## 2차패턴 구속의 LCMV 빔형성 방법 연구

이관형\*

# A Study on LCMV Beamforming Method of Quadratic Pattern Constraints

Kwan-Hyeong Lee\*

요 약 STAP 시스템은 레이더 신호의 클러터와 재밍을 억제하지만 최적의 성능을 위해서는 많은 수의 샘플이 필요하다. 많은 수의 샘플은 처리 계산을 증가시키기 때문에 신호 랭크를 감소키기 위한 변환 방법이 필요하다. LCMV 범형성 방식은 도달 방향에 대한 왜곡 없는 제약을 쉽게 설정할 수 있고 범형성 스케일링이 우수하여 전체 랭크를 낮출 수 있다. 본 연구에서는 제안된 QPC(Quadratic Pattern Constraints) 및 LCMV 범형성 방법을 사용하여 목표물의 정보를 추정한다. 제안 방법은 2차 패턴 구속 조건으로 구속 조건의 수에 따라 원하는 방향으로 범 패턴 제어를 수행할 수 있다. 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘으로 원하는 목표물 각도를 추정한다. 추정방향[10˚0˚10˚], [-50˚-10˚10˚50˚], [-50˚-10˚0°10˚50˚]에서는 각 목표물의 정보를 정확하게 추정하였다. 그러나 목표물 [-50˚-5˚10˚20˚]는 정확하게 추정하지 못했다. 각도 분해능이 10˚이상일 때 제안된 알고리즘에 의해서 원하는 목표물이 추정되었지만, 각도 분해능이 10˚미만인 경우 원하는 목표물을 정확하게 추정할 수 없었다.

Abstract The STAP system suppresses clutter and jamming of the radar signal, but required a large number of samples for optimal performance. A large number of samples increases the signal processing computation. Therefore, there is need for a transformation method for reducing the signal rank. The LCMV beamforming method can easily set the distortion-free-constraint in the direction of arrival, and the beamforming scaling is excellent, so that overall rank can be reduced. In this study, the information of target is estimated using the proposed quadratic pattern constraints(QPC) and LCMV beamforming methods. The proposed method can perform beam pattern control in a desired direction according to the number of constraint conditions as a secondary pattern constraint condition. Through simulation, the performance of the propose method is verified. As a result on th simulation, the desired target was estimated when the proposed method had an angular resolution of 10 degrees or more, but it was not possible to accurately estimate the desired target when the angular resolution was less than 10 degrees.

Key Words: Beamforming, LCMV, Quadratic Pattern Constraints, STAP, Weight Vector

#### 1. 서론

시공간 적응 처리(STAP:Space Time Adaptive Processing)시스템은 N개의 배열 안테나 소자와 각 배열안테나 도착신호 M개를 결합하여 공간 및 시간 차원에서 클러터 및 방해 전파를 적응적으

로 감소 및 제거하기 위해서 사용된다[1-2]. 배열 안테나 시스템은 지속적으로 360도를 빔 스캔할 수 있지만, STAP 알고리즘을 적용하기에는 몇 가 지 문제점들이 있다. 첫 번째로 선행 배열안테나에 서 클러터 랭크(rank)는 속도 벡터와 정렬 오차로 인하여 증가한다. 두 번째, 클러터 궤적은 거리(ra nge)에 따라 다르다. 이것은 클러터 공분산 행렬을 안정적으로 추정하기 위해서 평균화 할 수 있는 거 리 게이트(range gate)의 수를 감소시킨다. 대부 분의 STAP시스템은 최소 분산 왜곡 응답 프로세 서(MVDR: Minimum Variance Distance Resp onse)빔 형성방법을 사용한다. MVDR 빔 형성 방 법은 선형 왜곡 없는 구속 조건에 따라서 출력 전 력을 최소화 한다[3-4], 그러나, MVDR 빔 형성 방법은 센서 섭동, 포인팅 오류 및 낮은 샘플 지원 으로 인해 큰 사이드 로브 및 메인 로브 각도(squi nting)가 발생 할 수 있다. 레이더 시스템에서 이 러한 성능은 클러터와 간섭으로 인하여 오 경보(fa lse alarm) 및 시스템 성능 오류가 발생하여 물체 정보를 정확히 추정하기 어렵다. 물체의 정보를 정 확히 추정하기 위한 빔 형성 제어 방법으로는 선형 주범 구속, 백색 잡음 이득 구속, 2차 패턴 구속(O PC : Ouadratic Pattern Constraints), 감소된 랭 크 부 공간 기술로 대기 패턴(quiescent pattern) 을 사용하는 지향 벡터 테이퍼링(steering vector tapering)등이 있다[5-6].

본 연구에서는 2차 패턴 구속과 선형 구속 최소 분산(LCMV :Linearly Constrained Minimum Variance) 빔 형성 방법을 사용하여 선형 배열안 테나에 대한 적응 빔 패턴 합성을 방법을 연구한 다. LCMV-QPC 중요한 특징은 2차 패턴 구속 조건으로 구속 조건의 수 와 각도 영역에 해당 하는 원하는 방향으로 빔 패턴 제어를 수행 하고, 우수한 빔 패턴 제어 와 신호 대 간섭 잡음비율 (SINR:Signal to Interference Noise Ratio)을 향상 시킬 수 있다[7-8]. 제안 알고리즘은 STAP 처리기에 후처리로 적용할 수 있는 구속 조건을 충족하기 위해 반복 절차를 적용한다.

본 논문의 구성은 2장에서는 신호의 최적 가중 치와 가중벡터를 획득하기 위해서 LCMV알고리 즘에 대해서 서술하고, 3장에서는 최적의 빔 형 성 제어를 위해서 2차 패턴 구속 알고리즘을 서 술한다. 4장에서는 모의실험을 통하여 제안 알고 리즘의 성능을 확인하고. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

### 2. LCMV 알고리즘 연구

본 연구의 STAP시스템 구성은 N개의 균일 선 형 배열 안테나 소자와 각 배열안테나에 입사되 는 M개의 신호로 구성한다. 수신안테나의 입사 신호에 대한  $N \times M \times 1$  시공간 배열 응답 벡터 는  $v(\theta,\phi,\omega)$ 로 나타낸다. 여기서  $\theta$ 는 고각,  $\phi$ 는 방위각,  $\omega$ 는 도플러 주파수 이다. 그림 1은 r 섹 터에서 고각,방위각, 주파수의 공간 영역을 나타 낸다. 각 공간 영역은 하나의 파티션 과 섹터 큐 브로 나타낸다. 섹터 큐브에는 수신안테나의 배 열 소자 개수 와 신호 개수로 구성되며, 첫 번째 수신 배열 안테나에 입사된 신호들은 첫 번째 파 티션으로 가정한다. 공간 영역  $Z_r$ 에서 원하는 빔 패턴은 다음과 같이 나타낼 수 있다[9].

$$B_{di}(\theta,\phi,\omega) = w_{di}^{H} v(\theta,\phi,\omega) \tag{1}$$

여기서  $w_{d,i}^H$ 는 가중벡터, H 는 복소전치행렬, d는 배열 안테나 소자 사이의 거리, 공간영역  $i=1,2,\cdots,r$  이다. 적응 가중 벡터의 의해서 생 성된 빔 패턴과 원하는 영역 빔 패턴의 최소분산 오차(MSE:Mean Square Error)는 다음과 같이 나타낸다.

$$\varepsilon_i^2 = \int_{z_i} \left| w^H v(\theta, \phi, \omega) - w_{d,i}^H v(\theta, \phi, \omega) \right|^2 dz \quad (2)$$

식(2)를 정리하면 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_i^2 = (w - w_{d,i})^H q_i (w - w_{d,i})$$
 (3)

여기서 
$$q_i = \int_z v(\theta,\phi,\omega) v(\theta,\phi,\omega)^H dz$$
를 나타낸

다. 식(2)와 식(3)으로부터 빔 패턴 제어 오류는 적응 가증 벡터의 2차 함수가 된다. 적응 가중치 는 LCMV 방법에 따라서 결정되며 2차 패턴 구 속을 사용하여 원하는 패턴과 편차를 제한한다. LCMV-QPC의 최적화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min w^H R w, C^H w = f \tag{4}$$

$$(w - w_{d,i})^H B_i (w - w_{d,i}) \le L_i, i = 1, \dots, r$$

여기서, R은 공분산 행렬, C는  $N \times M \times 1$  구속 행렬, f는 구속 값의  $d \times 1$  벡터, B는 로딩행렬 (loading matrix)을 나타낸다.

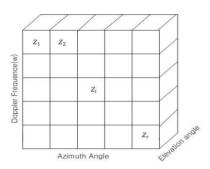


그림 1. 신호 공간 데이터 큐브 영역

Fig. 1. Signal space data cube domain

공분산행렬은 잡음 간섭 공분산행렬 $(R_n)$ , 신호 펼스잡음 간섭 공분산행렬 $(R_x)$ 으로 구성한다. 공분산 행렬 추정방법은 다음과 같이 K-표본 공분산 행렬을 사용한다[10].

$$\hat{R}_{x} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x(k) x(k)^{H}$$
 (5)

여기서 x(k)는 k번째  $N\times 1$  배열의 벡터를 나타내며 LCMV-QPC 가중벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w = R_B^{-1} C (C^H R_B^{-1} C)^{-1} f +$$
 (6)

$$\left[R_B^{-1} - R_B^{-1}C(C^H R_B^{-1}C)^{-1}C^H R_B^{-1}\right]w_B$$

여기서

$$R_B = R + \sum_{i=1}^r \lambda_i B_i \tag{7}$$

$$w_B = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i B_i w_{d,i} \tag{8}$$

2차 제한 빔 패턴의 LCMV-QPC 다중 제한 확장은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

 $P_B = R_B^{-1} - R_B^{-1} \, C (C^H R_B^{-1} C)^{-1} C^H R_B^{-1} \quad (9)$  식(6)에 식(9)을 대입하면 LCMV-QPC 가중벡터 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w = R_B^{-1} C(C^H R_B^{-1} C)^{-1} f + P_B w_B$$
 (10)

식(10)의 첫 번째 항은 선형 구속 조건을 충족하 지만 두 번째 항은 구속 조건 벡터에 직교하며 추가적인 빔 패턴제어를 제공한다. i번째 로딩행 렬(loading matrix) B<sub>i</sub>의 가중 합이 공분산행렬 R에 추가되고, 원하는 가중 벡터의 항인  $B_i w_{di}$ 의 가중합이 두 번째 항에 나타난다. 이것은 식 (10)으로 신호대 간섭잡음비(SINR)를 향상시키고 빔 패턴 제어를 할 수 있다. 일반적으로 구속 조 건을 충족하는 최적의 로딩레벨(loading level)  $\lambda_i$ 가 있지만, r=1인 경우에 로딩레벨을 만족하 는 해가 없다. 균일 선형 배열 시스템에서 전체 각도 공간 영역은 하나의 섹터가 있는 경우로서 B = I가 된다. 이 경우는 대각선 로딩레벨과 동 일하게 된다. 하나 또는 두 개의 2차 구속 조건 이 주 빔과 부 빔에서 형성될 때 기존 방법과 유 사한 빔 형성이 나타난다[6-7]. 부엽 영역에 있 는 신호의 이산 위치와 단일 주 빔 구속 조건이 많은 경우에 빔 패턴제어 수행이 쉽고 신호대 간 섭잡음비를 향상 시킬 수 있다.

### 3. 최적 가중치 획득을 위한 2차 패턴구속알고리즘 제안

본 장에서는 부분 적응 LCMV-QPC 빔 형성처리에 대한 최적의 공분산 행렬을 획득한다. 최적 공분산 행렬은 최적의 가중치로 구할 수 있으며 최적 가중치는 반복 갱신 절차로 나타낸다. 반복 갱신 절차를 수행할 수 있는 2차 패턴 구속 알고리즘을 본 연구에서 제안 한다. 가중치와로당행렬은 다음과 같이 나타낸다

$$q_i = B_i w_{d,i} \tag{11}$$

로딩행렬을 공분산행렬에 적용하기 위해서 식(5) 의 표본 공분산 행렬은 다음과 같이 나타낼 수

있다.

$$w^H B_i w \ 2Re \left( B_i^H w \right) \le \Psi_i \tag{12}$$

여기서  $\Psi_i = L_i - w_{d,i}^H B_i w_{d,i}$ 이다. 가중치를 반복 함으로서 패턴 오류는 2차 패턴 구속 조건으로 설정할 수 있고, 2차 패턴 구속 조건이 초과되면 해당 부분에 대한 로딩레벨이 증분계수만큼 증가 한다. 로딩 공분산 행렬 $(R_R^p)$ 과 원하는 가중치  $(w_B^p)$ 는 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$R_B^p = R_B^{p-1} + \sum_{i=1}^r \Delta_i^p B_i$$
 (13)

$$w_B^p = w_B^{p-1} + \sum_{i=1}^r \Delta_i^p \, q_i \tag{14}$$

여기서,  $\Delta_i$ 는 증분(incremental) 로딩 레벨이 고, 적응 가중치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w^{p} = S^{p} C (C^{H} S^{p} C)^{-1} f + P^{p} w_{R}^{p}$$
 (15)

$$P^{p} = S^{p} - S^{p} C (C^{H} S^{p} C)^{-1} C^{H} S^{p}$$
 (16)

여기서  $S^p = \left(R_R^p\right)^{-1}$ 는 역 공분산 행렬을 나타낸 다. 식(15)의 가중치 획득은 증분 로딩 레벨이 작은 경우에 근사값으로 업데이트를 실행하여 계 산량을 감소시킬 수 있다. p번째 역 공분산 행렬 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S^{p} = \left( \left( S^{p-1} \right)^{-1} + \sum_{i=1}^{r} \Delta_{i}^{p} B_{i} \right)^{-1} \tag{17}$$

가중치 벡터는 식(17)을 식(15)에 대입하여 중분 로딩레벨에 대한 1차 테일러 급수 근사로서 획득 할 수 있다. 이때 2차 패턴 구속 알고리즘을 적 용한 갱신 가중치 $(w^p)$  와  $P^p$ 는 다음과 같이 나 타낼 수 있다.

$$w^{p} = w^{(p-1)} - P^{(p-1)} \sum_{i=1}^{r} \Delta_{i}^{p} \left( B_{i} w^{(p-1)} - q_{i} \right)$$
 (18)

$$P^{p} = P^{(p-1)} - P^{(p-1)} \left( \sum_{i=1}^{r} \Delta_{i}^{p} B_{i} \right) P^{(p-1)}$$
 (19)

 $\Delta_i^p$ 의 로딩 레벨을  $\Delta_i^p = \alpha \lambda_i^p$ 로 하면 갱신 주 기를 적게 하더라도 최적의 가중벡터를 획득할 수 있다. 최적 가중벡터를 LCMV-OPC 범형성 방법에 적용하기 위해서는 가중벡터를 초기화 시켜 로딩레 벨로 갱신시켜야 한다. 이때 가중 벡터의 2차 패턴 구속 알고리즘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w^{0} = S^{0} C (C^{H} S^{0} C)^{-1} f + P^{0} \left( \lambda_{0} \sum_{i=1}^{r} q_{i} \right)$$
 (20)

$$P^{0} = S^{0} - S^{0} C (C^{H} S^{0} C)^{-1} C^{H} S^{0}$$
 (21)

$$S^{0} = \left( R + \lambda_{0} \sum_{i=1}^{r} B_{i} \right)^{-1} \tag{22}$$

식(20)을 반복하면 최적의 갱신 가중치를 획득할 수 있다.

### 4. 모의실험

모의실험 환경은 신호대간섭잡음비 20dB 와 배열 안테나 소자 20개 시스템에서 목표물이 3 개, 4개, 5개 존재할 때, 각각의 목표물 각도 정 보를 추정한다. 전파 채널 환경은 간섭, 잡음, 정 보 신호가 혼합된 상태이다. 그림2는 3개의 목표 물이 [10°0°10°]에 위치할때 본 연구에서 제안 한 방법으로 정확히 3개의 목표물을 추정한 그래 프를 나타낸다. 이때 각도 분해능은 약 10°인 것을 알 수 있다.

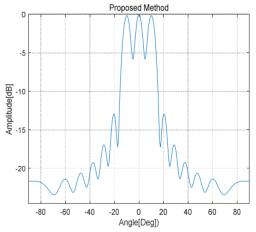


그림 2.  $[10\,^{\circ}0\,^{\circ}10\,^{\circ}]$ 에서 목표물 추정 Fig. 2. [10°0°10°] Target estimation

그림3은 4개의 목표물이 [-50°-10°10°50°] 에 위치할때 목표물을 추정한 그래프로서 4개의 목표물을 정확히 추정한 것을 알 수 있다.

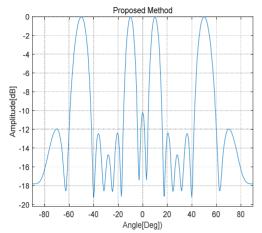


그림 3. [-50°-10°10°50°]에서 목표물 추정 Fig. 3.  $[-50\degree - 10\degree 10\degree 50\degree]$  Target estimation

그림 4는 [-50°-10°0°10°50°]에서 5개의 목표물을 추정한 그래프이다. 5개의 목표물을 정 확히 모두 추정하였으며 각도 분해능이 약 10° 를 나타내고 있다.

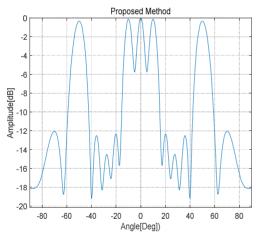


그림 4.  $[-50\degree-10\degree0\degree10\degree50\degree]$ 에서 목표물 추정 Fig. 4.  $[-50\degree - 10\degree 0\degree 10\degree 50\degree]$  Target estimation

그림 5는 [-10°-5°10°20°]에서 4개의 목표 물을 추정하기 위해서 모의실험 한 그래프를 나 타낸다. 그림 5의 실험결과는 3개의 목표물 [-10°10°20°]을 추정하였다. 1개의 목표물을 추정하지 못한 상태를 나타낸다. -5°에 존재하 는 목표물을 추정하지 못하였다. 즉 각도 분해능 이 -5° 가 되지 못하는 것을 알 수 있다.

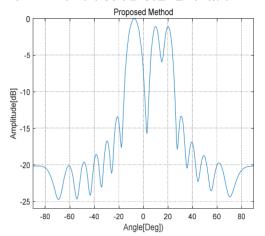


그림 5. [-10°-5°10°20°]에서 목표물 추정 Fig. 5.  $[-10\degree - 5\degree 10\degree 20\degree]$  Target estimation

### 5. 결론

레이더 신호처리를 위한 LCMV 빔 형성 방 법은 지향 방향에서 무 왜곡 구속을 쉽게 설정 할 수 있고 빔 형성의 스케일링이 우수하며 전체 랭크를 감소시킬 수 있다. 2차 패턴 구속방법은 갱신반복절차를 사용하여 공분산행렬로 가중치를 획득할 수 있다. 본 연구는 갱신 반복 절차로 최 적의 가중치를 획득할 수 있는 2차 패턴 구속 (QPC) 과 선형구속최소분산(LCMV) 빔 형성 방 법으로 원하는 목표물의 정보를 추정하기 위한 제안 방법을 연구하였다. 모의실험결과, 각도 분 해능이 10°이상에서는 제안 알고리즘으로 원하 는 목표물을 모두 추정하였지만, 각도 분해능이 10° 미만에서는 원하는 목표물 전체를 정확히 추정하지 못하였다. 향후 각도 분해능 향상을 위 한 연구가 필요하다고 사료된다.

#### **REFERENCES**

- [1] Zetao, Wang. Yongiang, Wang. Keqing, and Wenchong, "Subspace-Augmented Clutter Suppression IEEE Technique for STAP Radar", Geoscience and Remote Sensing Letters. Vol.13, No.3, pp.462-466, February, 2016.
- Jinfeng, Hu. Jianping, Li. Huiyong, Li. Keze, Li. a nd Jing , Liang. "A Novel Covariance Matrix Estimation Via Cyclic Characteristic for STAP", IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Vol.17, No.11, pp.1871-1875, January, 2020.
- [3] Lei, Zhang. Wei, Liu. and Lei, Yu. "Performance Analysis for Finite Sample MVDR Beamformer With Forward Backward Processing", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.59, No.5, pp.2427-2431, February, 2011.
- [4] Nadav, Yazdi. and Koby, Todros. "Measure-Transformed MVDR Beamforming", IEEE Signal Processing Letters, Vol.27, No.1, pp.1959-1963, October, 2020.
- [5] Juan, Corcoles. "Reactively Loaded Array Pattern Synthesis as a Quadratically Constrained Quadratic Program", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.63, No.11, pp.5219-5224, September, 2015.
- [6] Mehrez, Souden. Jacob, Benesty. and Sofiene, Affes. "A Study of the LCMV and MVDR Noise Reduction Filters", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.58, No.9, pp.4925-4935, June, 2010.
- [7] Jie, Zhang. Andreas, Koutrouvelis. Richard, Heusdens. and Richard, Hendriks. "Distributed Rate-Constrained LCMV IEEE Signal Processing Beamforming", Letters, Vol.26, No.5, pp.675-679, March, 2019.
- [8] Shmulik, Markovich-Golan, Sharon, Gannot, and Israel, Cohen. "Low-Complexit Addition or Removal of Sensors/Constraints in LCMV Beamformers," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.60, No.3, pp.1205-1214, December, 2012.

- [9] Jin-Jun, Xial. and Arye, Nehorai. "Optimal Polarized Beampattern Synthesis using a Vector Antenna Array", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.57, No.2, pp.576-587. October. 2009.
- [10] Lousi B, Fertig. "Analytical Expression for Space-Time Adaptive Processing (STAP) Performance", IEEE Transaction Aerospace and Electronic Systems, Vol.51, No.1, pp.42-53, January, 2015.

저자약력

### 이 관형 (Kwan-Hyeong Lee)

[정회원]



- 2004년 8월 : 청주대학교 전자공 학과 졸업 공학박사
- 2017년 3월 ~2010년 2월 : 국방 과학연구소 근무
- 2010년 3월 ~ 현재 : 대진대학교 AI융합학부 교수

〈관심분야〉레이다, 센서네트워크, 무선통신