



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 50(2), 93-101(2022)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2022.50.2.93

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

적응 차수 조노토픽 칼만 필터를 활용한 비정상 비행상태 항공기의 실시간 시스템 식별

김성민¹, 헨드라 구남완 하노², 수브라마남 사델라³, 김윤수⁴

Real-time System Identification of Aircraft in Upset Condition Using Adaptive-order Zonotopic Kalman Filter

Seongmin Gim¹, Hendra G. Harno², Subrahmanyam Saderla³ and Yoonsoo Kim⁴

Graduate School of Mechanical and Aerospace Engineering, Gyeongsang National University,
Jinju, Republic of Korea^{1,2,4}

Indian Institute of Technology Kanpur, Kanpur, India³

ABSTRACT

It is essential to prevent LoC(Loss-of-Control) or upset situations caused by stall, icing or sensor malfunction in aircraft, because it may lead to the crash of the aircraft. With this regard, it is crucial to correctly identify the dynamic characteristics of aircraft in such upset conditions. In this paper, we present a SID(System IDentification) method utilizing the moving-window based least-square and the adaptive-order ZKF(Zonotopic Kalman Filter), which is more effective than the existing Kalman-filter based SID for the aircraft in upset condition at a high angle of attack with temporary sensor malfunction. The proposed method is then tested on real flight data and compared with the existing one.

초 록

실속, 결빙, 센서 이상 등으로 인해 일어나는 제어불능 또는 비정상 비행 상황은 항공기의 추락으로 이어지기 때문에 필수적으로 대비해야 한다. 이와 관련해 비정상 비행 상황에서 항공기의 동적 특성을 정확하게 파악하는 것은 매우 중요하다. 본 논문에서는 일시적인 센서 이상이 발생한 고받음각의 비정상 비행상태 항공기에 대해서 기존의 칼만 필터 기반의 시스템 식별법 대비 보다 효과적인 적응 차수 조노토픽 칼만 필터와 이동창-최소자승법을 활용한 시스템 식별법을 제시하였다. 제안한 방법을 실제 비행 데이터에 적용하고 그 성능을 기존 연구 결과와 비교하였다.

Key Words : System Identification(시스템 식별), Upset Condition(비정상 상태), Adaptive-order Zonotopic Kalman Filter(적응 차수 조노토픽 칼만 필터)

1. 서 론

항공기가 부품의 손실 혹은 파손, 갑작스러운 기동, 실속, 결빙 등으로 인해 원하는 대로 제어가 되지 않는 상황을 제어불능(LoC; Loss-of-Control)이라

고 한다. 이 상태가 지속되면 항공기의 추락으로 이어지기 때문에 항공산업에서는 이를 필수적으로 대비해야 한다[1]. 제어불능은 비정상 비행상태(Upset condition)를 유발하고 이는 항공기의 공기역학적 특성을 풍동시험을 통해 지상에서 미리 파악할 수 없

† Received : October 31, 2021 Revised : January 10, 2021 Accepted : January 17, 2021

¹ Graduate Student, ² Senior Researcher, ³ Assistant Professor, ⁴ Professor

⁴ Corresponding author, E-mail : yoonsoo@gnu.ac.kr, ORCID 0000-0002-0357-9826

© 2022 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

기에, 실시간으로 비행기의 시스템을 탐지하고 적절한 조처를 하는 것은 매우 중요하다. 이런 경우 일반적으로 사용되는 것이 칼만 필터(Kalman Filter, 이하 KF) 기반의 시스템 식별(System Identification, 이하 SID) 방법이다[2].

SID는 시스템에 가해진 입력과 KF 등으로 보정된 상태정보(속도, 받음각, 각속도, 오일러각 등)를 활용해 최대우도법(Maximum Likelihood Estimation), 인공신경망(Artificial Neural Network), 최대사후확률(Maximum A-posteriori), 최소자승법(Least-square) 등으로 항공기의 동적 모델 또는 입출력 관계식을 추정하는 방법이다[2-5]. 그중 실시간으로 SID를 수행하는 경우 비교적 간단하고 계산량이 적은 최소자승법이 널리 이용된다.

일반적인 항공기의 동적 모델 추정은 항공기의 동적 특성을 결정하는 공력미계수를 추정된 후 통상적인 선형 시스템의 시스템 행렬(A , B)을 계산하는 것을 의미한다. 이때 공력미계수와 시스템 행렬 사이의 관계는 표준적인 비행역학 관계식으로 주어진다. 하지만 이러한 표준 비행역학 관계식은 고받음각을 동반하는 비정상 비행상태에서는 잘 맞지 않으므로 본 논문에서는 항공기의 공력미계수 대신 시스템 행렬을 직접 추정한다. 또한, 비정상 비행상태에서는 시스템 행렬이 연속적으로 변화하기 때문에 실시간으로 측정된 최근 비행 데이터를 사용해 시스템 행렬을 계산하는 이동창-최소자승법(Moving-window based Least-Square; 이하 MLS)을 도입하였다.

이미 언급했듯이 신뢰도 높은 SID를 위해서는 SID에 사용되는 항공기 상태정보의 정확도가 높아야 하며, 이는 상태정보에 대한 측정값들에 포함된 잡음을 적절하게 필터링함으로써 가능하다. 대상 시스템이 선형인 경우 KF를 통한 필터링이 널리 사용되며[6], 실제 KF를 통한 항공기 SID는 꽤 오래전부터 그 연구가 진행되었다[7]. 대상 시스템을 비선형으로 가정해 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter) 및 무향 칼만 필터(Unscented Kalman Filter)를 이용한 항공기 SID 연구도 진행되었다[8,9]. 최근에는 이러한 비선형 KF를 본 논문에서 관심을 두는 비정상 비행상태의 항공기 SID에 적용한 사례도 있었다[10]. 하지만 이런 선형/비선형 KF는 측정값에 포함된 잡음을 정규분포 또는 가우시안 잡음으로 가정하기에, 측정값에 비정규분포 잡음이나 결빙, 센서 이상 등으로 인한 심각한 오류가 포함된 경우 측정값 보정의 신뢰도가 떨어지게 된다. 따라서 본 논문에서는 잡음에 대한 가정을 요구하지 않는 조노토픽 칼만 필터(Zonotopic Kalman Filter, 이하 ZKF)를 도입하고[11-13], 이를 비정상 비행상태의 항공기 SID에 적용해보고자 한다.

KF에서 측정값에 포함된 정규분포 불확실성을 공분산 행렬로 나타내고 이를 통해 상태를 추정하는

것과는 달리 ZKF는 비정규분포 불확실성을 조노토프(Zonotope; 대칭(Symmetric)이며, 볼록(Convex)한 다면체) 또는 공변량(Covariation)으로 나타내고 이를 통해 상태를 추정한다[14]. 특히 ZKF는 감소 연산자(Reduction Operator)를 통해 상태 예측값(Prediction)과 현 측정값(Measurement)의 취합비율(필터의 이득 값)을 조절해 상태 벡터를 추정할 수 있어 [15] 본 논문에서는 이 감소 연산자를 항공기의 비행상태에 따라 조절해 비정상 비행상태의 항공기 SID를 효과적으로 수행해보고자 한다.

본 논문은 기존 연구 대비 아래와 같이 기술적으로 발전된 내용을 포함한다; (1) 고받음각을 동반하는 비정상 비행상태의 항공기 시스템 행렬을 MLS 방법을 사용해 실시간으로 계산하고 스펙트럼 반경(Spectral Radius)을 통해 그 타당성을 확인함; (2) 결빙, 센서 이상 등으로 발생한 일시적인 데이터 손실에도 강인하게 항공기 상태 벡터를 추정하는 적응차수 조노토픽 칼만 필터(Adaptive-order Zonotopic Kalman Filter; 이하 AZKF)를 제안함; (3) 제한한 MLS-AZKF를 실제 비행 데이터에 적용하고 기존 KF 기반 SID 결과와 그 성능을 비교 분석함. 본 논문의 II장에서는 먼저 SID 문제를 정의하고 KF 및 ZKF에 대한 이론적 배경 설명을 한 후 비정상 비행상태 항공기 SID에 적합한 MLS-AZKF를 제안한다. 2.3절에서는 제안한 MLS-AZKF를 실제 비행 데이터에 적용하고 기존 연구와 비교 분석한 내용을 다루며, III장에서 본 논문의 결론을 기술한다.

II. 본 론

2.1 문제 정의 및 이론적 배경

2.1.1 항공기 운동 모델

일반적인 항공기의 선형화된 단주기 종축 시스템 모델은 다음 식 (1) 또는 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_\alpha & Z'_q \\ M'_\alpha & M'_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z'_{\delta e} \\ M'_{\delta e} \end{bmatrix} \delta e + \mathbf{v} \quad (1)$$

또는

$$\dot{x} = \mathbf{A}(t)x + \mathbf{B}(t)\delta e + \mathbf{v}(t) \quad (2)$$

받음각 α 와 피치각 변화율 q 는 항공기의 상태(State) $x = [\alpha, q]^T$ 를, 엘리베이터 각 변위 δe 는 제어 입력을 나타낸다. \mathbf{v} 는 가우시안 잡음으로 가정할 수 없는 일반적인 공정 잡음(Process noise)으로 상태 벡터와 같은 차원을 갖는다. 시스템 행렬(\mathbf{A} , \mathbf{B})을 구성하는 요소들은 아래와 같은 표준 비행역학 식들을 통해 계산될 수 있으며, 식들에 포함된 기호 및 공력미계수들은 Table 1, 2에 정리하였다.

$$Z'_\alpha = \frac{\bar{q}SC_{Z_\alpha}}{m(V-Z_\alpha)}$$

$$Z'_q = \left(\frac{\bar{q}S\bar{c}C_{Z_q}}{2mV} + V \right) / (V-Z_\alpha)$$

$$M'_\alpha = \frac{\bar{q}S\bar{c}C_{m_\alpha}}{J_y} + \frac{\bar{q}S\bar{c}^2C_{m_\alpha}}{2J_yV} \frac{\bar{q}SC_{Z_\alpha}}{m(V-Z_\alpha)}$$

$$M'_q = \frac{\bar{q}S\bar{c}C_{m_\alpha}}{J_y} + \frac{\bar{q}S\bar{c}^2C_{m_\alpha}}{2J_yV} \frac{\bar{q}SC_{Z_\alpha}}{m(V-Z_\alpha)}$$

$$M'_q = \frac{\bar{q}S\bar{c}^2C_{m_\alpha}}{2J_yV} + \frac{\bar{q}S\bar{c}^2C_{m_\alpha}}{2J_yV} \left(\frac{\bar{q}SC_{Z_\alpha}}{m} + V \right) / (V-Z_\alpha)$$

$$Z'_{\delta e} = \frac{\bar{q}SC_{Z_{\delta e}}}{m(V-Z_\alpha)}$$

$$M'_{\delta e} = \frac{\bar{q}S\bar{c}C_{m_{\delta e}}}{J_y} + \frac{\bar{q}S\bar{c}^2C_{m_\alpha}}{2J_yV} \frac{\bar{q}SC_{Z_{\delta e}}}{m(V-Z_\alpha)}$$

$$Z'_\alpha = \frac{\bar{q}S\bar{c}C_{Z_\alpha}}{2mV}$$

본 논문에서는 SID를 일정한 시간 간격으로 수행하므로 식 (2)를 식 (3)과 같이 오일러 1차 방법으로 간단하게 이산화한다.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k \delta e_k + v_k \tag{3}$$

$$A_k = I_n + \Delta t A_k, B_k = \Delta t B_k, v_k = \Delta t v_k$$

I_n 은 크기가 n 인 단위행렬을 나타내고, Δt 는 샘플링 주기를 의미한다. 상태 벡터의 전부 또는 일부를 측정할 때 출력 벡터 y 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있으며, C 는 상수 행렬, w_k 는 정규분포 잡음으로 가정할 수 없는 일반적인 측정 잡음(Measurement noise)을 의미한다.

$$y_k = Cx_k + w_k \tag{4}$$

Table 1. Aircraft's Parameters

α	Angle of attack(rad)
q	Pitch rate(rad/s)
m	Mass of aircraft(kg)
V	Aircraft speed(m/s)
\bar{c}	Mean aerodynamics chord(m)
\bar{q}	Dynamic pressure(kg/m·s ²)
S	Wing area(m ²)
J_x	Moment of inertia about x -axis(Nm)
J_z	Moment of inertia about z -axis(Nm)
J_{xz}	Product of inertia about xz -plane(Nm)
δe	Deflection angle of elevator(rad)

Table 2. Aerodynamic derivatives[10]

C_{X_u}	The rate of change of force in the x-axis direction to flight speed
C_{X_α}	The rate of change of force in the x-axis direction to angle of attack
C_{Z_u}	The rate of change of force in the z-axis direction to flight speed
C_{Z_α}	The rate of change of force in the z-axis direction to angle of attack
$C_{Z_{\dot{\alpha}}}$	The derivative used to compensate for the downwash lag of aircraft
C_{Z_q}	The rate of change of force in the z-axis direction to pitch rate
C_{m_u}	Representing the change in pitching moment with speed
C_{m_α}	Representing the static stability of longitudinal pitch motion
$C_{m_{\dot{\alpha}}}$	The derivative used to compensate for the downwash lag of aircraft
C_{m_q}	Representing the change in pitching moment with pitch rate
$C_{Z_{\delta e}}$	Indicating the lift change due to elevator deflection
$C_{m_{\delta e}}$	The pitching moment change due to elevator deflection

2.1.2 시스템 식별(System IDentification; SID)

본 논문에서 SID는 Fig. 1과 같은 원리로 수행된다. 먼저 엘리베이터 각 변위 δe_k 제어 입력을 받은 항공기의 측정값 y_k 을 기반으로 최소자승법과 같은 파라미터 추정법(Parameter Estimation)을 이용해 시스템 행렬 A_k 와 B_k 을 얻는다. 이렇게 추정된 시스템 행렬, 초기 상태 벡터 \hat{x}_0 , 측정값, 제어 입력 등을 기반으로 KF 또는 ZKF와 같은 관측기를 통해 상태를 추정(State Estimation)해 \hat{x}_k 를 얻는다. 본 논문에서는 이러한 파라미터 추정과 상태 추정을 실시간으로 반복하는 것을 실시간 SID로 정의한다.

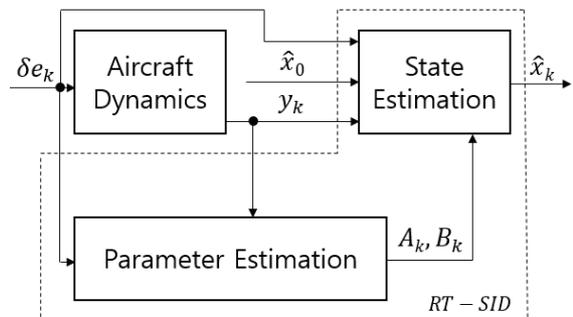


Fig. 1. RT-SID (Real-Time System IDentification)

2.1.3 최소자승법(Least-square)

최소자승법은 알고자 하는 변수의 추정에 사용되는 방법의 하나로, 주어진 데이터 Z 와 X 가 잡음 η 을 포함한 식 (5)와 같은 관계를 갖는 경우:

$$Z = X\theta + \eta \quad (5)$$

알려지지 않은 θ 의 추정값 $\hat{\theta}$ 을 얻을 수 있다[2]. 이때 식 (6)과 같은 목적 함수를 최소가 되도록 하는 방법이 최소자승법이며, 이러한 최소화를 통해 얻는 추정값은 식 (7)과 같이 주어진다.

$$J(\theta) = \frac{1}{2}(Z - X\theta)^T(Z - X\theta) \quad (6)$$

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1}(X^T Z) \quad (7)$$

2.1.4 칼만 필터(Kalman Filter)

KF는 선형 모델(식 (3),(4))로 가정한 시스템으로부터 측정된 값에 정규분포 잡음이 포함된 경우 시스템의 상태 벡터를 추정하는 대표적인 방법이다[2]. 식 (3), (4)의 공정 및 측정 잡음을 정규분포 잡음으로 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$v_k \sim N(0, Q) \quad (8)$$

$$w_k \sim N(0, R) \quad (9)$$

즉 v_k 는 평균 0과 공분산 행렬(Covariance matrix) Q 를, w_k 는 평균 0과 공분산 행렬 R 을 갖는 정규분포 잡음이다. KF는 예측(Prediction)과 보정(Correction)의 단계로 나뉘는데, 상태 벡터와 그 공분산은 식 (10), (11)로 예측한다.¹⁾

$$\hat{x}_k^- = A_k \hat{x}_{k-1} + B_k \delta e_{k-1} \quad (10)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q \quad (11)$$

윗첨자 $-$ 는 예측한 변수를 의미한다. 따라서 \hat{x}_k^- 와 P_k^- 는 k 번째로 예측한 상태 벡터와 그 공분산, \hat{x}_k 와 P_k 는 k 번째로 보정한 상태 벡터 및 그 공분산을 의미한다. 식 (10), (11)의 초기값 \hat{x}_0 과 P_0 은 다음과 같다.

$$\hat{x}_0 = [\hat{\alpha}_0, \hat{q}_0]^T$$

$$P_0 = E\{(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\}$$

1) 혼선을 피하고자 KF를 통해 추정되는 상태 벡터(\hat{x}_k)와 공분산(P_k)은 비 이탤릭체로, ZKF의 경우는 이탤릭체를 사용하였다.

$E\{\xi\}$ 는 ξ 의 기댓값을 나타낸다. 예측 후 측정값이 있는 경우 식 (12)-(14)를 통해 상태 벡터와 공분산을 보정한다.

$$K_k = P_k^- C^T (C P_k^- C^T + R)^{-1} \quad (12)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - C \hat{x}_k^-) \quad (13)$$

$$P_k = (I_n - K_k C) P_k^- \quad (14)$$

K_k 는 k 번째 칼만 필터의 이득값(Gain)이다. 이러한 이득값은 보정에 있어서 측정값과 예측값의 비율을 결정하는 것으로 높은 이득값은 보정에 반영되는 측정값의 비율을 증가시킨다. 상기 예측 및 보정 과정을 통해 KF는 정규분포 잡음에 노출된 시스템의 동적 특성을 나타내는 상태 벡터의 공분산을 매시간 최소화하는 상태 벡터를 추정한다.

2.1.5 조노토픽 칼만 필터(Zonotopic Kalman Filter)

ZKF는 공정 및 측정 잡음을 비롯해 불확실성을 포함한 상태 벡터를 조노토프((Zonotope; 대칭(Symmetric)이며 볼록(Convex)한 다면체)로 표현한 후 상태 벡터와 그 공분량(Covariation)을 KF와 유사하게 추정하는 방법이다[12]. ZKF는 KF와 달리 정규분포 잡음 가정을 요구하지 않는다. 조노토프는 Fig. 2와 같이 중심 벡터(Center) c 를 기준으로 (식 (17)과 같이 정의된) 생성 행렬(Generator matrix) R 로 대칭되는 범위를 가진 다면체이며 식 (15)와 같이 정의된다.

$$\langle c, R \rangle = \{c + R s, \|s\|_\infty \leq 1\} \quad (15)$$

조노토프의 크기 J_R 은 식 (16)과 같이 공분량 RR^T 의 tr 연산자(행렬의 대각에 있는 요소들의 합)로 결정한다.

$$J_R = \sqrt{tr(R^T R)} = \sqrt{tr(RR^T)} \quad (16)$$

본 논문에서는 조노토프의 크기를 비행 상황에 따라 바꾸는 방법을 제안한다. 이를 위해 감소 연산자(Reduction Operator)를 도입하고, 이 감소 연산자(차수 q)를 통해 변화된 생성 행렬 \bar{R} 를 식 (17)과 같이 정의한다. 먼저 $p(\geq n)$ 개의 벡터(열)로 이루어진 생성 행렬 R 을 고려한다(벡터들은 그 크기(2-norm) 순서로 정렬되어 있음).

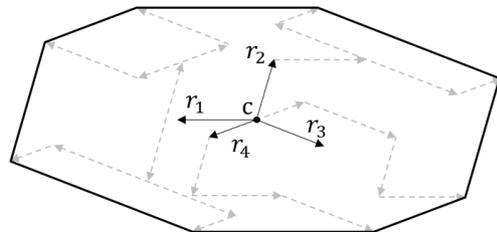


Fig. 2. An example of zonotope

$$\mathbf{R} = [r_1, \dots, r_j, \dots, r_p], \quad \|r_j\|^2 \geq \|r_{j+1}\|^2 \quad (17)$$

이때 감소 연산자의 차수 q 가 p 보다 큰 경우는 감소 연산을 하지 않으므로 \mathbf{R} 는 \mathbf{R} 과 같고, q 가 p 보다 작은 경우는 식 (18)과 같이 q 개의 열을 갖는 $\bar{\mathbf{R}}$ 를 정의한다.

$$\bar{\mathbf{R}} = [\mathbf{R} \quad \text{diag}(|\mathbf{R}| \mathbf{1})] \quad (18)$$

$$\mathbf{R} \succ = [r_1, \dots, r_{q-n}]$$

$$|\mathbf{R}| \prec = [|r_{q-n+1}|, \dots, |r_p|]$$

1은 모두 1로 구성된 열이 $p-q+n$ 개인 벡터이며, diag 는 임의의 벡터를 대각행렬의 대각선에 위치시키는 연산자이다. q 값이 작아질수록 $\bar{\mathbf{R}}$ 에 포함된 열의 수가 줄어들고, 이에 따라 $J_{\bar{\mathbf{R}}}$ 또는 조노토픽의 크기가 증가함을 보일 수 있다[15].

ZKF를 정의하기 위해 항공기 운동 모델을 아래와 같이 재정의한다.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k \delta e_k + E \bar{v}_k, \quad \bar{v}_k \in \langle 0, I_{n_v} \rangle \quad (19)$$

$$E \bar{v}_k = v_k$$

$$y_k = C x_k + F \bar{w}_k, \quad \bar{w}_k \in \langle 0, I_{n_w} \rangle \quad (20)$$

$$F \bar{w}_k = w_k$$

식 (19), (20)에서 볼 수 있듯이 KF와는 달리 v_k 와 w_k 는 조노토픽(중심이 0이고 생성 행렬은 각각 E 와 F)에 속하는 것으로 정의되었다. 만약 \bar{v}_k 와 \bar{w}_k 가 정규화된 잡음이라면 E 와 F 는 KF에서 정의된 공분산 행렬 Q , R 과 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$Q = EE^T, \quad R = FF^T$$

상태 벡터를 식 (21)과 같이 중심은 보정한 상태 벡터 \hat{x}_k 이고 생성 행렬은 P_k 인 조노토픽에 속하는 것으로 정의하고, 식 (22), (23)과 같이 매시간 그 값을 갱신한다.

$$x_k \in \langle \hat{x}_k, P_k \rangle = \{ \hat{x}_k + P_k s, \|s\|_\infty \leq 1 \} \quad (21)$$

$$\hat{x}_{k+1} = A_k \hat{x}_k + B_k \delta e_k + G_k^* (y_k - C \hat{x}_k) \quad (22)$$

$$P_{k+1} = [(A_k - G_k^* C) P_k \quad E \quad -G_k^* F] \quad (23)$$

식 (22), (23)에서 볼 수 있듯이 KF와는 다르게 ZKF는 예측과 보정 단계가 통합되어 있으며, 생성 행렬 P_k 는 갱신 시 열의 수가 증가한다. 본 논문에서는 비행 상황에 따라 감소 연산자(차수 q)를 사용해 P_k 열의 수를 감소시켜($P_k \rightarrow \bar{P}_k$) 식 (24)와 같이 생성 행렬을 갱신한다.

$$P_{k+1} = [(A_k - G_k^* C) \bar{P}_k \quad E \quad -G_k^* F] \quad (24)$$

식 (24)에 포함된 ZKF의 이득값(G_k^*)은 $J_{P_{k+1}}$ 를 최소화하는 값으로 설정되며 이는 식 (25)를 통해 계산할 수 있다[14].

$$G_k^* = A_k (\bar{P}_k \bar{P}_k^T C^T) (C \bar{P}_k \bar{P}_k^T C^T + R)^{-1} \quad (25)$$

이미 언급했듯이 q 값이 작아질수록 $J_{P_{k+1}}$ 가 커지므로 G_k^* 도 함께 증가함을 보일 수 있다. 식 (22)에서 볼 수 있듯이 KF의 K_k 와 유사하게 G_k^* 도 상태 변수의 보정값에 반영되는 예측값과 측정값의 비율을 결정한다. 따라서 본 논문의 2.2절에서는 q 값을 통해 상태 변수의 보정값에 반영되는 예측값과 측정값의 비율을 비행 상황에 따라 조절하는 적응 차수 조노토픽 칼만 필터(Adaptive-order Zonotopic Kalman Filter; AZKF)를 제안한다.

2.1.6 스펙트럼 반경(Spectral Radius)

임의의 행렬 M 에 대한 스펙트럼 반경 $\rho(M)$ 은 식 (26)과 같이 정의된다.

$$\rho(M) := \max_i |\lambda_i| \quad (26)$$

λ_i 는 M 의 고유치(Eigenvalue)를 의미한다. 이산화된 선형 시스템의 안정성은 시스템 행렬 A_k 의 모든 고유치의 크기가 1보다 작을 때 성립한다. 즉 A_k 의 스펙트럼 반경 $\rho(A_k)$ 이 1보다 작을 때 항공기의 실시간 안정성이 보장된다. 본 논문의 2.2절에서는 MLS 방법을 통해 실시간으로 얻은 A_k 의 타당성과 안정성 변화를 스펙트럼 반경을 이용해 판단하였다.

2.2 제안하는 실시간 시스템 식별법

2.2.1 이동창 최소자승법(Moving-window based Least-Square; MLS)

일반적으로 최소자승법을 이용한 변수의 추정은 가용한 모든 데이터를 사용하여 진행한다. 하지만 비정상 비행을 하는 항공기의 경우 시스템 행렬이 연속적으로 변화하므로 많은 시간이 경과한 데이터를 사용하는 것이 부적절하다. 따라서 본 논문에서는 사용할 최근 데이터의 수 또는 이동창의 크기 h 를 적절히 선정하여 매시간 시스템 행렬(A_k , B_k)을 실시간으로 추정한다. 우선 식 (1)을 이산화하여 식 (27) 또는 식 (28), (29)를 얻었다고 가정한다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{k+1} \\ q_{k+1} \end{bmatrix} = A_k \begin{bmatrix} \alpha_k \\ q_k \end{bmatrix} + B_k \delta e_k + v_k \quad (27)$$

$$\alpha_{k+1} = A_{k,11} \alpha_k + A_{k,12} q_k + B_{k,1} \delta e_k + v_{k,1} \quad (28)$$

$$q_{k+1} = A_{k,21} \alpha_k + A_{k,22} q_k + B_{k,2} \delta e_k + v_{k,2} \quad (29)$$

$A_{k,i,j}$ 와 $B_{k,i,j}$ 는 A_k 행렬과 B_k 행렬의 i 행 j 열 요소를 나타낸다. 최소화방법 적용을 위해 $k-h+1$ 부터 k 에 대해 정의된 식 (28), (29)를 식 (5)와 같이 변형하면 식 (30)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{k-h+1} \\ q_{k-h+1} \\ \vdots \\ \alpha_k \\ q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{k-h} & q_{k-h} & \delta e_{k-h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{k-h} & q_{k-h} & \delta e_{k-h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{k-1} & q_{k-1} & \delta e_{k-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{k-1} & q_{k-1} & \delta e_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{k,11} \\ A_{k,12} \\ B_{k,1} \\ A_{k,21} \\ A_{k,22} \\ B_{k,2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$+ \begin{bmatrix} v_{k-h,1} \\ v_{k-h,2} \\ \vdots \\ v_{k-1,1} \\ v_{k-1,2} \end{bmatrix}$$

MLS 방법은 식 (30)에 식 (7)을 적용해 매시간 시스템 행렬(A_k, B_k)을 계산하는 것이다.

2.2.2 적응 차수 조노토픽 칼만 필터(Adaptive-order Zonotopic Kalman Filter; AZKF)

항공기가 정상적으로 비행하는 상황에서는 그렇지 않은 상황 대비 측정값을 보다 신뢰할 수 있기에 상태 변수 추정에 반영되는 측정값의 비율을 높게(식 (25)의 G_k^* 의 크기를 크게) 혹은 감소 연산자의 차수 q 를 낮게 설정하고, 결빙이나 센서 이상 등이 발생해 측정값을 신뢰할 수 없는 상황에서는 상태 변수 추정에 반영되는 측정값의 비율을 낮게(G_k^* 의 크기를 작게) 혹은 q 를 크게 설정하는 것이 바람직하다. 알고리즘 1은 이러한 직관을 반영하여 비행 상황에 따라 q 를 조절하는 방식을 보여준다. 알고리즘에서는 정상과 그렇지 않은 상황(예: 일시적인 센서 이상이 발생한 상황)에 관한 판단을 요구하는데 이를 위해 측정값과 상태 변수 추정값의 상대오차, 받음각의 변화 또는 [18]에서 제시된 방법 등 상황에 적합한 판단 기준을 적용할 수 있다.

Figure 3은 이렇게 비행상태에 따라 감소 연산자의 차수를 조절하는 AZKF와 2.2.1절에서 제안한 MLS를 결합한 MLS-AZKF가 실시간 SID에 적용되는 모습을 보여준다.

Algorithm 1. Determination of q

Input y_k, \hat{x}_k, k

Determine if sensor malfunction occurs.

if sensor malfunction occurs, **then**

Set $q = 2$

else

Set $q = 1000$

end if

Output q

- 2) 일시적인 센서 이상 발생 시 해당 비정상 데이터를 무시하고 시스템 행렬(A_k, B_k)을 사용해 상태를 추정하는 것도 고려할 수 있다.

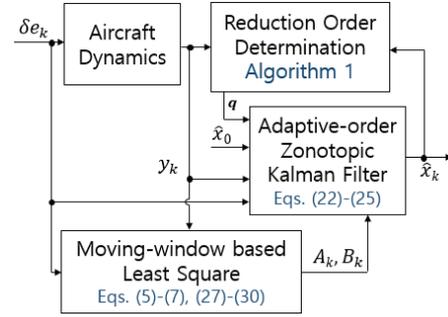


Fig. 3. RT-SID with MLS-AZKF

2.3 MLS-AZKF 성능 평가

Figure 4는 MLS-AZKF를 적용하여 실시간 SID를 수행할 CDRW(Cropped Delta Reflex Wing) 항공기이고 Table 3은 그 제원이다[16]. CDRW는 일반적인 삼각 날개(Delta wing)을 가진 항공기처럼 고받음각에서 단주기 운동의 안정성이 감소하고 실속 후 받음각이 감소할 때 히스테리시스(Hysteresis) 현상을 보이는 항공기이다[10,17]. Fig. 5는 약 5초 동안의 실제 비행 데이터(받음각과 피치각 변화율)를 보여준다. MLS-AZKF 성능 평가를 위해 사용한 값들은 아래와 같다.

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.1571 \\ 0.0204 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Delta t = 0.02$$

$$E = \begin{bmatrix} 0.004 & 0 \\ 0 & 0.004 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

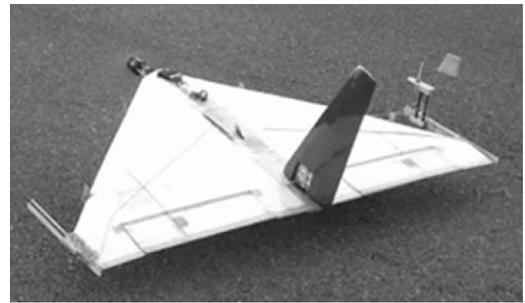


Fig. 4. CDRW Aircraft[16]

Table 3. CDRW's Specification[16]

Parameters	Values
Wing span	1.5 m
Reference area (S)	0.787 m ²
Aspect ratio	2.9259
Root chord	0.9 m
Tapper ratio	0.1667
Mean aerodynamic chord (\bar{c})	0.61 m
Span-wise location of \bar{c}	0.29 m
Weight of UAV	34.33 N

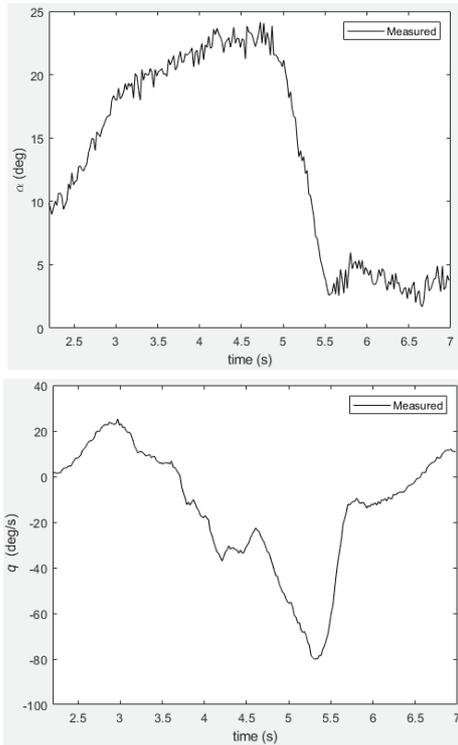


Fig. 5. Flight (Measured) data of CDRW: α and q

Figure 6은 상기 비행 데이터에 MLS(이동창 크기 $h=2.2$ 초)를 적용해 얻은 시스템 행렬 (A_k, B_k)의 요소들이며, Fig. 7은 [16]에서 제시된 풍동시험 결과와 2.1.1절에 보인 표준 비행역학식을 통해 얻은 A_k 의 스펙트럼 반경을 비교한 결과이다. 두 결과는 비행 시험 초반의 저받음각에서는 대체로 일치하지만, 받음각이 15도를 넘어가는 3초부터 차이를 보이고, 받음각이 다시 15도 이하가 된 5초 이후에도 히스테리시스 영향으로 지속적인 차이를 보인다. 6.5초 이후 점차 비슷해진다. 이는 풍동시험에서 측정하지 못한 고받음각 상황의 비정상(Unsteady) 공력 특성이 MLS에 의해 시스템 행렬에 반영된 것으로 볼 수 있다. 특히 약 3.7초와 5초 사이에 스펙트럼 반경이 다소 증가하는 것은 대상 항공기가 고받음각에서 동적 안정성이 감소한다는 이론적 사실에 부합한다.

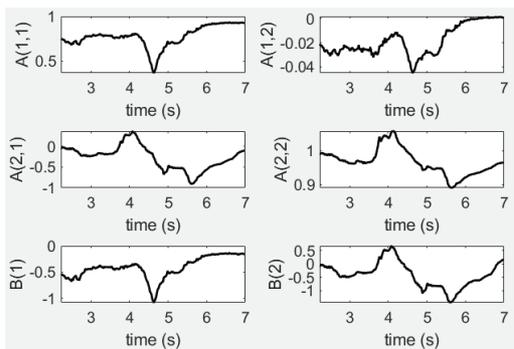


Fig. 6. Estimated elements of system matrices

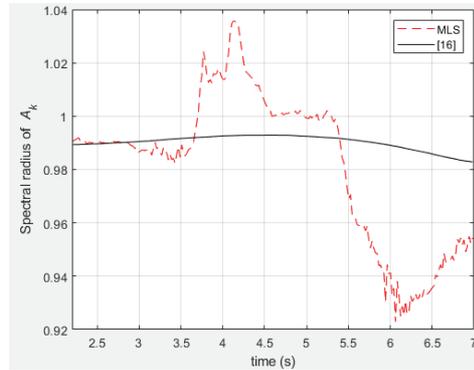


Fig. 7. Spectral radii of the system matrices estimated by MLS and [16]

Figure 8은 항공기 비행 중 약 4초부터 0.1초간의 일시적인 센서 이상이 발생해 비정상적인 값이 측정된 경우에 대해 제안한 MLS-AZKF를 적용한 결과이다. Fig. 8은 감소 연산자를 적용하지 않은 MLS-ZKF와 기존에 수행된 KF 기반 SID 방법(MLS-KF)을 적용한 결과도 함께 보여준다. 그림에서 볼 수 있듯이 MLS-AZKF를 적용했을 때 전반적으로 측정값을 잘 필터링하며 일시적인 센서 이상이 발생한 이후 빠르게 측정값을 따라가는 것을 볼 수 있다.3) 이런 현상은 Fig. 9에 보인 AZKF에 사용된 이득(식 (25)의 $\|G_k^*\|$)과 KF에 사용된 이득(식 (12)의 $\|K_k\|$)을 통해 설명할 수 있다. 그림에서 보듯이 KF는 비행 상황에 거의 무관하게 비교적 낮은 이득값을 사용하여 측

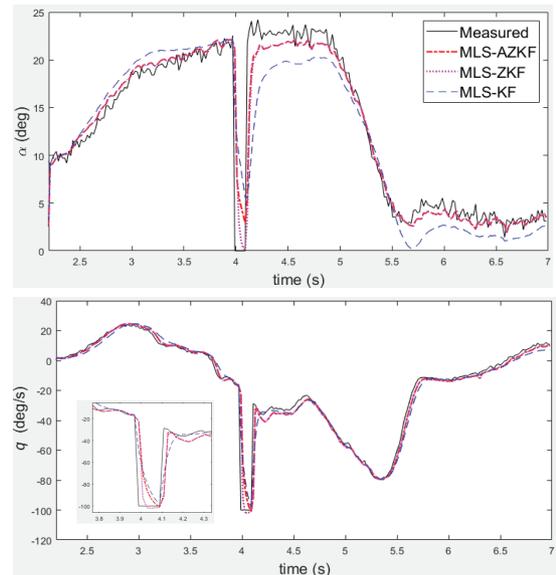


Fig. 8. Comparison of MLS-AZKF, MLS-ZKF and MLS-KF

3) 본 논문에서는 좋은 성능이란 센서 이상이 발생하지 않을 때의 측정값과 센서 이상이 발생했을 때의 추정값 간 오차의 크기를 시간에 대해 적분한 값이 작은 것으로 정의한다.

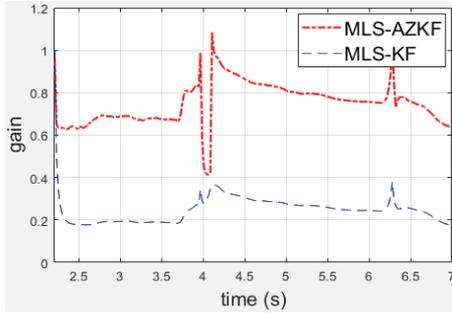


Fig. 9. Gains of MLS-AZKF and MLS-KF

정값이 추정값에 반영되는 비율이 전체적으로 낮지만, AZKF는 정상 비행 시에는 비교적 큰 이득값을 사용하여 측정값이 추정값에 반영되는 비율을 높이고, 일시적인 센서 이상이 나타난 구간에서는 KF처럼 낮은 이득값을 사용해 측정값이 추정값에 반영되는 비율을 낮추는 것을 알 수 있다.

Figure 10은 MLS-KF의 공분산 값과 MLS-AZKF의 공변량 값으로부터 얻은 받음각 추정값의 범위(상한과 하한)를 보여준다. MLS-KF의 경우 상한과 하한이 거의 언제나 일치하지만, MLS-AZKF의 경우 대부분 시간에 상대추정값이 상한과 하한의 사이에 위치하여 MLS-KF와는 달리 유의미한 추정범위를 제공하는 것을 알 수 있다. Table 4는 Fig. 5에서 보인 센서 이상이 없을 시 측정값 y_k 와 센서 이상이 발생 시 추정값 \hat{y}_k 의 차이를 아래와 같이 적분한 결과이다.

$$\int |y_k - \hat{y}_k| dt \approx \sum_k |y_k - \hat{y}_k| \Delta t$$

표에서 볼 수 있듯이 MLS-AZKF가 가장 낮은 오차를 보인다. 괄호 안의 값(%)은 MLS-KF 대비 MLS-AZKF 및 MLS-ZKF의 성능향상 정도를 나타낸다. Table 5는 임의의 시간에 Fig. 8과 비슷한 수준의 센서 이상이 일어난 100가지 상황에서 MLS-AZKF, MLS-ZKF, MLS-KF를 각각 적용한 후 상기 적분을 수행한 결과의 평균을 취한 것이며, 역시 MLS-AZKF의 성능이 가장 좋음을 확인할 수 있다.

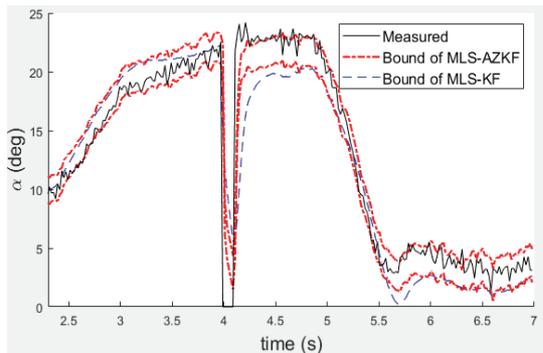


Fig. 10. Bounds of state estimate (angle of attack) using MLS-AZKF and MLS-KF

Table 4. Estimation errors after application of MLS-AZKF, MLS-ZKF and MLS-KF

State	Method		
	AZKF	ZKF	KF
α	0.1073 (45.14%)	0.1089 (44.33%)	0.1956
q	0.2554 (16.12%)	0.2731 (10.31%)	0.3045

Table 5. Average estimation errors after application of MLS-AZKF, MLS-ZKF and MLS-KF for 100 sensor-malfunction scenarios

State	Method		
	AZKF	ZKF	KF
α	0.0895 (46.92%)	0.0966 (42.70%)	0.1686
q	0.0903 (46.88%)	0.0976 (42.59%)	0.1700

III. 결 론

본 논문에서는 고받음각을 동반하며 일시적으로 센서 이상이 발생한 항공기에 대한 시스템 식별을 위해 이동창 최소자승법과 적응차수 조노토픽 칼만 필터(MLS-AZKF)를 제안하였다. 기존 연구와는 달리 시스템 식별을 위해 공력미계수를 추정하는 대신 시스템 행렬을 직접 추정해 그 타당성을 스펙트럼 반경을 통해 확인하였으며, 칼만 필터보다 일반적인 조노토픽 칼만 필터를 도입하고 필터에 감소 연산자를 적용해 일시적 센서 이상에 대응하는 알고리즘도 제안하였다. 제안한 방법을 실제 비행 데이터에 적용하여 기존 방법 대비 나은 성능을 보이는 것도 확인하였다. 추후 다양한 환경의 비행 데이터를 확보해 제안한 MLS-AZKF의 효과를 추가 입증할 수 있도록 연구를 계속할 예정이다.

후 기

본 연구는 2017 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원(NRF-2017R1A5A1015311)을 받아 수행되었습니다.

References

- 1) Belcastro, C. M. and Jacobson, S. R., "Future integrated systems concept for preventing aircraft

loss-of-control accidents," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, August 2010, pp. 1~16.

2) Morelli, E. A., "In-Flight System Identification," *AIAA 23rd Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 1998, pp. 238~247.

3) Tempo, R. and Wasilkowski, G. W., "Maximum likelihood estimators and worst case optimal algorithms for system identification," *Systems & Control Letters*, Vol. 10, No. 4, April 1988, pp. 265~270.

4) Chen, S., Billings, S. A. and Grant, P. M., "Non-linear system identification using neural networks," *International Journal of Control*, Vol. 51, No. 6, 1990, pp. 1191~1214.

5) Hsiao, T., "Identification of Time-Varying Autoregressive Systems Using Maximum a Posteriori Estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 56, No. 8, 2008, pp. 3497~3509.

6) Kalman, R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, No. 1, Mar. 1960, pp. 35~45.

7) Kaufman, H., "Aircraft Parameter Identification Using Kalman Filtering," *Proceedings of the National Electronics Conference*, Vol. 25, 1969, pp. 85~89.

8) Speyer, J. L. and Crues, E. Z., "On-line aircraft state and stability derivative estimation using the modified-gain extended Kalman filter," *JGCD*, Vol. 10, No. 3, May 1987, pp. 262~268.

9) Chowdhary, G. and Jategaonkar, R., "Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter," *Aerospace science and technology*, Vol. 14, No. 2, March 2010, pp. 106~117.

10) Seo, G., Kim, Y. and Saderla, S., "Kalman-filter based online system identification of fixed-wing aircraft in upset condition," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 89, June 2019, pp. 307~317.

11) Wang, H., Kolmanovsky, I. V. and Sun,

Jing., "Zonotope-based recursive estimation of the feasible solution set for linear static systems with additive and multiplicative uncertainties," *Automatica*, Vol. 95, September 2018, pp. 236~245.

12) Harno, H. G., Kim, Y., Moon, J. and Bang, H., "Zonotopic Kalman filtering for stability augmentation and flight envelope estimation," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 235, No. 15, December 2021, pp. 2288~2298.

13) Le, V. T. H., Stoica, C., Alamo, T., Camacho, E. F. and Dumur, D., *Zonotopes: From guaranteed state-estimation to control*, Wiley, 2013.

14) Combastel, C., "Zonotopes and Kalman observers: Gain optimality under distinct uncertainty paradigms and robust convergence," *Automatica*, Vol. 55, May 2015, pp. 265~273.

15) Combastel, C., "An Extended Zonotopic and Gaussian Kalman Filter (EZGKF) merging set-membership and stochastic paradigms: Toward non-linear filtering and fault detection," *Annual Reviews in Control*, Vol. 42, 2016, pp. 232~243.

16) Saderla, S., Dhayalan, R., Singh, K., Kumar, N. and Ghosh, A. K., "Longitudinal and lateral aerodynamic characterization of reflex wing Unmanned Aerial Vehicle from flight tests using Maximum Likelihood, Least Square and Neural Gauss Newton methods," *The Aeronautical Journal*, Vol. 123, No. 1269, 2019, pp. 1~33.

17) Botez, N. A. and Popescu, D., "Stability derivatives for a delta-wing X-31 aircraft validated using wind tunnel test data," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 225, 2011, pp. 403~416.

18) Hanen B., Mohamed, W. N. and Ilhem, S. B., "Easy and Fast Sensor Fault Detection and Isolation Algorithm for Electrical Drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 27, No. 2, 2012, pp. 490~499.