

## 수학과 음악의 융합인재교육으로 변화된 학교 밖 청소년의 수학학습 특성 분석

김 영 인 (충남대학교 대학원, 학생)  
서 보 역 (충남대학교, 교수)<sup>†</sup>

본 연구는 학교 밖 청소년을 대상으로 한 수학중심 융합인재교육을 통한 수학학습의 특성을 분석하는 연구이다. 수학교육의 사각지대에 있는 학교 밖 청소년들에게 융합인재 교육의 기회를 제공하고 미래사회에 필요한 인재를 양성하기 위한 필요성으로 출발하였다. 이에 본 연구에서는 수학과 음악의 융합인재교육을 통해 학교 밖 청소년들의 수학학습의 특성이 어떻게 변화될 수 있는지 고찰하기 위한 목적으로 수행되었다. 이를 위해 ○○광역시 학교 밖 청소년 지원센터에서 고등학교 졸업 검정고시 수학 학습반을 수강하고 있는 학교 밖 청소년을 연구 대상으로 선정하였고, 수학-음악 융합인재교육을 위한 자료 개발 및 수업적용, 적용결과에 대한 자료 분석을 순차적으로 진행하였다. 학교 밖 청소년을 대상으로 검정고시와 연계한 수학과 음악 융합인재교육을 실시한 결과, 학교 밖 청소년들에게서 수학에 대한 정의적 영역 및 문제풀이 전략의 긍정적 변화를 살펴볼 수 있었다. 또한, 학교 밖 청소년들의 수학학습 발전가능성을 확인할 수 있었다. 본 연구를 기점으로 학교 밖 청소년들을 위한 수학중심 융합인재교육 프로그램의 개발 및 다양한 유형의 학생을 대상으로 하는 수학중심 융합인재교육에 대한 연구가 활성화되기를 기대한다.

### I. 서론

4차 산업혁명 시대로의 전환이 가속화되면서 인공지능, 빅데이터 등의 정보과학기술이 필수적으로 뒷받침되는 사회가 도래하였다. 이에 따라 수학, 과학, 정보 등의 미래 사회에 필요한 핵심 역량을 갖춘 새로운 인재에 대한 수요가 증가하고 있다(교육부, 2020). 교육부는 사회적 흐름에 발맞춰 융합인재교육을 주요 정책으로 수립하고(박원주 외, 2019), 융합교육 2030 종합계획(교육부, 2020)을 발표하는 등 융합인재교육의 중요성을 강조하고 있다. 이경화 외(2021)와 김선희 외(2021)는 고교학점제를 도입함에 있어 학습자의 다양한 성향 고려, 삶과 교육의 연계성 강화, 융합적 사고력 배양 등을 목적으로 2022 개정 수학과 교육과정에 융합 선택과목을 추가하는 안을 제시하였다. 이와 같은 사회적 배경에 따라, 다양한 학생 대상의 융합인재교육의 실현 및 이러한 실현을 위한 구체적인 교수-학습 프로그램과 자료의 개발이 적극적으로 필요한 시점이다.

홍유경(2016)의 수학교과 기반 융합인재교육 연구동향을 보면, 일반 학생 및 영재 학생을 대상으로 이루어진 연구가 88%로 대부분을 이루며, 특수학생 및 학습부진학생을 대상으로 한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 특히 학교 밖 청소년을 대상으로 한 융합인재교육은 전혀 찾아볼 수 없다. 수학학습에 어려움을 겪고 있는 각기 계층 학생에게 학습동기 및 수학적 사고를 향상할 수 있는 수학중심 융합인재교육에 대한 연구가 필요한 상황이다.

이에 본 연구는 수학학습에 어려움을 겪고 있는 학생 중, 학교 밖 청소년에 초점을 두었다. 학교 교육을 중단

\* 접수일(2022년 5월 25일), 심사(수정)일(2022년 6월 22일), 게재확정일(2022년 9월 7일)

\* MSC2000분류: 97B60

\* 주제어: 수학중심 융합교육, 수학과 음악, 융합인재교육, 학교 밖 청소년

\* 본 논문은 충남대학교 교육대학원 석사학위논문을 수정·보완한 것임.

† 교신저자 : eukeuk@cnu.ac.kr

한 학교 밖 청소년일지라도 미래사회에 필요한 중요한 인재이다. 따라서 수학 융합인재교육과 같은 다양한 미래 교육의 기회를 제공할 필요가 있다. 김재희(2019)에 따르면, 학교 밖 청소년에 대한 사회적 지지는 그들의 적응 유연성 및 합리적 진로 의사결정에 유의미한 영향을 준다. 그러므로 학교 밖 청소년 역시 넓은 시야를 가지고, 보다 근본적인 영역에 관심을 가질 수 있도록 다양하고 특색있는 교육 기회를 제공하면서 미래 사회에서 요구하는 역량을 함양할 수 있도록 해야 한다(황세영, 조성화, 2017).

○○광역시 학교 밖 청소년 지원센터에서 운영 중인 고등학교 졸업 검정고시를 준비하는 학생들의 수학학습 특성에 대한 의견을 종합하면, 주어진 식이나 수를 보고 답을 간단히 추정하거나 그래프의 개형을 이해하는 정도의 단순한 수학적 능력만으로도 검정고시에서 기준 점수를 충족할 수 있다는 다소 가벼운 생각으로 수학학습에 임하는 것으로 나타났다. 그러나 단순 계산이나 값에 대한 추정, 그래프의 시각적 해석 등과 같은 학습만으로는 미래사회의 핵심이 되는 AI 중심의 정보화사회가 요구하는 충분한 수학적 사고력을 기를 수 없다. 이러한 학습 태도는 주로 수학에 대한 흥미 또는 자신감 등의 부족에서 생겨난다고 생각되어진다. 수학 교과 역량은 복잡하고 전문성을 요구하는 미래 사회에서 청소년이 사회 구성원의 역할을 하는 데 긍정적 영향을 끼침에도 불구하고(교육부, 2015a), 실제로 수학 교과 교육에서 학교 밖 청소년에 대한 연구가 부족한 실정이다. 이에 수학중심의 융합인재교육 프로그램을 학교 밖 청소년 교육에 도입하여 융합인재로 성장할 수 있는 교육 기회를 제공할 필요가 있다.

이러한 연구의 필요성에 따라 본 연구는 융합인재교육의 창·융합 역량에 중점을 두고, 학교 밖 청소년을 대상으로 한 수학중심의 수학과 음악의 융합인재교육 프로그램을 개발하였다. 또한 해당 수업을 적용하여 수학과 음악의 융합인재교육으로 인해 변화된 학교 밖 청소년의 수학에 대한 정의적 영역 및 문제풀이 전략에 나타난 특성 분석을 연구목적으로 설정하였다. 본 연구의 결과를 통해, 학교 밖 청소년에 대한 수학 교육적 관심을 높이고, 더 나아가 미래사회에 필요한 수학적 역량을 향상시키기 위한 수학중심의 융합인재교육이 활성화되기를 기대한다.

## II. 연구의 배경

### 1. 연구와 관련된 문헌 분석

#### 가. 학교 밖 청소년

학교 밖 청소년은 제17974호 ‘학교 밖 청소년 지원에 관한 법률’을 보면, 9세에서 24세 이하의 ‘초·중등교육법’ 제2조의 초등학교·중학교 또는 이와 동일한 과정을 교육하는 학교에 입학한 후 3개월 이상 결석하거나, 같은 법 제14조 제1항에 따라 취학의무를 유예한 청소년, ‘초·중등교육법’ 제2조의 고등학교 또는 이와 동일한 과정을 교육하는 학교에서 같은 법 제18조에 따른 제적·퇴학처분을 받거나 자퇴한 청소년, ‘초·중등교육법’ 제2조의 고등학교 또는 이와 동일한 과정을 교육하는 학교에 진학하지 아니한 청소년 중에서 각 목의 어느 하나라도 해당하는 청소년을 의미한다. 또한 학교를 자퇴 또는 비진학 청소년 이외에도 소년법 처분을 받아 소년원이나 청소년회복지원시설에 있는 학생 혹은 홈스쿨링을 하는 학생을 모두 포함하는 포괄적인 의미이다.

우리나라에서 학교 밖 청소년의 전체 인원수는 약 60~70만 명으로 추정된다(김은영 외, 2019). 2020학년도인 경우 전년 대비 0.4%가 감소된 전체 학생수의 0.6%의 규모를 보이지만, 여전히 매년 약 3~5만 명의 적지 않은 인원이 학업을 중단하고 있다(교육부, 2021). 또한 2020학년도 초등학교 학생의 학업중단율은 0.4%, 중학교 학

1) 보편적으로 ‘학업 중단’이라고 표현하지만 ‘학교 중단’이라는 표현이 더 적절하다. 교육부(2015b)에 따르면 학교를 중단한 학생 통계에서 학업 중단이라는 표현을 사용하지만, 실제적으로 학교 밖 청소년 유형의 50.4%가 학업을 유지하고자 하는 학

생은 0.5%, 고등학교 학생의 경우는 1.1%로 나타났는데, 고등학교의 학업중단율은 초·중학교의 2배 이상에 달한다(교육부, 2021). 그러나 학교중단 이후에도 학교 밖 청소년의 75.5%가 검정고시를 준비하고 있다는 통계를 보아, 학교 밖 청소년은 단순히 학교의 울타리를 벗어난 것 뿐 홈스쿨링 및 검정고시 등으로 학업 유지에 대한 지속적인 관심을 보이는 것을 알 수 있다(윤철경, 최인재, 김승경, 김성은, 2018). 따라서 학교를 중단했다고 하더라도 학업을 중단했다고 볼 수 없으며 지속적인 교육 및 미래사회에서 요구하는 기본 역량을 함양하기 위해 다양한 학습 지원 프로그램이 필요하다.

현재 진행 중인 학습지원 사업에는 여성가족부의 학교 밖 청소년 지원센터와 교육부의 학습지원 시범사업<sup>2)</sup>이 대표적이다(김은영 외, 2019). 현재 2015 개정 고등학교 교육과정은 의무교육이 아니기 때문에 고등학교 졸업 검정고시를 응시하는 학생들은 교육부의 학습지원 시범사업 영역 밖에 있다. 그렇기에 고등학교 수준의 학교 밖 청소년은 학교 밖 청소년 지원센터에서 학습동아리, 멘토링, 검정고시 학습 등의 교육지원을 받거나 홈스쿨링을 통해 스스로 학업 욕구를 충족시켜 나가는 경우가 대다수이다. 학교 밖 청소년 지원센터는 꿈드림센터(이하, 꿈드림센터)로 칭하며, 여성가족부 산하의 한국청소년상담복지개발원의 지원을 받아 학교 밖 청소년을 위한 프로그램 개발, 외부자원 발굴 및 연계 등을 통해 학교 밖 청소년이 꿈을 가지고 건강한 사회구성원으로 성장할 수 있도록 지원하고 있다. 꿈드림센터에서 운영하는 꿈드림 멘토 사업은 학업이나 진학에 어려움을 겪는 학생을 지원하며, 검정고시 학습반 및 1:1 멘토링을 담당한다.

학교 밖 청소년 대상의 교육 선행 연구를 보면, 김찬미(2015)는 학교 밖 청소년의 지속적인 수학학습은 문제 해결 능력 향상, 결과에 대한 두려움 해소, 수학학습에 대한 적극성, 미래 설계에 대한 긍정적인 태도가 나타남을 보였다. 또한 김찬미, 신향근, 전영국(2017)은 단순한 추정이 아닌 논리적 사고를 통한 수학기초 문제 해결 과정이 진정한 성취감으로 이어짐을 확인하였다. 이를 근거로, 융합인재양성을 목표로 하는 학교 밖 청소년 대상의 수학과 음악 융합인재교육 프로그램의 효과도 기대해 볼 수 있다.

#### 나. 융합인재교육

STEAM 교육으로 통칭되는 융합인재교육은 여러 학자들에 의해 다양한 의미로 정의되어 왔으며, 한국과학창의재단과 교육과학기술부는 2011년에 마침내 융합인재교육으로 명칭을 통일하고, 과학기술에 대한 흥미와 이해를 높이고 과학기술 기반의 융합적 사고력과 실생활 문제해결력을 함양하기 위한 교육이라고 정의하고 있다. 융합인재교육에서 수학 교과 기반 수학적 융합 역량은 수학의 연결성 개념과 관련하여 내적 융합과 외적 융합으로 분류할 수 있다. 내적 융합은 수학적 지식, 내용, 표현 간의 연결성을 중점으로 두고, 외적 융합은 실생활 맥락과 타 교과와의 관련성이 강조된다(김미경, 한혜숙, 2021; 주홍연, 2019).

수학은 여러 학문의 기초가 되는 만큼, 수학 교과를 기반으로 하는 융합인재교육에 대한 많은 선행 연구가 이루어졌다. 수학중심 융합인재교육 선행연구에 대한 대상 및 융합된 교과를 분석하기 위해, 한국교육학술정보원에서 운영하는 학술연구정보서비스(RISS)에서 '수학교육'과 '융합'을 키워드로 검색하였다. 다교과 융합은 중복 처리하였으며 수학 교과 중심의 연구만 분석 대상으로 삼았다. 통계 결과는 2022년 기준 <표 II-1>과 같이 초등학생 대상 연구가 44%로 가장 많았으며, 중학생(33%), 고등학생(24%) 순서였다. 수학중심 융합인재교육에서 융합하는 교과는 초·중·고등학교에서 과학(28%), 미술(26%), 정보(13%) 순으로 분포되었다. 수학과 예술 분야의 융합인재교육 연구는 35%로 모든 교과에서 분포도가 높았으며, 이는 기존 STEM 교육에서 STEAM 교육으로 예술(Art)을 추가했던 이유와 같은 맥락에서 나타난 결과라고 볼 수 있다. 그 중에서도 수학과 음악 융합인재교

업형으로 나타났다(윤철경, 최인재, 2015; 윤철경, 성윤숙, 유성렬, 김강호, 2018).

<sup>2)</sup> 학습지원 시범사업이란, 의무교육단계에 해당하는 초·중등 교육과정에서 학업을 중단한 학교 밖 청소년들에게 초·중·고 검정고시, 대안학교, 온라인 교육과정 등을 통해 일정한 시수를 채우고 학력을 인정해주는 사업이다.

육 연구는 7%에 해당하였다.

<표 II-1> 수학 교과 중심 융합인재교육의 선행 연구 분포 통계

대상	융합 교과									
	과학	문학	사회	영어	예술			정보	기타	합계 (%)
					음악	미술	체육			
초등학교	31	4	10	-	7	27	3	9	15	106 (44%)
중학교	23	1	8	-	5	22	-	14	6	79 (33%)
고등학교	14	4	4	1	5	14	1	8	7	58 (24%)
합계 (%)	68 (28%)	9 (4%)	22 (9%)	1 (0%)	17 (7%)	63 (26%)	4 (2%)	31 (13%)	28 (12%)	

수학과 음악의 융합 내용을 선정하기 위해 선행 연구를 분석하였고, 다음과 같은 주제들로 다양하게 이루어졌음을 알 수 있다. 피타고라스는 수학과 음악을 연결시킨 최초의 수학자로, 수학을 통해 음악 이론을 확립하였다. 프랑스 작곡가 필리프 라모(J. P. Rameau)는 ‘음악과 그토록 함께해 왔음에도 불구하고 음악에 대한 지식을 진정으로 이해하게 된 것은 수학의 도움에 의해서였다.’라고 하였다(Sautoy, 2007). Loy(2006)는 음악에 녹아있는 음계 및 물리학적 현상들을 상세하게 기술하여 음악(music)과 수학(mathematics)의 합성어인 ‘Musimathics’라는 제목으로 책을 발간하였다. 이외에도 Harkleroad(2006)는 음률, 대칭, 확률, 패턴 등의 내용 연구를 수행하였고, 윤범상(2020)은 파동과 화음 변환 등의 내용 연구를 진행하였다. 이처럼 수학과 음악은 몇 세기를 걸쳐 꾸준히 함께 발전해왔으며, 두 분야의 접점은 상호 이해를 돕고 있다(전혜은, 2013). 실제로 학교 교육과정의 음악 교과를 접하는 학생 및 자발적으로 음악을 공부하는 학생들에 대한 수학 학업성취도가 높다는 메타분석 결과도 있다(Vaughn, 2000).

이러한 수학과 음악의 관계를 기초로 한 수학교육분야 선행 연구에 나타난 학습주제를 요약해보면, 피타고라스 음계, 순정률, 평균율, 톤네츠, 군, 집합이론, 12음기법, 대칭 등이 있다. 그러나 학교 밖 청소년을 대상으로 한 연구는 전무하였다. 또한 프로그램에 따른 교수·학습 자료를 개발하여 실질적으로 학생들에게 적용한 연구가 많지 않았다. 따라서 본 연구는 학교 밖 청소년을 대상으로 수학중심의 수학과 음악 융합교육 프로그램 및 교수·학습 자료를 개발하고 적용하고자 하였다. 본 연구에서 선택한 학습 주제는 김정고시 범위에 해당하는 내분하는 점, 외분하는 점을 연계한 피타고라스 음계, 순정률, 평균율과 합성합수, 역합수 등 합수적 성질을 이용한 조옮김이다.

#### 다. 음악에 대한 수학적 분석

피타고라스는 음의 높이가 진동수에 비례하고 현의 길이에 반비례한다는 사실을 발견하였다(신현용, 나준영, 2013). 예를 들어 비올라의 현의 길이가 길수록 진동수는 작아지고, 현의 진동수가 작아질수록 낮은 음이 난다. 이를 통해, 한 옥타브 차이의 음은 진동수가 1:2의 비율로 이루어지며 완전5도는 2:3의 비율을 따른다는 일명 피타고라스 음계(Pythagorean Scale)를 주장했다. 피타고라스 음계 공리에서 C4를 1로 기준으로 두고 완전5도 높은 음을 12번 올리고, 다시 완전 8도를 7번 낮추면 동일한 C4가 되어야 하지만 수식을 적용하면  $1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{12} \times 2^7 = \frac{2^{19}}{3^{12}} = \frac{524288}{531441} \neq 1$ 로 같지 않다는 것을 알 수 있다. 이러한 한계점을 피타고라스 콤마(Pythagorean comma)라고 한다(Sautoy, 2007). 피타고라스 콤마를 없애고 악기 간의 더욱 완성된 화음을 구성하기 위하여, 피타고라스 음계를 간단한 정수비로 수정한 순정률(pure temperament)이 만들어졌다. 순정률이란 주요 3화음인 ‘도미솔’, ‘솔시레’, ‘파라도’의 진동수의 비가 4:5:6을 이룬다는 이론이다. 하지만 순정률에도 유

리수의 비례에 따른 음정 사이의 간격 오차가 존재하여, 오르간이나 피아노와 같은 건반 악기의 조율이 쉽지 않다는 한계를 갖고 있다. 그리하여 바흐(Bach)는 건반의 한 옥타브를 기하평균을 사용하여 12개 반음으로 나누고, 각 음의 간격을  $\sqrt[12]{2}$ 로 일정하게 하여 오차를 최대로 줄인 평균율(temperament)을 찾아내었다. 평균율은 순정률의 완벽한 화성 구조에 미치지 못하지만, 이전의 유리수의 비율을 무리수의 비율로 변화시켜 조율이 고정된 악기와도 조화로운 합주를 가능하게 했다(신현용, 나준영, 2013).

피타고라스 음계 및 순정률, 평균율과 관련된 선행연구는 다음과 같다. 김기원, 안선필(2004)은 피타고라스 음계를 로그함수와 연계하여 로그의 필요성 및 실생활 활용을 지도하였다. 정현철(2007)은 순정률을 이용하여 전자기타를 제작하고 연주하는 활동지를 제작하였다. 문준희(2015)는 음계 비율을 탐구하여 현의 길이를 직접 작동해보고, 작동한 현의 길이를 이용하여 팬플룻<sup>3)</sup>을 만들어보는 교수·학습 자료를 개발했다. 이성진(2021)은 메트로놈을 이용한 음계 탐구 수업을 진행 후, 간이 팬플룻과 간이 현악기를 제작하는 과제를 진행하였다. 본 연구에서는 이러한 선행 연구를 바탕으로 학교 밖 청소년을 대상으로 피타고라스 음계, 순정률, 평균율을 탐구하고 내·외분점으로 연결시켜 팬플룻 악기를 만들어보는 수업을 진행하고자 계획하였다.

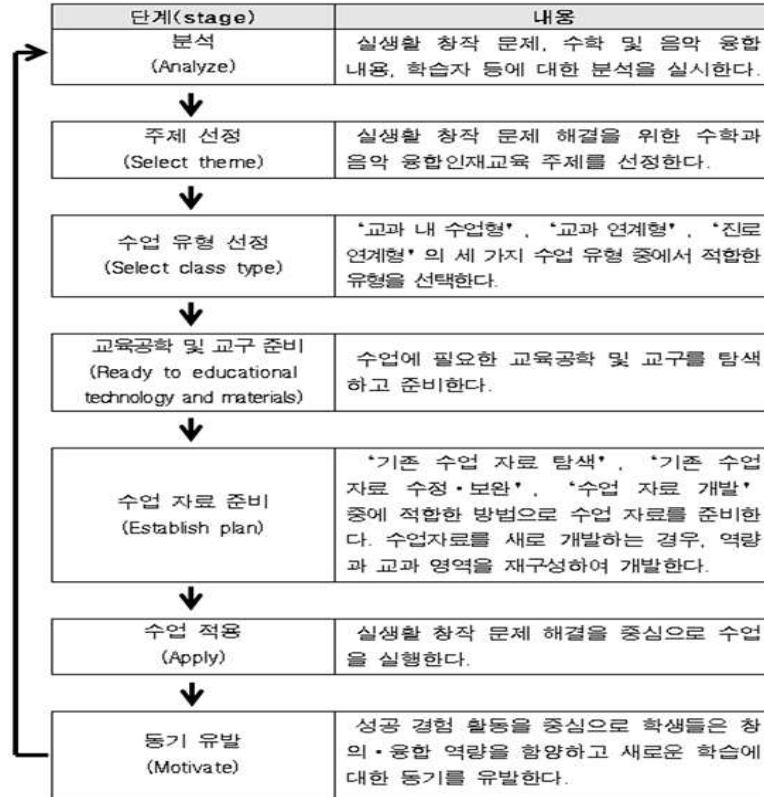
조옮김(transposition)이란 음악에서 악곡 전체를 어떠한 음역으로 올리거나 내리는 것을 말하며, 이조라고 불린다. 다른 음역대의 노래를 부르거나 원곡 악기와 다른 악기로 연주할 경우에 악곡의 진행 전에 적절한 조옮김이 필요하다. 조옮김은 도를 으뜸음으로 하는 다장조에서 올림표(sharp, #)와 내림표(flat, b)의 조표를 순서대로 붙여 조를 올리거나 내림할 수 있다. 장조를 계산할 때 올림표의 경우, 마지막 조표가 붙은 음에서 1도 위, 즉 반음 위가 해당 조의 으뜸음 자리가 된다. 장조 중 내림표의 경우, 두 가지 방법으로 조이름 및 으뜸음을 계산할 수 있다. 첫 번째는 악보의 조표 중 마지막 조표를 포함하여 뒤에서 두 번째 조표에 해당하는 음을 으뜸음으로 보는 방법이다. 두 번째는 마지막 조표가 붙은 자리의 음을 '파'라고 생각하여 3도 아래, 혹은 4도 위의 도음을 계산하는 방법이다.

이처럼 음악에서 조옮김을 할 때 조표에 따른 으뜸음의 수학적 함수 대응 관계를 발견할 수 있다. 관련한 수학교육 선행 연구로 정현철(2007)은 함수의 대칭이동을 접목시킨 기타 악보의 편곡 활동을 개발하였고 합성함수를 통한 편곡으로 확장시켰다. 김연주(2016)는 조옮김을 일차함수 그래프의 평행이동을 활용한 수업 지도방안을 연구하였다. 더 나아가, 이성진(2021)은 3차시에 걸친 함수와 조옮김 수업을 진행하였고, 소리분석 프로그램과 Geogebra를 통해 소리의 삼요소인 세기, 높낮이, 음색을 수학적 그래프에서 진폭, 진동수, 파형에 대응시켜 청각적, 시각적으로 이해시키고자 하였다. 본 연구에서는 고등학교 1학년 교육과정을 고려하여 조옮김의 수학적 계산을 통해, 역함수 및 합성함수를 활용한 편곡 수업을 계획하고 Geogebra의 피아노 건반을 통해 연주 및 감상할 수 있도록 계획하였다.

#### 라. 학교 밖 청소년 대상 융합인재교육 교수·학습 모형

학교 밖 청소년 대상의 수학과 음악 융합인재교육 교수·학습 모형 개발을 위해 나준영(2018)의 STEAM 수업 설계 모형(AS-STEAM)을 선행 연구로써 참고하였다. 이 연구에서는 수학과 미술의 융합인재교육 교수·학습 모형을 개발하고, 후속 연구에 대한 제언으로 수학과 음악 등 연구 범위를 확장하고 정의적 특성과 창의·융합 역량 함양을 위한 교수·학습 자료 개발에 필요성을 제시하였다. 본 연구에서는 학교 밖 청소년 대상의 수학과 음악 융합인재교육 프로그램의 교수·학습 모형을 [그림 II-1]과 같이 분석, 주제 선정, 수업 유형 선정, 교육공학 및 교구 준비, 수업 자료 준비, 수업 적용, 동기유발의 7단계로 재구성하였다.

<sup>3)</sup> 팬플룻(pan flute)이란, 음높이가 다른 여러 개의 세로 관을 이어 만든 관악기이며 팬파이프로도 불린다. 오늘날 간단한 악기를 만드는 데 유용한 교구재로 활용된다.



[그림 II-1] 학교 밖 청소년 대상 수학과 음악 융합인재교육 교수·학습 모형

분석 단계(Analyze stage)는 창의·융합의 실생활 문제를 창작하기 위한 분석을 수행하는 단계이다. 고등학교 졸업 검정고시 범위 내에서 수학의 정의적 영역 및 문제풀이 전략에 효과적인 변화가 생길 수 있도록 학습 내용의 기초 자료를 탐색하고 분석한다. 이 단계에서는 학습하게 될 학교 밖 청소년과의 라포(rapport)를 형성하여 학습자의 성향과 수준을 파악하는 것이 동시에 이루어져야 한다. 수집한 내용을 기반으로 교수 방법이나 주제 선정 등의 틀을 마련하여 학습자에게 효율적인 교육이 될 수 있도록 준비하는 단계이다. 주제 선정 단계(Select theme stage)에서는 분석 내용을 고려하여 실생활 창작 문제의 해결을 위한 수학과 음악 융합인재교육 주제를 선정한다. 학교 밖 청소년을 대상으로 하는 교육 환경은 유동적인 경우가 많아, 사전에 교육 받을 학생의 정보 및 인원을 뚜렷하게 알 수 없다는 한계를 가진다. 앞 단계에서 분석한 학생들의 전반적인 성향과 수준을 파악하고, 학생들의 의견을 수렴하여 주제를 선정할 수 있어야 한다. 수업 유형 선정 단계(Select class type stage)에서는 교과 내 수업형, 교과 연계형, 진로 연계형의 세 가지 유형 중 주제 및 목적에 맞는 유형을 선택하면 된다. 기존의 창의적 체험활동 및 방과 후 적용 유형을 학교 밖 청소년의 특성에 따라 진로 연계형으로 변경하여, 학교 밖 청소년 대상 수학과 음악 융합인재교육 수업에 적용할 수 있도록 수정하였다. <표 II-2>은 세 가지 유형에 따른 자료 개발 방법 및 장단점이 서술되어 있다.

&lt;표 11-2&gt; 학교 밖 청소년 대상 수학과 음악 융합인재교육 수업 유형

구분	교과 내 수업형	교과 연계형	진로 연계형
수학과 음악 융합인재교육 자료 개발 방법	수학과 음악 융합인재교육 주제에 해당하는 실생활 문제 해결에 필요한 내용을 수학 교과를 중심으로 음악을 연계하여 개발함	수학과 음악 융합인재교육 주제에 해당하는 실생활 문제 해결을 중심으로 수학 교과와 음악 교과를 연계하여 개발함	수학과 음악 융합인재교육 주제에 해당하는 실생활 문제 해결을 중심으로 진로에 연계 가능하도록 프로그램을 개발함
장점	수업 시간 및 자료 개발에 용이함	교과 간 연계가 수월하며 깊이 있는 내용학습이 가능함	단순학습을 넘어 직접적인 진로 체험이 가능함
단점	해당 음악 분야에 대해 교사 및 학생들의 이해가 필요함	수업 시간 및 자료 개발이 어려움	해당 직군의 전문적 인력이 필요함

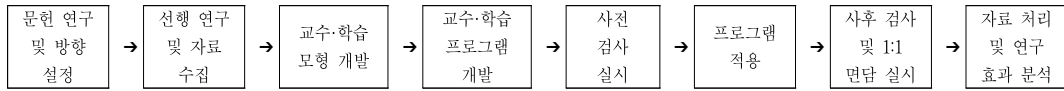
네 번째는 교육공학 및 교구 준비 단계(Ready to educational technology and materials stage)이다. 학교 밖 청소년 대상 교육 시설의 학습 환경이 각기 다르고, 학생 간 도구 사용에 대한 기초역량 편차가 크기 때문에 다양한 환경과 학생에 적용할 수 있도록 해당 수업에 필요한 교육공학 및 교구를 적절하게 조절하여 준비하는 과정이 필요하다. 이 단계에서는 사전에 교육이 실시될 현장을 방문하여 여건에 맞는 공학방법 및 교구를 선택할 수 있어야 한다. 수업 자료 준비 단계(Establish plan stage)는 실제 수업 적용을 위한 교수·학습 자료를 준비하는 단계이다. 프로그램의 목적에 맞게 수학에 대한 자신감, 가치, 흥미, 학습의욕, 융합인재교육 인식 등의 정의적 영역에 변화하고, 그에 따라 수학적 사고력 및 문제해결력이 증진될 수 있도록 자료를 제작해야 한다. 기존 수업 자료를 탐색하여 사용하거나 기존 수업 자료를 수정 및 보완, 혹은 수업 자료를 새로이 개발하는 방법 중 한 가지를 선택할 수 있다. 새로 수업 자료를 개발하는 경우에는 검정고시의 해당 교과 범위와 학생 수준을 고려하여 개발되어야 한다. 수업 적용 단계(Apply stage)는 앞서 준비했던 자료를 실제로 학생들에게 적용하는 단계이다. 학생들 간의 사전 지식이나 공부 방법 등의 차이가 있을 수 있으므로 교사는 전반적인 교육 과정에서 학생들과 함께 유기적으로 소통해야 한다. 또한 학생과 학생 간, 학생과 교사 간의 수학적 의사소통을 활발히 하며 함께 성장한다는 경험을 공유할 수 있는 프로젝트 수업으로 구성하는 방법도 좋다. 마지막으로 동기 유발 단계(Motivate stage)에서는 융합인재교육을 통해 학습한 창의·융합 역량을 함양하여 수업이 끝난 후에도 학습에 대한 동기가 지속되어, 학생들이 앞으로의 삶을 이전과는 다른 시선으로 설계할 수 있도록 돕는 단계이다. 학생의 요구에 따라, 교사는 수학과 음악 융합인재교육 프로그램을 추가적으로 개발할 수 있으며 다시 분석 단계로 돌아가게 된다.

## 2. 연구방법

### 가. 연구대상 및 연구절차

본 연구의 대상은 ○○광역시 꿈드림센터에서 고등학교 졸업 검정고시 수학 학습반을 수강하고 있는 학교 밖 청소년이다. 10대 후반의 남학생 1명과 여학생 4명으로 총 5명이었다. 학생들은 학교를 중단하여 학업수준이 다소 낮았지만, 검정고시를 통해 학업을 지속하고자 하는 등 학습에 대한 의욕은 높은 편이었다. 연구자는 약 5개월 동안 고등학교 졸업 검정고시 수학 학습반을 담당하고 있는 꿈드림 멘토로서 학생들과 충분한 라포를 형성한 후에 수업을 진행하였다. 또한 센터 담당자 및 학생들에게 연구 목적 및 방법을 설명하고, 자료 분석에 활용될 수업 녹화 및 면담, 각종 검사지 등 수업 결과물에 대한 자료 수집의 동의를 받고 진행하였다. [그림 11-2]와 같은 연구절차로 진행되었으며, 수업은 2021년 6월 29일(화), 7월 6일(화), 7월 13일(화) 3주간 한 차례에 약 80분

(2차시, 블록타임)으로, 총 3차레(5차시)<sup>4)</sup>에 걸쳐 진행되었다. 각각을 수업1, 수업2, 수업3이라고 한다.



[그림 II-2] 연구절차

#### 나. 자료 수집 및 분석

수학과 음악 융합인재교육 프로그램을 통해 학교 밖 청소년이 수학에 대한 정의적 영역 및 문제풀이 전략의 변화가 이루어졌는지에 대한 효과를 분석하기 위해 프로그램의 모든 차시는 비디오로 녹화하였으며, 면담과정도 오디오 녹음을 진행하였다. 주요 분석 방법은 녹화, 면담의 전사자료 및 과제 수행 교재를 기준으로 둔 질적 분석을 사용하였다. 프로그램 참여 학생 인원은 통계적으로 유의미한 수치가 아니기에, 사전·사후 검사지 및 자기평가지에 대한 양적 결과는 질적 분석의 근거 자료로써 활용하였다(나장함, 2021).

본 연구의 수학에 대한 정의적 영역 설문 문항은 흥미, 가치, 융합인재교육 인식, 자신감, 학습의욕의 다섯 가지 하위 요인으로 분류되며, 총 20문항의 5점 척도로 구성되었다. 모든 문항은 신뢰도 검사가 완료된 것으로 활용하였다(이광상, 임해미, 박인용, 서민희, 김부미, 2016; 나준영, 2018). 문제풀이 전략의 변화를 파악하기 위한 검사 문항은 이전 검정고시 기출문제 형식을 적용하여, 프로그램에서 수학적 요소로 활용되었던 내·외분점 및 함수적 성질의 문항들로 이루어졌다. 내분점 1문제, 외분점 1문제, 합성함수 1문제, 역함수 1문제로 총 4문제를 제시했으며, 사전·사후 검사지는 동형 문항으로 개발하였다. 학생들의 문제 해결 과정의 변화를 정확히 인지하기 위해 풀이과정을 표기하라는 발문을 제시하였다. 자기평가지를 통해 학생들의 차시별 자기평가 및 자기성찰을 통한 변화를 알아보고자 하였다. 자기평가지의 항목은 목표 달성, 적극적 참여, 수업 태도, 내용 흥미, 상호협력, 사전 지식 또는 실생활과의 연관, 흥미 유발, 문제해결 변화, 창의적 사고 학습, 향후 수업 기대의 하위 요인으로 총 10문항, 5점 척도로 구성되었다. 더불어 수업 내용 중 인상 깊었던 내용과 추가적으로 탐구하고 싶은 사항을 서술하고, 스스로 자신의 수업 참여도 점수를 평가하도록 하였다. 연구자는 차시별 자기평가지의 요구사항이나 참여도 결과를 확인하여 다음 차시에 활용하는 방안으로 활용하였다.

또한 정의적 영역 및 문제풀이 전략 검사 결과에서 발견하기 어려운 생각이나 행동의 변화를 찾아내고자 면담을 진행하였다. 면담은 공통 문항과 개인별 문항으로 나누어 1:1 구조화된 개별 면담을 실시하였다. 공통 문항에는 (1) 기존 강의식 학습반 수업과 다른 모형으로 개발한 프로그램에 대해 다르게 느꼈던 부분, (2) 정의적 영역에 대해 느꼈던 변화, (3) 문제풀이 전략에 대한 변화, (4) 전반적인 수업 소감 및 제안점 등의 물음으로 구성하여 구조화하였다. 더불어 수업이나 검사지에서 발견했던 개인별 특이점을 꼬리 물음으로 준비하였다. 면담 내용은 녹취 및 전사하여 정의적 영역 및 문제풀이 전략의 변화를 분석하는 데 활용하였다.(김영인, 2022)

### III. 연구 결과 및 논의

#### 1. 수학과 음악 융합인재교육 프로그램 개발

##### 가. 원칙과 방향

학교 밖 청소년의 교육지원을 위한 분석에서 학교 밖에서 맺는 새로운 인간관계 형성에 대한 요구도가 높았

4) 수업3은 1차시로 구성하여, 수업1(2차시), 수업2(2차시), 수업3(1차시) 총 5차시이다(김영인, 2022).



다(최유연, 오린지, 남준현, 2020). 실제로 꿈드림센터에 다니는 학생들을 관찰하였을 때, 수업에서 의견을 자유롭게 주고받는 환경이 제공되지 않아 발생하는 개인 학습으로 인해 학생 간의 심리·학업적 격차가 심화되는 것을 확인할 수 있었다. 또한 학교 밖 청소년 대상의 지속가능한 프로그램을 위해서는 단순히 재미의 목적에 그치지 않고, 가치 있는 탐구 활동을 포함해야 한다(황세영, 조성화, 2015). 관심을 유발하기 위한 요인으로 활동을 포함하나, 학습 목적을 명확히 하여 학생 중심의 수업을 꾸려나가는 것이 중요하다. 이러한 학교 밖 청소년의 교육 연구에 근거하여 프로그램의 개발 원칙 및 방향은 ‘자기주도적으로 발문에 답하며 창의·융합 탐구를 진행하고, 친구들과 협력하여 의견을 자유롭게 공유할 수 있도록 하는 프로그램’으로 수립하였다.

**나. 제목 및 개요**

Loy(2006)는 음악의 수학적 기반(Mathematical foundations of music)을 ‘Musimathics’라고 정의하고, 수학과 물리학에 기초한 음악적 요소에 대하여 저술하였다. 해당 내용의 교육학적 접근으로 교실에서의 활용을 기대하기도 하였다. 따라서 본 수학과 음악 융합인재교육 프로그램의 제목은 Loy의 저서 제목에서 착안하여 ‘Musimathics: 음악으로 만나는 수학’이라고 명명하였다. 수업1(1, 2차시)은 ‘수학으로 만드는 악기 세상’라는 주제로 간이 팬플룻 제작을 주요 활동으로 구성하였고, 수업2(3, 4차시)는 ‘키 낮춰서 노래 부르는 데 수학이 필요해?’라는 주제로 Geogebra를 활용한 조옮김 편곡을 주요 활동으로 구성하였다. 마지막 수업3(5차시)은 수업1, 2에서 배운 수학과 음악의 융합 내용에 대해 상기하며 추가적인 융합 내용에 대해 공유하는 시간으로 구성하였다. 프로그램 개요는 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 수학과 음악 융합인재교육 프로그램 개요

제목	Musimathics: 음악으로 만나는 수학			
차시(시수)	수학적 요소	음악적 요소	차시별 제목	주요 활동
수업1(2시수)	내·외분점	피타고라스 음계, 순정률, 평균율	수학으로 만드는 악기 세상 : 순정률로 만드는 플룻 악기	팬플룻 제작
수업2(2시수)	함수적 성질	조옮김	키 낮춰서 노래 부르는 데 수학이 필요해? : 조옮김의 수학적 계산	Geogebra를 활용한 편곡
수업3(1시수)	통합		우리가 연주하는 수학적 대화	상호 의견 공유

**다. 교수·학습 모형에 따른 학교 밖 청소년을 위한 수학과 음악 융합 프로그램 개발**

**1) 분석 단계(Analyze stage)**

학교 밖 청소년에게 효율적인 교육이 될 수 있도록 이전 수학학습에서 보였던 흥미 부족 및 참여도 저조의 문제를 해결하기 위해 능동적인 탐구 활동을 포함하도록 프로그램을 개발하고자 하였다. 또한 융합인재교육의 학습 대상자인 학생들의 특성에 대해 관찰·분석하였고, 학생들이 노래나 악기 등에서 관심을 갖는다는 것을 파악하였다. 이러한 분석 결과에 따라, 본 연구자는 악기의 음률에 관한 수학 및 조옮김에서의 수학 등 수학적 음악에 활용되는 실생활 문제를 제시한 프로그램을 개발하고자 하였다.

**2) 주제 선정 단계(Select theme stage)**

분석 단계에서 제시된 음악과 관련된 실생활 문제를 해결하는 융합인재교육 주제를 선정하였다. 이때, 실제 고등학교 졸업 검정고시 수학 범위에 해당하는 내용을 분석하였다. 2021년 시험범위에 해당하는 수학 내용 요소

는 문자와 식, 방정식과 부등식, 도형의 방정식, 집합과 명제, 함수, 경우의 수이다. 본 연구에서 수학과 융합할 음악적 내용 요소는 ‘피타고라스 음계’, ‘순정률’, ‘평균율’, ‘조옮김’이다. 피타고라스 음계, 순정률, 평균율은 비율 학습에 적합하므로 도형의 방정식 중 선분의 내분하는 점 및 외분하는 점 학습 요소와 연계하였다. 실제 2017년도 2차 검정고시 기출문제에서는 좌표평면의 내분점에 관련된 문제가 출제되었고, 검정고시 모의고사에서도 선분에서의 외분점 문제가 출제되었다. 정현철(2007), 김연주(2016), 이성진(2021)은 조옮김을 일차함수 그래프의 평행이동과 융합하였으나, 검정고시에서는 평행이동과 관련된 문제는 출제범위에 포함되지 않으므로, 함수적 성질을 이용한 함수값  $f(x)$ 를 구하고, 역함수, 합성함수를 이용하여 조옮김에 활용할 수 있도록 수학과 연계하였다.

### 3) 수업 유형 선정 단계(Select class type stage)

수업 유형에는 검정고시 과목에 따른 ‘교과 내 연계형’, ‘교과 연계형’, ‘진로 연계형’으로 세 가지 유형으로 나뉜다. 고등학교 졸업 검정고시는 국어, 수학, 영어, 사회, 과학, 한국사로 6과목이 필수 과목으로 구분되며, 도덕, 기술·가정, 체육, 음악, 미술 과목 중 1과목을 선택하여 총 7과목을 응시하게 된다. 본 연구에서 택한 수학은 필수 과목이지만 음악은 선택 과목에 속한다. 프로그램에 참여한 학생들 모두가 선택 과목으로 음악을 택하지 아니하였기에 ‘교과 내 연계형’으로 선정하여 수학 과목을 중심으로 프로그램을 구성하였다.

### 4) 교육공학 및 교구 준비 단계(Ready to educational technology and materials stage)

자유로운 의사소통을 통한 창의적 융합 역량을 최대한 끌어내기 위해, 각 차시별 학생 참여 중심의 활동 수업을 구성하고 다음과 같은 교육공학과 교구를 선정하여 진행하였다. 수업1 ‘수학으로 만드는 악기 세상’에서는 피타고라스 음계, 순정률, 평균율을 이용한 내·외분점 탐구 수업을 진행하는데, 간이 관악기 팬플룻을 교구로 준비하였다. 학생들이 팬플룻 악기를 직접 제작해보므로써 음계 비율에 수학적 성질이 활용된다는 것을 몸소 느낄 수 있고, 자신이 만든 악기로 연주를 해보며 감성적 체험이 가능하다. 수업2 ‘키 낮춰서 노래 부르는 데 수학이 필요해?’는 조옮김의 수학적 계산 및 그에 따른 함수적 성질을 파악하여 조옮김 활동을 해본다. 오선지 및 수학 공책을 수기로 악보를 그려보고, Geogebra 프로그램을 활용해 편곡한 음악에 대한 피아노 연주를 감상한다. 피아노 건반은 Geogebra 사이트를 참고하였다. Geogebra에서의 피아노 건반은  $[-1, 1]$ 의 범위 안의  $\sin$  함수식을 입력하여 진동수 및 진폭을 조절하여 수식화할 수 있다. 수학적으로 피아노 건반에 사용된  $\sin$  함수식을 살펴보면, ‘라’ 음의 진동수 440Hz를 중심으로  $\sqrt[3]{2}$ 의 비율로 한 음계씩 증감하고 있다. 따라서 Geogebra 피아노 건반은 바흐의 평균율에 의거한 수식임을 알 수 있다. 여기서 소리의 높낮이에 따라 그래프의 주기가 변화되고, 소리의 크기에 비례하여 그래프의 구간이 변화하는 등의 그래프 개형에 대한 관찰 학습도 가능하다.

### 5) 수업 자료 준비 단계(Establish plan stage)

학교 밖 청소년을 대상으로 한 수학과 음악 융합인재교육의 기존 교수·학습 자료가 전무하므로, 학생의 역량에 따라 내용을 새롭게 개발하였다. 또한 개발 원칙 및 방향에 따라, 학생이 자기주도적으로 발문에 답하며 창의·융합 탐구를 진행하고 동료 친구들과 함께 의견을 자유롭게 공유할 수 있도록 개발하였다. 수업1과 수업2를 위해 본 연구에서 개발한 프로그램에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다.

수업1에서는 내·외분점에 따른 음계 비율 문제를 수업 자료로 개발하였다([그림 III-1]). 특정 음정 사이의 순정률을 제시하고 이를 내·외분점의 비율로 변환하여, 해당 길이가 어떠한 음정을 나타내는지 서술하였다.

Q5. 주어진 악보와 같이 솔(G4)과 레(D4)는 완전4도의 관계를 가지며 순정률에 따라, 솔(G4)과 레(D4)의 현의 길이는 3:4의 비율을 이룹니다. 따라서 솔(G4) 현의 길이( $\overline{AB}$ )를 4:1로 **외분**하는 점(Q)과의 길이( $\overline{AQ}$ )는 레(D4) 현의 길이를 나타냅니다. 이 때, **레(D4) 현의 길이는?**

[그림 III-1] 순정률을 기반으로 개발한 외분점 문제

수업2에서는 조옮김에 대한 수학적 분석을 기초로 교수학적 변환을 거쳐 조옮김의 수학적 계산을 새롭게 정의하였다. 신현용, 나준영(2013)은 반음을 포함한 총 12개의 음을 순환군  $Z_{12}$ 의 원소로 정의하였지만, 본 연구에서는 학생들의 이해를 돕기 위해 반음을 제외한 흰 건반에서의 계산으로 축소하였다. 따라서 ‘도’에서 ‘시’까지 7개의 음을 범 7(module 7)의 순환군을 갖는 것으로 보고, 덧셈(+)은 1도 위의 음이며, 뺄셈(-)은 1도 아래의 음으로 표현하였다. 또한 합성함수  $h(x) = (g \circ f)(x)$ 를 사용한 올림표 및 내림표의 조옮김의 함수적 대응 관계를 [그림 III-2]와 같이 표현하여, 학생들이 집합 간 원소의 대응 관계를 시각적으로 확인할 수 있도록 교재를 개발하였다.

[그림 III-2] 조옮김의 합성함수 대응 관계

### 6) 수업 적용 단계(Apply stage)

수학과 음악 융합인재교육 ‘Musimathics: 음악으로 만나는 수학’ 수업은 2021년 6월 29일, 7월 6일, 7월 13일로 3주에 걸쳐 총 세 차례의 수업(수업1, 수업2, 수업3)으로 총 5차시로 진행되었다. ○○광역시 꿈드림센터에서 고졸 검정고시 학습반을 수강하는 학교 밖 청소년을 대상으로, 센터의 담당 선생님께 양해를 받아 특별 수업으로 진행하였다. 또한 프로그램의 개발 원칙에 따라 학생들이 자유롭게 의견을 공유할 수 있도록 모둠형식으로 책상을 배치하였다. 각 수업은 크게 이론적 탐구와 수학과 음악에 관련된 창의·융합 활동으로 구성되어 있다. 수업1은 팬플룻 제작, 수업2는 조옮김 악보 그리기, 그리고 수업3에는 조옮김한 곡의 팬플룻 연주를 활동 과제로 편성하였다. 과제 수행은 사전 지식의 부족함을 친구들과 협력하여 채워나갈 수 있도록 지도하는 데 집중하고, 모든 학생이 과제를 수행할 수 있도록 격려하였다.

### 7) 동기 유발 단계(Motivate stage)

학교 밖 청소년 대상 융합인재교육 프로그램은 단기간의 이벤트성 융합 수업이 아닌, 지속가능한 교육으로 이어질 수 있어야 한다. 따라서 창의·융합역량에 지속적인 동기를 부여하기 위해 학생들의 과제 수행 경험을 바

탕으로 마지막 차시에는 수학이 실생활에서 어떻게 활용되는지 제시하며 토론하는 시간을 가졌다.

## 2. 수학과 음악의 융합인재교육 적용 결과

### 가. 정의적 영역의 변화 분석

본 연구는 수학에 대한 정의적 영역을 흥미, 가치, 융합인재교육 인식, 자신감, 학습의욕의 총 5가지 하위 요인으로 분류하였다. 모든 하위 요인에서 사전-사후 검사 결과의 전체 평균이 3.08에서 3.87로 향상되었다(<표 III-2>).

<표 III-2> 정의적 영역의 사전-사후 검사 결과

(5점 만점)	사전	사후
흥미	2.95	3.65
가치	3.24	4.12
융합인재교육 인식	3.67	4.20
자신감	2.28	3.04
학습의욕	3.27	4.33
<b>전체</b>	<b>3.08</b>	<b>3.87</b>

구체적인 정의적 영역 변화 요인을 찾기 위해 수업 녹화 및 면담 전사 자료를 질적으로 분석하였다. 그 결과 다음 3가지의 변화를 확인할 수 있었다.

#### 첫째, 수학과 음악 융합인재교육의 활동 중심 수업은 수학에 대한 흥미를 유발시켰다.

본 연구에서 개발한 수학과 음악 융합인재교육 프로그램은 각 차시별로 학생들이 직접 활동하는 교수·학습 과정이 포함되어 있다. 수학 학습에서 조작 활동을 한다는 것 자체만으로 학생들은 흥미를 느끼고 수업에 능동적인 태도로 임하는 것을 확인할 수 있었다. 차시별 자기평가지에서는 수학과 음악 융합 수업의 활동 중심 수업이 학생들의 흥미를 유발한 요인이었음을 찾아낼 수 있었다. 수업1에서 학생 A는 ‘팬플룻을 수학 원리를 이해 하여 만들고 함께 합주를 한 것’이, 학생 B는 ‘수학으로 음을 맞춰 플룻의 길이를 잴 때가 흥미로웠다.’고 응답했다. 학생 C는 ‘내분점, 외분점을 푸는 방법을 게이름과 함께 비율로 알게 된 것이 흥미진진했다.’고 하였다. 학생 D는 ‘내분점, 외분점을 피타고라스 음계로 풀 수 있다는 것이 신기했고, 팬플룻을 만든 것과 다함께 연주하는 것이 새로웠다.’고 했다. 수업2에서 학생 C는 ‘함수를 이용해서 노래를 내 마음대로 음을 낮춰보는 활동을 한 것이 신기하다.’고 답하였고, 학생 E는 ‘음악과 수학의 연관성을 알고 직접 악보를 그리는 것이 재미있다.’고 응답하였다.

결과적으로 <면담 1>에서 ‘만들거나 악보를 그리는 활동을 통해 흥미를 갖게 되었다.’, ‘수학을 공부로 생각하지 않고 놀이로 생각하여 재미있다.’와 같은 학생들의 반응을 통해, 악기 제작 활동 및 조옮김 활동 수업이 수학을 체험 가능한 놀이로 인식하였고 이는 수학에 대한 흥미가 향상된 것으로 보인다.

#### <면담 1>

학생 C: 아쉬운 건 딱히 없었고 좋은 점은 너무 많은데... 만들기 같은 것도 하고 저희가 직접 악보도 그려보고 하니까 수학에 흥미를 더 갖게 되었던 것 같아요.

학생 A: 수학을 약간 놀이처럼 접근하는 것 같아서.. 실제로 오리는 수업을 하면서 관의 길이가 짧아질수록 음이 점점 높아지는 것도 알게 되었고, 내분점, 외분점을 활용한 부분도 그렇고.. 마지막 차시에서 애플로

교의 1:1.618 비율도 배우면서 **수학을 공부로 생각 안하고 놀이라고 생각하니까 점점 재밌어진 것 같아요.**

김희진(2014)은 놀이를 활용한 중등 수업을 진행하여 일방적인 교수학습보다 수학 흥미 및 수학적 의사소통이 향상되는 등 조작적 활동 및 놀이를 통한 수업이 수학적 태도에 긍정적인 영향을 미친다는 것을 밝혔다. 또한 김응환, 최성은(2006)은 활동중심 수업이 수학 학습부진아에게 흥미도 측면에서 큰 변화가 나타났음을 밝혔다. 이러한 선행연구를 근거로 학생들의 반응을 분석하면 수학과 음악 융합인재교육 프로그램을 통한 활동 중심의 수업이 수학을 놀이로 인식하여 수학에 대한 흥미를 이끌었음을 알 수 있다.

**둘째, 수학과 음악 융합인재교육의 교육기회 제공은 수학에 대한 가치 및 융합인재교육에 대한 긍정적인 인식을 심어주었다.**

수학 중심의 융합인재교육을 한 번도 경험해보지 못한 학교 밖 청소년들이 수학과 음악의 융합을 처음으로 접하고 학습하면서, 융합인재교육의 교육적 필요성에 대한 인식이 발생하였음을 확인할 수 있었다. 더 나아가, 실생활 연관의 동기 유발 수업을 통해 수학에 대한 가치를 인지하게 되었고, 수학과 다른 분야의 융합에 대한 호기심으로 심화되기도 하였다. 이는 융합인재교육 기회를 제공함으로써 수학에 대한 가치인식 향상 및 융합인재교육에 대한 긍정적 인식이 생겼다고 볼 수 있다. 또한 수업 마무리 시간에 나누었던 <사례 1>, <사례 2>로 보아, 학생들이 수업을 통해 수학이 활용될 수 있는 가치에 대해 인지하고, 융합인재교육에 대한 긍정적 인식이 생겼음을 알 수 있다.

<사례 1: 수업2>

학생 D: **음악과 수학이 이렇게 깊은 연관이 있었는지 처음 알았어요!**

학생 E: **조용함을 수학적으로 계산한다는 것이 참 신기한 것 같아요. 평상시에는 이런 것에 대해서 생각지도 못했는데.. 대단한 것 같아요. 융합에 대해 많이 알아가는 느낌이에요.**

<사례 2: 수업3>

학생 B: 저는 알고리즘으로 수학이 이용되어서 실제로 적용하는 게 인상 깊었어요. 특히 **음악이랑 융합한 수학은 새로운 조합이었어요.**

연구자: 그랬군요. 고마워요. C친구는 어땠나요?

학생 C: 저는 수하이랑 음악이랑의 조합이 신선했거든요? 수하이랑 음악이랑 융합해서 어떻게 수업을 할까? 궁금해서 신청을 한 건데 진짜 재밌었어요. **제가 음악에도 관심이 많아서 수하이랑 음악이랑 같이 수업해보니까 수학도 좋아지려고 하고 있어요.** 수업에 열정 있게 참여하기도 했고요.

학생 B: 네, 융합해서 수업하니까 이럴 때 활용될 수 있겠구나 하는 게 보였어요.

그 외에도, 자기평가지의 추가 학습에 대한 요구 의견으로 황금비율과 같은 **일상 속 수학 원리** 또는 **음악과 수학의 더 많은 연관성, 일상생활에 사용되는 수학** 등을 알고 싶다는 응답이 있었다. 이는 수학과 음악 융합수업을 통해 추후 심화된 융합학습에 대한 동기부여로 이어져 융합인재교육의 교육적 필요에 대한 인식이 발견되었음을 알 수 있다. 융합인재교육의 기회 제공이 수학에 대한 가치를 인지하게 하였고, 또한 심화된 융합학습의 동기부여로 이어질 수 있는 융합인재교육에 대한 긍정적 인식이 나타났음을 보여준다.

**셋째, 수학과 음악 융합인재교육의 자율적인 의사소통 중심 학습 환경은 수학에 대한 자신감과 학습의욕을 향상시켰다.**

본 수학과 음악 융합인재교육 프로그램은 학생과 학생 간, 학생과 연구자 간 피드백 및 의사소통을 유연하게 진행하고자 모둠 형식으로 자리를 배치하였다. 또한 수업 중에도 학생들이 부담 없이 의사소통할 수 있도록 연구자가 호응해주며 자유로운 학습 환경을 조성하는데 중점을 두었다. 이와 같은 수업 분위기는 학생들이 능동적으로 발문에 답하고, 친구들과 자유롭게 의사소통하며 탐구활동을 수행할 수 있도록 하였다. 이러한 행동 특성은 수학 학습에 대한 자신감 및 학습의욕의 증가로 연관되어 나타났다. 학생 A는 <면담 2>를 통해 편안하고 자유로운 소통의 분위기로 인해, 이전에 받았던 수학 학습에 대한 스트레스가 감소되고 문제 풀이에 대한 자신감 형성에 대한 스스로의 뚜렷한 변화를 설명하기도 하였다.

<면담 2>

학생 A: 저는 선생님을 만나기 전에는 **‘수학을 진짜 왜 배워야 하지?’라는 생각이 있었거든요.** … 계속 배웠던 것을 다음 날, 아니면 일주일 뒤가 지나면 까먹거나 수학 문제지만 보면 머리가 새하얘진다거나 했는데, **쌤 수업은 오면 되게 편안했어요.** … 수업을 기다리는 것도 처음이고 **“수학 문제 풀이할 사람?”하고 물어보면 이제 나서서 할 수 있을 것 같고, 그래서 저는 진짜 많이 바뀐 것 같아요.**

연구자: 정말요? 평소에는 보통 문제 풀이만 하고 그랬는데 이번 수업에서는 친구들이랑 같이 이야기도 많이 하면서 소통을 많이 했잖아요.

학생 A: 맞아요. 그리고 제가 쉬고 싶어도 다른 선생님들은 보통 그냥 수업 진행했었는데 **친구들이랑 자유롭게 이야기하는 분위기이면서, 배울 것은 다 배우는 게 좋은 것 같아요.** 선생님 수업의 전매특허랄까?

학생 E는 평소 수업 출석률이 저조하고 지각이 잦았다. 그러나 본 융합인재교육 프로그램에서는 친구들과 함께 학습한다는 분위기로 인해 100% 출석률을 보여주었다. Buzza와 Dol(2015)은 대안교육 수학학습 과정에서 학생들의 일정한 출석률이 나오는 현상에 대해, 학교 밖에서 경험하는 안정성 결여를 고려할 때 이는 사소한 결과가 아니라고 하였다. 또한 학생 E는 <면담 3>에서 자신만의 수학 학습 공부법을 찾았으며, 문제 풀이에 대한 의지를 보여준 것으로 보아 수학 학습에 대한 자신감 및 의욕이 향상되었음을 알 수 있다. 따라서 자율적인 학습 분위기를 통한 학생 E의 안정된 출석률은 학습에 대한 자신감 및 학습의욕 상승을 의미한다고 볼 수 있다.

<면담 3>

연구자: 혹시 수학에 대한 생각이 바뀐 게 있을까요?

학생 E: 약간? **드문드문 쉬운 문제 몇 개 보이면 풀어보려고 하는 정도로는 변한 것 같아요!**

연구자: 오~ 그리고 친구들이랑 함께 소통하는 수업을 진행했는데 어떻게 느꼈어요?

학생 E: 무작정 듣기만 하다가 **직접 경험을 공유하는 거 같아요.** 확실히 경험을 해보는 게 재미있고, **원래 오기 싫었는데 친구들이랑 같이 하니 오고 싶어지더라고요.**

연구자: 맞아요. 이번에 E는 3차시 동안 결석도 안하고 잘 참여했어.

학생 E: **저에게 맞는 공부 타임을 얻은 것 같아요. 함께 배우는?**

연구자: 다행이네요. 앞으로 수학 버리지 말고 쉬운 문제라도 접근해서 해보면 좋지 않을까요?

학생 E: **노력해보겠습니다! (웃음)**

윤난주(2014)의 연구에서 보여주듯 음악과 연계한 수학체험학습 프로그램을 통해 자유로운 분위기 속 친구들과 과 토론하며 과제를 해결하는 과정을 통해 수학에 대한 자신감이 상승된 것으로 보인다. 따라서 검정고시 대비를 위한 강의식 문제풀이 수업보다 수학과 음악 융합인재교육 프로그램이 학생들에게 자유로운 학습 환경을 조성하였고, 결과적으로 학교 밖 청소년들의 수학에 대한 자신감 및 학습의욕이 증가하였음을 알 수 있다.

**나. 문제풀이 전략의 변화 분석**

문제풀이 전략의 변화를 알아보기 위한 사전-사후 검사는 내분점, 외분점, 합성함수, 역함수 1문제씩 총 4문제로 구성되어졌다. 문제풀이 전략 변화에 대한 구체적 요인 분석을 위해 사전-사후 검사 응답을 중심으로, 수업 녹화 및 면담 전사자료, 과제 수행 결과를 질적 분석하였다. 문제풀이에 대한 전략 변화는 내용 영역에 따라 내·외분점과 함수로 분류되었으며, 그에 따른 결과는 다음 두 가지로 분석할 수 있다.

**첫째, 수학과 음악 융합인재교육을 통해 내·외분점에 대한 개념 이해를 형성하고, 주어진 문제를 수식으로 표현하여 풀이할 수 있게 되었다.**

수업1의 수학적 요소는 내·외분점이다. 내·외분점은 검정고시에서 매년 출제되는 내용이 아니기 때문에 학생들의 해당 문제해결에 어려움을 겪었다. 따라서 학생들의 인지적 변화를 알아보고자 Malone의 평가기법(백석운, 2016)에 제시된 분석 도구를 토대로 사전-사후 검사의 응답 변화를 구체적으로 분석하였다. 사전 검사의 내·외분점을 묻는 문항에서 학생 A는 공란으로 제출하였으며, 학생 B는 숫자 순서의 배열 규칙 문제로 접근하여 해결하려 했다. 문제의 정확한 의도를 파악하지 못하고, 무의미한 기록만 하였으므로 0점에 해당한다. 학생 C와 D는 수직선 길이의 비율로 문제를 접근하여 풀었다. 이러한 풀이 전략은 문제에 의미 있는 접근을 하였으나 완벽한 문제 풀이에 대해서는 어려움을 겪었다고 볼 수 있어 1점에 해당한다. 이는 학생들이 많이 접해보지 못했던 내분점과 외분점에 대한 개념 부족으로, 단순히 주어진 수직선 길이에 대한 비율로 문제를 해결하려고 접근했던 것으로 분석된다(<표 III-3>). 사전검사 결과를 반영하여 내·외분점에 대한 이해도를 높이고자 정확한 개념 정립에 초점을 두어 진행하였다. 학생들이 직접 구하고자 하는 현의 길이에 대응하는 수직선을 그리고, 비율로 나누어보며 내·외분점에 해당하는 점을 찍어 확인하고 계산하게 하였다.

<표 III-3> 내·외분점 영역 사전-사후 검사 응답에서 보인 문제풀이 전략

구분	사전 응답	사후 응답
학생 A	무응답	$\frac{6}{5} + \frac{14}{5} = \frac{20}{5} = 4$
학생 B	6	$\frac{2 \times 2 + 2 \times 7}{3 + 7} = \frac{20}{10} = 2$
학생 C		$\frac{3-2+7-2}{5-2+7} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ , $\frac{7-2+3-2}{7-2} = \frac{1}{5} = 1$ , $\frac{2 \times 2 + 2 \times 7}{7+7} = \frac{20}{14}$
학생 D	$A(2) \sim B(5) = 3$ $A(2) \sim Q(x) = 7$ $2+7 = 9$ $Q(x) = 9$	$7 - 5 = 2$ $\frac{7 \times 5 - 5 \times 1}{2} = \frac{35-5}{2} = \frac{30}{2} = 15$

수업 후에 진행된 사후 검사 응답지에서 학생 모두 내·외분점의 공식을 사용하여 정확하게 문제에 접근하였

음을 확인할 수 있다. 학생 A, D는 적절한 방법으로 바르게 해결하였으므로 4점에 해당하며, 학생 B는 단순 계산 실수로 인해 정답을 구하지 못하였으므로 3점, 학생 C는 합리적으로 문제풀이에 접근하였으나 문제에 대한 잘못된 이해로 정답을 구하지 못하였으므로 2점에 해당한다. 이를 통해, 4명의 학생 모두 사전 응답과 사후 응답 사이에 인지적 변화가 향상되었음을 알 수 있다(<표 III-3>). 사전 검사에서 단순히 숫자를 나열하거나, 비율 또는 길이로 표현하였던 접근법이, 사후 검사에서는 정확한 수식을 사용하여 문제를 해결하였으므로 적절한 문제 풀이에 전략을 세워 시도했음이 분명하게 드러나고 있다. 이를 통해, 수학과 음악 융합인재교육은 학생들의 내·외분점에 대한 개념 이해도를 높이고 수식 표현력을 증가시켰음을 알 수 있다.

**둘째, 수학과 음악 융합인재교육을 통해 함수적 대응 관계를 이해하고, 주어진 문제를 함수 기호와 함께 서술하여 풀이할 수 있게 되었다.**

수업2의 수학적 요소는 함수이다. 함수는 실제 검정고시에서도 쉬운 난이도를 갖는 영역으로, 학생들의 문제 접근 기회가 높아 사전-사후 검사지에서 100%의 정답률을 보였다. 따라서 학생들의 정답률보다는 어떠한 전략을 토대로 풀이를 했는지 서술한 풀이과정에 초점을 맞추어 분석하였다. 학생 B, D는 사전 검사에서 주어진 숫자를 따라가며 문제를 즉각 반응하여 푸는 모습을 보였다. 검정고시에서 매년 출제되고 있는 문항이기 때문에, 학생들이 즉각 반응하여 별도의 함수적 성질에 대한 과정 없이 경로 혹은 방향 찾기 형식으로 파악하여 문제를 해결하였다. 서술한 풀이과정 역시 단순히 화살표로 나타내었기 때문에 함수의 대응 관계를 정확히 이해하여 해결했다고 보기 힘들다(<표 III-4>).

사전 검사를 토대로, 집합에서 원소의 함수적 대응 관계의 이해에 초점을 두고 함수 기호를 사용할 수 있도록 수업을 진행하였다. 이후 함수적 계산을 통한 조옮김 활동에서 함수적 대응 관계를 나타낸 도표를 보고, 학생들이 집합 사이의 대응 관계를 통해 나타나는 함수값에 해당하는 으뜸음을 도출할 수 있도록 하였다. 사후 검사에서 학생 B, C, D가 함수적 대응 관계를 설명하는 서술을 포함하며, 평가 의도에 맞게 문제를 해결했음을 확인할 수 있다. 특히 학생 B는 사전 응답과 비교하여, 풀이 과정에서 합성함수와 역함수를 나타내는 기호를 사용하였다. 이는 함수적 대응 관계를 분명히 이해하고 함수 기호 서술의 문제풀이 전략을 가지고 접근하였음을 알 수 있다. 학생 D 또한 역함수 문제에서 공란으로 두었던 사전 검사 풀이과정과 달리, 사후 검사에서는 명확하게 집합의 원소 간 대응 관계를 언급하며 문제를 해결하였다(<표 III-4>).

<표 III-4> 함수 영역 사전-사후 검사 응답에서 보인 문제풀이 전략

구분	사전 응답	사후 응답
학생 B	$x \ 1 \rightarrow y \ 6 \rightarrow z \ 6$	함수를 (y)가 (z)로 하면, (x)를 따라 (y)값 9 → (z) 6 6이기 때문입니다.
학생 C	$f^{-1}$ 이 역함수니까 $f^{-1}(a) = 3$ 이 역함수: 역함수 (3) → 3 2개의 답이 3	$f^{-1}$ 은 $f$ 의 역함수이니 $y \rightarrow x$ 2개의 답 $f \rightarrow 2, f^{-1}(5) = 2$
학생 D	무응답	$f^{-1}$ 은 역함수나 $x$ 가 5일때 역으로 가면 2이다.

**IV. 결론 및 제언**

본 연구에서는 수학과 음악의 융합인재교육을 실시함으로써, 학교 밖 청소년의 수학학습 특성이 유의미하게 변화됨을 보였다. 이전에는 학교 밖 청소년을 대상으로 한 수학 교과교육뿐만 아니라 융합인재교육의 선행연구를 전혀 찾아볼 수 없었다. 하지만 지금 사회는 교육의 사각지대를 최소화하고 미래사회에 필요한 인재를 양성



하기 위해, 학교 밖 청소년에게도 다양한 미래교육의 기회를 제공해야 할 필요성이 있다. 따라서 본 연구에서는 사회적 요구에 따른 수학 융합인재교육으로 변화된 학교 밖 청소년의 수학학습의 특성을 살펴보았다.

김찬미(2015)의 연구에서 학교 밖 청소년들에게 수학을 지도하여 문제해결 능력 및 학습의 적극적 태도에 도움을 준다는 것을 밝혔고, 이 과정에서 연구자는 학습 외의 학생들의 삶에 대한 이해 갈등을 느꼈지만 결과적으로 수학학습을 통해 긍정적이고 적극적인 미래 설계를 할 수 있도록 지도하였다. 또한 Buzza와 Dol(2015)은 학교 밖 청소년들에게 학습, 학업 행동 및 결과에 대한 자율권을 가질 수 있는 기회를 제공함으로써, 학생들의 참여와 자율적인 행동 및 능력에 대한 자신감을 증가시키는 원동력이 된다고 하였다. 이를 기반으로, 본 연구의 분석 결과에 대한 결론은 다음과 같이 도출할 수 있다. 본 연구에서 수학과 음악의 융합인재교육 교수·학습 프로그램을 통한 수학학습 특성의 유의미한 변화를 확인하였다. 이러한 변화는 미래교육의 기회 제공으로 학생들이 꾸려나갈 삶의 방향에도 건설적인 영향을 줄 수 있을 것이다. 즉, 본 연구는 학교 밖 청소년을 대상으로 검정고시와 연계한 수학과 음악 융합인재교육을 실시하여 수학에 대한 정의적 영역 및 문제풀이 전략의 긍정적 변화를 확인하였으므로, 이를 통해 지금까지 우리가 무관심하였던 학교 밖 청소년들의 수학학습의 발전가능성을 확인할 수 있었다. 본 연구를 기점으로 수학 자체에 관심이 부족한, 학교 밖 청소년들을 위한 융합인재교육 프로그램 개발 및 다양한 유형의 학생을 대상으로 하는 수학 교과중심의 융합인재교육에 대한 연구가 활성화되기를 기대한다.

마지막으로 학교 밖 청소년들을 위한 융합인재교육 프로그램 개발 및 다양한 유형의 학생을 대상으로 하는 수학 교과중심의 융합인재교육에 대한 연구가 활성화되기를 바란다. 또한, 위와 같은 결론을 바탕으로 효과적인 후속 연구를 위해 다음과 같은 제언을 할 수 있다. 첫째, 본 연구의 교수·학습 모형 및 자료를 기반으로 학교 밖 청소년 대상의 다양한 융합인재교육 프로그램을 개발·확대하여, 학교 밖 청소년들의 미래역량 함양 및 새로운 변화의 장을 마련해야 할 필요성이 있음을 제언한다. 학교 밖 청소년들의 수준 및 성향을 사전 분석하고 학생들의 의견을 수렴하는 등 관련 기관 및 전문가의 체계적인 개발이 이루어진다면, 장기간의 역량 변화 및 진로 방향 설정에 더욱 유의미한 변화를 보일 것으로 예상된다. 검정고시 교과 기반의 융합인재교육 프로그램은 폭넓은 분야의 대안교육, 학력인정 학교 등에서도 활용 가능할 것이다. 둘째, 본 연구의 수학과 음악 융합인재교육 프로그램을 참고하여 고교학점제 융합선택 과목의 교수·학습 자료 개발 연구에 활용하기를 제언한다. 본 연구에서 활용하지 않았던 수학적 융합 요소나 실생활 적용 수학에 대한 학생들의 많은 관심을 확인할 수 있었다. 수학과 음악의 다른 융합 내용, 혹은 수학과 타 교과와의 융합인재교육에 대한 다양한 교수·학습 자료 개발을 통해 융합선택 과목에도 활용 가능한 자료로 확산되기를 바란다. 셋째, 융합인재교육의 대상 및 분야, 그리고 교육내용이 다양화·체계화됨에 따라 교육기회의 사각지대가 줄어들 것이며, 미래사회에 필요한 다채로운 인재 육성에 유의미한 영향을 끼칠 수 있도록 제도 보완을 제언한다. 다양한 교육 욕구를 충족시키기 위한 대안적이고 창의적인 방법을 찾는 것이 오히려 학교교육의 변화에도 영향을 미칠 수 있으며, ‘학교 밖 청소년’이라는 명명을 무의미하게 만들 수 있기 때문이다(LeDuc-Williams, K., 2013). Robinson(2021)은 효과적인 대안교육 프로그램 적용을 통해 학생들의 재능 발견, 학습의 목적의식, 학업성취도가 올라가는 것을 보였다. 이처럼 모든 교육이 이와 같은 결과를 낸다면 대안이라는 교육 명칭은 필요 없게 될 것이다. 따라서 학교 밖 청소년 등의 교육에 대한 관심으로 생겨나는 교수·학습 프로그램 개발을 통해 학교교육에서도 혁신 아이디어로 활용되어 선순환을 이룰 것을 기대해본다.

## 참고문헌

- 교육부 (2015a). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].
- Ministry of Education (2015a). *Mathematics curriculum*. Notification of the Ministry of Education No. 2015-74 [Vol 8].
- 교육부 (2015b). 학교 밖 청소년 지원대책(안). 교육부 보도자료 별첨(2015.5.13.)
- Ministry of Education (2015b). *Counterplan to Support Out-of-School Youths(Proposal)*. Retrieved from May 13, 2015.
- 교육부 (2020). 학습의 패러다임을 바꾸어 가는 융합교육 종합계획(안). 교육부 보도자료(2020.5.26.).
- Ministry of Education (2020). *A Comprehensive Plan for STEAM Education to Change the Paradigm of Learning(Proposal)*. Retrieved from May 26, 2020.
- 교육부 (2021). 2021 교육기본통계 주요 내용. 교육부 보도자료 별첨(2021.08.26.)
- Ministry of Education (2021). *2021 Key Contents of Basic Education Statistics*. Retrieved from August 26, 2021.
- 김기원·안선필 (2004). 서양음악속의 수학을 활용한 수학교육 연구. *교육과학연구*, **2004(9)**, 579-597.
- Kim, K., & Ahn, S. (2004). A Study on Mathematics Education in Western Music. *Education research studies*, **2004(9)**, 579-597.
- 김미경·한혜숙(2021). 수학교과 중심의 STEAM 수업 경험이 중학교 1학년 학생들의 수학적 모델링 능력에 미치는 영향. *수학교육논문집*, **35(3)**, 295-322.
- Kim, M., & Han, H. (2021). The Effects of Mathematics-Centered STEAM Program on Mathematical Modeling Ability of First Grade Students in Middle School. *Communications of mathematical education*, **35(3)**, 295-322.
- 김선희·권석일·박인·선우진·신보미·이경화·이화영, ... , 허승수 (2021). 역량 함양 수학과 교육과정 재구조화 연구. 교육부.
- Kim, S. et al. (2021). *A Study on Mathematics Curriculum Restructuring for Competency Development*, Ministry of Education
- 김연주 (2016). 중학교 음악·수학 교과의 융합인재교육(STEAM) 수업 지도방안 연구. 연세대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Kim, Y. (2016). *A Study of Education Based on STEAM Method in Music-Mathematics Subjects of Middle School Curriculum* [Masters dissertation, Graduate School of Education, Yonsei University].
- 김영인 (2022). 수학과 음악 융합인재교육으로 변화된 학교 밖 청소년의 수학학습 특성 분석. 충남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, Y. (2022). *An Analysis Study on Mathematics Learning Characteristics of Out-of-School Youth through STEAM Education with Mathematics and Music* [Masters dissertation, Graduate School of Education, Chungnam University].
- 김은영·손찬희·이윤희·윤현희·백선희·윤수경 (2019). 학교 밖 청소년 학습지원 프로그램 인증 방안 연구. 한국교육개발원, 연구보고 RR 2019-29.
- Kim, E., Son, C, Lee, Y., Paik, S., & Yoon, S. (2019). *A study on the accreditation of learning support programs for out-of-school adolescents*. KEDI, Research Report RR 2019-29.
- 김용환·최성은 (2006). 활동중심 수업이 수학 학습부진아의 정의적 특성에 미치는 영향. *학교수학*, **9(2)**, 209-227.
- Kim, Y., & Choi, S. (2006). A study of the effect of activity oriented class about the character of the student with learning disability of the mathematics. *School mathematics*, **9(2)**, 209-227.
- 김재희 (2019). 학교 밖 청소년의 사회적 지지가 합리적 진로 의사결정에 미치는 영향: 적응유연성의 매개효과 검증. 호남대학교 사회융합대학원 석사학위 논문.

- Kim, J. (2019). *Effect of the Social Support of Out-of-school Youth on the Decision of Rational Path: Verification of the mediated effect of adaptive flexibility* [Masters dissertation, Department of Social Welfare Graduate School, Honam University].
- 김찬미 (2015). 수학학습이 학업중단자의 삶에 미치는 영향. 순천대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Kim, C. (2015). *The Effect of mathematics learning on Life of School Drop-out* [Masters dissertation, Graduate School of Education, Suncheon National University].
- 김찬미 · 신향근 · 전영국 (2017). 보호관찰을 받고 있는 한 학업 중단자의 수학 학습 회복 과정에 대한 질적 탐구. 교사교육연구, **56(3)**, 263-278.
- Kim, C., Shin, H., & Jun, Y. (2017). A Qualitative Inquiry into a Drop-Out Student's Process of Overcoming Difficulties in Solving Basic Math Problems. *Teacher Education Research*, **56(3)**, 263-278.
- 김희진 (2014). 놀이를 활용한 수학 학습이 중학생의 수학적 태도에 미치는 영향 분석. 한국외국어대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Kim, H. (2014). *The Analysis of Effects of Play-based Mathematics Learning on the Attitude of Middle School Students* [Masters dissertation, Graduate School of Education, Hankuk University of Foreign Studies].
- 나장함 (2021). 수학교육에서의 질적연구법 활용에 대한 분석: 연구결과의 타당성 증진 방안을 중심으로. 수학교육논문집, **35(2)**, 137-152.
- Na, J. (2021). An Analysis on Qualitative Research in Mathematics Education in Korea: Focusing on increasing validity in qualitative research. *Communications of mathematical education*, **35(2)**, 137-152.
- 나준영 (2018). 스마트교육 기반의 수학과 미술 STEAM 수업설계 모형 및 교수·학습 자료 개발 연구. 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.
- Na, J. (2018). *A Study on Development of Instructional Design Model and Teaching-Learning Materials for Mathematics-Arts STEAM Classes based on Smart Education* [Doctors dissertation, Graduate School of Korea National University of Education].
- 문준희 (2015). 수학과 음악 통합교육 연구. 전남대학교 대학원 박사학위 논문.
- Moon, J. (2015). *A Study on the Math-Music Integrated Education* [Doctors dissertation, Graduate School of Chonnam National University].
- 박현주 · 심재호 · 강현영 · 이효녕 · 이지애 · 김어진 · 홍창섭, ... , 장혜원 (2019). 융합교육 종합계획 수립을 위한 기초연구 최종보고서. 조선대학교, 한국과학창의재단.
- Park, H. et al. (2019). *Final report of basic research for the comprehensive plan for STEAM education*. Chosun University, KOFAC.
- 백석윤 (2016). 수학 문제해결 교육. 경문사.
- Baek, S. (2016). *Mathematical problem-solving education*. Kyungmoonsa.
- 신현용 · 나준영 (2013). 음악 소재의 수학이야기 개발: 음악에서의 군 작용. 2013국제수학영재교육학술대회 프로시딩, **2013**, 133-141.
- Shin, H., & Na, J. (2013). The Development of Mathematical Stories in Music: A Group Action in Music. *Proceedings of the 2013 International Conf on Math Edu*, 2013, 133-141.
- 윤난주 (2014). 음악과 연계한 수학체험학습 프로그램 개발 및 적용. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Yoon, N. (2014) *Development and Application of the Mathematics Experience Learning Linked with Music* [Masters dissertation, Graduate School of Korea National University of Education].
- 윤범상 (2020). 음악 화음을 수학하다. 고른하우스.
- Yoon, B. (2020). do math on musical chords, Gorne House.
- 윤철경 · 최인재 (2015). 학업중단 청소년 패널조사 및 지원방안 연구 III. 한국청소년정책연구원, 연구보고

- 15-R17-2.
- Yoon, C., & Choi, I. (2015). *A Study on the Panel Survey and Support Plan for Out-of-school Youth III*. NYPI, Research Report 15-R17-2.
- 윤철경·최인재·김승경·김성은 (2018). 2018 학교 밖 청소년 실태조사. 여성가족부.
- Yoon, C., Choi, I., Kim, S., & Kim, S. (2018). *2018 survey of out-of-school youth*. Ministry of Gender Equality and Family.
- 이광상·임혜미·박인용·서민희·김부미 (2016). 국가수준 학업성취도 평가의 수학과 정의적 영역 설문 문항 개발. *교육과정평가연구*, **19(4)**, 45-70.
- Lee, K., Lim, H., Park, I., Seo, M., & Kim, B. (2016). A Study on Development of the Survey Items for Affective Domain in Mathematics of NAEA, *The Journal of Curriculum and Evaluation*, **19(4)**, 45-70.
- 이경화·김동원·김선희·김혜미·김화경·박진형·이호, ... , 최인용 (2021). 포스트코로나 대비 미래지향적 수학과 교육과정 구성 방안 연구 최종보고서. 교육부.
- Lee, K. et al. (2021). *A Final Report on the Future-Oriented Mathematics Curriculum for Post-COVID*. Ministry of Education
- 이성진 (2021). 중학교 1학년의 수학과 음악 융합 수업 개발 및 적용 연구. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.
- Lee, S. (2021). *A Case Study on the Development and Application of Mathematics and Music Convergence Class for the Middle School* [Masters dissertation, Graduate School, Ewha Womans University].
- 전혜은 (2013). 수학교육에서 음악의 활용방안 연구: 작곡에 사용된 수학적 원리를 적용한 음악 변주. 성균관대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Jeon, H. (2013). *Study on usage plan of music in math education : music variation applying mathematical principle in composition* [Masters dissertation, Graduate School, Sungkyunkwan University].
- 정현철 (2007). 음악 속의 규칙성. 한국교육개발원 영재교육자료, RM 2007-09-12.
- Jeong, H. (2007). *Regularity in music*. KEDI Gifted Education Materials, RM 2007-09-12.
- 주홍연 (2019). 수학 외적 융합 역량에 관한 연구. 단국대학교 대학원 박사학위 논문.
- Joo, H. (2019). *A Study on the External Convergence Competency in Mathematics : The Development of Assessment Tools and Effects of Teaching-Learning Materials for the 7th Grade Students* [Doctors dissertation, Graduate School, Dankuk University].
- 최유연·오린지·남준현 (2020). 학교 밖 청소년의 교육지원을 위한 교육요구도 분석. *중등교육연구*, **68(3)**, 649-674.
- Choi, Y., & Oh, R., & Nam, J. (2020). The Analysis of Educational Needs for Educational Support of Out-of-School Youth. *Secondary education research*, **68(3)**, 649-674.
- 홍유경 (2016). 수학교육에서 융합인재교육(STEAM) 연구 동향 분석. 신라대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Hong, Y. (2016). *STEAM Research Trends in Mathematics Education* [Masters dissertation, Graduate School, Silla University].
- 황세영·조성화 (2015). 학교 밖 청소년을 위한 지속가능발전교육 프로그램 개발. 한국청소년정책연구원, 연구보고 15-R23.
- Hwang, S., & Cho, S. (2015). *Developing an Education for Sustainable Development Program for Out-of-School Youth*. NYPI, Research Report 15-R23.
- 황세영·조성화 (2017). 학교 밖 청소년을 위한 지속가능발전교육 프로그램 개발. *환경교육*, **30(2)**, 139-155.
- Hwang, S., & Cho, S. (2017). Developing an Education for Sustainable Development Program for Youth School Dropouts. *Environmental Education*, **30(2)**, 139-155.
- Buzza, D. C., & Dol, M. (2015). Goal setting support in alternative math classes: Effects on motivation and

- engagement. *Exceptionality Education International*, **25**(1).
- Harkleroad, L. (2006). *The math behind the music*. Cambridge University Press.
- LeDuc-Williams, K. (2013). *A qualitative study exploring the use of online education to overcome the educational challenges faced by out of school youth*. Unpublished doctoral dissertation, Northwest Nazarene University.
- Loy, G. (2006). *Musimathics : the mathematical foundations of music volume I*. MIT Press.
- Robinson, K. (2021). 아이의 미래를 바꾸는 학교혁명. (정미나, 역). 21세기북스. (영어 원작은 2015년 출판).
- Robinson, K. (2021). *Creative Schools: The Grassroots Revolution That's Transforming Education*. (Jung, M. Trans). Book21. (Original work published in 2015).
- Sautoy, M. D. (2007). 소수의 음악 - 수학 최고의 음악을 찾아. (고중숙, 역). 승산. (영어 원작은 2004년 출판).
- Sautoy, M. D. (2007). *The music of the primes*. (Ko, J. Trans). Seungsan. (Original work published in 2004).
- Vaughn, K. (2000). Music and Mathematics: Modest Support for the Oft-Claimed Relationship. *Journal of Aesthetic Education*, **34**, 149-166.

## An Analysis Study on Mathematics Learning Characteristics of Out-of-School Youth through STEAM Education with Mathematics and Music

**Kim, Youngin**

Graduate School of Education, Chungnam National University

E-mail : kyi9312@naver.com

**Suh, Boeuk<sup>†</sup>**

Chungnam National University

E-mail : eukeuk@cnu.ac.kr

The purpose of this study is to analyze the changes in mathematical learning through applying STEAM education according to social needs for out-of-school youth. For this purpose, we developed a teaching and learning model and program for mathematics and music STEAM education, and we implemented and analyzed the changes of affective area and problem-solving strategies.

The analysis results of characteristic in affective area are as follows: first, the activity-oriented class of mathematics and music STEAM education aroused interest in mathematics. Second, providing opportunities for mathematics and music STEAM education instilled a positive perception of the value of mathematics and STEAM education. Third, the autonomous communication-oriented learning environment of mathematics and music STEAM education improved confidence and motivation to learn in mathematics. The analysis results of the characteristic in problem-solving strategy are as follows: first, through the STEAM education with mathematics and music, a conceptual understanding of internally and externally dividing points was formed, and a given problem was expressed and solved in a formula. Second, the functional correspondence relationship was understood, and the given problem was described and solved with symbols associated with the function.

The suggestions of the study are as follows: first, based on the teaching and learning model and results of this study, various STEAM education programs for out-of-school youth should be developed and expanded to foster future competencies and provide new changes for out-of-school youth. Second, it can be used for research on the development of teaching and learning materials for convergence elective subjects in the high school credit system by referring to the mathematics and music convergence STEAM program of this study. As the subjects and fields of STEAM education are diversified and organized, students in need of receiving educational opportunities will be reduced, and there will be a world where the name of out-of-school youth and alternative education will not be necessary. Therefore, it is expected that development of teaching and learning programs created by interest in education of out-of-school youth will be used as an innovative idea in school education to achieve a virtuous cycle.

---

\* 2000 Mathematics Subject Classification: 97B60

\* Key words: mathematics STEAM education, mathematics and music, STEAM education, out-of-school youth

<sup>†</sup> corresponding author