 기존 방법은 높은 설명을 갖는 모형을 찾는데 중점을 두었는데, 이러한 모형은 환경의 변화에 따라 같은 모형이 유지되지 않을 가능성이 있다. Pfister 등 (2019)에서 제시된 모형은 설명변수와 종속변수 간의 조건부 관계를 찾는데 중점을 두고 있기 때문에, 환경의 변화에도 불변하는 인과성을 찾는데 유용하게 이용될 수 있다. 특히, 거시 경제 데이터는 측정하기 어려운 많은 변수로 인해 설명력이 높은 모형을 찾는 것이 어렵기 때문에, 기존 방법을 이용하기 보다는 Pfister 등 (2019)의 모형을 적용하는 것이 의미가 있다. 본 연구에서는 Pfister 등 (2019)가 제시한 방법을 이용하여 원 달러 환율에 불변하는 인과성을 갖는 거시경제 변수를 찾고자 한다.

주요용어: Chow 검정, Granger 인과 방법, 원 달러 환율, 인과추론

이 논문은 연구재단 연구 과제 NRF-2020R1F1A1A01074157에 의하여 수행되었음.

¹(03760) 서울시 서대문구 이화여대길 52, 이화여자대학교 통계학과. E-mail: m.kim@ewha.ac.kr