

Research Paper

DOI: <https://doi.org/10.6108/KSPE.2022.26.4.001>

## 사인-스weep 가진 모델을 통한 가스터빈 연소기의 음향 동적 반응 해석

손주찬<sup>a</sup> · 김대식<sup>a,\*</sup>

### Acoustical Dynamic Response Analysis of a Gas Turbine Combustor Using a Sine-Sweep Forcing Model

Juchan Son<sup>a</sup> · Daesik Kim<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Department of Mechanical Engineering, Gangneung-Wonju National University, Korea

\*Corresponding author. E-mail: [dkim@gwnu.ac.kr](mailto:dkim@gwnu.ac.kr)

#### ABSTRACT

In the current study, in order to understand the dynamic response characteristics of the system according to the external acoustic forcing, a numerical approach was developed by adding an sign-sweep forcing function to the existing network model. Through this model, the sensitivity of frequency and pressure amplitude changes according to system parameters such as the physical dimensions and boundary conditions of the target combustor was analyzed in a wide frequency range. Analysis results of dynamic response characteristics of the target combustor are shown that the frequency regime with high dynamic pressure response was similar to the instability frequency range measured in the same combustor, and in particular, the response of the system depends greatly on the location of the acoustic forcing source term.

#### 초 록

본 연구에서는 외부 음향장 가진에 따른 시스템의 동적 응답 특성을 파악하기 위하여 기존의 네트워크 모델에 스피커를 통한 외부 사인-스weep 가진 기능을 추가한 수치해석적 모델이 개발되었다. 본 모델을 통하여 대상 연소기의 물리적 치수 및 경계조건과 같은 시스템 매개변수에 따른 주파수 및 압력 진폭 변화의 민감도를 넓은 주파수 영역에서 분석하였다. 대상 연소기의 가진 응답 특성 분석 결과, 높은 동압 반응을 보이는 주파수 영역은 동일 연소기에서 예측된 불안정 범위와 유사하였으며, 특히 음향 가진 소스항의 위치에 따라 시스템의 반응이 크게 의존하는 것으로 나타났다.

Key Words: 1D Network Model(1D 네트워크 모델), Thermoacoustic Instability(열음향 불안정), Sine-Sweep Forcing(사인-스weep 가진), Resonant Frequency(공진주파수)

#### Nomenclature

Received 6 May 2022 / Revised 2 August 2022 / Accepted 7 August 2022

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

$A_{\pm}$  : Complex amplitude of acoustic wave

$c$  : Speed of sound

$e$	: Energy flux
$f$	: momentum flux
$k$	: wave number
$p$	: Pressure
$T$	: Temperature
$t$	: Time
$u$	: Velocity
$x$	: Axial coordinate
$z$	: Specific impedance
$\gamma$	: Specific heat ratio
$\rho$	: Density
$w$	: Complex angular frequency
$\pm$	: Upstream and downstream
$(\bar{\quad})$	: Mean quantity
$(\hat{\quad})$	: Complex amplitude
$(\prime)$	: Perturbation quantity

## 1. 서 론

가스터빈에서 연소불안정 예측 모델링 기술은 최근 수십 년간의 관련 분야 연구자들의 노력을 통하여 급속도로 진일보했다. 이 중, Merk[1]에 의해 기본적인 개념이 소개된 이후로 상대적으로 더 적은 계산 소요 시간 및 컴퓨팅 요구조건 등의 장점이 있는 네트워크 모델(network model)을 통한 열음향 해석 기법 역시 가스터빈 연소기 개발과정의 필수적인 해석 도구로서 자리를 잡고 있다. 네트워크 모델은 해석 대상 시스템을 음향의 하위 요소로 나눈 후, 각 요소 및 이들의 입출구에서의 선형화된 보존방정식을 통해 시스템의 공진 모드를 해석하게 된다. 실험실 규모의 연소기뿐만 아니라, 상대적으로 복잡한 구조의 가스터빈 시스템에도 적용되어 성공적으로 대상 음향장의 공진 모드를 도출했다[2,3].

그러나, 현대의 가스터빈은 성능, 효율, 배출가스 등 다양한 설계 요구조건을 만족시키기 위하여 점점 더 복잡하고 다양한 구조의 하위 요소들을 갖는 형상으로 변하고 있으며, 이에 따라 이러한 하위 요소들 자체에서뿐만 아니라, 전체

결합한 시스템의 구조에 의존하여 다양한 공진 모드를 가지게 된다. 또한, 구조적인 공진 모드 이외에도 공기와 연료 유동의 섭동, 주기적인 와류 등 공기역학적 특성과 화염의 동적 거동 등에 의하여 더욱 다양한 주파수를 갖는 섭동 인자들이 연소불안정에 영향을 미치게 된다. 하지만 기존의 네트워크 모델을 통한 음향장 해석 시 시스템 고유의 공진 모드만을 예측하기 때문에 전체 주파수 영역의 응답 특성을 알 수 없다는 단점이 있다. 따라서, 매우 넓은 대역에서 시스템의 주파수 응답 특성을 개발 단계에서 파악하는 것은 매우 중요하다.

이는 이미 선진 가스터빈 제작사[4,5]에서는 연소기 개발 단계에서 일반적으로 실시하는 과정으로, Schuermans 등[6]은 Lab-scale 상압 연소기에서 스피커 가진을 통해 시스템 동압의 응답 특성 변화를 넓은 범위의 주파수 범위에서 실험적으로 측정된 후에, 이를 연소불안정 연구에 적용하는 방안을 제시하였으며, Kaufmann 등[7]은 해석학적으로 외부 스피커 가진을 음향학적 네트워크 요소의 외부 소스항(source term)으로 추가하여 관심 주파수 영역에서 주파수 가진이 시스템 응답 특성에 미치는 영향을 분석한 바가 있다.

본 연구에서는 저자들에 의하여 기존에 개발된 네트워크 모델[8-10]에 Kaufmann 등이 소개 하였던 외부 스피커 가진 모델을 추가하여 해석 시스템의 주파수 동적 거동을 분석하고자 한다. 대상 연소기는 한국기계연구원에서 300 MW급 수소-천연가스 혼소 가스터빈을 위하여 개발하고 있는 싱글 노즐 시스템[8]으로 선정하였다. 특히 대상 연소 시스템에서처럼 기존 천연가스로부터 수소로의 연료전환은 화염의 동특성 변화로부터 연소불안정 주파수 천이가 나타나게 되므로 [11,12], 본 연구에서와 같이 넓은 주파수 범위에서의 시스템 응답 특성을 파악하는 것은 더욱 중요할 수 있으며, 개발된 외부 가진 시스템 응답 특성의 해석학적 모델은 향후 현재의 싱글 노즐이 복잡한 캔 단위 또는 엔진 단위로 확장될 때도 더욱 유용한 도구로 활용될 수 있다.

2. 해석 모델 및 방법

2.1 네트워크 모델

기존 저자들은 다양한 연소 시스템에서의 네트워크 모델 개발 결과 및 주요 해석 내용을 소개한 바가 있다[8-10,13]. 네트워크 모델에서 사용되는 물성치는 평균 성분( $\bar{\phantom{x}}$ )과 섭동( $\hat{\phantom{x}}$ ) 성분의 합으로 나타내진다(예를 들어,  $p = \bar{p}(x) + p'(x, t)$ ). 이때, 압력( $p$ )과 속도( $u$ ), 밀도( $\rho$ ) 섭동 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$p'(x, t) = \text{Re}[\hat{p}(x)e^{i\omega t}] \quad (1)$$

where,  $\hat{p}(x) = A_{\pm} e^{ik_{\pm}x}$

$$u'(x, t) = \text{Re}[\hat{u}(x)e^{i\omega t}] \quad (2)$$

where,  $\hat{u}(x) = -\frac{1}{\rho c} A_{\pm} e^{ik_{\pm}x}$

$$\rho'(x, t) = \text{Re}[\hat{\rho}(x)e^{i\omega t}] \quad (3)$$

where,  $\hat{\rho}(x) = \frac{1}{c^2} A_{\pm} e^{ik_{\pm}x}$

여기서  $A$ 는 전파되는 음파의 크기를 나타내고 하 첨자  $\pm$ 는 각각 상류 방향과 하류 방향을 나타낸다. 상첨자( $\hat{\phantom{x}}$ )는 Fourier 영역의 섭동량을 나타낸다. 각 섭동은 질량유량( $\dot{m}$ ), 운동량( $f$ ), 에너지( $e$ )에 대한 보존방정식을 만족해야 한다. 이를 통해 전달행렬 형태의 계산 과정을 통해 파동의 크기를 얻어내고, 경계조건과 결합하여 연소 불안정의 주요 결과인 주파수와 성장률을 예측한다. 본 해석에서 사용된 네트워크 모델의 세부적인 내용은 기존의 참고문헌들을 통해 확인할 수 있다[8-10].

2.2 스피커 강제 섭동을 통한 해석

본 연구에서는 넓은 범위의 주파수 영역에서 시스템의 음향적 동특성을 사전에 파악하기 위해 스피커에 의한 사인-sweep 가진(sine-sweep forcing)항을 네트워크 모델에 반영하여 해당 시스템의 음향학적 반응 특성을 주파수 영역의 스펙트럼 형태로 예측하였다.

Kaufmann 등[7]은 임의의 위치( $x_s$ )에 존재하는 스피커를 통한 음향 가진항을 Eq. 4와 5로

표현하였다.  $x_s$ 에서의 스피커는 평균 속도( $\bar{u}$ )에는 영향을 미치지 않지만, 속도의 섭동( $u'(x_s, t)$ )이 생성되는 소스항(source term) 역할을 하게 된다. Eq. 5와 같이  $u'$ 는 조화함수 형태로 표현될 수 있으며, 이때,  $u_0$ 는 가진되는 임의의 속도 진폭을 의미한다.

$$u(x_s, t) = \bar{u} + u'(x_s, t) \quad (4)$$

$$u'(x_s, t) = u_0 e^{i\omega t} \quad (5)$$

스피커에 의한 음향 섭동을 기존의 네트워크 모델에 적용하기 위하여 각각 질량, 운동량 에너지 보존법칙을 적용하면 Eq. 6~8과 같다. 속도 섭동은 질량유량( $\dot{m}'_s = A\bar{\rho}u_0 e^{i\omega t}$ )의 변조(mass flow modulation)를 야기하고, 이는 다시 에너지 섭동의 변조를 초래한다. 단, 스피커 가진 만에 의한 운동량 변화는 고려되지 않으며[7], 여기서 하첨자 1과 2는 각각 스피커 전후를 의미한다.

$$[\hat{m}]_1^2 = \hat{m}_s \quad (6)$$

$$[\hat{f}]_1^2 = 0 \quad (7)$$

$$[\hat{e}]_1^2 = \hat{m}_s \left( \frac{\bar{m}p_1}{\bar{\rho}_1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_1 \bar{c}_1^2 \right) \quad (8)$$

3. 해석 대상 연소기 및 조건

3.1 해석 대상 연소기 및 해석 물성치

본 연구에서 선정된 해석 대상 연소기는 한국 기계연구원(KIMM)에서 설계하고 실험한 산업용 가스터빈 싱글 노즐 연소기 시스템이다[8]. 해당 연소기는 Fig. 1(a)와 같이 플레넘, 노즐 그리고 연소실의 3단 구조로 구성되고, 플레넘 입구에 있는 다공관을 통하여 유입된 공기는 스윌러가 위치한 노즐 입구에서 유동이 반전되어 연소실로 유입되는 역류형 유동 구조를 가진다. 기존 저자들[8]은 유동 흐름의 순서에 따라 플레넘에 존재하는 역방향 유동 구간에 해당하는 영역을

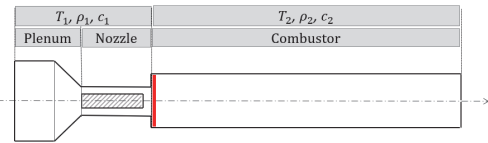
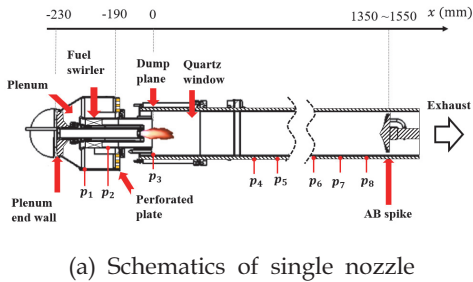


Fig. 1 Target combustor and its simplification for network model.

Table 1. Operating conditions and gas properties.

Parameters	Notation	Value
Temperature	$T_1$	719 K
	$T_2$	1,788 K
Pressure	$p_1$	1.5 bar
	$p_2$	
Density	$\rho_1$	0.730 kg/m <sup>3</sup>
	$\rho_2$	0.287 kg/m <sup>3</sup>
Speed of sound	$c_1$	523.9 m/s
	$c_2$	800.0 m/s

재배치하여 본 연구의 관심 모드인 길이 방향의 음향적 특성 길이를 동일하게 유지하며 Fig. 1(b)와 같이 네트워크 모델의 형상으로 구성하였고, 실험 결과 및 3차원 해석 결과와의 검증을 통하여 해석의 타당성을 검증한 바가 있다.

본 해석에서의 운전 조건은 공기 유량 0.342 kg/s, 연료는 순수 메탄(CH<sub>4</sub>), 당량비 0.484이다. 이때 입구 온도와 압력은 719 K, 1.5 bar이며, 구체적으로 음향 해석을 위해 사용된 화염 전후의 물성치는 Table 1과 같다. 이때 하첨자 “1”은

Table 2. Specifications of the liner configuration.

Parameters	Notation	Value
Number of holes		90
Orifice diameter	$d$	0.0122 m
Porosity	$\sigma$	21.6%
Thickness of plate	$t$	0.018 m
Discharge coefficient	$C_d$	0.75

연소 전의 상태를 의미하고, “2”는 연소 후 상태를 의미한다. 이때, 연소실 물성치는 단열 화염 온도 조건이 적용되었다.

### 3.2 해석 조건 및 주요 변수

앞 절에서 소개하였던 연소기 운전 조건에서 스피커 가짐에 대한 시스템 음향 특성 변화를 분석하기 위하여 세 가지 주요 변수를 설정하였다. 먼저, 많은 열음향 연구[14,15]에서 소개되었듯이 입출구 경계조건은 시스템의 동특성 및 연소불안정 주요 결과에 매우 큰 영향을 미치게 된다. 해석 대상 시스템은 출구 음향 조건의 경우 플러그에 의하여 음향학적으로 닫힌 경계조건을 형성하고, 입구는 유동 안정성 확보를 위하여 공극률(porosity) 21.6%의 다공판이 설치되어 있다. 따라서 출구는 음향학적 단힘 조건으로 고정한 후에, 입구 음향 경계조건을 스피커 가짐에 따른 시스템 동적 거동의 특성 변화 분석을 위하여 1) 열림(open), 2) 단힘(closed), 3) 다공판 임피던스(impedance)의 세 가지 입구 음향 경계조건을 부여하여 영향을 비교하였다. 이때 음향 임피던스(acoustic impedance,  $z$ )는 매질에서의 음향 압력과 입자의 속도의 비로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \frac{1}{\rho c} \frac{\hat{p}}{\hat{u}} = \theta + iX \quad (9)$$

임피던스의 실수부( $\theta$ )는 리지스턴스(resistance)이며 라이너 오리피스에 의해 발생하는 소산 과정에 기여하고, 허수부( $X$ )는 리액턴스(reactance)로 음향장의 영향으로 오리피스와 배면 공간의

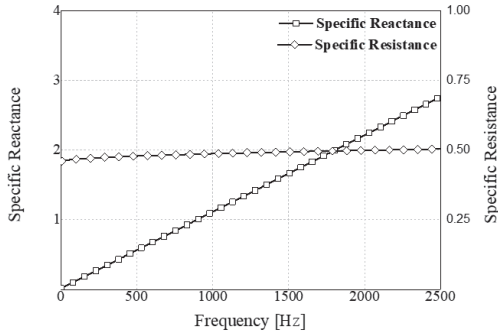


Fig. 2 Calculated specific impedance of the current perforated plate using Bauer model.

유체의 관성을 나타낸다. 본 연구에서는 다공판의 임피던스를 구하기 위하여 Eq. 10의 Bauer 임피던스 모델을 채택하였다[16].

$$z = \frac{\sqrt{8\nu\omega}}{\rho c \sigma} \left(1 + \frac{t}{d}\right) + \frac{0.3M_g}{\sigma} + \frac{4}{3\pi C_d^2} \frac{M_b}{\sigma} + i \frac{k(t + 0.25d)}{\sigma} \quad (10)$$

여기서,  $\nu, \sigma, t, d$  그리고  $C_d$ 는 각각 점성계수, 공극률(porosity), 두께, 단일 오리피스의 지름 그리고 방출계수를 나타내며  $M_g$ 와  $M_b$ 는 각각 실제 실험에서 연료 배분량 계산으로 산출된 주유동(grazing flow) 및 오리피스 유동(bias flow)의 마하값(Mach number)을 의미한다. Table 2에는 계산에 사용된 주요 변수값을 정리하였으며, Fig. 2는 계산을 통해 얻은 플레넘 입구 다공판의 임피던스의 리액턴스(reactance)와 리지스턴스(resistance)를 주파수의 함수로 도시한 것이다.

음향 경계조건과 더불어서 또 다른 주요 변수로써, 연소실의 길이를 가변하였으며 이때 연소실 길이는 실험데이터가 측정된 1.35~1.55 m로 설정하였다. 또한, 스피커 위치에 따른 시스템 가진 특성을 파악하기 위하여, 스피커는 플레넘 입구, 연소실 입구의 덤프면과 마지막으로 연소실 출구에 3가지 서로 다른 위치에서 해석을 진행하였다.

가진 주파수는 시스템의 불안정 관심 영역인 5~300 Hz이었으며, 각 해석 조건에서 속도 가

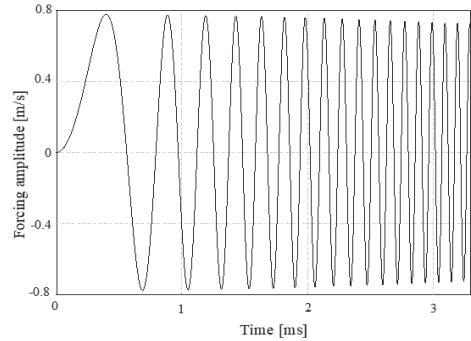


Fig. 3 Example of an input forcing sine-sweep signal generated by the loudspeaker (Frequency range : 5~300 Hz, forced acoustic velocity amplitude : 10% of mean flow velocity).

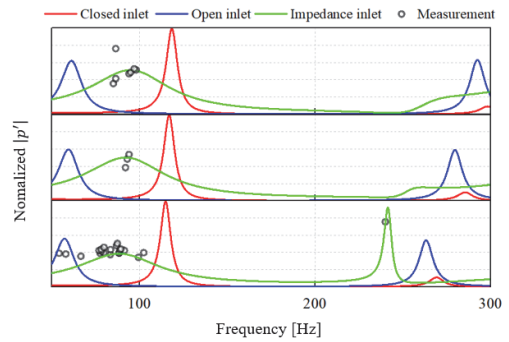


Fig. 4 System acoustic response to the sine-sweep signal with different inlet boundary conditions and combustor lengths (Measurement data : from Ref. [8]).

진 진폭은 평균 유속의 10%로 고정하였다. Fig. 3은 입력 가진 신호의 예시로써, 스피커에 의하여 5~300 Hz의 범위에서 일정 속도 진폭으로 생성된 정현파를 보여 준다.

#### 4. 해석 결과 및 고찰

Fig. 4는 스피커의 위치를 덤프면에 고정한 상태에서 연소기 길이를 1.38 m, 1.45 m, 그리고 1.55 m로 변화시켜가며 시스템의 가진에 따른

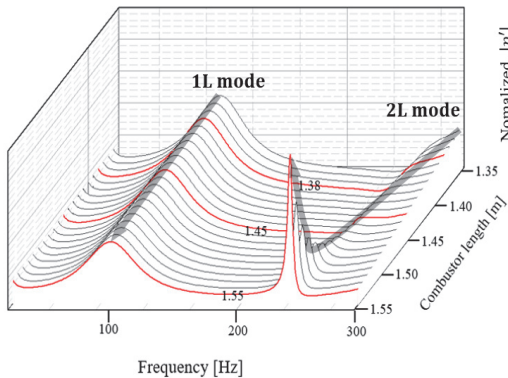


Fig. 5 Pressure amplitude waterfall graph with combustor length variation.

동특성 변화를 덤프면에서의 압력 진폭을 통하여 비교한 것이다. 실선은 앞 절에서 언급한 세 가지 서로 다른 입구 음향 경계조건에 대한 해석 결과를 나타낸 것이고, 동그라미는 실험에서 측정된 불안정 주파수이다. 본 해석 조건에서 실험상에서는 주로 100 Hz 미만의 주파수에서 불안정이 발생하였고, 이전 저자들의 연구[8,9]에서 이는 길이 방향 1 L 모드(first longitudinal mode)인 것으로 나타났다. 스피커 가진에 따른 시스템 동적 거동 분석 결과, 임피던스를 적용한 입구 경계조건에서 실험에서 측정된 주파수 범위를 가장 잘 추종하는 것을 알 수 있다. 또한, 해당 주파수 대역에서 입구 조건이 닫힘과 열림 조건에서는 상대적으로 좁은 주파수 범위에서 높은 피크의 사인-스weep 신호에 대한 반응을 보이지만, 임피던스 모델의 경우에 기울기가 완만하고 상대적으로 넓은 범위에서 시스템 가진 응답 특성이 나타남을 볼 수 있다. 이러한 완만한 시스템 가진 응답은 다공판의 임피던스에 따른 해당 주파수 대역에서의 댐핑이 발생하고 있음을 의미한다[5,17]. 또한, 경계조건과 연소실 길이 변화에 의존하여 250 Hz 근처 또는 그 이상에서 강한 시스템 응답 반응이 나타나는데, 이는 해당 길이와 경계조건에서 2 L 모드(2<sup>nd</sup> longitudinal mode)에 해당하였다 (Fig. 7 참조).

Fig. 5는 Fig. 4와 같은 조건에서 입구 경계조건을 임피던스 모델로 고정하고, 연소실 길이 변

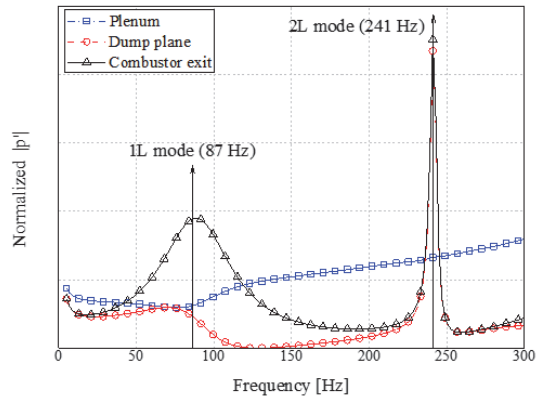
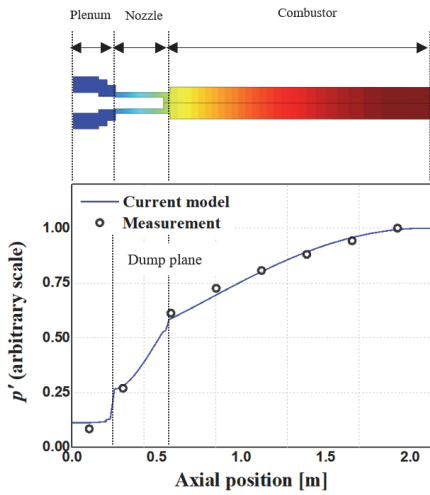


Fig. 6 System acoustic response to the sine-sweep signal with loudspeaker locations (combustor length of 1.55 m).

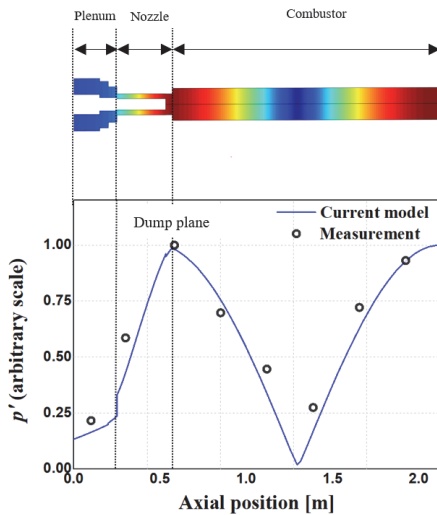
화를 더욱 세분하여 시스템 동특성 변화를 도식한 것이다. 연소실 길이 변화에 따라 1 L 모드와 2 L 모드의 사인-스weep 반응 피크 주파수가 감소함을 확인할 수 있다. 특히, 짧은 연소실 길이 조건에서는 1 L 모드에서 압력 반응이 높게 나타나지만, 연소실 길이가 증가할 경우, 2 L 모드의 압력만, 연소실 길이가 증가할 경우, 2 L 모드의 압력 진폭이 역전되어 1 L 모드보다 높아지게 된다. 이는 연료 조성 및 운전 조건의 변화 등 화염 동특성에 의존하여 2 L 모드의 불안정 발생확률이 매우 높아질 수 있음을 의미한다 [8,9]. Fig. 6은 외부 가진 소스항의 공급 위치 변화에 따른 해석 결과를 분석하기 위하여 스피커의 위치를 플레넘 입구, 덤프면, 연소실 출구로 변화시켰을 때 시스템 응답 특성을 비교한 결과이다. 입구 경계조건(임피던스 모델)과 연소실 길이(1.55 m)를 고정했음에도 불구하고, 스피커 위치에 따라 반응 특성이 매우 다른 결과를 보인다.

특히 흥미로운 점은 플레넘 입구에서 가진 시에는 1 L과 2 L 주파수 대역 모두에서 어떠한 공진 반응을 보이지 않음을 알 수 있다. 반면에 덤프면과 연소실 출구에서 스피커가 위치하면 2 L 모드에서 거의 동일한 진폭과 주파수에서 날카로운 공진 반응을 보이고, 1 L 모드에서는 덤프면 가진시 압력 진폭이 완만하게 상승하기는





(a) 1 L mode : 87 Hz



(b) 2 L mode : 241 Hz

Fig. 7 Comparison of axial mode shape distribution between the network model and measurement result (Measurement data : from Ref. [8]).

하나, 연소실 출구 가진 경우 더욱 두드러진 압력 진폭 증가가 나타난다. 이러한 스피커 가진 위치에 따라 달라지는 시스템 응답 특성의 원인을 규명하기 위하여, Fig. 7은 Fig. 6과 동일한 연소실 길이 및 음향 경계조건(연소실 길이 1.55 m, 임피던스를 적용한 입구 경계조건)에서 1 L 과 2 L 모드의 압력 분포를 해석하여 한국기계

연구원에서 진행된 실험 결과와 비교한 그래프이다. 1 L 모드의 결과에서 보이듯이 플레넘 입구는 압력 진폭이 거의 “0”에 근접하는 노드(node)가 존재하고, 연소기 출구에서는 압력 진폭의 최댓값을 갖는 안티노드(anti-node)가 존재한다.

따라서, Fig. 6의 결과에서처럼 해당 모드에서 노드점(즉, 플레넘 입구)의 가진은 시스템 반응은 거의 나타나지 않으며, 반면에 안티노드점(연소기 출구)에서의 가진은 그 응답 특성이 분명하게 드러난다. 또한, 2 L 모드의 경우 여전히 플레넘 입구에서는 노드가 형성되나, 1 L 모드와는 달리 덤프면 입구와 연소실 출구에서 두 개의 안티노드가 형성되고, 이 두 지점에서의 가진은 매우 높은 압력 진폭을 갖는 시스템 응답 특성을 보이게 된다.

### 5. 결론 및 향후계획

본 논문에서는 300 MW급 수소-천연가스 혼소 가스터빈을 위하여 개발 중인 싱글 노즐 시스템의 주파수 영역에서의 압력 거동을 예측하기 위해 네트워크 모델에 스피커를 소스항의 형태로 표현하여 넓은 주파수 범위의 사인-스weep 가진(sine-sweep forcing)을 통한 압력 응답을 예측할 수 있는 네트워크 모델을 개발하였다. 다공판의 임피던스를 고려한 음향 경계조건을 적용 시 실험상으로 계측된 불안정 주파수 분포와 비교를 통하여 현재의 스피커 가진 모델을 시스템의 동특성을 합리적으로 예측하는 것으로 나타났다. 또한, 시스템의 동적 응답 특성은 가진 위치(즉, 스피커의 위치)에 크게 의존하는 것으로 나타났다. 현재의 해석 결과를 통하여 실험 또는 해석적인 방법을 통한 외부 가진에 따른 대상 시스템의 반응 특성을 규명하고자 할 경우, 관심 모드들의 노드를 피하는 스피커 가진 위치의 선택이 필요함을 알 수 있었다.

현재의 연구는 스피커 가진 모델이 상대적으로 단순한 구조를 갖는 싱글 노즐에 적용되었으나, 향후 연구를 통하여 실제 멀티 노즐 또는 캔

단위의 시스템으로 확장될 예정이다. 이 경우 다양한 부품들의 공진 모드들이 존재하는 관계로, 넓은 주파수 범위에서 전체 시스템의 동적 거동을 파악하고, 불안정 제어 및 진단을 위한 유용한 도구로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 후 기

본 연구는 2021년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국에너지기술평가원의 지원(20206710100030)을 받아 수행된 연구 결과입니다.

## References

1. Merk, H.J., "Analysis of Heat-driven Oscillations of Gas Flows," *Applied Scientific Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 192-204, 1958.
2. Bloxsidge, G.J., Dowling, A.P. and Langhorne, P.J., "Reheat buzz: an Acoustically Coupled Combustion Instability. Part 2. Theory," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 193, No. 1, pp. 445-473, 1988.
3. Poinso, T., "Prediction and Control of Combustion Instabilities in Real Engines," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 36, No. 1, pp. 1-28, 2018.
4. Mongia, H.C., Held, T.J., Hsiao, G.C. and Pandalai, R.P., "Challenges and Progress in Controlling Dynamics in Gas Turbine Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 19, No. 5, pp. 822-829, 2003.
5. Cohen, J.M., Hibshman, J.R., Proscia, W., Rosfjord, T.J., Wake, B.E., McVey, J.B. and Breisacher, K., "Experimental Replication of an Aeroengine Combustion Instability," *ASME TURBOEXPO 2000*, Munich, Germany, GT-0093, May 2000.
6. Schuermans, B., Guethe, F., Pennell, D., Guyot, D. and Paschereit, C.O., "Thermoacoustic Modeling of a Gas Turbine Using Transfer Functions Measured Under Full Engine Pressure," *Journal of Engineering Gas Turbines Power*, Vol. 132, No. 11, 11503, 2010.
7. Kaufmann, A., Nicoud, F. and Poinso, T., "Flow Forcing Techniques for Numerical Simulation of Combustion Instabilities," *Combustion and Flame*, Vol. 131, No. 4, pp. 371-385, 2002.
8. Son, J., Hong, S., Hwang, J., Kim, M.K. and Kim, D., "Acoustic Modeling in a Gas Turbine Combustor with Backflow using a Network Approach," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 25, No. 5, pp. 18-26, 2021.
9. Son, J. and Kim, D., "Combustion Instability Modeling in a Reverse-Flow Gas Turbine Combustor using a Network Model," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 25, No. 5, pp. 18-26, 2021.
10. Pyo, Y., Park, H., Jung, S. and Kim, D., "Acoustic Field Analysis using 1D Network Model in an Aero Gas Turbine Combustor," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 23, No. 2, pp. 38-45, 2019.
11. Ahn, B., Lee, J., Jung, S. and Kim, K. T., "Low-Frequency Combustion Instabilities of an Airblast Swirl Injector in a Liquid-Fuel Combustor," *Combustion and Flame*, Vol. 196, pp. 424-438, 2018.
12. Joo, S., Kwak, S., Yoon, Y., Hong, S. and Kim, D., "Experimental and numerical analysis of effect of fuel line length on combustion instability for H<sub>2</sub>/CH<sub>4</sub> gas turbine combustor," *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 46, No. 76, pp. 119-131, 2021.
13. Dowling, A.P., "Modeling and Control of



Combustion Oscillations," *ASME Turbo Expo 2005*, Nevada, U.S.A., pp. 331-341, June 2005.

14. Tran, N., Ducruix, S. and Schuller, T., "Damping Combustion Instabilities with Perforates at the Premixer Inlet of a Swirled Burner," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 32, No. 2, pp. 2917-2924, 2009.

15. Lahiri, C. and Bake, F., "A Review of Bias Flow Liners for Acoustic Damping in Gas Turbine Combustors," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 400, No. 21, pp. 564-605, 2017.

16. Bauer, A.B., "Impedance Theory and Measurements on Porous Acoustic Liners," *Journal of Aircraft*, Vol. 14, No. 8, pp. 720-728, 1977.

17. Kim, D., Jung, S. and Park, H., "Design of Acoustic Liner in Small Gas Turbine Combustor Using One-Dimensional Impedance Models," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 140, No. 12, 2018.

Appendix

1) 네트워크 모델 지배방정식

본 연구의 네트워크 모델은 이상기체 상태를 가정하고 점성과 열확산이 없다고 가정하여 선형화된 질량, 운동량, 에너지 보존방정식으로 표현하고 섭동량이 평균값에 비해 크기가 매우 작다는 가정을 통해 유도된 비제차 파동방정식 (inhomogeneous wave equation)을 지배방정식으로 사용한다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\overline{D}^2 p'}{Dt^2} - \nabla^2 p' = \frac{\gamma-1}{c} \frac{\overline{D}Q}{Dt} \quad (A1)$$

음향장 해석을 위해 좌측 항의 열 발생 섭동이 없다고 가정하면 음향 파동방정식은 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\overline{D}^2}{Dt^2} - \nabla^2\right) p' = 0 \quad (A2)$$

Eq. A2를 통해 압력, 속도 그리고 밀도에 대하여 Eq. 1~3과 같이 나타낼 수 있고. 아래와 같이 전달행렬의 형태로 구성될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \hat{p}, \hat{u}, \hat{\rho} \end{pmatrix}^T = \Psi_1 \cdot \lambda \quad (A3)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{m}, \hat{f}, \hat{e} \end{pmatrix}^T = \Psi_2 \cdot \begin{pmatrix} \hat{p}, \hat{u}, \hat{\rho} \end{pmatrix}^T \quad (A4)$$

이때 행렬  $\lambda, \Psi_1, \Psi_2$ 는 아래와 같다.

$$\lambda = \left( A_+ e^{ikx}, A_- e^{-ikx} \right)^T \quad (A5)$$

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{\rho c} & \frac{-1}{\rho c} \\ \frac{1}{c^2} & \frac{1}{c^2} \end{pmatrix} \quad (A6)$$

$$\Psi_2 = A \begin{pmatrix} 0 & \bar{u} & \bar{\rho} \\ 1 & \bar{u}^2 & 2\bar{\rho}\bar{u} \\ \gamma\bar{u} & \bar{u}^3 & \left[ \frac{\gamma\bar{p}}{\gamma-1} + \frac{3\bar{\rho}\bar{u}^2}{2} \right] \end{pmatrix} \quad (A7)$$

2) 스피커 가진항과의 커플링

스피커 가진을 나타내는 Eq. 6-8의 식은 네트워크 모델의 전달행렬과 아래와 같이 결합된다.

$$\begin{pmatrix} \hat{m}, \hat{f}, \hat{e} \end{pmatrix}_2^T = \begin{pmatrix} \hat{m}, \hat{f}, \hat{e} \end{pmatrix}_1^T + \hat{m}_s \left( 1, 0, \frac{\bar{m}\bar{p}}{\rho} + \frac{1}{2} \bar{\rho} c^2 \right)_1^T \quad (A8)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{p}, \hat{u}, \hat{\rho} \end{pmatrix}_2^T = \Psi_2^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \hat{m}, \hat{f}, \hat{e} \end{pmatrix}_2^T \quad (A9)$$