

## An Efficient Direct Signal-Based Direction of Arrival Estimation Using Uniform Rectangular Array

Seokhyang Cho\*

\*Assistant Professor, Dept. of Information and Communication, Pyeongtaek University, Pyeongtaek-si, Korea

### [Abstract]

This paper proposes a computationally efficient 2-D direction-of-arrival (DoA) estimation method with a uniform rectangular array (URA). This method is called the direct signal-based method in the sense that it is based directly on the phase relationships among the signals arriving at each antenna of an antenna array rather than their correlation matrix. According to the simulation results, it has been shown that the direct signal-based method, with much less computations than any existing methods, yields the performance comparable to that of the MUSIC (Multiple Signal Classification) method in terms of the root-mean-squared error (RMSE) and the maximum absolute error.

▶ **Key words:** Direction signal-based method, Direction of arrival, Uniform rectangular array, MUSIC

### [요 약]

이 논문에서는 등간격 사각형 배열(Uniform Rectangular Array: URA)을 사용하는, 계산상 효율적인 2차원 도래각(Direction of Arrival: DoA) 추정 방법을 제안한다. 제안된 방법은 안테나에 도달한 수신 신호들간의 상관행렬 대신 그들 사이의 위상 관계에 직접적으로 기반하고 있기 때문에 직접 신호-기반 방법이라고 한다. 시뮬레이션 결과에 따르면 직접 신호-기반의 방법이 기존의 어느 방법들보다 현저히 적은 계산량으로도 평균 제곱근 오차(Root-Mean-Squared Error: RMSE)와 최대 절대 오차 측면에서 다중 신호 분류(Multiple Signal Classification: MUSIC) 방법과 비교할 만한 성능을 보여준다.

▶ **주제어:** 직접 신호-기반 방법, 도래각, 등간격 사각형 배열, MUSIC

---

• First Author: Seokhyang Cho, Corresponding Author: Seokhyang Cho  
\*Seokhyang Cho (cshlch@ptu.ac.kr), Dept. of Information and Communication, Pyeongtaek University  
• Received: 2022. 08. 22, Revised: 2022. 09. 26, Accepted: 2022. 10. 04.

### I. Introduction

다양한 구조의 안테나 배열[1-2]에 도달하는 신호들의 방위각과 천정각을 추정하기 위한 기존 도래각 (DoA: Direction-of-Arrival) 추정 방법[3-14]에는 지연-합 방법, Capon의 최소 분산 방법, MUSIC 알고리즘, 유리 불변 기법을 이용한 신호 매개변수 추정 (ESPRIT: Estimation of Signal Parameters via Rational Invariance Technique) 알고리즘 등이 있다.

이러한 여러 가지 도래각 추정 방법 중, 추정 오차 성능이나 추정 가능한 신호의 개수 면에서 MUSIC과 ESPRIT 방법이 우월하고 믿을만한 것으로 보인다[15, 16]. 또한, MUSIC과 ESPRIT를 비교하면[17, 18], 신호 부공간 (signal subspace)을 이용하는 ESPRIT에 비해 잡음 부공간(noise subspace)을 이용하는 MUSIC이 성능 및 안정도 면에서는 더 낮지만, 공간 스펙트럼의 피크(peak)들을 찾아낼 필요 없이 수식을 이용하여 DoA를 추정할 수 있는 ESPRIT에 비해 계산량 면에서는 불리하다. 따라서, MUSIC 방법의 계산량을 절감하거나 성능을 개선하기 위한 연구가 활발하다[11-14].

예를 들어, 참고문헌 [11]에서는 안테나 배열에 수신된 신호를 공간 필터링(spatial filtering)하여 공간 공분산 행렬을 이용하는 빔스페이스(beam-space) MUSIC을 사용함으로써 계산량의 절감을 꾀하였으며, 참고문헌 [12]에서는 안테나 소자들의 개수를 증가시키거나 소자들 사이의 간격을 조정하거나 스냅샷(snapshot)의 개수를 증가시킴으로써 공간 스펙트럼 해상도를 개선하는 방법을 살펴보았다. 또한, 참고문헌 [13]에서는 MUSIC에 모델 기반 신경망 기법을 가미한 방법(deep augmented MUSIC)을 사용함으로써 수신된 신호들 간에 가간섭성(coherency)이 존재하는 경우에 대하여 MUSIC의 성능 개선을 도모하였으며, 참고문헌 [14]에서는 복소수 계산을 실수 계산으로 대체함으로써 계산량을 절감하는 CRV(Compound Real-Valued)-MUSIC 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 MUSIC이나 ESPRIT 등에서 행해지는 상관행렬의 고유 분해(eigen decompositions) 및/또는 행렬 연산이 없이 등간격 사각형 배열 (URA: Uniform Rectangular Array)[19-22]에 도달하는 신호의 방위각과 천정각을 추정하는 간단한 DoA 추정 방법을 제안한다. 이 방법은 전체 신호 집합이 아니라 각 안테나에 도달하는 신호 사이의 관계에 직접 기반한다는 의미에서 직접 신호-기반 방법이라고 부를 것이다.

Fig. 1은 각각  $x_1/x_2$ -축 방향의 등간격이  $d_1/d_2$ 인  $M \times N$  크기의 ( $MN$ 개의 안테나 센서 소자로 구성된)

URA와 그에 입사하는 전자기 평면파 신호  $s(t)$ 를 보여준다. 시점  $t$ 에서  $(n, m)$ 번째 안테나 요소에 도달하는 신호  $s_{n,m}(t)$ 는 다음 식 (1)로 표현되며[4],

$$s_{n,m}(t) = s(t)e^{j\beta \sin\theta(md_1 \cos\phi + nd_2 \sin\phi)} \tag{1}$$

$$= s(t)a_{n,m}(\phi, \theta) \tag{2}$$

여기서  $(n, m)$ 번째 안테나의 조향 위상 계수는

$$a_{n,m}(\phi, \theta) = e^{j\beta \sin\theta(md_1 \cos\phi + nd_2 \sin\phi)} \tag{3}$$

$\phi, \theta, \beta$ 는 각각 방위각, 천정각, 파동 계수를 나타낸다.

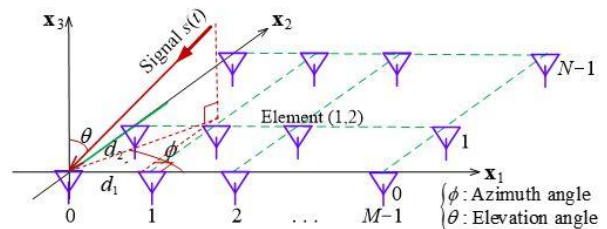


Fig. 1. Uniform Rectangular Array (URA)

$M \times N$ 개의 안테나 요소에 의해 수신된 신호들은 다음과 같이 하나의 행렬에 담아 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} u_{0,0}(\phi, \theta, t) & \cdots & u_{0,M-1}(\phi, \theta, t) \\ u_{1,0}(\phi, \theta, t) & \cdots & u_{1,M-1}(\phi, \theta, t) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ u_{N-1,0}(\phi, \theta, t) & \cdots & u_{N-1,M-1}(\phi, \theta, t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{0,0}(\phi, \theta) & \cdots & a_{0,M-1}(\phi, \theta) \\ a_{1,0}(\phi, \theta) & \cdots & a_{1,M-1}(\phi, \theta) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{N-1,0}(\phi, \theta) & \cdots & a_{N-1,M-1}(\phi, \theta) \end{bmatrix} s(t) \\ &+ \begin{bmatrix} v_{0,0}(t) & \cdots & v_{0,M-1}(t) \\ v_{1,0}(t) & \cdots & v_{1,M-1}(t) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ v_{N-1,0}(t) & \cdots & v_{N-1,M-1}(t) \end{bmatrix} \tag{4} \end{aligned}$$

여기서  $v_{n,m}(t)$ 는 시점  $t$ 에서  $(n, m)$ 번째 안테나 요소에 입사하는 신호  $s_{n,m}(t)$ 에 대한 부가 백색 가우스 잡음(AWGN: Additive White Gaussian Noise)이다.

가장 널리 사용되는 DoA 추정 방법 중 하나인 MUSIC (MULTiple Signal Classification) 알고리즘 [9, 10]의 처리 과정을 요약하면 다음과 같다[4]. :

단계 0:  $MN \times 1$  크기의 입력 벡터

$\{\mathbf{u}(nT), n = 0, \dots, K-1\}$ 의 표본을 수집하여(단,  $K$ 는 스냅샷 수,  $T$ : 표본 추출 주기)

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_{0,0}(\phi, \theta, t) \\ \vdots \\ u_{0,M-1}(\phi, \theta, t) \\ \vdots \\ u_{N-1,0}(\phi, \theta, t) \\ \vdots \\ u_{N-1,M-1}(\phi, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

다음 식과 같은  $MN \times MN$  크기의 공간 상관행렬을 추정한다.

$$\hat{R}_{uu} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{u}(nT) \mathbf{u}^H(nT) \quad (\text{H: 켈레 전치행렬}) \quad (6)$$

단계 1: 추정된 상관행렬  $\hat{R}_{uu}$  입력 값에 대하여 고유 분해를 수행한다.

$$\hat{R}_{uu} V = V \Lambda; \quad V = [\mathbf{v}_0 \ \mathbf{v}_1 \ \dots \ \mathbf{v}_{MN-1}],$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{MN-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

단계 2: 신호의 수  $\hat{L} = MN - N_n$ 를 추정한다. 여기서  $N_n$ 은 하나의 클러스터를 구성하는 가장 작은 고유 값들의 개수이고, 이 고유 값들에 대한 (잡음) 고유벡터로 구성된  $MN \times N_n$  크기의 행렬  $V_n$ 을 구성한다. :

$$V_n = [\mathbf{v}_0 \ \mathbf{v}_1 \ \dots \ \mathbf{v}_{N_n-1}] \quad (8)$$

( $N_n$ 개의 가장 작은 고유 값들에 대한 고유벡터에 해당)

단계 3: 방위각  $\phi$  및 천정각  $\theta$ 의 가능한 범위에 대한 MUSIC 공간 스펙트럼을 계산한다.:

$$P_{MUSIC}(\phi, \theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\phi, \theta) V_n V_n^H \mathbf{a}(\phi, \theta)} \quad (9)$$

$$\text{조향벡터 } \mathbf{a}(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} a_{0,0}(\phi, \theta) \\ \vdots \\ a_{0,M-1}(\phi, \theta) \\ \vdots \\ a_{N-1,0}(\phi, \theta) \\ \vdots \\ a_{N-1,M-1}(\phi, \theta) \end{bmatrix} \quad (10)$$

단계 4:  $P_{MUSIC}(\phi, \theta)$ 의 최대값(피크)에 대한 방위각과 천정각의 값  $\hat{\phi}$ 와  $\hat{\theta}$ 를 추정값으로 정한다:

$$(\hat{\phi}, \hat{\theta}) = \underset{\phi, \theta}{\text{Arg Max}} P_{MUSIC}(\phi, \theta) \quad (11)$$

이러한 MUSIC 알고리즘은 특히 1단계에서 수행된, 계산 복잡도가  $4(MN)^3/3$ 인 고유 분해에 많은 곱셈과 덧셈 계산이 필요하며[23], 이 계산 복잡도는  $M \times N = 8 \times 4$  URA에 대해 식 (6)의 상관행렬을 구하는 데 필요한 계산량은 포함하지 않았음에도 불구하고

$4(MN)^3/3 = 43,691$ 회 이상의 복소수 곱셈에 해당한다.

## II. Direct Signal-Based DoA Estimation with URA

식 (3), (4)에 비추어, URA의  $M \times N$  안테나 요소에 도달한(잡음을 제외한) 신호의 위상각은 다음과 같은  $N \times M$  크기의 행렬로 나타낼 수 있다.

$$B = [b_{n,m}(\phi, \theta, t)] = \begin{bmatrix} \beta \sin \theta (0+0) + \varphi(t) & \beta \sin \theta (d_1 \cos \phi + 0) + \varphi(t) & \dots & \beta \sin \theta ((M-1)d_1 \cos \phi + 0) + \varphi(t) \\ \beta \sin \theta (0+d_2 \sin \phi) + \varphi(t) & \beta \sin \theta (d_1 \cos \phi + d_2 \sin \phi) + \varphi(t) & \dots & \beta \sin \theta ((M-1)d_1 \cos \phi + d_2 \sin \phi) + \varphi(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta \sin \theta (0+(N-1)d_2 \sin \phi) + \varphi(t) & (N-1) \sin \phi + \varphi(t) & \dots & \beta \sin \theta ((M-1)d_1 \cos \phi + (N-1)d_2 \sin \phi) + \varphi(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서  $\varphi(t)$ 는 URA의 원점 (0, 0)에 위치한 안테나 요소에 도달한 신호  $u_{0,0}(t)$ 의 위상각이다.

행렬  $B$ 에서 다음과 같은 행과 열을 따라 이웃하는 인접 요소 간의 위상 차이는 다음과 같다.

$$x_m = b_{n,m+1} - b_{n,m} \approx \beta d_1 \sin \theta \cos \phi, \quad m = 1, 2, \dots, M-1 \quad (13a)$$

$$y_n = b_{n+1,m} - b_{n,m} \approx \beta d_2 \sin \theta \sin \phi, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (13b)$$

우리는 위상각이  $(-\pi, +\pi)$ [rad] 구간 내의 값으로 표현됨으로 말미암아 가령  $-3.1$ [rad]과  $3.1$ [rad]이 동떨어진 값으로 더해져서 결국 잘못된 평균이 구해지지 않도록 하기 위해, 이러한  $x_m, y_n$ 들의 복소 평면상 평균값  $m_x, m_y$ 를 계산하고

$$m_x = \angle \left( \sum_{m=1}^{M-1} e^{jx_m} \right) \quad (14a)$$

$$m_y = \angle \left( \sum_{m=1}^{N-1} e^{jy_m} \right) \quad (14b)$$

이들을 사용하여 방위각 추정값  $\hat{\phi}$ 를 다음과 같이

$$\text{방위각 추정값: } \hat{\phi} = \tan^{-1} \left( \frac{m_y/d_2}{m_x/d_1} \right) \quad (15)$$

구하고, 천정각 추정값  $\hat{\theta}$ 는 방위각 추정값  $\hat{\phi}$ 가  $0^\circ$  또는  $180^\circ$ 에 가까운가  $\pm 90^\circ$ 에 가까운가에 따라 다음 식 (16a) 또는 (16b)를 사용하여 구한다:

$$\text{천정각 추정값: } \hat{\theta} = \sin^{-1} \left( \frac{m_x/\beta d_1}{\cos \phi} \right) \quad (16a)$$

$$\text{또는 } \hat{\theta} = \sin^{-1} \left( \frac{m_y/\beta d_2}{\sin \phi} \right) \quad (16b)$$

그런데 실제로 안테나 배열에 도달하는  $MN$ 개 신호들이 복소수 값이 아니라 실수부와 허수부로 얻어지므로, 이 직접 신호-기반 방법을 구현하는 과정에서 수행되는 계산은 (덧셈을 제외하고)  $\tan^{-1}$  함수를 사용하여 식 (12)의 위상각을  $MN$ 개 구하고, 식 (14a) 및 (14b)의 값을 구하는 과정에서 그 위상각의  $\cos$  함수값과  $\sin$  함수값 각각 ( $M+N$ )개, 식 (15)의  $\tan^{-1}$  함수값 1개, 식 (16a) 또는 (16b)의  $\sin^{-1}$  함수값 1개이다. 따라서, Chebyshev 근사 다항함수[24]를 사용하여  $\tan^{-1}$  함수,  $\sin^{-1}$  함수,  $\cos$  함수,  $\sin$  함수의 값을 최대 절대오차 0.001이하로 구하는 데 필요한 실수 곱셈의 횟수가 각각 14, 9, 9, 9라는 것을 감안하면 직접 신호-기반 방법의 계산 복잡도는  $M \times N = 8 \times 4$  URA에 대해  $MN \times (14 + 1) + (M + N) \times (9 + 9) + (14 + 3) + (9 + 2) = 724$ 회의 실수 곱셈에 해당하며, 이는 MUSIC 방법의 43,691회의 (실수 곱셈 4회에 해당되는) 복소수 곱셈에 비해 1/200도 못될 만큼 적다.

### III. Simulation Results

시뮬레이션 환경은 윈도우10 운영 체제에서 x64 기반 프로세서와 16.0GB RAM을 사용하였으며, MATLAB 2022a

소프트웨어를 사용하여 Fig. 2, 3, 4의 결과를 얻었다.

Fig. 2는 5dB ~ 30dB 범위의 여러 가지 신호 대 잡음비 (SNR: Signal to Noise Ratio) 값에 대해 ( $8 \times 4$  크기의 URA에 도달하는 신호의) 각각  $[30^\circ, 150^\circ]$  및  $[25^\circ, 65^\circ]$  내에서 변하는 방위각과 천정각의 추정값을 얻기 위해 MUSIC 방법과 본 연구에서 제안한 직접 신호-기반 방법을 적용한 시뮬레이션 결과를 보여준다.

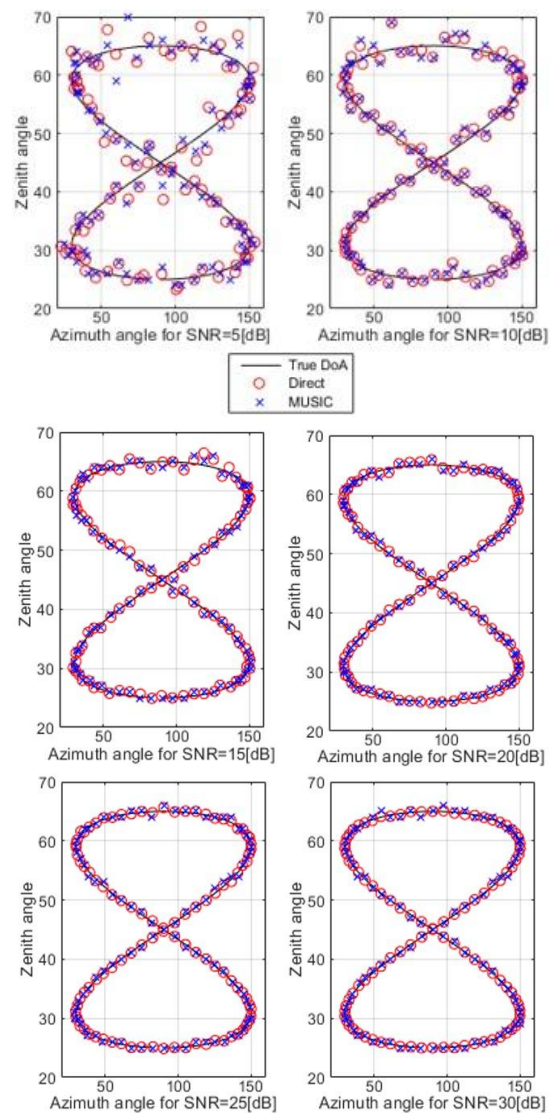


Fig. 2. Simulation Results of Tracking the Azimuth/Zenith Angles for Several Values of SNR

Fig. 3 및 Fig. 4는 MUSIC 방법 및 직접 신호-기반 방법을 사용하여 얻은 방위각/천정각 추정값의 평균 제곱 오차 (RMSE) 및 최대 절대 오차(SNR 값 대비)를 보여준다. 전반적으로 직접 신호-기반 방법이 MUSIC 방법에 비해 15dB 미만의 낮은 SNR에 대해서는 평균 제곱 오차(RMSE)는  $0.5^\circ$  미만 만큼, 최대 절대 오차는  $1^\circ$  미만 만큼 크게 나

오지만, 15dB 이상의 높은 SNR에 대해서는 RMSE 및 최대 절대 오차 둘 다 조금 작게 나타나므로 그 성능이 적어도 MUSIC과 비교할 만하다는 것을 볼 수 있다.

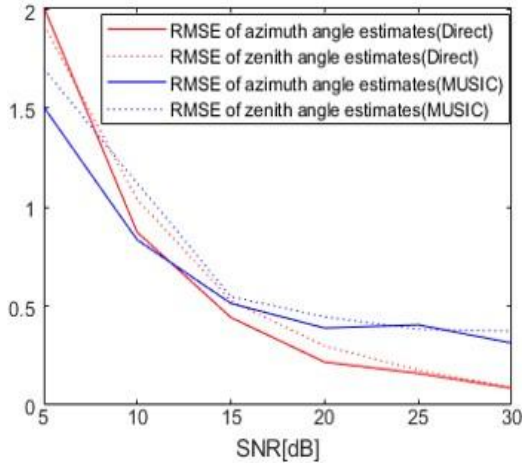


Fig. 3. RMSEs for the Azimuth/Zenith Angle Estimates vs. SNR

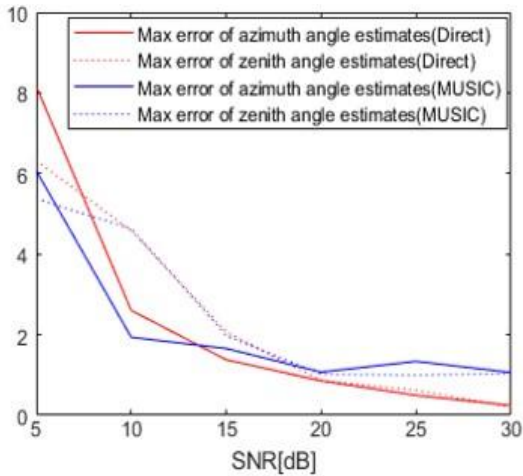


Fig. 4. Maximum Absolute Errors for the Azimuth/Zenith Angle Estimates vs. SNR

#### IV. Concluding Remarks

URA에 도달하는 전자기 평면파 신호의 방위각과 천정각을 추정하는 수단으로 제안한 직접 신호-기반 방법은 평균 제곱 오차(RMSE) 및 최대 절대 오차 성능이 MUSIC 방법과 비교할만 하면서도 필요한 계산량은 훨씬 적다.

이 방법의 한 가지 단점은, 기존의 DoA 추정 방법들이 다중 신호의 DoA를 추정할 수 있는 데 비하여, 안테나 배열을 향해 접근하는 신호가 한 개인 경우에만 그 DoA를 추정할 수 있다는 것이다. 이러한 이유 때문에, URA가 장

착된 모바일 장치가 인접 셀 간의 경계 부근을 지날 때는 여러 셀로부터 신호가 도달할 수 있음을 고려하여 MUSIC 방법과 같은 DoA 추정 방식을 간헐적으로 사용하는 것이 바람직하다.

한편, 수신 안테나 배열에 빔 형성(beamforming)을 사용하는 경우에는 빔이 형성된 방향으로 배열에 접근하는 신호가 하나뿐일 가능성이 높으며, 만약 그렇지 않고 빔이 형성된 방향으로 여러 신호가 접근하는 경우에는 다른 어떤 DoA 추정 방법도 제대로 작동할 수 없기 때문에, 제안된 직접 신호-기반 방법의 단점은 상쇄된다고 볼 수 있다.

제안된 방법은 입사되는 무선 신호의 방향을 찾아야 할 필요가 있는 통신신호 처리 기기를 개발하거나 그 계산량을 절감하는 데 도움이 될 수 있을 것이다.

#### REFERENCES

- [1] Harry L. Van Trees, *Optimum Array Processing*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
- [2] Mark C. Sullivan, *Practical Array Processing*, McGraw-Hill Book Company, New York, 2009.
- [3] Joseph C. Liberty, Jr. and Theodore S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1999.
- [4] Won Y. Yang, et al., *MATLAB/Simulink for Digital Signal Processing*, Hongreung Science, Seoul, 2012.
- [5] J. E. Evans, J. R. Johnson and D.F. Sun, "High Resolution Angular Spectrum Estimation Techniques for Terrain Scattering Analysis and Angle of Arrival Estimation in ATC Navigation and Surveillance System," *Proceedings of the 1st ASSP Workshop Spectral Estimation*, pp. 134-139, Lexington, KY, USA, 1981.
- [6] Arthur J. Barabell, "Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-based Direction-finding Algorithms," *Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICSAAP)-83*, pp. 336-339, April 1983.
- [7] R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-34, No. 3, pp. 276-280, 1986.
- [8] R. Roy, T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 37, pp. 984-995, July 1989.
- [9] F. J. Chen, S. Kwong and C. W. Kok, "ESPRIT-like Two-dimensional DOA Estimation for Coherent Signals," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 46(3), pp. 1477-1484, July 2010.
- [10] M. Devendra, K. Manjunathachari, "DOA Estimation of a System

- using MUSIC Method," International Conference on Signal Processing and Communication Engineering Systems, pp. 309-313, doi: 10.1109/SPACES.2015.7058272, Mar. 2015.
- [11] H. M. Noh, H. J. Kim and H. N. Kim, "DOA Estimation of Combining Time Modulated Arrays with Beamspace MUSIC Algorithm," The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences, Vol. 45, No. 6, pp. 951-960, Feb. 2020.
- [12] X. Zhou, F. Zhu, Y. Jiang, X. Zhou, W. Tan and M. Huang, "The Simulation Analysis of DOA Estimation Based on MUSIC Algorithm," 2020 5th International Conference on Mechanical, Control and Computer Engineering (ICMCCE), pp. 1483-1486, Dec. 2020.
- [13] J. P. Merkofer, G. Revach, N. Shlezinger and R. J. G. Sloun, "Deep Augmented MUSIC Algorithm for Data-Driven DoA Estimation," IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pp. 3598-3602, May 2022.
- [14] X. Meng, B. X. Cao, F. G. Yan, M. Greco, F. Gini and Y. Zhang, "Real-Valued MUSIC for Efficient Direction of Arrival Estimation with Arbitrary Arrays: Mirror Suppression and Resolution Improvement," Signal Processing, Aug. 2022.
- [15] B. Boustani, A. Baghdad, A. Sahel and A. Badri, "Performance Analysis of Direction of Arrival Algorithms for Smart Antenna," International Journal of Electrical and Computer Engineering, Vol. 9, No. 6, pp. 4873-4881, Dec. 2019.
- [16] M. O. Cordel II and E. R. Magsino, "Performance Comparison of MVDR, MUSIC, and ESPRIT Algorithms in Signal Classification," ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 15, No. 21, pp. 2523-2531, Nov. 2020.
- [17] O. A. Oumar, M. F. Siyau and T. P. Sattar, "Comparison between MUSIC and ESPRIT Direction of Arrival Estimation Algorithms for Wireless Communication Systems," The First International Conference on Future Generation Communication Technologies, pp. 99-103, doi: 10.1109/FGCT.2012.6476563.M, Dec. 2012.
- [18] S. Kharel, "Performance Comparison between MUSIC and ESPRIT Algorithms for Direction Estimation of Arrival Signals," Thesis and Dissertations, Univ. of North Dakota, UND Scholarly Commons, 2013.
- [19] X. Fu, R. Cao and F. Wen, "A De-noising 2D-DOA Estimation Method for Uniform Rectangle Array," IEEE Commun. Letters, Vol. 22, No. 9, pp. 1854-1857, doi: 10.1109/LCOMM.2018.2849724, Sep. 2018.
- [20] J. Liu, M. Wei, H. Li, S. Shi, Xin Wang, Xiaoyu Wang and N. Mei, "Evaluation on the MUSIC Algorithm Performance of Uniform Rectangular Arrays," International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), pp. 1-3, doi: 10.1109/ICMMT45702.2019.8992435., May 2019
- [21] Tae-yun Kim and Suk-Seung, "Cascade AOA Estimation Using Uniform Rectangular Array Antenna," Vol. 13, No. 5, pp. 923-930, Journal of the KIECS, Oct. 2018.
- [22] Y. Guo, X. Hu, W. Feng and J. Gong, "Low-Complexity 2D DOA Estimation and Self-Calibration for Uniform Rectangle Array with Gain-Phase Error," Remote Sensing, pp. 1-3, doi: 10.1109/MMS.2016.7803806, June 2022.
- [23] Azzam Haidar, Piotr Luszczek and Jack Dongarra, "New Algorithm for Computing Eigenvectors of the Symmetric Eigenvalue Problem," IEEE 28th International Parallel & Distributed Processing Symposium Workshop, pp. 1150-1159, Nov. 2014.
- [24] Won Y. Yang, et al., *Applied Numerical Methods Using MATLAB*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2020.

## Authors



Seokhyang Cho received the B.S. degree in Mathematics from Ewha Womans University, Korea in 1986 and the Ph.D. degree in Electrical and Computer Engineering from Sungkyunkwan University, Korea, in 2006.

Dr. Cho joined the faculty of the Department of Information and Communication at Pyeongtaek University, Pyeongtaek-si, Korea, in 2016. She is currently an Assistant Professor in the Department of Information and Communication, Pyeongtaek University. She is interested in cryptographic protocols, information security, and sensor network.