

반사 타겟의 관측 오차 특성 분석 – 세종 VLBI IVP 결합 측량

Characteristics of Measurement Errors due to Reflective Sheet Targets - Surveying for Sejong VLBI IVP Estimation

홍창기¹⁾ · 배태석²⁾

Hong, Chang-Ki · Bae, Tae-Suk

Abstract

Determination of VLBI IVP (Very Long Baseline Interferometry Invariant Point) position with high accuracy is required to compute local tie vectors between the space geodetic techniques. In general, reflective targets are attached on VLBI antenna and slant distances, horizontal and vertical angles are measured from the pillars. Then, adjustment computation is performed by using the mathematical model which connects measurements and unknown parameters. This indicates that the accuracy of the estimated solutions is affected by the accuracy of the measurements. One of issues in local tie surveying, however, is that the reflective targets are not in favorable condition, that is, the reflective sheet target cannot be perfectly aligned to the instrument perpendicularly. Deviation from the line of sight of an instrument may cause different type of measurement errors. This inherent limitation may lead to incorrect stochastic modeling for the measurements in adjustment computation procedures. In this study, error characteristics by measurement types and pillars are analyzed, respectively. The analysis on the studentized residuals is performed after adjustment computation. The normality of the residuals is tested and then equal variance test between the measurement types are performed. The results show that there are differences in variance according to the measurement types. Differences in variance between distances and angle measurements are observed when F-test is performed for the measurements from each pillar. Therefore, more detailed stochastic modeling is required for optimal solutions, especially in local tie survey.

Keywords : VLBI IVP, Local Tie Surveying, Adjustment Computation, Measurement Errors

초 록

우주 측지 기술 사이의 상대적인 위치 관계를 설명하는 벡터를 결정하기 위해서는 VLBI IVP (Very Long Baseline Interferometry Invariant Point)의 위치를 정밀하게 계산하여야 한다. 이를 위해 일반적으로 VLBI 안테나에 반사 타겟을 부착한 후 필라들로부터 경사 거리, 수평각, 수직각을 관측한다. 그 다음 단계에서는 관측값과 미지수를 연결하는 수학 모델을 이용하여 조정 계산을 수행하게 된다. 따라서 계산된 미지수는 관측값의 정밀도에 영향을 받게 된다. 이때 특히 문제가 되는 것은 반사 타겟이 일반적인 측량 정밀도를 확보하기 어려운 곳에 위치하고 있다는 점이다. 즉, 반사 타겟의 방향을 조정하여 측량 기기에 정확하게 맞출 수 없다는 것이다. 따라서 이러한 부분은 관측 오차에 또 다른 형태로 나타날 것이며 조정 계산 시 오차 모델링에 오류를 발생시킬 수도 있다. 본 연구에서는 조정 계산 후 계산된 잔차의 특성에 대한 분석을 수행하였다. 먼저 관측 타입별 통계 분석을 통해 정규성을 검정하였으며 분산에 차이가 있는 지에 대한 검정도 실시하였다. 관측 타입별로 등분산 검정을 한 경우 분산이 서로 다른 것으로 나타났다. 각 필라에 대해 관측 타입별 등분산 검정을 했을 때 경사 거리와 수평 및 수직각 사이에는 분산에 차이가 있는 것으로 나타났다. 따라서 결합 측량으로부터 최적의 결과를 얻기 위해서는 관측 오차에 대해 보다 세분화된 모델링이 필요한 것으로 나타났다.

핵심어 : VLBI IVP, 결합 측량, 조정 계산, 관측 오차

Received 2022. 08. 01, Revised 2022. 08. 09, Accepted 2022. 08. 16

1) Member, Professor, Dept. of Geoinformatics Engineering, Kyungil University (E-mail: ckhong@kiu.ac.kr)

2) Corresponding Author, Member, Professor, Dept. of Geoinformatics Engineering, Sejong University (E-mail: baezae@sejong.ac.kr)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging), GNSS (Global Navigation Satellite System) 등의 우주 측지 기술은 세계측지계인 ITRF (International Terrestrial Reference Frame)를 구현하는 데 중요한 역할을 하고 있으며 우리 나라의 경우도 국토지리정보원에서 측지용 VLBI와 SLR을 설치하여 운용 중에 있다. VLBI 혹은 SLR을 ITRF에 편입을 위해서는 기존 ITRF와의 상대적인 위치를 정확하게 결정해야 하며 이러한 목적의 측량을 결합 측량(local tie survey)이라고 한다. 결합 측량을 위해서는 안테나 주변에 필라를 설치한 후 필라로부터 안테나에 부착된 반사 타겟에 대해 경사 거리, 수평각, 수직각을 관측하게 된다. 관측된 데이터로부터 조정 계산을 통해 반사 타겟의 지역 좌표(x,y,z)를 산정한 후 수학 모델을 적용하여 안테나의 기준점(IVP) 좌표를 결정한다(Johnston *et al.*, 2004; Sarti *et al.*, 2004; Dawson *et al.*, 2007). 이때 필요한 조정 계산은 크게 두 부분으로 나눌 수 있으며 관측값과 미지수를 수학적으로 연결시켜주는 함수 모델(functional model)과 관측값의 오차크기를 정의해 주는 통계 모델(stochastic model)로 나눌 수 있다(Schaffrin, 2003; Ghilani, 2010). 일반적으로 관측오차 크기는 측량 기기 제조업체에서 제공하는 사양을 참조하여 설정하게 되지만 개인 오차 또는 대기 보정 오차로 인해 실제 관측 오차 크기와는 다를 수도 있다. 따라서 실제 데이터 기반의 관측 오차 크기는 조정 계산 후 잔차로부터 계산된 단위 분산(variance component)을 이용하여 추정하게 된다. 하지만 이질적(heterogeneous)인 관측 데이터를 사용하는 경우 하나의 단위 분산만으로는 신뢰할 수 있는 조정 계산 결과를 얻기 어려울 수 있기 때문에 각각의 관측 데이터 타입별로 단위 분산을 할당하여 계산하는 단위 분산 모델(variance component model)을 사용하기도 한다(Teunissen and Amiri-simkooei, 2008; Amiri-Simkooei *et al.*, 2013; Qian *et al.*, 2016). 결합 측량은 기본적으로 경사 거리, 수직각, 수평각을 관측하므로 3 종류의 서로 다른 관측 타입이 존재하는 경우에 해당된다. 뿐만 아니라 안테나에 부착된 반사 타겟은 측량 기기 방향으로 수직인 상태로 있지 않기 때문에 측량 기기와 반사 타겟의 위치에 따라 관측 오차는 달라질 수 있다. 즉, 결합 측량은 일반적인 측량 환경이 아니기 때문에 관측 타입별 오차 모델링뿐만 아니라 측량 기기와 반사 타겟의 상대적인 위치도 동시에 고려되어야 한다.

우리 나라 세종 VLBI 관측소의 IVP결정 시 관측 오차를 고려한 연구가 Hong *et al.* (2020)에 의해 수행된 바 있으며 조

정 계산을 통해 IVP를 결정할 경우 관측 오차에 대한 통계 특성이 적절히 고려되어야 함을 보였다. 본 연구에서는 결합 측량 시 반사 타겟의 정렬 오차로 인해 발생하는 관측 오차의 특성을 분석하고자 하였다. 이를 위해 결합 측량을 통해 획득된 관측 데이터에 대해 조정 계산을 수행한 후 계산된 잔차에 대한 분석을 수행하였다. 정규화된 잔차에 대한 통계 분석을 통해 정규성을 검정하였으며 관측 타입별 관측 오차의 크기(분산)에 차이가 있는지를 확인하기 위해 F-검정을 수행하였다. 필라별로 관측값을 구분하여 상대적인 분산차가 존재하는 지를 확인하기 위해 마찬가지로 F-검정을 수행하였다. 이 분석 결과로부터 결합 측량 데이터 처리 시 요구되는 관측 오차에 대한 추가적인 오차 모델링 방법을 제시하고자 한다.

2. 연구 방법

VLBI IVP의 3차원 위치를 결정하기 위한 다양한 방법이 있으나 일반적으로 VLBI 안테나 주위에 필라를 설치한 후 필라를 기준으로 지역 좌표계를 정의한다. 지역 좌표계를 정의한 후 필라들 사이의 경사 거리, 수평각, 수직각을 관측하여 필라들의 지역 좌표값을 결정한다. 이렇게 결정된 필라들의 위치로부터 안테나에 부착된 반사 타겟의 경사 거리, 수평각, 수직각을 측정하여 반사 타겟의 위치를 다시 계산하게 된다(Dawson *et al.*, 2007; Woods, 2007). 즉, 필라와 반사 타겟의 위치를 결정할 때 경사 거리, 수평각, 수직각이 공통으로 사용되고 있다는 것을 알 수 있다. 이 연구의 주된 목적은 관측값의 종류에 따른 오차의 특성을 분석하기 위한 것이기 때문에 이에 적합한 조정 계산 모델을 적용한 후 잔차에 대한 통계 분석을 수행하였다. MINOLESS (Minimum Norm Least-Squares Solution)은 다양한 조정 계산 모델 중 계수부족(rank deficiency) 문제를 피할 수 있으며 동시에 필라와 반사 타겟이 이루는 기하(geometry)에 왜곡이 최소가 되는 조정 계산 모델로 알려져 있다(Snow, 2002; Schaffrin, 2003). 따라서 연구 목적에 부합하는 조정 계산 모델로 판단하였으며 조정 계산 후 잔차에 대한 분석을 수행하였다. 서로 다른 종류의 관측으로부터 계산된 잔차는 단위가 서로 다르기 때문에 직접적인 비교에는 한계가 있다. 따라서 정규화된 잔차, 즉 'studentized 잔차'(이하 '잔차'로 표기)를 계산하여 그 결과값을 통계 분석에 이용하였다. 먼저 관측 종류별로 계산된 잔차가 정규 분포를 보이고 있는 지를 확인하기 위해 정규 검정(normality test)을 하였으며 이때 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)를 기준으로 분석을 수행하였다. 정규성 검토 후에는 관측 종류별로 잔차의 분산값이 유의미한 수준에서 서로

같은 지 혹은 다른 지에 대해 판단을 위해 분산 검정을 수행하였다. 또한 각 필라의 위치가 상이하기 때문에 발생 가능한 잔차의 특성을 분석하기 위해 각 필라에서 취득된 데이터 타입 별로 각각에 대해 정규 검정 및 분산 검정을 수행하였다. Fig. 1은 연구의 흐름도를 나타낸 것이다.

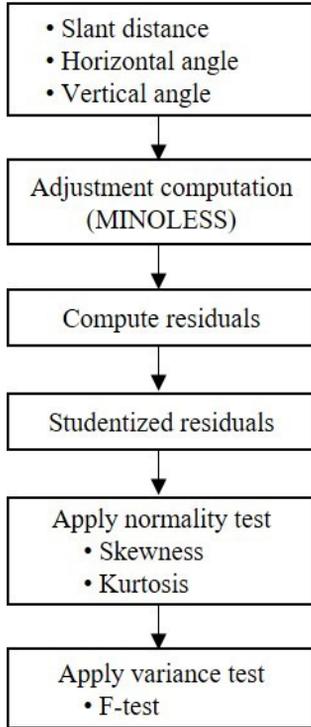


Fig. 1. Flowchart of the study

3. 이론적 배경

3.1 조정 계산

필라를 기준으로 다른 필라 혹은 반사 타겟 사이의 경사 거리, 수평각, 수직각을 관측하여 미지수인 좌표를 결정하는 경우 관측값과 미지수를 수학적으로 연결하는 관측 방정식이 필요하다. 측량에서 기본적으로 사용되는 관측값인 경사 거리, 수평각, 수직각에 대한 관측 방정식은 비선형식이며 따라서 조정 계산에 적용을 위해서는 선형화가 필요하다 (Ghilani, 2010). 관측 방정식을 선형화한 후 Gauss-Markov 조정 계산 모델에 적용하기 위해 행렬로 나타내면 Eq. (1)과 같다 (Schaffrin, 2003; Bac, 2022).

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{e}, \quad \mathbf{e} \sim (0, \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}), \quad rk(\mathbf{A}) = q \leq \{m, n\} \quad (1)$$

where \mathbf{y} : $n \times 1$ vector of observations, \mathbf{A} : $n \times m$ design matrix, $\boldsymbol{\xi}$: $m \times 1$ vector of unknowns (parameters), \mathbf{e} : $n \times 1$ vector of measurement errors, σ_0^2 : variance component, \mathbf{P} : $n \times n$ weight matrix, $rk\{\cdot\}$: rank of matrix.

Eq. (1)을 기준으로 MINOLESS을 구하면 Eq. (2)와 같이 미지수를 계산할 수 있으며 미지수에 대한 분산은 Eq. (3)과 같이 계산할 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{N}^+ \mathbf{c} \quad (2)$$

$$D\{\hat{\boldsymbol{\xi}}\} = \sigma_0^2 \mathbf{N}^+ \quad (3)$$

with $[\mathbf{N}, \mathbf{c}] := \mathbf{A}^T \mathbf{P} [\mathbf{A}, \mathbf{y}]$,

where $\hat{\boldsymbol{\xi}}$: estimated parameters, \mathbf{N}^+ : pseudoinverse of \mathbf{N} , $D\{\cdot\}$: dispersion of matrix.

조정 계산 후 잔차($\tilde{\mathbf{e}}$)는 수식 Eq. (4)와 같이 계산되며 잔차로부터 단위 분산($\hat{\sigma}_0^2$)은 Eq. (5)와 같이 계산할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{y} - \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\xi}} \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{e}}}{n - rk(\mathbf{A})} \quad (5)$$

잔차에 대한 분산은 Eq. (4)에 대해 오차 전파 법칙을 적용하여 구할 수 있으며 그 결과는 Eq. (6)과 같다.

$$D\{\tilde{\mathbf{e}}\} = \sigma_0^2 (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{N}^+ \mathbf{A}^T) = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_\varepsilon \quad (6)$$

서로 다른 종류의 관측값을 사용하여 조정 계산을 수행한 경우 단위가 서로 다르기 때문에 상대적인 정밀도를 잔차를 이용하여 분석하는 경우 ‘studentized 잔차’를 주로 이용하며 t -분포를 따른다 (Snow, 2002).

$$\tilde{t}_j = \frac{\tilde{e}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}_0^2 (Q_\varepsilon)_{jj}}} \sim t(n-1) \quad (7)$$

where double- j subscript indicates the j th diagonal element of the matrix.

3.2 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)

정규성(normality)를 검정하는 방법은 다양하며 Kolmogorov-Smirnov 검정, Shapiro-Wilk 검정, Anderson-Darling 검정의

경우 정규성을 매우 엄격하게 판단하는 편이며 실제 데이터에 적용 시에는 한계가 있을 수도 있다. 따라서 이에 대한 대안으로 왜도 및 첨도를 이용하여 정규성을 검증하는 방법을 사용하기도 한다(Hair *et al.*, 2010). 왜도는 데이터가 대칭적으로 분포되어 있는 지에 대한 척도를 나타내며 첨도는 데이터가 중심 부분에 어느 정도 집중되어 있는 지를 나타내는 척도이다. 왜도와 첨도는 Eqs. (8), (9)와 같이 정의된다.

$$\text{Skewness} = \frac{E(x - \mu)^3}{\sigma^3} \quad (8)$$

$$\text{Kurtosis} = \frac{E(x - \mu)^4}{\sigma^4} \quad (9)$$

where μ : mean of x , σ : standard deviation of x , $E\{\cdot\}$: expectation operator.

일반적으로 왜도의 경우 절대값이 2 이하, 첨도의 경우 7이 하이면 정규성을 갖는 데이터로 판단할 수 있다(Hair *et al.*, 2010).

3.3 모분산 검증

두 데이터의 모분산이 서로 같은 지에 대한 통계적인 판단은 F검정을 통해서 가능하다. 두 모집단의 분산을 각각 σ_1^2 , σ_2^2 라 할 때 귀무 가설(H_o)은 '두 모분산이 같다'와 이에 대립되는 '두 모분산이 같지 않다'는 대립 가설(H_a)을 설정할 수 있다.

$$H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

F검정값(F-test statistic)은 분산값의 상대적인 비율로 계산되며 F검정값에 해당되는 유의 확률(p-value)을 F분포표에서 찾은 후 미리 설정한 유의 수준(예: $\alpha = 0.01$)과 비교한다. 이때 유의 확률이 유의 수준보다 작으며 귀무 가설을 기각하게 되며 두 모분산은 서로 다른 것으로 판단할 수 있다. 반대의 경우 귀무 가설을 채택하게 된다.

4. 결과

4.1 관측 데이터

우리 나라 측지용 VLBI는 세종시에 설치되어 있으며 국토지리정보원에서는 변위 분석을 위해 정기적으로 결합 측량을

수행하고 있다. 결합 측량은 지상 측량을 통해 거리, 각 등을 관측함으로써 VLBI안테나의 수평 및 수직축의 상대적인 위치를 결정하는 것을 의미한다. Fig. 2는 세종 VLBI안테나와 결합 측량을 위해 설치한 필라들(VP01, VP02, VP03, VP04, VP05)의 위치를 나타낸 것이다.



Fig. 2. Location map of Sejong VLBI station and pillars (NGII, 2019)



Fig. 3. Location of reflective targets for co-location survey (NGII, 2019)

필라들의 좌표를 결정하기 위해 지상 측량을 수행하여야 하며 결합 측량을 위해 안테나 본체 및 표면에 부착한 반사 타겟에 대해서도 거리 및 각측량을 수행하여야 한다. Fig. 3은 안테나에 부착된 반사 타겟의 위치를 나타내고 있다.

안테나는 수평축 및 수직축에 대해 일정 각도로 회전을 시키면서 반사 타겟의 좌표 결정을 위한 측량을 수행하게 되며 이를 위한 구체적인 측량 방법은 NGII (2020)에 자세히 기술되어 있으며 핵심을 요약하면 다음과 같다.

- 방위각 15° 간격, 양각 90°
 - VLBI 안테나의 양각 90°로 고정하고 방위각을 15° 간격으로 조정하면서 관측 가능한 반사타겟의 좌우 내각 측량을 수행한다.
- 방위각 좌우 20°, 양각 10° 간격
 - VLBI 안테나를 각 필라의 90° 방향 방위각을 좌우 20°, 양각 10° 간격으로 조정하여 관측 가능한 반사타겟의 좌우 내각 측량을 수행한다.

관측을 위해 Trimble사의 토탈스테이션을 사용하였으며 관측값에 대해 기상 보정을 수행하였다. 장비 사양은 Table 1과 같으며 조정 계산 시 필요한 초기 관측값에 대한 오차 크기는 Table 1의 값들을 사용하였다.

Table 1. Specification of surveying instrument (Trimble, 2010)

Manufacturer	Trimble
Model	Trimble S8
Accuracy	Distance: 0.8mm ± 1.0ppm Angle: 0.5"

결합 측량을 위해 필라에서 반사 타겟까지의 경사 거리, 수평각, 수직각을 관측하였으며 총 관측값의 개수는 6251이며 각각에 대한 관측값의 개수는 Table 2와 같다.

Table 2. Number of observations for local tie survey

	Slant distance	Horizontal angle	Vertical angle	Total
Number	2489	1540	2222	6251

관측값을 이용하여 MINOLESS를 계산하였으며 계산된 필라 및 반사 타겟의 좌표는 Fig. 4와 같다. 이때 조정 계산 후

잔차의 절대값 크기가 3 이상인 관측값은 이상값(outlier)로 판단하여 제거하였다. Table 2의 관측값의 개수는 이상값을 제거한 후 사용된 관측값의 개수를 의미한다.

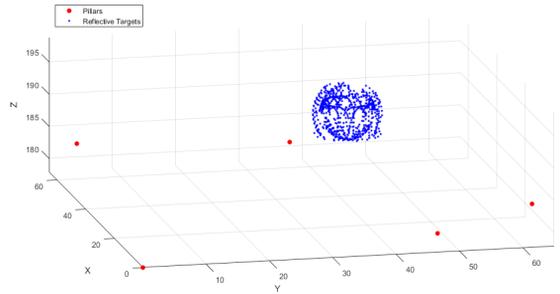


Fig. 4. Estimated coordinates of pillars and reflective targets using MINOLESS approach

조정계산에서 미지수에 해당되는 필라와 반사 타겟의 3차원 좌표수는 총 2718이며 추정된 단위 분산값($\hat{\sigma}_0^2$)은 0.022로 나타났다.

Fig. 5는 조정 계산 후 잔차를 경사 거리, 수평각, 수직각으로 구분하여 표시한 것으로 각각에 대한 평균 및 표준 편차는 Table 3과 같다.

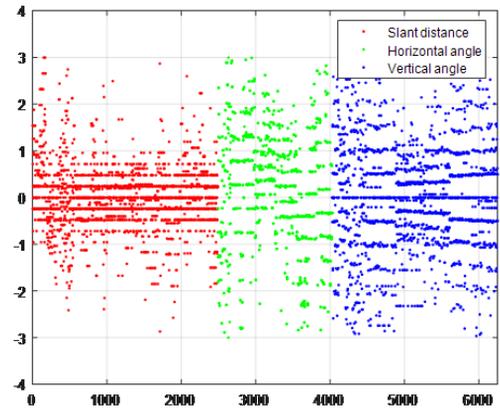


Fig. 5. Studentized residuals, \tilde{t}_j

Table 3. Statistical characteristics of the studentized residuals

	Slant distance	Horizontal angle	Vertical angle
Mean	0.007	0.020	-0.006
Standard deviation	0.623	1.210	1.081

잔차의 평균은 모두 0에 가까운 반면 표준 편차의 경우 경사 거리는 0.623, 수평각은 1.210, 수직각은 1.081로 나타났다. 잔차는 정규화된 값으로 단위가 없으며 측량 장비 사양(Table 1 참조)으로 설정된 초기 분산이 적절하다면 잔차의 분산은 서로 유사하게 나타나야 한다. 하지만 일반 측량과는 다른 환경 즉, 반사 타겟을 측량 기기 방향으로 정확하게 설치할 수 없는 환경이기 때문에 초기 분산값이 적절하지 않을 수도 있다. 따라서 관측 타입에 따라 잔차의 분산값이 다르게 나타난다면 측량 장비 사양에 의한 초기분산값이 충분하지 않다는 것을 의미한다. 이 경우 단위 분산 모델(variance component model)을 사용하여 관측 타입별 단위 분산을 세분화하여 계산해야 할 수도 있다.

관측 종류별 잔차의 분산에 차이가 있는 지를 확인하기 위해서는 F검정 방법을 적용할 수 있으며 이때 각각의 잔차는 정규 분포를 이루고 있어야 한다. 따라서 정규성 여부를 먼저 판단하여야 하며 정규성을 판단하는 방법으로 왜도와 첨도를 사용하였다. Table 4는 잔차의 첨도와 왜도를 나타내고 있으며 왜도는 절대값 크기는 2 이내로 첨도는 7 이내로 나타났다. 즉, 왜도와 첨도를 기준으로 잔차의 정규성을 검증했을 때 모두 정규 분포를 따르는 것으로 판단할 수 있다.

Table 4. Skewness and kurtosis of each measurement type

	Slant distance	Horizontal angle	Vertical angle
Skewness	0.3689	-0.2574	0.0388
Kurtosis	6.3520	2.7272	3.2213

관측 타입별 잔차는 정규 분포를 따르고 있으므로 F검정을 통해 잔차들 사이에 분산 차이가 있는지를 분석하였다. F검정에 필요한 분산과 자유도는 Table 5와 같다.

Table 5. Variances and degree of freedom of the measurements

	Slant Distance	Horizontal Angle	Vertical Angle
$\hat{\sigma}^2$	0.3876	1.4642	1.1686
df	2488	1539	2221

Table 5의 정보를 이용하여 귀무 가설로 '두 집단의 분산이 같다'와 대립 가설로 '두 집단의 분산이 다르다'라는 가설을 설정한 후 F검정을 수행하였으며 그 결과는 Table 6과 같다(괄

호안의 숫자는 F검정값을 의미하며 유의 수준 α 는 0.01로 설정함). 검정 결과 경사 거리와 수평각(SD:HA), 경사 거리와 수직각(SD:VA), 수평각과 수직각(HA:VA) 모두 분산이 서로 다른 것으로 나타났다.

Table 6. Hypothesis testing results of F-test

	SD:HA	SD:VA	HA:VA
H ₀	Reject(0.2647)	Reject(0.3317)	Reject(1.2530)

잔차의 분산이 서로 다르다는 것은 초기 분산값으로 설정된 값들이 관측 오차의 통계 특성을 충분히 반영하고 있는 못하다는 것을 의미하며 따라서 초기 분산값들에 대한 추가적인 통계 모델링 혹은 단위 분산 모델을 적용해야 할 것으로 판단된다.

결합 측량은 측량 특성상 반사 타겟의 방향을 임의로 조절할 수 없기 때문에 관측점의 위치에 따라 관측 오차에 영향을 줄 수도 있다. 예를 들어 동일한 반사 타겟일지라도 필라의 위치에 따라 수직각이 다르게 나타날 수 있으며 그 결과 반사 타겟의 방향도 달라질 수 있기 때문이다. 필라의 위치에 따른 관측값의 잔차 특성을 분석하기 위해 각 필라에 대해 수평 거리, 수평각, 수직각에 대한 잔차를 계산했으며 마찬가지로 왜도와 첨도를 계산하여 정규성을 분석하였다. Table 7은 왜도와 첨도를 나타낸 것으로 정규성 검정을 했을 때 모두 정규 분포를 이루고 있는 것으로 나타났다.

Table 7. Skewness and kurtosis of measurements by the measurement types and pillars

	Pillar ID	Slant distance	Horizontal angle	Vertical angle
Skewness	VP01	0.3417	-0.4554	-0.1290
	VP02	1.4640	-0.4494	-0.2875
	VP03	-0.4372	-0.5223	0.2830
	VP04	-0.0315	0.2542	0.0125
	VP05	0.1105	0.2058	-0.0388
Kurtosis	VP01	5.8341	2.7419	2.7797
	VP02	6.9537	3.6672	3.8468
	VP03	6.2752	3.6216	3.7556
	VP04	6.1933	2.4933	2.8528
	VP05	4.9988	2.3584	2.8699

각 필라에 해당하는 잔차에 대해 관측 타입별로 분산 및 자

유도를 계산한 결과는 Table 8과 같다.

Table 8. Variances and degree of freedom of each

Pillar ID		Slant Distance	Horizontal Angle	Vertical Angle
VP01	$\hat{\sigma}^2$	0.3092	1.5880	1.3745
	df	529	353	479
VP02	$\hat{\sigma}^2$	0.4316	0.8645	0.7036
	df	479	325	465
VP03	$\hat{\sigma}^2$	0.3229	0.8499	0.9954
	df	499	328	419
VP04	$\hat{\sigma}^2$	0.3734	1.7810	1.4312
	df	453	280	357
VP05	$\hat{\sigma}^2$	0.4778	1.8590	1.3603
	df	524	249	497

정규성 검정 후 분산의 차이가 있는지를 F검정을 통해 분석하였으며 그 결과는 Table 9와 같다. 결과를 보면 모든 필라에 대해 경사 거리와 수평각 및 수직각은 분산이 서로 다른 것으로 나타난 반면 수평각과 수직각의 분산 차이는 없는 것으로 나타났다. 즉, 필라를 기준으로 수평각과 수직각의 상대적인 관측 오차 크기에는 차이가 없다고 볼 수 있다.

Table 9. Results of F-test based on the measurement types

	SD:HA	SD:VA	HA:VA
VP01	Reject (0.1947)	Reject (0.2250)	Accept (1.1553)
VP02	Reject (0.4992)	Reject (0.6134)	Accept (1.2287)
VP03	Reject (0.3800)	Reject (0.3244)	Accept (0.8538)
VP04	Reject(0.2096)	Reject (0.2609)	Accept (1.2445)
VP05	Reject (0.2570)	Reject (0.3512)	Accept (1.3666)

동일한 관측 타입일지라도 필라에 따라 분산에 차이가 있는 지를 분석하기 위해 F검정을 수행하였으며 그 결과는 Table 10과 같다. 경사 거리의 경우 10개 조합 중 7개 조합에서 분산이 같은 것으로 나타났으며 수평각, 수직각의 경우 일부 조합에서만 분산이 같은 것으로 나타났다. 즉, 경사 거리 관측 오차는 필라에 상관없이 동일한 것으로 판단하여도 무방할 것으로 보이거나 수평각 및 수직각은 필라에 따라 차이가 있다는 것을 알 수 있다.

Table 10. Results of F-test with test statistics

	SD	HA	VA
VP01:VP02	Reject (0.7165)	Reject (1.8369)	Reject (1.9537)
VP01:VP03	Accept (0.9576)	Reject (1.8685)	Reject (1.3809)
VP01:VP04	Accept (0.8281)	Accept (0.8916)	Accept (0.9604)
VP01:VP05	Reject (0.6472)	Accept (0.8542)	Accept (1.0104)
VP02:VP03	Accept (1.3365)	Accept (1.0172)	Reject (0.7069)
VP02:VP04	Accept (1.1559)	Reject (0.4854)	Reject (0.4916)
VP02:VP05	Accept (0.9033)	Reject (0.4650)	Reject (0.5172)
VP03:VP04	Accept (0.8648)	Reject (0.4772)	Reject (0.6955)
VP03:VP05	Reject (0.6759)	Reject (0.4572)	Reject (0.7317)
VP04:VP05	Accept (0.7815)	Accept (0.9580)	Accept (1.0521)

Table 9와 Table 10의 결과에 의하면 관측 타입에 따라 관측 오차를 모델링하되 경사 거리는 필라에 상관없이 동일한 값으로 설정을 해도 무방하다고 볼 수 있다. 이에 반해 수평각 및 수직각은 동일한 필라에 대해서만 동일한 크기의 분산값을 설정해야 할 것으로 판단된다.

5. 요약 및 결론

결합 측량은 반사 타겟이 VLBI 안테나에 부착되어 있기 때문에 방향을 임의로 조정하는 것이 불가능한 상태에서 이루어진다. 따라서 실제 관측 오차는 측량 기기 제조 업체에서 제공하고 있는 관측 오차 수준과 차이가 있을 수 있다. 본 논문에서는 결합 측량 시 사용된 경사 거리, 수평각, 수직각의 오차 특성을 분석하였다. 이를 위해 MINOLESS를 적용한 후 잔차를 계산하였으며 관측 타입에 따른 잔차의 정규성을 검정하였다. 정규성 검정 결과 모든 관측 타입에 대해 잔차는 정규분포를 이루고 있는 것으로 나타났으며 F검정 결과 분산은 서로 다른 것으로 나타났다. 결합 측량 특성상 필라의 위치에 따라 관측 오차가 달라질 수 있기 때문에 각 필라에 해당하는 잔차를 관측 타입별로 나누어 정규성 검정을 수행하였다. 각 필라에 대해 관측 타입별 잔차는 정규분포를 이루고 있는 것으로 나타났으며 등분산 여부를 판별했을 때 모든 필라에 대

해 수평각과 수직각 사이에서만 분산이 같은 것으로 나타났다. 관측 타입별로 필라들 사이에서의 잔차를 비교해 보았을 때 경사 거리는 대체로 분산이 동일한 것으로 나타났으나 수평각 및 수직각에서는 분산에 차이가 있는 것으로 분석되었다. 따라서 VLBI 결합 측량 데이터의 처리 후 통계적 판단 등이 필요한 경우에는 관측 타입별 혹은 필라별로 세분된 관측 오차 모델링이 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문은 해양수산부 재원으로 국가연구개발사업인 "지상기반 센티미터급 해양 정밀 PNT 기술개발"에 의해 수행되었습니다(1525012253). 본 연구에 사용된 데이터는 국토지리정보원(NGII)에서 제공하였으며 이에 감사합니다.

References

- Amiri-Simkooei, A.R., Zangeneh-Nejad, F., and Asgari, A. (2013), Least-squares variance component estimation applied to GPS geometry-based observation model, *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 139, pp. 176-187. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000107](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000107)
- Bae, T.S. (2022), *Adjustment Computations*, Haum, Republic of Korea (in Korean)
- Dawson, J., Sarti, P., Johnston, G.M., and Vittuari, L. (2007), Indirect approach to invariant point determination for SLR and VLBI systems: an assessment, *Journal of Geodesy*, Vol. 81, No. 6-8, pp. 433-441. <https://doi.org/10.1007/s00190-006-0125-x>
- Ghilani, C.D. (2010), *Adjustment Computations: Spatial Data Analysis*, 4th Edition, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Hair, J., Black, W.C., Babin, B.J., and Anderson, R.E. (2010), *Multivariate data analysis*, 7th Edition, Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Educational International.
- Hong, C.K., Bae, T.S., and Lee, S.O. (2020), *Estimation of Sejong VLBI IVP Point Using Coordinates of Reflective Targets with Their Measurement Errors*, *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, Vol. 38, No. 6, pp. 717-723. <https://doi.org/10.7848/ksgpc.2020.38.6.717>
- Johnston, G., Dawson, J., and Naebkhil, S. (2004), *The 2003 Mount Stromlo Local Tie Survey*, Record 2004/20, Geoscience Australia, Canberra, Australia, pp. 8-10.
- NGII (2019), *Enhancement of National Geodetic Network*, National Geographic Information Institute, Suwon, Korea, 229p. (in Korean)
- NGII (2020), *Standardization of Local Tie Survey Procedures*, National Geographic Information Institute, Suwon, Korea, 175p. (in Korean)
- Qian, K., Wang, J., and Hu, B. (2016), A posteriori estimation of stochastic model for multi-sensor integrated inertial kinematic positioning and navigation on basis of variance component estimation, *The Journal of Global Positioning Systems*, Vol. 14, No. 5. <https://doi.org/10.1186/s41445-016-0005-5>
- Sarti, P., Sillard, P., and Vittuari, L. (2004), Surveying co-located space-geodetic instruments for ITRF computation, *Journal of Geodesy*, Vol. 78, pp. 210-222. <https://doi.org/10.1007/s00190-004-0387-0>
- Schaffrin, B. (2003), *Advanced Adjustment Computations, Lecture Notes (GS762)*, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.
- Snow, K.B. (2002), *Applications of Parameter Estimation and Hypothesis Testing to GPS Network Adjustments*, Report No. 465, Dept. of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.
- Teunissen, P.J.G. and Amiri-simkooei, A.R. (2008), Least-squares variance component estimation, *Journal of Geodesy*, Vol. 82, pp. 65-82. <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0157-x>
- Trimble (2010), Trimble S8 Total Station Datasheet, <https://forms.trimble.com/globalITRLTAB.aspx?nav=Collection-51903> (last day accessed: 12 August 2022).
- Woods, A.R. (2007), *The 2007 Tidbinbilla Local Tie Survey*, *Geoscience Australia Record*, 2007/XX, 23p.