단일 비트플립 오류정정 기능을 갖는 증강된 Ouantum Short-Block Code

박동영^{*}·서상민^{**}·김백기^{***}

Augmented Quantum Short-Block Code with Single Bit-Flip Error Correction

Dong-Young Park* · Sang-Min Suh** · Baek-Ki Kim***

요 약

본 논문은 기존 QSBC(Quantum Short-Block Code)의 기능은 보전하면서 파울리 X 및 Y 오류에 의한 단 일 비트플립 오류정정 기능을 부가한 증강된 QSBC를 제안한다. 증강된 QSBC는 기존 QSBC에 정보워드 수 만큼의 추가적인 보조 큐비트와 Toffoli 게이트를 삽입해 단일 파울리 X 오류의 진단과 자동정정 기능을 부여 하 것이다. 본 논문은 종자 벡터를 이용한 증강된 QSBC의 일반적 확장 방법과 확장성을 반영한 단일 비트플 립오류 자동정정 함수의 Toffoli 게이트 실현 방법도 제시하였다. 본 논문이 제안한 증강된 QSBC는 보조 큐 비트 삽입으로 인해 코딩률이 최소 1/3과 최대 1/2인 trade-off를 갖는다.

ABSTRACT

This paper proposes an augmented QSBC(Quantum Short-Block Code) that preserves the function of the existing QSBC and adds a single bit-flip error correction function due to Pauli X and Y errors. The augmented QSBC provides the diagnosis and automatic correction of a single Pauli X error by inserting additional auxiliary qubits and Toffoli gates as many as the number of information words into the existing QSBC. In this paper, the general expansion method of the augmented QSBC using seed vector and the realization method of the Toffoli gate of the single bit-flip error automatic correction function reflecting the scalability are also presented. The augmented QSBC proposed in this paper has a trade-off with a coding rate of at least 1/3 and at most 1/2 due to the insertion of auxiliary qubits.

키워드

Augmented QSBC(Quantum Short-Block Code), Coding Rate, Single Bit-Flip Error Correction, Seed Vector, Toffoli Gate 증강된 QSBC(양자 숏-블럭 코드), 코딩률, 단일 비트 플립 오류 정정, 종자 벡터, Toffoli 게이트

ㅣ. 서 론	셋(the most probably error cosets)'의 축퇴
	(degeneration) 성질을 이용한 패킹(packing)을 통해
최신 양자오류정정 기술은 전송 대상의 정보 워드	hashing bound 근처에서 양자채널(Quantum Channel,
크기가 대규모일 경우에 '가장 가능성이 높은 오류 코	QC)의 탈분극(depolarization) QBER(: Quantum Bit
* 강릉원주대학교 정보통신공학과(kouksundo@gwnu.ac.kr) · Received : ** 강릉원주대학교 정보통신공학과(sanominsuh@ownu.ac.kr) · Correspondi	Nov. 16, 2021, Revised : Jan. 01, 2022, Accepted : Feb. 17, 2022

*** 교신저자: 강릉원주대학교 정보통신공학과 · Department of Information & Telecommunication Engineering, Gangneung-Wonju National University

·접 수 일: 2021. 11. 16 · 수정완료일 : 2022, 01, 01

Email : bkkim@gwnu.ac.kr

31

Error Rate)을 극소적으로 저감시키는 기법[1-4]을 사 용한다. 이에 반해 비트플립(bit-flip)과 위상플립 (phase-flip) 오류를 대상으로 '가장 가능성이 높은 오 류'의 직접적 검출과 정정을 목적으로 하는 고전적 양 자오류정정 기술1/15-8)은 정보워드 수가 작은 경우에 적합한 오류정정 기법들이다. 해싱 바운드 기법[1-2] 은 사전적(a prori) 확률과 사후적(a posteriori) 확률 로부터 외부적(extinctive) 확률을 계산하는 SISO (: Soft-In Soft-Out)와 같은 고전적 시스템을 사용한다. 이와 같이 양자오류정정 기법은 중첩(superposition), 얽힘(entanglement), 복제 불가(no cloning)의 양자 성 질을 반영하는 양자통신시스템과 측정자가 필연적으 로 사용할 수밖에 없는 고전통신시스템의 병행 사용 이 불가피하다. 일례로 양자논리함수의 함수 임베딩 (embedding)[9]과 리터럴(literal) 함수에 의한 투사 측 정(projective measurement)[10] 등은 양자 시스템을 고전적 언어로 표현하기 위한 노력이다.

본 논문에서는 기존 QSBC(: Quantum Short -Block Code)에 각각 정보 워드 수(k) 만큼의 cNOT(:controlled NOT) 게이트 쌍과 ccNOT (:controlled-controlled NOT) 게이트를 추가해 단일 파울리 X 오류의 자동정 정 기능이 가능한 증강된 QSBC를 제안한다.

본 논문의 구성은 Ⅱ장에서 QSBC를 구성하는 SPCC(:Single Parity Check Code)와 URC(:Unity Rate Code)를 분석해 QSBC가 파울리 X,Z오류 발생 시에 어떤 결과를 출력하는가를 예측하는 표를 생성 하였다. Ⅲ장에서는 증강된 QSBC를 제안하고 종자 벡터(seed vector)를 이용한 n=2(k+1)로의 확장 알고 리즘과 Toffoli 게이트에 의한 자동오류정정 함수생성 알고리즘을 제시하였다. Ⅳ장에서는 증강된 QSBC의 연산 규칙과 QCAD²) 적용 예를 제시하고, 기존 QSBC와 성능을 비교하였다. Ⅴ장은 결론이다.

II. QSBC

큐비트 수 n, 정보 워드 수 k, 코드 간 거리

(distance)가 d인 QECC(:Quantun Error Correction Code)를 C[n,k,d]로 나타낸다[1-2]. 그림 1은 n=4, k=2, d=2인 C[4,2,2] QSBC의 인코더(encoder) *v*와 역 인코더(inverse encoder)*v[†]* 회로이다. QSBC의 인코더 *v*는 좌측의 두 개 cNOT 게이트들로 구성된 SPCC와 SPCC 우측에 한 개 Hadamard 게이트와 세 개 cNOT 게이트로 구성된 URC로 구성된다.



본 논문에서는 크로네커 적(kronecker product) 표 기에 QCAD 표기법을 적용해 그림 1의 입출력 큐비 트를 우측에서 좌측으로 각각 Q4⊗Q3⊗Q2⊗Q1와 R4⊗R3⊗R2⊗R1과 같이 나타내었다. 그림 1에서 인 코더 역할은 cNOT 게이트에 의한 얽힘 생성과 k 큐 비트 정보 워드를 n 큐비트 코드로 정보분산에 의한 정보 워드의 암호화 및 인코더의 SPCC와 URC에 의 한 파울리 Z와 X 패리티 생성이다. ν[†]ν=I을 만족하 는 ν와 ν[†] 사이의 QC에서 발생한 탈분극 오류 p에 대한 유니터리 변환(unitary transformation) ν[†]pν은 대각행렬이 아닌 탈분극 오류 p를 대각행렬로 변환 시킨다. 그림 1에서 k=2인 정보 워드는 식(1)과 같은 크로네커 적으로 표현할 수 있다. 한편 n-k개의

$$|\Psi\rangle = Q_2 \otimes Q_1 \tag{1}$$

|0>-tuple 보조 큐비트들을 |0>^{n-k}과 같이 나타내면 입력 큐비트 |0>^{n-k}⊗|Ψ>에 대한 QSBC의 유니터 리 변환은 식(2)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nu^{\dagger} p \nu \left(|0\rangle^{n-k} \otimes |\Psi\rangle \right) \tag{2}$$

식(2)에서 $|0>^{n-k}\otimes|\Psi>$ 에 대한 $\nu^{\dagger}p\nu$ 의 유니터리

¹⁾ https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_error _correction

²⁾ http://qcad.sourceforge.jp

연산은 ν , p, 그리고 ν^{\dagger} 순으로 진행된다.

그림 2는 QSBC의 ν와 ν[†]회로에서 대칭적 수반 (adjoint) 관계에 있는 cNOT 게이트 쌍들과 이들 가 운데 위치한 QC에서 발생하는 X,Z 탈분극 오류에 대 한 등가 연산을 나타낸다[2].



(d) $(CNOT) \cdot (I \otimes Z) \cdot (CNOT)^{\dagger} = Z \otimes Z$

그림 2. 탈분극 오류가 발생한 QSBC의 유니터리 변환과 등가연산 Fig. 2 Unitary transformation and equivalent operation of QSBC with depolarization error

그림 2(a)(d)는 제어선 상의 QC에서 발생한 플립 오 류가 수신 단의 제어선과 표적선 모두를 오염시키고 있음을 보여 준다. 이에 반해 그림 2(b)(c)에서 발생 한 플립 오류는 동일 선상의 수신 단에만 작용함을 알 수 있다. 표 1은 그림 1 QSBC의 QC에서 발생한 X, Z 탈분극 오류에 대한 그림 2의 유니터리 등가 변 환 결과와 보조 큐비트 오류징후를 보여 준다.

표 1. QSBC의 QC에서 발생한 X,Z 탈분극오류에 대한 유니터리 등가변환 결과와 오류징후 Table 1. Unitary equivalent transformation results and error syndromes for X,Z depolarization errors in QSBC's QC

Depolarizing	+	syndromes
error p	$ u$ $p\nu$	R_4R_3
X_1	X_1, X_3	01
X_2	X_2, X_3	01
X_3	X_3	01
X_4	X_1, X_2, X_3	11
Z_1	Z_1, Z_4	10
Z_2	Z_{2}, Z_{4}	10
Z_3	Z_1, Z_2, Z_3, Z_4	11
Z_4	Z_4	10

표 1의 중간 열은 QSBC QC에서 발생한 탈분극 오류에 대한 $\nu^{\dagger}p\nu$ 유니터리 변환 결과이다. QC에서 발생한 { X_1, X_2, X_4 } 및 { Z_1, Z_2, Z_3 } 플립 오류들은 정보 워드 큐비트들을 탈분극시키고 있음을 보여 준 다. 표 1의 우측 열은 물리적 측정이 가능한 보조 큐 비트들의 오류징후이다. 정보 워드에 대한 물리적 측 정을 할 수 없으므로 QSBC에 의한 $\nu^{\dagger}p\nu$ 연산 결과 에서 {X₁,X₂,Z₁,Z₂}오류를 포함하고 있는 R₂R₁은 QCAD 시뮬레이션에서 미측정 상태를 나타내는 '??' 로 출력되며, {X₃,X₄,Z₃,Z₄}오류정보를 나타내는 R₄R₃는 물리적 측정으로 알 수 있다. {X₁,X₂,X₃} 와 {Z₁,Z₂,Z₄} 오류들은 각각 |01>과 |10>의 같은 오류징후를 보이므로 관측자는 오류 발생은 알 수 있 으나 QC 상의 발생 위치는 알 수 없으므로 오류정정 이 불가능하다. 한편 모든 정보 워드를 탈분극시키는 X₄와 Z₃ 오류는 오류징후가 |11>로 같음을 알 수 있다. 따라서 표 1의 오류징후 상태벡터는 QSBC가 파울리 {X_i,Z_i} 탈분극 오류들에 대한 직접적 오류정 정 기능을 갖추지 못했음을 보여 주고 있다.



Fig. 3 The augmented C[6,2,2] QSBC for k=2

Ⅲ. 증강된 QSBC

본 논문은 Ⅲ장에서 QSBC의 SPCC와 URC 기능 외에 QC에서 발생한 단일 파울리 X 오류의 진단 및 정정 기능을 갖는 증강된 QSBC를 제안하였다.

표 1에서 기존 QSBC가 내장하고 있는 SPCC와 URC 선상에서 각각 발생한 Z₃와 X₄ 오류는 모든 정 보 워드를 탈분극시키며, 오류징후 상태벡터가 |11>로 같다. 따라서 QSBC에 오류정정 기능을 부여하는 문 제는 QSBC가 SPCC와 URC 기능은 보전하면서 중첩 되지 않는 고유한 오류징후 상태벡터를 생성하는 코 드 재배열 문제로 귀결된다. 본 논문은 QSBC의 정보 워드 선상에 cNOT 게이트 쌍을 삽입하는 수많은 실 험을 통해 모든 비트플립 오류징후 상태벡터 들이 고 유한 상태벡터 들로 재배열되는 증강된 QSBC 구조 를 제안한다. 그림 3은 C[4,2,2] QSBC의 SPCC와 URC 사이의 k개 정보 워드 선상에 각각 한 개씩의 cNOT 게이트 쌍을 첨가한 C[6,2,2] QSBC이다. 그림 3의 증강된 QSBC는 표 2와 같이 1 ≤ *i* ≤ 6일 때 QC에서 발생한 X_i 탈분극 오류들이 수신 단의 보조 큐비트 출력 R₆R₅R₄R₃에서 {0101, 1001, 0001, 1101, 0100, 1000)과 같이 중첩되지 않는 고유한 단일 비트 플립 오류징후 상태벡터를 생성함을 알 수 있다. 표 2 는 기존 QSBC의 상태벡터 R.R.가 증강된 QSBC의 R.R.와 R.R.에 보전되고 있음을 보여 준다.

표 2의 6개 오류징후 코드 중에서 n=2(k+1) 확장

때 종자가 되는 4개의 {**0101**,**0100**, 1101, 0100} 오 류징후 상태벡터 들을 '종자벡터'라 부르기로 한다.

표 2. k=2일 때 증강된 QSBC의 QC에서 발생한 탈분극오류 X에 대한 유니터리 변환 결과와 오류징후 Table 2. Unitary transformation results and error syndromes for X,Z depolarization errors in augmented QSBC's QC when k=2

Depolarizing	†	Syndromes
error p	$\nu p\nu$	$R_6 R_5 R_4 R_3$
X_1	X_{5}, X_{3}, X_{1}	0101
X_2	X_{6}, X_{3}, X_{2}	1001
X_3	X_3	0001
X_4	X_6, X_5, X_3, X_2, X_1	1101
X_5	X_5	0100
X_6	X_6	1000

종자벡터에서 1은 좌측 쉬프트 기호를 의미한다. k=2,4,6,...과 같이 2씩 증가되는 증강된 QSBC에 대한 고유한 단일 비트플립 오류징후 상태벡터 생성과 출 력단에 삽입할 단일 비트플립 자동정정 함수 생성 알 고리즘과 k=6인 경우의 적용 예는 아래와 같다.



그림 4. k=2,4,6일 때 증강된 QSBC의 단일 비트플립 오류징후 상태벡터 확장 알고리즘 Fig. 4 Single bit-flip error syndrome state vector extension algorithm of augmented QSBC for k=2,4,6

< 증강된 QSBC의 단일 비트플립 오류징후 상태 벡터 생성 알고리즘 >

1단계. n=2(k+1) 확장을 위한 $|0>^{k-2}$ 과 $|1>^{k-2}$ -tuple 생성:

k 증가에 따른 상태벡터 확장을 위해 종자 벡터 {0**1**01,0**1**00,0001}와 1101의 좌측에 각각 |0 > ^{k-2} -tuple과 |1 > ^{k-2}-tuple을 첨가한다.

예) k=6일 때 |0>⁴ = |0000>, |1>⁴ = |1111> {0000**0101**, 0000**0100**, 00000001, 1111101}

2단계. n=2(k+1)로 확장된 상태벡터에서 종자 벡터 {0101,0100}를 포함하는 상태벡터의 1 시프트 실 행으로 d=2인 새로운 오류징후 상태벡터 들을 생성한 다.

예) {00000101, 00000100}의 1 시프트

0000**0101**={00000101, 00001001, 00010001, 00100001, 01000001, 10000000} 0000**0100**={00000100, 00001000, 00010000, 00100000, 0100000, 10000000}

3단계. 1, 2단계로부터 생성된 모든 오류징후 상태벡 터 들은 C[2(k+1),k,2] QSBC의 고유한 상태벡터들이 다.

예) 단계별 고유한 상태벡터 생성 1단계 : {00000001, 11111101} 2단계 : {00000101, 00001001, 00010001, 00100001, 01000001, 10000000} ∨ {00000100, 00001000, 00010000, 00100000, 01000000, 10000000} 3단계 : 1단계 ∨ 2단계 {00000101, 00001001, 0010001, 00100001, 01000001, 10000001, 00000001, 11111101, 00000100, 00001000, 00010000, 00100000, 01000000, 10000000}

그림 4는 k=2,4,6 확장 시에 증강된 C[2(k+1),k,2] QSBC의 단일 비트플립 오류징후 상태벡터 생성



그림 5. 단일 비트플립 오류의 자동정정이 가능한 증강된 C[6,2,2] QSBC Fig. 5 An augmented C[6,2,2] QSBC with automatic correction of single bit-flip errors

알고리즘의 간략도이다. 정보 워드 영역과 증강영역은 SPCC 출력에 의해 각각 고유한 상태벡터들을 갖게 되며, 증강영역의 비트플립 오류들은 정보 워드에 영 향을 끼치지 않음을 알 수 있다.

중강된 QSBC의 QC에서 발생하는 단일 비트플립 오류를 정정하기 위한 함수를 U_k 라 표기하고, U_k 를 ccNOT 구조의 Toffoli 게이트로 실현하기 위해 식(3) 과 같은 리터럴 함수 표현법[9-10]을 인용하였다.

$$X_i^{R_f \cdot R_g} = \begin{cases} X_i , \text{if } R_f = R_g = 1\\ I , otherwise \end{cases}$$
(3)

식(3)에서 상태벡터 열을 나타내는 십진수 f와 g가 $1 \le f,g \le 2(k+1)$ 일 때 리터럴 $X_i^{R_f \cdot R_g}$ 는 오류 징후 상태벡터 R_f 와 R_g 의 '•'(AND)연산을 통해 $R_f = R_g = 1$ 인 경우에만 X_i 을 실행하고, 그 외의 경우는 항등 연산 I_i 을 실행한다.

<U_k 생성 알고리즘> 1단계 : n=2(k+1) 확장을 위해 종자 벡터 **0101**의 $|0>^{k-2}$ -tuple 생성

예) k=2; 0101, k=4; 000101, k=6; 00000101

2단계 : 종자 벡터의 1 벡터를 좌측으로 시프트 시켜 단일 비트플립 오류정정 상태벡터 집합을 생성한다.

3단계 : 2 단계에서 구한 단일 비트플립 오류정정 상 태벡터로 ccNOT의 Toffoli 게이트를 실현해 정보워 드에서 발생한 X, 오류를 식(4)과 같이 정정한다.

$$U_k := \bigotimes_{\substack{j=k+3\\i=j-k-2}}^{2(k+1)} X_i^{R_j \cdot R_{k+1}}$$
(4)

예) k=2,4,6인 경우의 U_k 실현

$$U_2 = X_2^{R_6 \cdot R_3} \otimes X_1^{R_5 \cdot R_3} \tag{5}$$

$$U_4 = X_4^{R_{10} \cdot R_5} \otimes X_3^{R_9 \cdot R_5} \otimes X_2^{R_8 \cdot R_5} \otimes X_1^{R_7 \cdot R_5}$$
(6)

$$U_{6} = \otimes X_{4}^{R_{12} \cdot R_{7}} \otimes X_{3}^{R_{11} \cdot R_{7}} \otimes X_{2}^{R_{10} \cdot R_{7}} \otimes X_{1}^{R_{0} \cdot R_{7}}$$
(7)
$$X_{6}^{R_{14} \cdot R_{7}} \otimes X_{5}^{R_{13} \cdot R_{7}}$$

그림 5는 그림 3의 k=2인 C[6,2,2] QSBC 출력단에 단일 비트플립오류 자동정정 함수 U_2 을 Toffoli 게이 트로 실현한 단일 비트플립오류 자동정정 기능을 갖 는 증강된 QSBC이다.

Ⅳ. QCAD 시뮬레이션 및 검토

n=2(k+1) 증강된 QSBC는 $1 \le i \le 2(k+1)$ 일 때 파울리 X_i, Y_i 오류에 의한 모든 단일 비트플립 오류 에 대한 발생 위치검출과 자동정정이 가능하다. 반면 에 Z_i 오류는 URC의 홀수 패리티 정보만을 R_{k+2} 에 출력하므로 Z_i 오류 발생 위치는 판별할 수 없다. 파울리 Y_i 오류는 식(8)과 같이 고유한 X_i 와 Z_i 의 XOR 연산 결과를 반영한다.

$$Y_i = X_i \oplus Z_i \tag{8}$$

따라서 증강된 QSBC는 Shor 코드[5]와 같이 X_i 와 Z_i 의 이중 오류를 검출할 수 있으며, 이중 오류에 포 함된 단일 X_i 오류는 자동정정이 가능하다. 다음은 이중 오류에 대한 사고실험(thought experiment)과 QCAD 시뮬레이션이다.

이중 오류 예) k=6, i \leq k+2일 때 $X_1 \oplus Z_3$

1) 사고실험 $X_1 \oplus Z_3 = X_1 \oplus R_{k+2} = X_1 \oplus R_8$ $X_1 \oplus Z_3 = 00000101 \oplus 00000010$ = 00000111

2) QCAD 시뮬레이션 실험

그림 6은 이중 오류 $X_1 \oplus Z_3$ 에 대한 QCAD 시뮬레 이션의 물리적 측정 결과로서 보조 큐비트의 오류징 후 상태벡터를 보여 준다. 위의 사고실험에 의한 예측 결과와 QCAD 시뮬레이션의 실험 결과가 같음을 확 인할 수 있다. 증강된 QSBC의 자동오류정정은 식(7) 에서 |00000101>의 Toffoli 게이트 실현인 $X_1^{R_0 \cdot R_7}$ 에 의해 실행됨을 알 수 있다.

<mark>بک</mark>	QCAD	-	Qubtis	Status
-----------------	------	---	--------	--------

E i		н	14
	ie.	u	11

6, 00000110?????>, 0.0000000	
7, 00000111?????>, 1.0000000	
8, 00001000?????>, 0.0000000	

그림 6. k=6일 때 증강된 QSBC의 X₁ ⊕ Z₃ 이중 오류 검출 및 자동정정

Fig. 6 Double error detection and automatic correction of augmented QSBC when k=6

표 3은 기존 QSBC[1-2]와 본 논문이 제안한 증강 된 QSBC와의 성능 비교표이다. 첫 번째 성능 비교는 확장성 비교로서 본 논문과 비교 방법은 정보 워드 k 에 대해 각각 n=2(k+1)과 n=k+2의 확장성을 보였다. 이 비교를 통해 k가 커질수록 본 논문 방법의 코드 행 크기가 기존의 QSBC보다 약 2배 규모로 증가 되 는 구조임을 알 수 있다.

	표 3. 성능	비교표	
Table 3.	Performance	comparison	table

Comparison	Augmented	00000	
items	QSBC	QSBC	
Scalability	2(k+1)	k+2	
D + 11	all single X		
Detectable	Z_{odd}	$X_{odd},\ Z_{odd}$	
error	$X \oplus Z_{odd} = Y$		
Correctable	all single X	directly	
error	(including Y)	impossible	
Coding roto	min 1/3	min 1/4	
Coung rate	max 1/2	max 3/4	
	classic QECC*	0500**	
Applications	(QECC ^{**})	QECC	
Applications	*the most probably error		
	**the most probably error coset		

두 번째 성능 비교는 검출 가능한 오류의 유형 비교 이다. 고전적 QECC의 성능 비교를 위해 물리적 측정 을 시행할 경우 기존 QSBC는 X_{odd}와 Z_{odd}로 패킹 된 패리티 정보만 제공한다. 이에 반해 증강된 QSBC는 모든 단일비트플립 오류, Z_{odd} 오류 및 이들의 XOR 조합 오류들을 검출할 수 있다. 증강된 QSBC는 물리 적 측정을 하지 않는 경우(즉, non-catastrophic) 기존 QSBC 기능을 보전하며, Stabilizer 측정 기법을 사용 할 수 있다. 세 번째는 정정 가능한 오류 유형의 비교 이다. 증강된 QSBC는 파울리 {X,Y} 오류에서 발생하 는 모든 단일 비트플립 오류의 자동정정이 가능했지 만, 기존 QSBC는 오류정정에 외부의 고전적 SISO 시스템 정보를 활용해야 한다. 네 번째 코딩률 비교에 서 본 논문 방법은 k=2일 때 최소 코딩률이 1/3이며, k가 증가함에 따라 최대 코딩률은 1/2에 수렴한다. 이 에 반해 QSBC를 이용하는 최신 양자오류정정 기법 은 최소 1/4과 최대 3/4 코딩률[2]을 보인다. 증강된 QSBC의 코딩률이 기존 QSBC보다 낮은 이유는 단일 비트플립 오류의 검출을 위해 삽입한 k개의 보조큐비 트에 의해 오류 검출 기능은 향상되었지만 코딩률이 낮아지는 trade-off에 기인한다. 마지막으로 적용 분 야 비교에서 본 논문이 제안한 증강된 QSBC는 기존 QSBC의 기능을 보전하면서 단일 비트플립오류의 자 동정정 기능을 갖춤으로써 고전적 QECC에도 사용될 수 있다.

V. 결론

본 연구는 기존 QSBC에 각각 k개의 cNOT 게이 트쌍과 ccNOT 게이트를 추가할 경우 SPCC와 URC 기능은 보전하면서 고유한 단일 비트플립오류의 진단 과 자동 오류정정 기능을 추가할 수 있음을 보였다. 제안한 증강된 QSBC는 모든 단일비트플립 오류와 홀수 패리티의 위상플립 오류 및 이들의 XOR 조합에 의한 이중 오류의 검출이 가능했고, 단일 파울리 X 및 Y 오류에 의해 발생된 비트플립 오류를 k개의 Toffoli 게이트를 추가해 자동 정정할 수 있었다. 본 연구 결과는 고전적 개념의 '가장 가능성이 높은 오 류' 정정 기법과 축퇴 오류의 잉여류 패킹에 의한 '가 장 가능성이 높은 오류 코셋' 정정 기법을 활용하는 near hashing bound 기법 모두에 활용될 수 있을 것 으로 사료된다. 따라서 증강된 QSBC를 near hashing bound 기법에 사용할 경우 증강된 QSBC의 비트플립 오류 자동정정 기능의 효율적 활용 방안에 관한 추가 적 연구가 요구된다. 본 논문 제안 방법을 near hashing bound 기법에 활용할 경우 k개의 보조 큐비 트 삽입으로 인해 최대 코딩률이 1/2로 제한되는 trade-off가 존재한다.

References

- [1] Z. Babar, P. Botsinis, D.Alanis, S. X. Ng, and L. Hanjo, "The Road From Classical to Quantum Codes : A Hashing Bound Approaching Design Procedure," *IEEE Access*, vol. 3, 2015, pp. 146-176.
- [2] D. Chandra, Z. Babar, S. X. Ng, and L. Hanjo, "Near-Hashing-Bound Multiple-Rate Quantum Turbo Short-Block Codes," *IEEE Access*, vol. 7, 2019, pp. 52712-52730.
- [3] M. M. Wilde, M. H. Hsieh, and Z. Babar, "Entanglement-Assisted Quantum Turbo Codes," *IEEE J. of Trans. on Information Theory* , vol. 60, no. 2, 2014, pp. 1203-222.
- [4] Z. Babar, D. Chandra, H. V. Nguyen, P. Botsinis, D. Alanis, S. X. Ng, and L. Hanjo, "Duality of Quantum and Classical Error Correction Codes : Design Principles and Examples," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, no. 1, 2019, pp. 970-1010.
- [5] P. W. Shor, "Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory," *Phys. Rev. A, Gen. Phys.*, vol. 52, no. 4, 1995. pp. R.2493-2496.
- [6] D. Park and B. Kim, "New QECCs for Multiple Flip Error Correction," J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science, vol. 14, no. 5, 2019, pp. 907-916.
- [7] R. Laflamme, C. Miquel, J. Paz, and W. Zurek, "Perfect Quantum Error Correction Code," *Phys. Rev. Lett.* 77, 1 July 1996, pp. 198-201.
- [8] R. Anitha and Dr. B. Vijayalakshmi, "Simulation of quantum encoder & decoder with flip bit error correction using reversible quantum gates," 2018 Int. Conf. on Recent Trends in Electrical, Control and

Communication (RTECC), Selangor, Malaysia, Mar. 2018, pp. 99-102.

- [9] D. Park, "A New Function Embedding Method for the Multiple-Controlled Unitary Gate based on Literal Switch," J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science, vol. 12, no. 1, 2017, pp. 101-107.
- [10] D. Park,"Function Embedding and Projective Measurement of Quantum Gate by Probability Amplitude Switch," J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science, vol. 12, no. 6, 2017, pp. 1027-1034.



김백기(Baek-Ki Kim)

1985년 경희대학교 전자공학과 졸업(공학사) 1987년 경희대학교 전자공학과 졸업(공학석사)

1997년 경희대학교 전자공학과 졸업(공학박사) 2022년 현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수 2019년 ICT 플랫폼 학회 회장 ※ 관심분야 : 신호처리, 의료시스템



저자 소개

박동영(Dong-Young Park)

1980년 인하대학교 전자공학과 졸업(공학사) 1985년 인하대학교 대학원 전자

공학과 졸업(공학석사)

1995년 인하대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 박사)

2022년 현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수 ※ 관심분야 : 다치시스템, 양자오류정정



서상민(Sang-Min Suh)

1991년 한양대학교 전자통신공학 과 졸업(공학사) 1994년 한양대학교 전자통신공학 과 졸업(공학석사)

2003년 한양대학교 전자통신전파공학과 졸업(공학 박사) 2004~2019 삼성전자 근무

2004 2019 급 3천가 근 1 2020~현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수 ※ 관심분야 : AI, Robotics