

이진 마르코프 연쇄 모형 기반 실시간 원격 추정값의 오차 분석

Analysis of Real-time Error for Remote Estimation Based on Binary Markov Chain Model

Yutae Lee*

*Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

ABSTRACT

This paper studies real-time error in the context of monitoring a symmetric binary information source over a delay system. To obtain the average real-time error, the delay system is modeled and analyzed as a discrete time Markov chain with a finite state space. Numerical analysis is performed on various system parameters such as state transition probabilities of information source, transmission times, and transmission frequencies. Given state transition probabilities and transmission times, we investigate the relationship between the transmission frequency and the average real-time error. The results can be used to investigate the relationship between real-time errors and age of information.

Keywords : Binary Markov source, Discrete time Markov chain, Real-time error, Remote estimation

I. 서론

최근 통신 기술의 발달로 원격 협업과 원격지와의 역동적인 상호 작용이 가능해졌다. 특히 사이버-물리 시스템과 사물인터넷에서부터 시기적절한 데이터 분석에 이르기까지 실시간 원격 모니터링 어플리케이션에 대한 관심이 급증하고 있다[1]. 그러나 원격 작업은 불규

칙하고 때로는 매우 긴 통신 지연 시간을 유발할 수 있다. 원격지와의 통신 지연 시간이 비교적 긴 경우, 원격지로부터 전송된 정보만을 가지고 원격지 환경의 상태를 실시간으로 파악하기는 어려우며, 이에 관련한 연구가 필요하다.

이와 관련된 연구에는 정보의 신선도를 평가하기 위한 AoI(Age of Information) 측도 분석[2]과 더불어 실시간 원격 추정의 정확도 분석 등이 있다. 여기서는 실시간 원격 추정의 정확도를 분석하는 문제를 다룬다. 센서가 어떤 상황을 관찰하여 정보를 샘플링하고 원격 추정자로 전송하는 상황에서, 원격 추정자의 목적은 센서가 관찰한 상황을 최소한의 오차로 복구하고자 하는 것이다. 원격 추정자가 수신하는 정보량에 따른 비용과 복구 오차 사이에는 기본적인 상관관계가 있다.

본 논문에서는 대칭적인 이진 마르코프 정보원의 상태를 원격으로 추정할 때의 실시간 오차를 유도한다. 논문[3]은 이진 마르코프 정보원의 원격 추정에 대한 평균 실시간 오차와 평균 AoI 및 평균 AoII(Age of Incorrect Information)[4]를 고려하였다. 이를 위해 추정값이 맞지 않는 시간을 비용으로 정의한 마르코프 결정 과정을 RVI(Relative Value Iteration) 알고리즘을 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 본 논문에서는 시스템을 유한한 상태 공간을 갖는 이산 시간 마르코프 연쇄 과정으로 모형화한다. 또한 정보원의 상태 변화 확률, 전송 시간, 전송 빈도에 따른 실시간 원격 추정값의 평균 오차에 대한 수치 분석을 수행한다.

논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다: 제 2절에서는 원격 모니터링 시스템과 정보원에 대한 시스템 모형을 제시한다. 제 3절에서는 고려하는 성능 지표인 실시간 오차를 제시하고, 유한한 상태 공간을 갖는 이산 시간 마르코프 연쇄 과정으로 모형화하여, 평균 실시간 오차를 구한다. 제 4절에서는 다양한 매개 변수에 대해 평균 실시간 오차에 대한 수치 결과를 제시한다. 마지막으로 이를 바탕으로 제 5절에서 결론을 제시한다.

Received 16 December 2021, Revised 24 December 2021, Accepted 16 January 2022

* Corresponding Author Yutae Lee(E-mail:ylee@deu.ac.kr, Tel:+82-51-890-1682)

Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2022.26.2.317>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

II. 시스템 모형

채널이 사용되고 있지 않을 때 정보원이 슬롯의 시작점에서 패킷의 생성 및 전송 여부를 결정하는 이산 시간 대기 행렬 모형을 고려한다. 정보원은 이전 패킷의 전송이 완료되지 않아 채널이 사용 중일 때에는 새로운 패킷을 생성하지 않는다. 채널이 사용되고 있지 않을 때에는 새로운 패킷을 생성하지 않을 수도 있고, 새로운 패킷을 생성하여 다음 슬롯에서 패킷 전송을 시작할 수도 있다. 채널이 비어 있을 때, 정보원이 패킷을 생성하여 패킷 전송을 시작할 확률을 p_T 라 하고 패킷 전송을 시작하지 않을 확률을 $\bar{p}_T = 1 - p_T$ 라 하자.

전송되는 패킷은 랜덤한 수의 슬롯 동안 지연을 겪은 후, 수신 측 모니터에 오류 없이 수신된다. 수신 측 모니터는 도착한 패킷으로부터 정보원의 현재 상태에 대한 정보를 얻는다. 이 논문에서는 기하 분포의 지연 시간을 고려한다. 각 슬롯 경계에서 전송 중인 패킷이 전송 완료될 확률을 p_s 라 하자. 일단 수신 측 모니터가 패킷을 수신하면, 모니터는 즉각적인 ACK를 정보원으로 보낸다. 이 ACK를 통해 정보원은 채널이 비게 되어 다른 패킷을 보낼 수 있게 되었다는 것을 알게 된다.

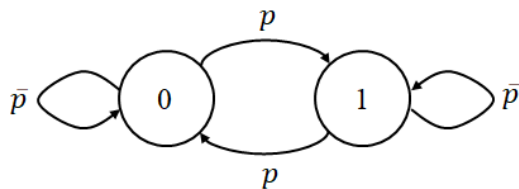


Fig. 1 Symmetric binary Markov source

정보원은 그림 1과 같은 대칭적인 이진 마르코프 모형[5]으로 가정한다. 상태가 바뀔 확률은 p 이고 상태가 바뀌지 않을 확률은 $\bar{p} = 1 - p$ 이다. 정보원의 상태 전이는 슬롯 경계에서 이루어진다.

III. 실시간 오차 분석

본 논문에서 고려하는 성능 측도는 평균 실시간 오차이다. 확률 변수 S_n 을 다음과 같이 정의한다: n 번째 슬롯의 시작점에서 수신 측 모니터에서의 추정값이 정보원의 실제 상태와 일치하면 0이고, 수신 측 모니터에서

의 추정값이 정보원의 실제 상태와 일치하지 않으면 1이다. 확률 변수 T_n 는 다음과 같이 정의한다: n 번째 슬롯의 시작점에서 패킷이 전송되고 있지 않으면 -1이고, 패킷이 전송 중이고 전송 중인 패킷에 포함된 정보원의 상태 정보가 정보원의 현재 상태와 일치하면 0, 패킷이 전송 중이고 전송 중인 패킷에 포함된 정보원의 상태 정보가 정보원의 현재 상태와 일치하지 않으면 1이다. n 번째 슬롯의 시작점에서 시스템 상태를 이산 시간 확률 변수(random variable) (S_n, T_n) 으로 나타내면, 확률 과정 $\{(S_n, T_n), n = 1, 2, \dots\}$ 는 마르코프 연쇄 과정이 된다[6]. 이 마르코프 연쇄 과정의 상태 공간은 $\{(0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$ 이다.

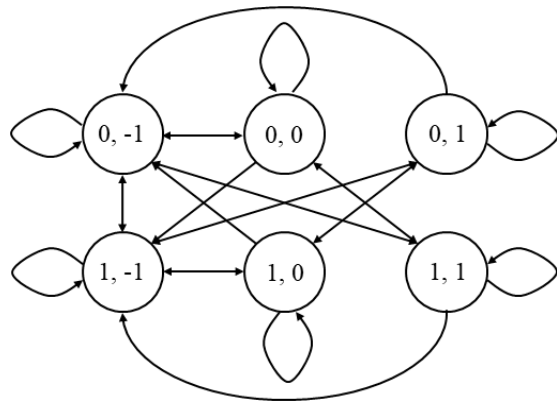


Fig. 2 State transition diagram

확률 분포 $\pi = (\pi_{0,-1}, \pi_{0,0}, \pi_{0,1}, \pi_{1,-1}, \pi_{1,0}, \pi_{1,1})$ 을 마르코프 연쇄 $\{(S_n, T_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 정상상태에서의 확률 분포(steady-state probability distribution)라 하면, $\{\pi_{i,j}, i = 0, 1, j = -1, 0, 1\}$ 는 $\pi_{k,l} = \sum_{i,j} \pi_{i,j} p^{(i,j),(k,l)}$, $\sum_{i,j} \pi_{i,j} = 1$ 을 만족하는 유일한 해이다. 여기서 조건부 확률 $p^{(i,j),(k,l)} \equiv P\{S_{n+1} = k, T_{n+1} = l \mid S_n = i, T_n = j\}$ 는 상태 전이 확률이며 n 에 의존하지 않는다. 상태 전이도는 그림 2와 같고, 상태 전이 확률은 간단한 계산을 통해 표 1과 같은 결과를 얻을 수 있다. 여기서 확률 p_T 는 패킷 전송을 시작할 확률이고 $\bar{p}_T = 1 - p_T$ 이며, 확률 p_s 는 전송이 완료될 확률이고 $\bar{p}_s = 1 - p_s$ 이며, 확률 p 는 정보원의 상태가 바뀔 확률이고 $\bar{p} = 1 - p$ 이다. 상태 전

이 행렬 P 는 다음과 같다:

$$\begin{pmatrix}
 \overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p} & \overline{p_T p_s p} & 0 & \overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p} & 0 & \overline{p_T p_s p} \\
 \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p} \\
 \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & 0 \\
 \overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p} & 0 & \overline{p_T p_s p} & \overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p} & \overline{p_T p_s p} & 0 \\
 \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & 0 \\
 \overline{p_s p} & \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p} & 0 & \overline{p_s p}
 \end{pmatrix}$$

Table. 1 State transition probabilities.

S_n, T_n	S_{n+1}, T_{n+1}	transition probability
0, -1	0, -1	$\overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p}$
	0, 0	$\overline{p_T p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p}$
	1, 1	$\overline{p_T p_s p}$
0, 0	0, -1	$\overline{p_s p}$
	0, 0	$\overline{p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_s p}$
	1, 1	$\overline{p_s p}$
0, 1	0, -1	$\overline{p_s p}$
	0, 1	$\overline{p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_s p}$
	1, 0	$\overline{p_s p}$
1, -1	0, -1	$\overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p}$
	0, 1	$\overline{p_T p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_T p} + \overline{p_T p_s p}$
	1, 0	$\overline{p_T p_s p}$
1, 0	0, -1	$\overline{p_s p}$
	0, 1	$\overline{p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_s p}$
	1, 0	$\overline{p_s p}$
1, 1	0, -1	$\overline{p_s p}$
	0, 0	$\overline{p_s p}$
	1, -1	$\overline{p_s p}$
	1, 1	$\overline{p_s p}$

선형 연립 방정식 $\pi P = \pi, \pi e = 1$ 을 풀면, 마르코프 연쇄 $\{(S_n, T_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 정상상태에서의 확률 분

포 π 를 구할 수 있다[7].

수신 측 모니터에서의 추정값이 정보원의 실제 상태와 일치하면 $S_n = 0$ 이고 수신 측 모니터에서의 추정값이 정보원의 실제 상태와 일치하지 않으면 $S_n = 1$ 이므로, 수신 측 모니터에서의 추정값이 정보원의 실제 상태와 일치하지 않을 때의 오차를 1이라 하면, 평균 실시간 오차 ϵ 는 $\epsilon = \pi_{1,-1} + \pi_{1,0} + \pi_{1,1}$ 이다.

IV. 수치 해석

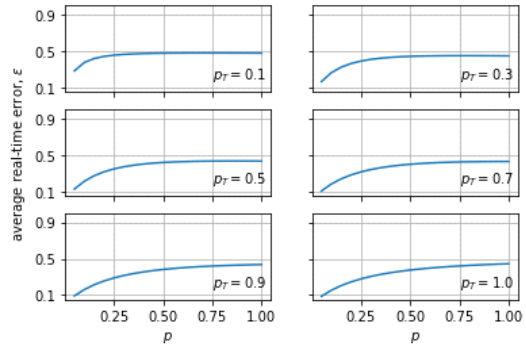


Fig. 3 Real-time error, $p_s = 0.5$

본 절에서는 몇 가지 수치적인 예를 제공한다. 먼저 채널이 사용 중이지 않을 때의 전송 확률 p_T 의 다양한 값에 대해 정보원의 상태가 바뀔 확률 p 에 따라 평균 실시간 오차 ϵ 을 비교한다(그림 3). 이 결과를 위해 전송 완료 확률 p_s 는 0.5이고 전송 확률 p_T 는 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1인 경우를 다룬다. 정보원의 상태 변화가 뜸할수록(p 가 작을수록) 평균 실시간 오차는 전송 빈도에 더 크게 의존하고, 이 경우 전송을 자주 할수록(p_T 가 클수록) 평균 실시간 오차가 더 작다는 것을 알 수 있다.

다음으로 전송 중인 패킷의 전송 완료 확률 p_s 의 다양한 값에 대해 정보원의 상태가 바뀔 확률 p 에 따라 평균 실시간 오차 ϵ 을 비교한다. 이 결과를 위해 전송 완료 확률 p_T 는 0.1(그림 4), 1.0(그림 5)인 경우와 $p_T = p$ (그림 5)인 경우를 다룬다. 전송 확률 p_s 값은 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1이다. 전송 시간이 길수록(p_s 가 작을수록) 평균 실시간 오차를 줄이기 위해서는 전송을 자주 해야 하고, 전송 시간이 짧은 경우에는 정보원의 상태 변화가

뜸하면 전송 빈도를 높이고(p_T 를 크게 하고) 그렇지 않으면 전송 빈도를 줄여야(p_T 를 작게 해야) 한다는 것을 알 수 있다.

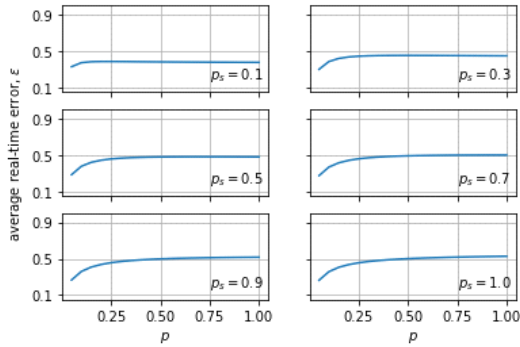


Fig. 4 Real-time error, $p_T = 0.1$

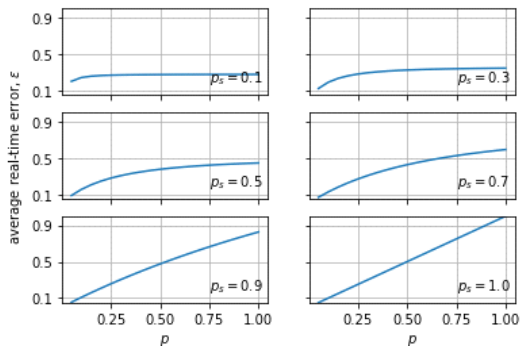


Fig. 5 Real-time error, $p_T = 1.0$

V. 결론

본 논문에서는 대칭적인 이진 마르코프 정보원의 상태를 원격으로 추정할 때의 실시간 오차를 유도하기 위해 시스템을 유한한 상태 공간을 갖는 이산 시간 마르코프 연쇄 과정으로 모형화하여 분석하였다. 정보원의 상태 변화 확률, 전송 시간, 전송 빈도에 따른 실시간 원격 추정값의 평균 오차에 대한 수치 분석을 수행하였다. 정보원의 상태 변화 확률과 전송 시간에 따라 전송 빈도를 변경함으로써 평균 실시간 오차를 줄일 수 있는 것으로 나타났다. 정보원의 상태 변화가 뜸할수록 평균 실시간 오차는 전송 빈도에 더 크게 의존하고, 이 경우 전송을 자주 할수록 평균 실시간 오차가 더 작다는 것을 알 수

있었다. 또한 전송 시간이 길수록 평균 실시간 오차를 줄이기 위해서는 전송을 자주 해야 하고, 전송 시간이 짧은 경우에는 정보원의 상태 변화가 뜸하면 전송 빈도를 높이고 그렇지 않으면 전송 빈도를 줄여야 한다는 것을 알 수 있었다. 본 연구 결과는 실시간 오차와 정보 신선도와의 관계를 조사하는데 활용될 수 있을 것이다.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT).(No. NRF-2021R1A2C1011756)

REFERENCES

- [1] G. Rule and E. Akyol, "Strategic remote estimation," in *Proceeding of the 54th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, CA, USA, pp. 751-757, Nov. 2020.
- [2] Y. Lee, "Freshness ratio of information: a new metric for age of information," *Electronics Letters*, vol. 56, no. 3, pp. 139-141, Feb. 2020.
- [3] C. Kam, S. Kompella, and A. Ephremides, "Age of incorrect information for remote estimation of a binary Markov source," in *Proceeding of the IEEE INFOCOM 2020 - IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPs)*, ON, Canada, pp. 1-6, Jul. 2020.
- [4] A. Maatouk, S. Kriouile, M. Assaad, and A. Ephremides, "The Age of Incorrect Information: A New Performance Metric for Status Updates," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 28, no. 5, pp. 2215-2228, Oct. 2020.
- [5] E. Verbitskiy, "Thermodynamics of the binary symmetric channel," *Pacific Journal of Mathematics for Industry*, vol. 8, no. 2, 2016.
- [6] Y. Lee, "Performance of dynamic spectrum access scheme using embedded Markov chain," *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 17, no. 9, pp. 2036-2040, Sep. 2013.
- [7] J. Mo, *Performance Modeling of Communication Networks with Markov Chains*, Morgan & Claypool, 2010.