J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 50(3), 193-201(2022)
DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2022.50.3.193
ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

# SOQPSK-TG 신호의 교차상관 격자부호화 직교변조(XTCQM) 기법을 사용한 저복잡도 선형 수신기 구현

김균회[1], 은창수[2]

# Low Complexity Linear Receiver Implementation of SOQPSK-TG Signal Using the Cross-correlated Trellis-Coded Quadrature Modulation(XTCQM) Technique

KyunHoi Kim[1] and Changsoo Eun[2]
Agency for Defense Developement, Daejeon, Republic of Korea[1]
Chungnam National University, Daejeon, Republic of Korea[1,2]

## ABSTRACT

SOQPSK-TG is a modulated signal for aircraft telemetry with excellent frequency efficiency and power efficiency. In this paper, the phase waveform of the partial response SOQPSK-TG modulation is linearly approximated and modeled as a full response double duobinary SOQPSK (SOQPSK-DD) signal. And using the XTCQM method and the Laurent decomposition method, the SOQPSK-DD signal was approximated as OQPSK having linear pulse waveforms, and the results of the two methods were proved to be the same. In addition, it was confirmed that the Laurent decomposition waveform of the SOQPSK-DD signal approximates the Laurent decomposition waveform of the original SOQPSK-TG signal. And it was shown that the decision feedback IQ-detector, which applied the Laurent decomposition waveform of SOQPSK-DD to the detection filter, exhibits almost the same performance even with a simpler waveform than before.

## 초 록

SOQPSK-TG는 주파수 효율과 전력 효율이 매우 우수한 항공기 텔레메트리용 변조신호이다. 본 논문에서는 부분응답 SOQPSK-TG 변조방식의 위상파형을 선형 근사하여 완전응답 이중 듀오바이너리 SOQPSK(SOQPSK-DD) 신호로 모델링하였다. 그리고 XTCQM 기법과 롤랑분해 기법을 사용하여 SOQPSK-DD 신호를 선형 펄스 파형을 갖는 OQPSK로 근사 모델링하였고 두 가지 기법의 결과가 동일함을 증명하였다. 또한 SOQPSK-DD 신호의 로랑분해 파형이 SOQPSK-TG 신호의 로랑분해 파형을 근사한 파형임을 확인하였고, SOQPSK-DD의 로랑분해 파형을 검출필터에 적용한 결정궤환 IQ-검출기가 기존보다 단순한 파형으로도 거의 동일한 성능을 발휘함을 보였다.

**Key Words :** SOQPSK-TG, Telemetry(텔레메트리), Trellis(트렐리스), XTCQM(교차상관 격자부호화 직교변조), Duobinary(듀오바이너리 부호), Laurent Decomposition(로랑분해)

† Received : December 14, 2021 Revised : January 28, 2022 Accepted : February 8, 2022

[1] Graduate Student, [2] Professor
[1] Corresponding author, E-mail : kyunee93@naver.com

© 2022 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

# Ⅰ. 서 론

항공기 텔레메트리 통신시스템은 개발 중인 항공기의 플랫폼에 탑재되어 계측데이터를 지상으로 무선 전송하는 하향링크 통신시스템이다. 텔레메트리 송신기는 고속의 데이터를 지상의 수신소에 전달하는 장거리 통신을 해야 하므로 주파수 효율과 전력 효율을 동시에 만족시키는 변조 파형을 갖추어야 한다. 텔레메트리 표준에서는 전력 효율을 높이기 위해서 정포락선 특성을 갖는 연속위상 변조방식인 PCM-FM, SOQPSK-TG, Multi-h CPM을 제안하고 있다[1]. 특히 SOQPSK-TG[2] 신호는 정포락선 특성을 유지하면서도 기존의 PCM-FM 대비 약 2배의 주파수 효율을 나타내며, 기존의 OQPSK 수신기로 수신신호를 검출할 수 있다는 장점을 갖는다. 연속위상 변조신호의 주파수 효율을 높이는 방법으로 상관코딩과 파형성형필터가 있고 SOQPSK-TG 신호는 2개의 메모리를 갖는 프리코더와 $8T_b$ 길이의 주파수 파형으로 입력 펄스를 성형하여 주파수 변조하는 부분응답 변조신호이다. 이와 같은 부분응답 SOQPSK- TG 신호는 주파수 효율과 전력 효율을 동시에 만족시키는 우수한 변조방식이지만 최적 성능의 수신기를 만드는 것이 거의 불가능할 정도로 수신기의 복잡도가 증가하는 문제가 있다. 따라서 대부분의 경우 XTCQM 기법 또는 로랑분해(Laurent Decomposition) 기법으로 연속위상 변조신호의 파형을 간략하게 근사한 후 수신기에 적용하여 복잡도 문제를 해결하고 있다. XTCQM 근사기법은 SOQPSK-TG 신호의 파형을 평균하여 수신기의 복잡도를 조절하고[3,10], 로랑분해 근사기법은 SOQPSK-TG 신호를 선형 펄스변조 파형들의 합으로 변환하는데[4] 이 파형들을 선택적으로 사용하여 수신기의 복잡도를 개선한다. 한편 SOQPSK-TG 신호의 펄스성형필터를 조절하여 근사 파형으로 모델링할 수 있는데 본 논문에서는 SOQPSK-TG 신호의 위상파형을 선형으로 근사화하여 완전응답신호인 이중 듀오바이너리 SOQPSK(SOQPSK-DD) 신호로 모델링하였다[5]. 우선 SOQPSK-DD 신호의 XTCQM 파형으로부터 평균신호파형을 계산하고, 평균신호파형으로 펄스성형한 OQPSK로 SOQPSK-DD 신호를 선형 근사할 수 있음을 보였다. 그리고 SOQPSK-DD 신호의 XTCQM 평균신호파형과 로랑분해의 펄스파형이 일치함을 확인하여 로랑분해와 XTCQM 기법이 변조신호를 해석하는 과정이 다를 뿐 동일한 선형 변조 파형을 얻을 수 있음을 확인하였다. 다음으로 SOQPSK-TG의 로랑분해 파형과 SOQPSK-DD의 로랑분해 파형을 비교하여 SOQPSK-DD의 로랑분해파형이 SOQPSKT-TG의 로랑분해파형을 근사한 파형임을 확인하였다. 마지막으로 SOQPSK-DD의 로랑분해 파형을 검출필터에 적용한 결정궤환 IQ-검출기의 성능을 평가하였고, 기존보다 단순한 파형으로도 거의 동일한 성능을 발휘함을 보였다.

# Ⅱ. 본 론

## 2.1 SOQPSK-TG 신호

연속위상변조 신호를 복소 기저대역 신호로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$s(t;\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}} \exp\{j\phi(t;\boldsymbol{\alpha})\} \tag{1}$$

여기서 $E_b$는 비트당 에너지, $T_b$는 비트당 전송시간이다. 연속위상 변조신호의 위상 $\phi(t;\boldsymbol{\alpha})$은 식 (2)와 같이 전송 데이터 $a_n = 2d_n - 1$, $a_n \in \{\pm 1\}$, $d_n \in \{0,1\}$, 변조지수 $h$=0.5로 표현되고, 위상파형 $q_{TG}(t)$는 Fig. 1과 같다.

$$\phi(t;\boldsymbol{\alpha}) = 2\pi h \sum_n \alpha_n q(t - nT_b) \tag{2}$$

식 (2)에서 프리코더 $\alpha_n$은 식 (3)와 같다[1,5].

$$\begin{aligned} \alpha_n &= (-1)^{n+1} \frac{a_{n-1}(a_n - a_{n-2})}{2} \\ &= \frac{1}{2}(\alpha_{M,n} + \alpha_{M,n-1}) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $\alpha_{M,n} = (-1)^{n+1}$로 프리코더 $\alpha_n$을 정리하면 듀오바이너리 부호 프리코더로 표현된다[11].

## 2.2 완전응답 SOQPSK-TG 신호

SOQPSK-TG 신호의 위상파형 $q_{TG}(t)$를 $2T_b$ 구간의 부분응답 $q_{Rec,2T_b}(t) = 0.25(\mid t \mid < T_b)$로 선형 근사하면 Fig. 1과 같다. 여기서 $q_{Rec,2T_b}(t)$를 적용하여 누적

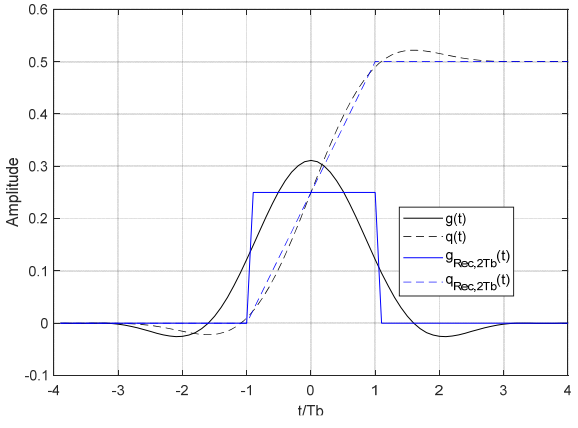



Fig. 1. Approximation of frequency pulse and phase pulse in the SOQPSK-TG

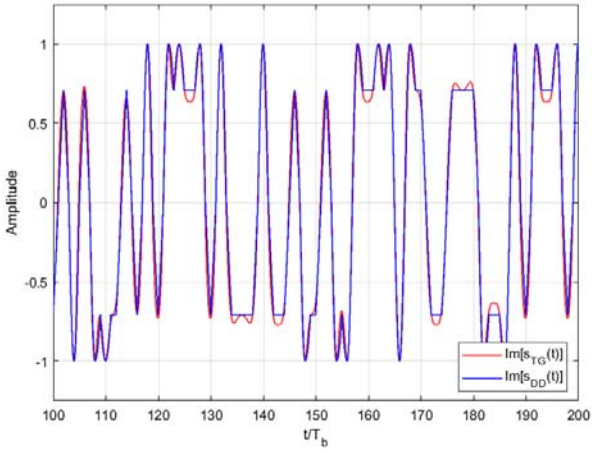



Fig. 2. Full response SOQPSK-TG signal

위상를 계산하면 듀오바이너리 부호과정과 일치한다[5,13]. 따라서 $q_{Rec,2T_b}(t)$는 듀오바이너리 부호와 $1T_b$ 구간의 완전응답 $q_{Rec,1T_b}(t)=0.5(\mid t \mid < T_b/2)$로 표현된다. 기존 식 (3) 프리코더의 듀오바이너리 부호와 근사 위상펄스 $q_{Rec,2T_b}(t)$의 듀오바이너리 부호를 결합하면 식 (4)의 이중 듀오바이너리 프리코더 $\alpha_{DD,n}\in\{0,\pm 0.5,\pm 1\}$가 된다.

$$\begin{aligned}\alpha_{DD,n} &= \frac{1}{2}(\alpha_n+\alpha_{n-1}) \\ &= \frac{1}{4}\alpha_{M,n}+\frac{1}{2}\alpha_{M,n-1}+\frac{1}{4}\alpha_{M,n-2}\end{aligned} \tag{4}$$

SOQPSK-TG의 위상파형을 $2T_b$ 선형 근사한 이중 듀오바이너리 SOQPSK-TG(SOQPSK-DD) 신호는 위상 파형 $g_{Rec,1T_b}(t)$가 $1T_b$ 길이를 가지므로 SOQPSK-TG의 완전응답 신호이다. 그러므로 기존 SOQPSK 신호의 완전응답 신호를 SOQPSK-MIL, 부분응답 신호를 SOQPSK-TG로 분류하였으나 SOQPSK-TG의 완전응답 신호는 SOQPSK-DD가 적합하다.

Figure 2는 SOQPSK-TG 신호 $s_{TG}(t)$와 SOQPSK-DD 신호 $s_{DD}(t)$를 비교한 그림으로서 두 신호가 대부분의 영역에서 거의 일치하고, 단지 $s_{TG}(t)$ 파형의 리플이 완벽하게 표현되지 않는 차이가 있다. 연속위상 변조신호인 SOQPSK-TG 수신기의 복잡도를 개선하기 위해서는 변조신호 파형을 간략하게 근사화하는 것이 필수적이다. 따라서 본 논문에서는 SOQPSK-TG를 SOQPSK-DD로 근사하고 비선형 변조신호의 파형을 선형 펄스변조 신호로 간단하게 모델링하여 수신기에 적용한다.

## 2.3 완전응답 SOQPSK-TG의 교차상관 격자부호화 직교변조(XTCQM) 표현

### 2.3.1. 트렐리스 상태도 표현

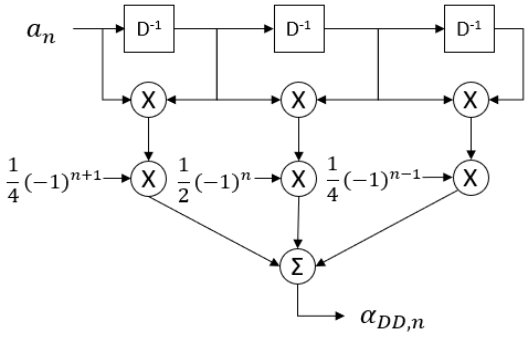



Fig. 3. TDL representation of full response SOQPSK-TG precoder

SOQPSK-TG 프리코더와 듀오바이너리 부호를 통합한 식 (3)의 $\alpha_{DD,n}$을 지연시간라인(Time Delay Line; TDL) 구조로 표현하면 Fig. 3과 같다[13]. Fig. 3의 프리코더 $\alpha_{DD,n}$의 블럭도를 살펴보면 입력 데이터를 저장하는 3개의 메모리와 부호가 교번하는 가중치로 구성된다. 따라서 프리코더 $\alpha_{DD,n}$을 트렐리스로 표현할 때 입력 데이터 $\{a_{n-2},a_{n-2},a_{n-3}\}$ 및 $(-1)^n$에 의해 16가지 상태값을 갖는다. 이때 가중치의 부호변화 $(-1)^n$을 짝수와 홀수를 구분하여 트렐리스 구하면 Fig. 4와 같이 짝수, 홀수에 따라서 8가지의 상태가 반복된다[13].

### 2.3.2 XTCQM 변조 파형

Figure 4의 트렐리스 상태값이 $\{a_{n-1},a_{n-2},a_{n-3}\}$일 때, 데이터 $a_n$이 입력되면 2개 중 하나의 가지를 따라서 $\alpha_{DD,n}$을 출력하고 다음 상태로 전환된다. 이때 짝수 가지 출력값 $\alpha_{DD,n}$과 홀수 가지 출력값 $\alpha_{DD,n+1}$이 크기가 같고 부호만 서로 다른 특성을 갖는다. 따라서 입력 데이터열 $\{d_n,d_{n-1},d_{n-2},d_{n-3}\}$과 $T_b$ 구간의 SOQPSK-DD 변조 파형을 대응시키면 입력 데이터의 개수 $n$이 짝수일 때 Fig. 5의 16개 파형 $s_k(t)$, 홀수일 때 Fig. 6의 16개 파형 $s'_k(t)$을 갖는다. 그리고 짝수와 홀수는 $\mathrm{mod2}(n)$으로 구분할 수 있으므로 식 (5)와 같이 트렐리스의 상태값을 숫자로 변환하여 식 (6)으로 파형과 대응시키면 Fig. 7과 같이 XTCQM 송신기가 된다. 이와 같이 4비트 입력 데이터열을 32개 파형에 일대일 대응시키는 방법으로 SOQPSK-DD 신호를 발생시킬 수 있다.

$$k=\mathrm{mod2}(n)2^4+d_n2^3+d_{n-1}2^2+d_{n-2}2+d_{n-3} \tag{5}$$

$$s_{DD}(t)=\sum_{n=0}^{\infty}s_k(t-nT) \tag{6}$$

여기서 $s_k(t)=\begin{cases}s_k(t), & \text{for } n=even\\ s'_{k-16}(t), & \text{for } n=odd\end{cases}$, $0<t<T_b$

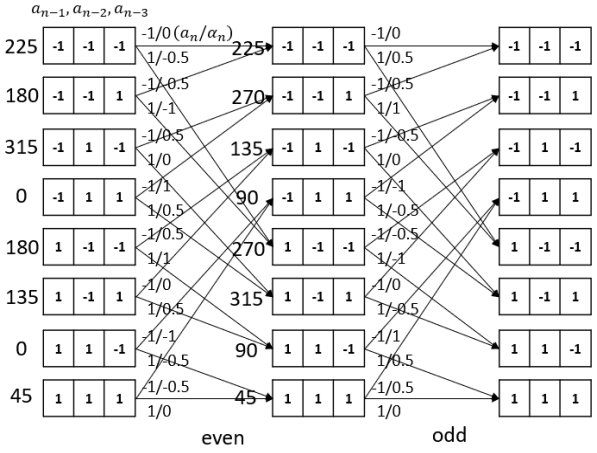



Fig. 4. Trellis of the precoder $\alpha_{DD,n}$

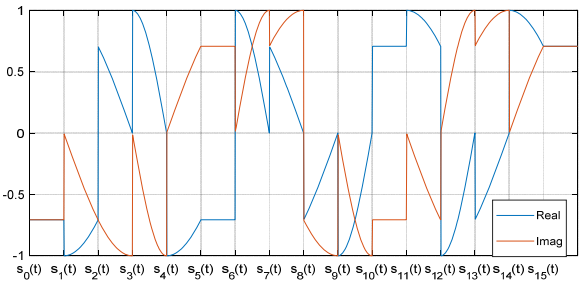



Fig. 5. Waveforms $s_k(t)$(even number)

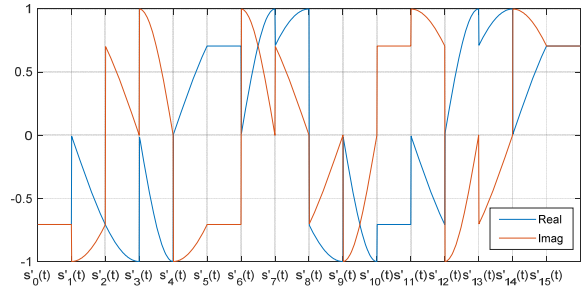



Fig. 6. Waveforms $s_{k-16}(t)$(odd number)

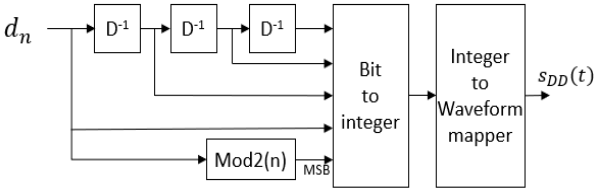



Fig. 7. XTCQM transmitter

### 2.3.3 SOQPSK-DD 신호의 위상 트렐리스

Figure 4의 트렐리스는 입력 데이터에 따른 위상천이를 나타낸다. 이것은 송신단에서 신호를 발생시키기 위한 것으로, 수신단에서는 수신신호의 위상으로부터 데이터를 판정할 수 있는 트렐리스가 요구된다. 따라서 Fig. 4의 트렐리스에 Figs. 5, 6 파형의 출발

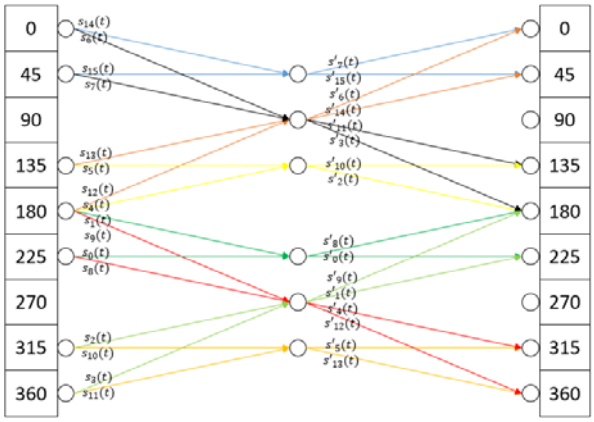


Fig. 8. Phase trellis

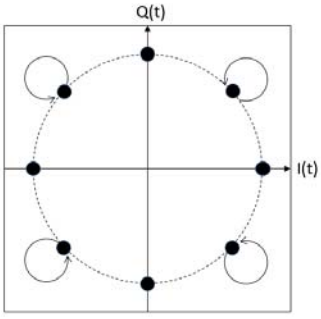
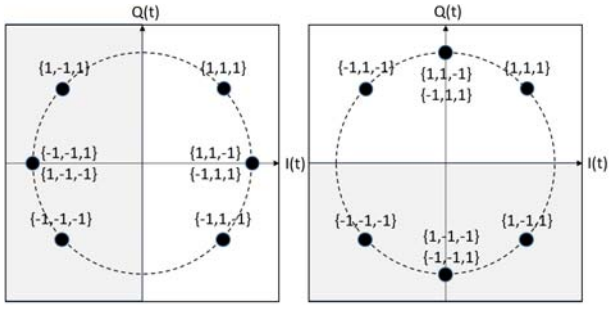



Fig. 9. SOQPSK-TG constellation




(a) Even constellation (b) Odd constellation

Fig. 10. Decomposition of SOQPSK-DD constellation

위상값과 종료 위상값을 적용하여 데이터 상태값과 위상값을 대응시켜 다시 표현한 위상천이 트렐리스는 Fig. 8과 같다. Fig. 8로부터 SOQPSK-DD 신호가 Fig. 9와 같이 8개의 위상값을 갖는 것을 알려져 있지만 실제는 짝수 위상 또는 홀수 위상 상태에서 서로 다른 6개의 상태값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 그리고 짝수와 홀수를 구분하지 않기 위해 $2T_b$ 구간의 파형의 개수를 모두 파악해 보면 Fig. 8과 같이 32개의 파형을 갖는다. 이것은 프리코더 $\alpha_{DD,n}$에 의해 데이터열들이 서로 상관관계를 갖게 되어 발생되는 파형의 개수가 제한적이기 때문이다.

Figure 10은 SOQPSK-DD 신호의 성상도를 짝수와 홀수로 구분하여 표현한 그림이다. 수신 데이터 $a_n$을

검출하는 상황을 고려할 때 짝수 데이터의 판정경계가 Q축이고, 홀수 데이터의 판정경계가 I축이므로 SOQPSK-DD 신호가 OQPSK 신호임을 확인할 수 있다. 이때 3비트 데이터열 $\{a_{n-1},a_n,a_{n+1}\}$의 패턴에 따라서 신호의 성상도가 달라지는 것을 확인할 수 있고, 인접비트간 간섭이 발생하는 조건으로 $a_{n-1}a_{n+1}=1$일 때 인접신호 간섭에 의해 위상 오프셋 $\pi/4$가 발생하여 기준축에 투영하였을 때의 $\cos\pi/4$만큼 신호의 크기가 작아지므로 성능감쇄가 발생한다. 전송 데이터들의 확률 분포가 서로 독립이고, 발생 확률이 같다고 할 때 간섭이 없는 점과 간섭이 발생한 점의 개수가 같기 때문에 두 크기를 갖는 신호의 에러 확률을 평균하여 SOQPSK-DD 신호의 비트오율을 구하면 식 (7)과 같다. 이때 SOQPSK- TG의 완전응답신호가 SOQPSK-DD이므로 식 (7)이 SOQPSK- TG 신호에 대한 비트 오율의 하한이 되고, 참고문헌 [7]의 실험적으로 구한 최적 오율 성능과 일치한다.

$$P_e \geq \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)+\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{1.414E_b}{N_0}}\right) \tag{7}$$

## 2.4 SOQPSK-DD의 XTCQM 선형변조파형

### 2.4.1 XTCQM 파형을 사용한 IQ-검출기의 검출필터 설계

Figure 10으로부터 SOQPSK-DD 신호가 펄스성형 OQPSK 신호임을 확인하였다. OQPSK 신호는 Fig. 12(b)의 IQ-검출기를 사용하여 간단하게 전송 데이터를 검출할 수 있는데, 송신펄스 파형과 동일한 파형으로 정합필터를 설계할 때 수신성능이 가장 우수하다. 그러나 SOQPSK-TG 신호는 비선형 변조방식으로 신호를 발생시키므로 하나의 선형변조파형으로 SOQPSK-TG 신호를 모델링하는 것은 불가능하다. 본 논문에서는 XTCQM 32가지 파형을 평균하여 평균정합필터의 파형을 계산한다. Figs. 6, 7을 살펴보면 $s_0(t)=-s_{15}(t)$, $s_1(t)=-s_{14}(t)$, $s_2(t)=-s_{13}(t)$, $s_3(t)=-s_{12}(t)$, $s_4(t)=-s_{11}(t)$, $s_5(t)=-s_{10}(t)$, $s_6(t)=-s_9(t)$, $s_7(t)=-s_8(t)$이고, $s'_k(t)=js^*_k(t)$의 관계를 가지므로[13] Fig. 8의 32가지 송신 파형을 8개 파형의 조합으로 구성할 수 있다. 결국 OQPSK IQ-검출기의 I축, Q축으로 $2T_b$ 구간 동안 수신되는 신호파형은 Fig. 11의 8개 파형의 조합이다. OQPSK의 $2T_b$ 구간 파형은 한 축의 데이터가 $a_n$으로 유지할 때, 다른 축은 $a_{n-1}$에서 $a_{n+1}$로 천이한다. Fig. 11의 파형에서 I축 파형은 데이터가 천이하는 파형이고, Q축 파형은 데이터가 유지하는 파형이다. 따라서 식 (8)과 같이 Fig. 11의 Q축 파형을 평균하여 $2T_b$ 길이를 갖는 평균정합필터의 파형을 구하면 Fig. 12의 $-T_b<t<T_b$ 구간과 같다.

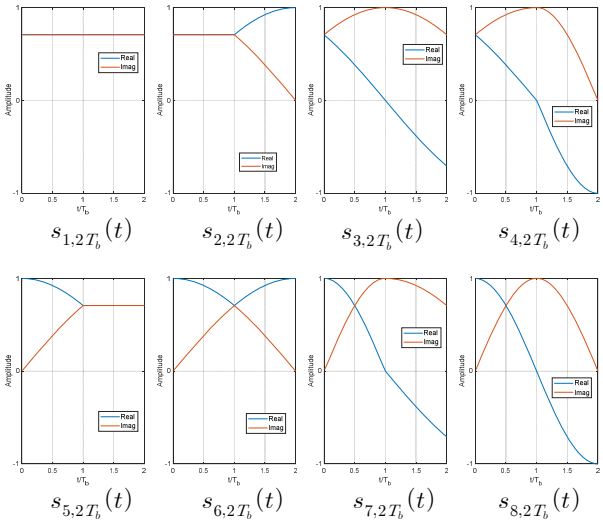



Fig. 11. XTCQM waveforms

$$x_{0,Q}(t)=\frac{1}{8}\sum_{n=1}^{8}\mathrm{Im}\{s_{n,2T_b}(t)\} \quad \text{for } -T_b<t<T_b \tag{8}$$

Figure 11의 I축 파형은 현재 데이터에서 다음 데이터로 천이하는 구간의 파형으로서 평균파형은 식 (9)이고, Fig. 12의 $0<t<2T_b$ 구간과 같다.

$$x_{0,I}(t)=\frac{1}{8}\sum_{n=1}^{8}\mathrm{Re}\{s_{n,2T_b}(t)\} \quad \text{for } 0<t<2T_b \tag{9}$$

기존의 논문에서는 식 (8)만을 고려하여 $2T_b$ 길이의 단절된 평균신호파형을 구하였지만 식 (9)의 펄스천이 구간을 포함시키면 $4T_b$ 길이의 평균신호파형을 구할 수 있다. Fig. 12의 OQPSK 파형은 $|t|<T_b$ 동안 데이터가 유지되고, $\pm T_b$에서 천이가 발생하므로, $x_0(t)$는 $x_{0,Q}(t)$를 중심으로 $x_{0,I}(t)$ 파형이 좌우 대칭인 파형을 갖는다. 따라서 SOQPSK-DD 신호의 평균신호파형 $x_0(t)$는 식 (10)과 같다.

$$x_0(t)=x_{0,I}(|t|) \quad \text{for } -2T_b<t<2T_b \tag{10}$$

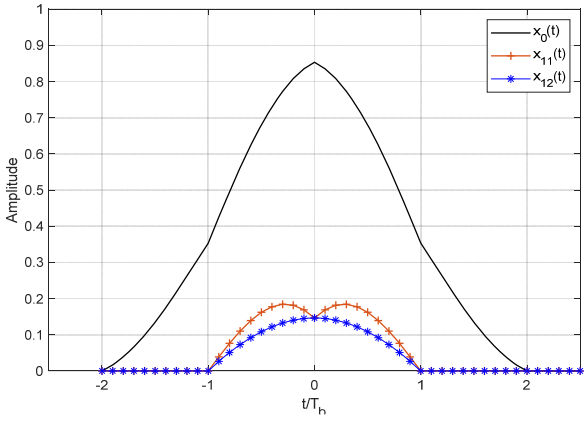
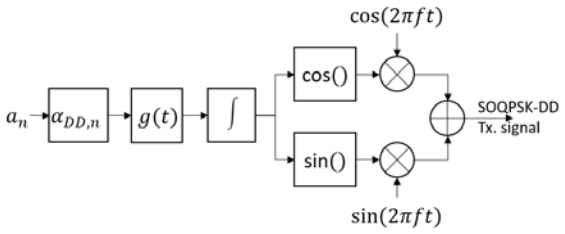
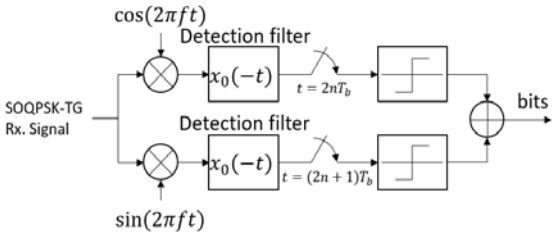


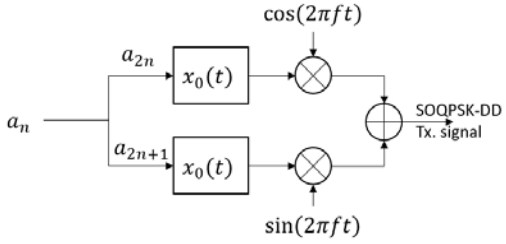

Fig. 12. PAM waveforms by XTCQM




(a) SOQPSK-DD modulator




(b) Linear OQPSK-detector




(c) Approximated SOQPSK-DD modulator

Fig. 13. Linear approximation of XTCQM

### 2.4.2 SOQPSK-TG 신호의 XTCQM 파형을 사용한 선평펄스변조 파형 유도

앞 절에서 Fig. 13(a)의 비선형 변조 SOQPSK-DD 신호 $s_{DD}(t)$를 Fig. 13(b)의 선형 IQ-검출기로 수신할 때, 검출필터의 파형을 구하기 위해 XTCQM 파형을 평균하여 $4T_b$ 길이의 평균신호파형 $x_0(t)$를 계산하였다. 선형 검출기의 검출필터는 송신기의 펄스성형필터와 정합되어 운용되므로 Fig. 13(c) 및 식 (11)과 같이 펄스성형필터 파형 $x_0(t)$를 갖는 선형 IQ-변조 신호 $s_{x_0}(t)$로 근사 모델링할 수 있다.

$$s_{x_0}(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}a_{2n}x_0(t-2nT_b)\\ +ja_{2n+1}x_0(t-(2n+1)T_b)\end{array}\right\} \quad (11)$$

SOQPSK-DD를 근사한 식 (11)의 OQPSK 신호 $s_{x_0}(t)$와 $s_{DD}(t)$의 한 축 신호만을 비교하면 Fig. 14와 같다. Fig. 14의 $\mathrm{Im}\{s_{x_0}(t)\}$ 파형이 $\mathrm{Im}\{s_{DD}(t)\}$의 파형을 평균한 파형이라는 것을 확인할 수 있다. $\mathrm{Im}\{s_{DD}(t)\}$와 $\mathrm{Im}\{s_{x_0}(t)\}$의 오차를 파악하기 위해 두 파형의 차이 $d_0(t)$를 구하면 리플이 있는 하프사인파형 $x_{11}(t)$와 하프 사인 파형파형 $x_{12}(t)$가 변조되어 나타난다. 두 파형을 구하기 위해 Fig. 14의 검은색 실선 타원으로부터 $x_{12}(t)$, 빨강색 점선 타원으로부터 Fig. 15의 과정으로 $x_{11}(t)$를 계산하면 각각 식 (12), 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned}x_{11}(t)&=\cos\left(\frac{\pi}{2T_b}t\right)\\&\quad-s_{x_0}(t;(a_{n-1}a_na_{n+1}=-1,1,-1))\end{aligned} \quad (12)$$

$$x_{12}(t)=\frac{1}{2}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4T_b}t\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right\}\quad -T_b<t<T_b \quad (13)$$

Figure 14의 $\mathrm{Im}\{s_{DD}(t)\}$ 파형에서 신호의 크기가 1이 되는 지점에서의 데이터열 $\{a_{n-1}a_na_{n+1}\}$의 패턴을 Fig. 10의 성상도에서 확인하면 항상 $a_{n-1}a_{n+1}=-1$이므로 $d_0(t)$는 파형 $x_{11}(t)$ 또는 $x_{12}(t)$를 데이터 $-a_{n-1}a_na_{n+1}$로 OQPSK 변조한 신호와 오차의 합으로 모델링된다. 그러므로 $d_0(t)$에서 $-a_{n-1}a_na_{n+1}x_{11}(t)$ 또는 $-a_{n-1}a_na_{n+1}x_{12}(t)$ 파형을 뺀 $d_1(t)$는 $\{x_{11}(t)-x_{12}(t)\}$ 파형으로 구성된 오차신호가 남게 되고, 이 오차신호 $d_1(t)$의 에너지는 $x_0(t)$, $x_1(t)$ 펄스파형에 비해 작은 값으로 근사화 과정에서 무시할 수 있다. 따라서 식 (14)와 같이 $x_0(t)$와 $x_1(t)$를 사용한 OQPSK 선형 펄스변조신호의 합으로 구성된 OQPSK 신호로 $s_{DD}(t)$를 근사화 모델링할 수 있다. Fig. 16은 선형 펄스변조 신호들의 합으로 근사화한 SOQPSK-DD 신호의 송신기 모형이다. Fig. 17은 $x_0(t)$와 $x_{11}(t)$으로 $s_{DD}(t)$의 Q축 신호를 모사한 그림으로써 두 신호가 거의 일치하는 것을 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned}s_{DD}(t)&\approx s_{X,PAM}(t)\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\sum_{i=0}^{1}\rho_{i,2n}x_i(t-2nT)\\ +j\sum_{i=0}^{1}\rho_{i,2n+1}x_i(t-(2n+1)T)\end{array}\right\}\end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $\rho_{0,n}=a_n$, $\rho_{1,n}=-a_{n-1}a_na_{n+1}$이다.

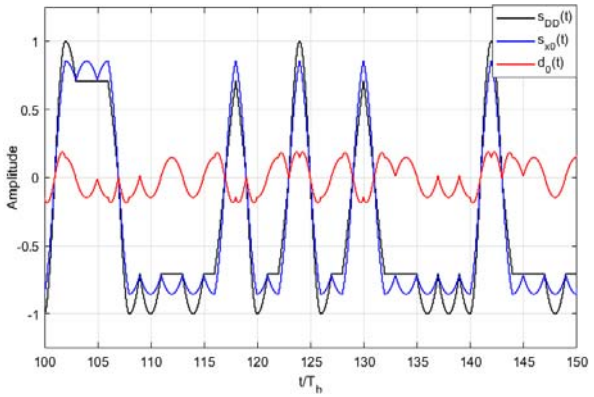



Fig. 14. Approximated OQPSK signal

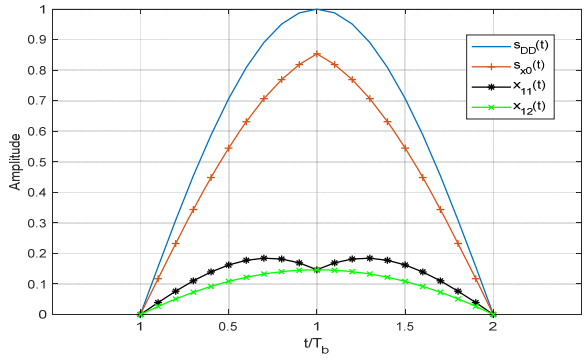



Fig. 15. $x_{11}(t)$ calculation procedure

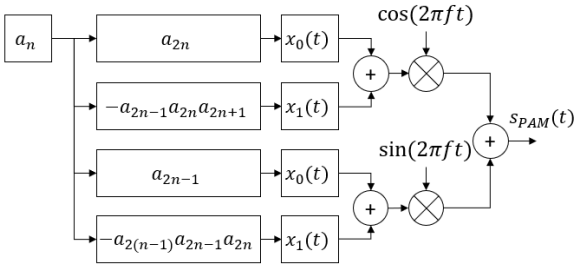



Fig. 16. Two pulse approximated $s_{DD}(t)$ transmitter

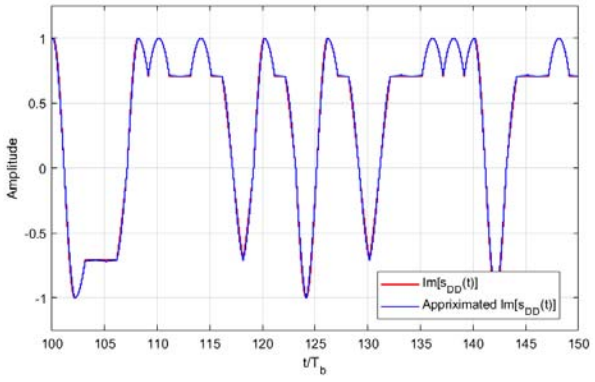



Fig. 17. PAM approximated $\mathrm{Im}\{s_{DD}(t)\}$

### 2.4.3 SOQPSK-DD의 로랑분해(Laurent De-compositon) 파형과 XTCQM 파형 비교

연속위상 변조신호를 표현하는 여러 가지 방법 중에 비선형 연속위상 변조신호를 선형 펄스변조 파형들의 합으로 표현하는 로랑분해 기법이 있다. 본 논문에서 근사한 SOQPSK-DD 신호는 $\alpha_{M,n}$을 제외할 때 프리코딩 MSK의 일종인 Tamed Frequency Modulation [12]의 프리코더와 일치한다. 그러므로 이중 듀오바이너리 프리코딩한 MSK 신호 $s_{DDMSK}(t)$의 로랑분해 펄스변조파형 $c_k(t)$는 참고문헌 [8]에 의해 식 (15) 및 Fig. 18과 같이 4개의 파형으로 모델링된다.

$$s_{DDMSK}(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\sum_{k=0}^{3}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\beta_{k,n}c_k(t-nT) \qquad (15)$$

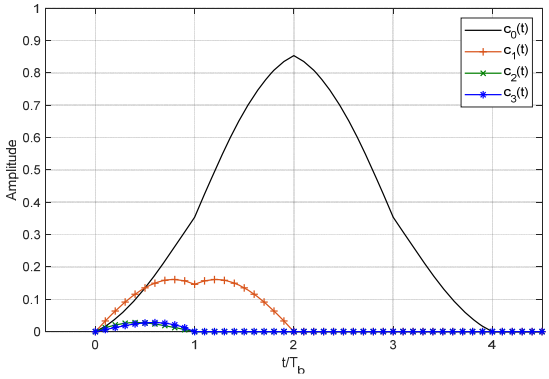



Fig. 18. PAM waveforms of TFM

Figure 12의 XTCQM 파형으로부터 계산한 평균신호파형 $x_0(t)$와 Fig. 18의 로랑분해한 첫번째 펄스변조파형 $c_0(t)$를 비교하면 $x_0(t)=c_0(t)$이므로 서로 동일한 신호임을 확인할 수 있다. 두 번째 로랑분해 펄스파형 $c_1(t)$와 $x_1(t)$를 비교하면 $x_{11}(t)=c_1(t)$이다. 이것은 $x_{11}(t)$의 파형이 $x_{12}(t)$에 비해 크기 때문인데, 로랑분해 파형의 특징이 에너지의 크기가 큰 순서로 파형을 결정하므로[4] 에너지가 더 큰 $x_{11}(t)$가 $c_1(t)$가 된다. 기존의 연구 결과에서는 연속위상변조신호의 XTCQM 파형과 로랑분해한 선형펄스변조 파형의 관계를 제대로 설명하지 못하였지만[14], 본 논문에서는 XTCQM 파형의 평균신호파형이 로랑분해 펄스변조 파형임을 증명하였다. 한편 SOQPSK- DD 신호는 식 (15)의 로랑분해 펄스변조파형 4개로 완벽하게 모델링되지만 Fig. 17과 같이 두 개의 펄스변조파형 만으로도 충분히 근사화할 수 있다[6].

## 2.5 SOQPSK-TG IQ-검출기(결정궤환등화기) 설계

연속위상 변조신호는 MLSD(Maximum likelihood Sequence Detection) 검출기에서 최적성능을 발휘하지만 수신기의 복잡도가 매우 높아서 비선형 송신신호를 간략하게 근사화하여 수신기의 복잡도를 줄이고 있고[15], SOQPSK-TG 신호의 최적 검출기와 선형 검출기의 수신성능은 Fig. 20과 같다. 본 논문에서는 Fig. 16과 같이 비선형 SOQPSK-TG 신호를 펄스성형 OQPSK 신호로 근사하였는데 선형 OQPSK IQ-검출기로 간단하게 데이터를 검출할 수 있는 장점이 있다. 이때 수신기의 검출필터를 근사 펄스파형으로 정합시키는데, 앞 절에서 변조신호의 첫 번째 로랑분해 파형이 평균정합필터 파형임을 확인하였다. 참고문헌 [6]에서 SOQPSK-TG 신호의 첫 번째 로랑분해 파형 $w_0(t)$는 Fig. 19와 같이 $10T_b$의 길이를 갖으므로 검출필터를 $w_0(-t)$로 정합시켜 수신기를 설계하였다. 하지만 $w_0(t)$는 대부분의 에너지가 $4T_b$ 구간에 몰려 있으므로 $w_0(t)$보다 단순한 파형으로 검출

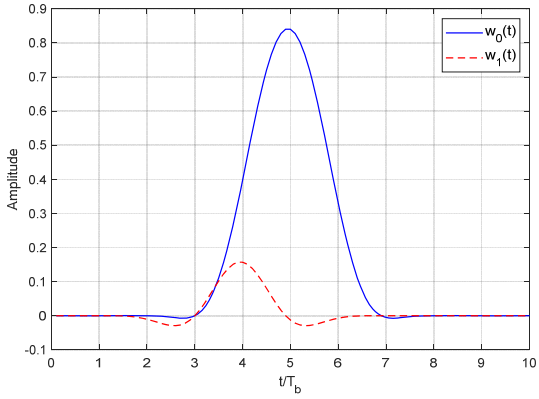



Fig. 19. PAM waveforms of SOQPSK-TG

필터를 설계 할 수 있을 것으로 예상된다. 특히 본 논문에서 제시한 SOQPSK-TG의 완전응답 근사 신호인 SOQPSK-DD의 평균정합필터 파형 $x_0(t)$와 SOQPSK-TG 신호의 로랑분해 펄스파형 $w_0(t)$를 비교해보면 10 $T_b$ 길이의 $w_0(t)$가 4 $T_b$ 길이의 $x_0(t)$로 근사되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 선형 OQPSK IQ-검출기의 검출필터 $w_0(-t)$를 본 논문에서 근사화한 SOQPSK-DD 신호의 평균신호파형 $x_0(-t)$로 변경하고, 두 검출필터에 의한 수신성능 차이를 모의실험으로 비교하면 Fig. 20과 같다. 검출필터 $x_0(-t)$를 적용한 IQ-검출기가 평균비트오율 $10^{-3}$에서 약 0.72dB 성능 열화가 발생하는데 이것은 $x_0(t)$의 자기상관함수를 $R_{x00}(t)$라고 할 때 $R_{x00}(2T_b)$가 0.1633로서 $w_0(t)$의 $R_{w00}(2T_b)$값 0.14에 비해 0.0233 크게 파형이 근사되어 $x_0(t)$ 파형의 인접심볼 간섭이 더 크기 때문이다.

Figure 21은 결정궤환 구조를 갖는 선형 IQ-검출기의 구성도이다. 참고문헌 [9]에 의해 인접심볼 간섭량 0.16867($\approx R_{x00}(2T_b)$)을 결정 궤환을 통해 제거했을 때, 검출필터별 수신성능을 모의실험으로 비교하였고, 수신 성능에 차이가 없는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 기존 10 $T_b$ 길이의 $w_0(t)$를 4 $T_b$ 길이의 $x_0(t)$로 대체하면 검출필터의 길이가 0.4배로 감소되

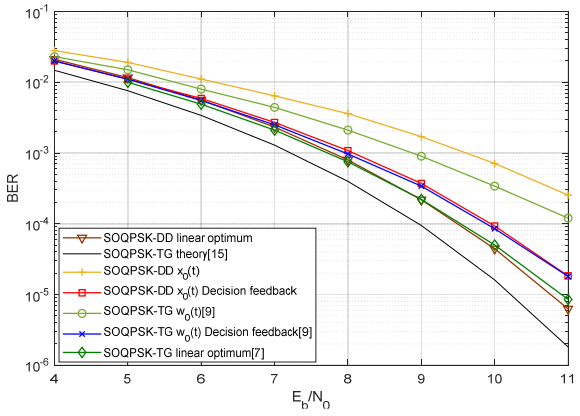



Fig. 20. BER comparison

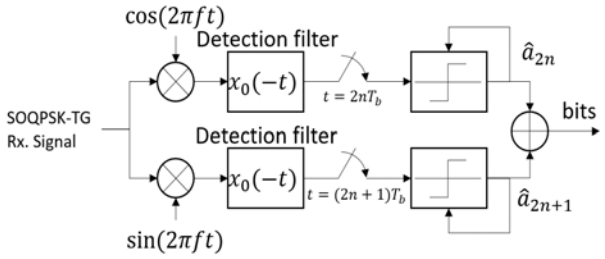



Fig. 21. Decision feedback linear detector for SOQPSK-TG

된다. 따라서 본 논문에서 제시한 근사화 평균펄스파형 $x_0(t)$를 적용할 때, 동일한 수신성능을 유지하면서도 선형수신기의 복잡도를 개선할 수 있다.

## III. 결 론

SOQPSK-TG와 같은 부분응답 연속위상 변조신호는 변조신호의 주파수 효율 및 전력 효율이 우수한 신호 특성을 갖지만 최적 수신기의 복잡도가 매우 높다는 단점이 있다. 그러므로 SOQPSK-TG 신호를 XTCQM 기법 또는 로랑분해 기법 등으로 근사한 송신신호를 수신기에 적용함으로서 수신성능 열화를 최소화하면서 복잡도를 개선하고 있다. 본 논문에서는 SOQPSK-TG 신호를 SOQPSK-DD 신호로 근사하고, SOQPSK-DD 신호를 XTCQM으로 표현하여 SOQPSK-TG 신호의 주요 특징들을 유도하고, 로랑분해 파형과 비교하여 기존방식보다 간략한 근사파형을 도출하였다. 본 논문의 결과를 여섯 가지로 정리하면 다음과 같다.

첫 번째, SOQPSK-DD 프리코더를 트렐리스 상태도로 표현하고, 짝수, 홀수 성상도를 작성하여 SOQPSK-DD 신호가 인접신호 간섭이 발생하는 OQPSK 신호임을 보였다.

두 번째, XTCQM 파형을 새로운 방식으로 평균하여 완전한 평균정합필터의 파형을 계산하였다.

세 번째, 평균정합필터 파형을 펄스성형필터로 갖는 OQPSK 신호를 발생시키고, SOQPSK-DD 신호와 비교한 후 차이값으로부터 새로운 펄스파형을 생성하여 선형 펄스변조파형의 합으로 근사 SOQPSK-DD 신호를 모델링하였다.

네 번째, SOQPSK-DD 신호의 로랑분해 파형의 첫 번째 파형과 XTCQM 평균정합필터의 파형이 같은 파형임을 증명하여, 연속위상변조신호의 XTCQM 표현방식과 로랑분해 PAM 표현방식의 관계를 규명하였다.

다섯 번째, SOQPSK-DD의 로랑분해 파형이 SOQPSK-TG 로랑분해 파형의 근사 파형임을 밝혔다.

여섯 번째, SOQPSK-DD 로랑분해 파형을 검출필터에 적용한 결정궤환 IQ-검출기의 성능을 평가하여

기존보다 단순한 파형으로도 거의 동일한 성능을 발휘함을 보였다.

향후 SOQPSK-DD 신호의 로랑분해 파형으로 비터비 수신기를 설계하면 기존방식보다 단순한 검출필터 파형으로 선형 IQ-검출기보다 우수한 수신기의 설계가 가능할 것이다.

## References


1) Range Commanders Council Telemetry Group, IRIG Standard 106-17 : Telemetry Standards, 2017.

2) Hill, T. J., "An Enhanced, Constant Envelope, Interoperable Shaped Offset QPSK (SOQPSK) Waveform For Improved Spectral Efficiency," *International Telemetering Conference Proceedings*, October 2000.

3) Simon, M. K. and Li, L., "A Cross-Correlated Trellis-Coded Quadrature Modulation Representation of MIL-STD Shaped Offset Quadrature Phase-Shift Keying," *IPN Progress Report* 42-154, August 2003.

4) Laurent, P., "Exact and Approximate Construction of Digital Phase Modulations by Superposition of Amplitude Modulated Pulses (AMP)," *IEEE Transaction on communications*, Vol. 34, No. 2, February 1986.

5) Kim, K. H. and Eun, C. S., "Double Duobinary MSK Modeling of the SOQPSK-TG Signal," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 49, No. 11, 2021, pp. 945~951.

6) Othman, R., Skrzypczak, A. and Louët, Y., "PAM Decomposition of ternary CPM with Duobinary Encoding," *IEEE Transaction on communications*, Vol. 65, No. 10, October 2017, pp. 4274~4284.

7) Geoghegan, M., "Optimal linear detection of SOQPSK," *International Telemetering Conference Proceedings*, October 2002.

8) AbedIseid, W., "A linearizing approach to coding for generalized MSK," *Master thesis*, University of Ottawa, Canada, 2007.

9) Othman, R., Louët, Y. and Skrzypczak, A., "A linear decision feedback detector for SOQPSK," *URSI AP-RASC*, 2019.

10) Simon, M. K., *Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications*, JPL Publication 00-17, 2001.

11) Othman, R., Louët, Y. and Skrzypczak, A., "Analysis of Duobinary Encoding for CPM Signals," *32nd URSI GASS*, 19-26, 2017.

12) Jager, R. and Dekker, C., "Tamed Frequency Modulation, A Novel Method to Achieve Spectrum Economy in Digital Transmission," *IEEE Transactions on Communications,* Vol. 26, No. 5, May 1978, pp. 534~542.

13) Kim, K. H. and Eun, C. S., "Full response SOQPSK-TG signal generation using the double duobinay linear modulated waveforms," *The Korean Institute of Communications and Information Sciences, Conference Proceedings*, Vol. 76, November 2021.

14) Othman, R., "Study of reception techniques for aeronautical telemetry modulations," Ph.D. Thesis, IETR, France, 2019.

15) Geoghegan, M., "Implementation and performance results for trellis detection of SOQPSK," *International Telemetering Conference Proceedings*, October 2001.