

How can the post-war reconstruction project be carried out in a stable manner? - terrorism prediction using a Bayesian hierarchical model

Seunghyun Eom,^a Woncheol Jang^{1,b}

^aTRADOC, Republic of Korea Army; ^bDepartment of Statistics, Seoul National University

Abstract

Following the September 11, 2001 terrorist attacks, the United States declared war on terror and invaded Afghanistan and Iraq, winning quickly. However, interest in analyzing terrorist activities has developed as a result of a significant amount of time being spent on the post-war stabilization effort, which failed to minimize the number of terrorist activities that occurred later. Based on terrorist data from 2003 to 2010, this study utilized a Bayesian hierarchical model to forecast the terrorist threat in 2011. The model depicts spatiotemporal dependence with predictors such as population and religion by autonomous district. The military commander in charge of the region can utilize the forecast value based on the our model to prevent terrorism by deploying forces efficiently.

Keywords: spatio-temporal data analysis, Bayesian hierarchical model, terror activity prediction

1. 서론

2001년 9·11 테러 이후 미국은 테러와의 전쟁을 선포하며, 범인으로 지목된 무장 테러단체 알카에다를 아프가니스탄과 이라크가 지원한다고 주장하며 두 나라를 공격했다. 미국은 두 나라와의 전쟁에서 승리했지만, 그 이후 지속된 테러활동을 효과적으로 통제하는데 실패하여 많은 피해를 받았다. 이러한 상황에서 전쟁 이후 국가 재건을 돕는 안정화작전의 주요 위협인 테러활동에 대한 관심이 높아지게 되었다.

Siebeneck 등 (2009)은 다양한 통계적 시공간적 군집 분석 기법을 사용해 2004년부터 2006년까지 이라크에서 발생한 테러데이터를 분석하여 유의미한 시공간적 군집성이 존재함을 확인했으며, 최근에는 많은 연구에서 시공간 종속성을 고려하는 베이지안 계층모형을 이용하여 분석을 실시하고 있다. 시공간 종속성을 고려하는 베이지안 계층모형은 기존에 종속변수와 관련이 있다고 알려져있는 독립변수들 만으로 설명되지 않는 요인들을 시공간적 요인들로 반영해 데이터를 분석하는 방법으로, 영향요인들이 매우 많은 감염병 확산, 범죄율 분석 등 다양한 사회과학 분야에서 자주 사용되고 있다. Khana 등 (2018)은 이 모형을 이용해 미국 주별 자살률을 분석한 바 있고, Hu 등 (2018)의 도시 범죄율 분석, Sahu와 Böhning (2021)의 영국 코로나 19 사망율 분석 등 그 사례를 다양한 분야에서 확인할 수 있다. 그리고 이러한 모형을 이용한 테러데이터 분석은 Python 등 (2016)이 실시한 2002년부터 2013년까지 전 세계에서 발생한 테러활동의 분석, Clark와 Dixon (2018)의 시공간 종속성과 self-excitation을 고려하는 모형을 이용한 2003~2010년 이라크 테러활동을 분석 등이 있다.

본 연구에서는 앞에서 설명한 시공간 종속성을 고려하는 베이지안 계층모형을 이용해 2003년부터 2010년까지 이라크에서 발생한 테러활동을 분석하여 기존에 테러와 관련이 있다고 알려진 요인들과 시공간 요인들이 지역별 테러 빈도수와 어떠한 관계가 있는지 알아보고, 2011년의 지역별 테러 빈도수를 예측하였다. 이 때

¹ Corresponding author: Department of Statistics, Seoul National University, 1 Gwanak-ro, Gwanak-gu, Seoul 08826, Korea. E-mail: wjang@snu.ac.kr

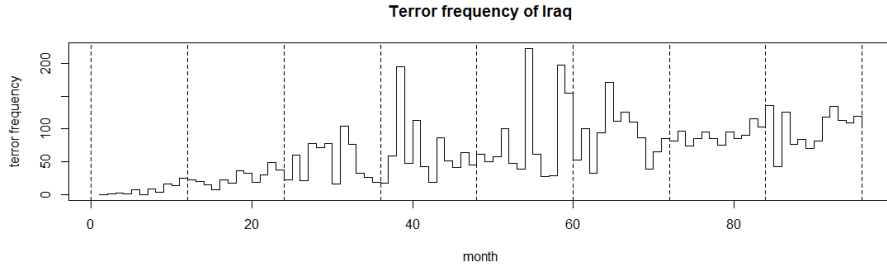


Figure 1: Frequency of terror from 2003 to 2010.

Iraq terror map (2003-2010)

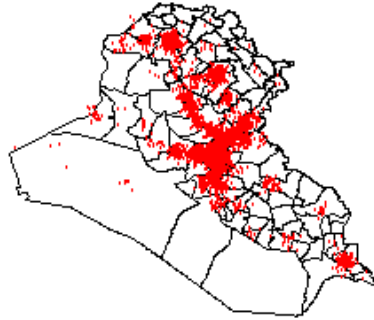


Figure 2: Iraq terror map from 2003 to 2010.

모델의 모수 추정은 Rue 등 (2009)이 MCMC의 대안으로 제안한 The Integrated Nested Laplace Approximation (INLA) 방법을 이용했다. 추가적으로, 제안한 모델을 이용해 새로운 데이터셋(2018년도 1월 12월의 이라크 테러데이터)을 분석하여 그 결과를 부록에 수록하였다.

2. 자료

본 연구에서는 2003년부터 2010년까지 이라크에서 발생한 테러활동의 시공간 좌표를 포함하는 데이터를 얻기 위해 National Consortium for the Study of Terrorism and Responses to Terrorism (START)에서 구축한 Global Terrorism Database (GTD) (Lafree와 Dugan, 2007)를 이용했다. 해당 기간동안 이라크 내에서 총 6,290건의 테러가 발생했으며, 이를 월단위 시간(12개월 × 8년)과 자치구 단위 공간 격자(104개 자치구)에 따라 96×104 개로 구분해 얻은 데이터셋을 반응변수로 사용했다. 이 때 Empirical Studies of Conflict에서 제작한 Iraq 자치구 맵데이터(Ethnicity Study : Ethnic Composition at District Level, 2012)를 사용했다. Figure 1은 2003년부터 2010년까지 이라크에서 발생한 월별 테러 빈도수를 나타내고 있으며, 시간이 경과하면서 테러 빈도수가 점차 증가한 것을 확인할 수 있다. 또한 각 테러사건의 공간정보는 Figure 2에 나타나며, 이라크 수도 바그다드를 중심으로 테러가 빈번히 발생했던 것을 확인할 수 있다.

설명변수로는 기존에 테러와 연관이 있다고 알려져 있는 자치구별 인구, 수니파 이슬람교도의 비율, 무장테러단체의 활동 정도를 사용했다. 첫 번째 변수인 자치구 내 인구가 많은 지역은 그렇지 않은 지역보

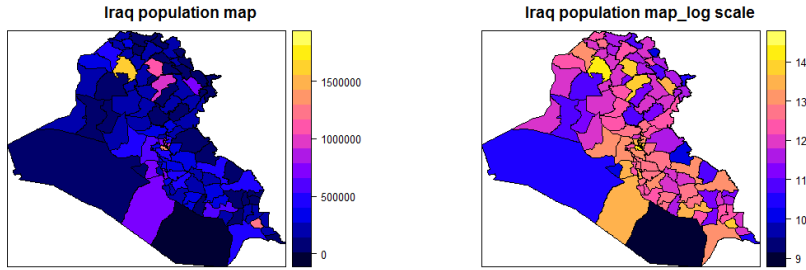


Figure 3: Population of Iraq district in 2009(Estimated).

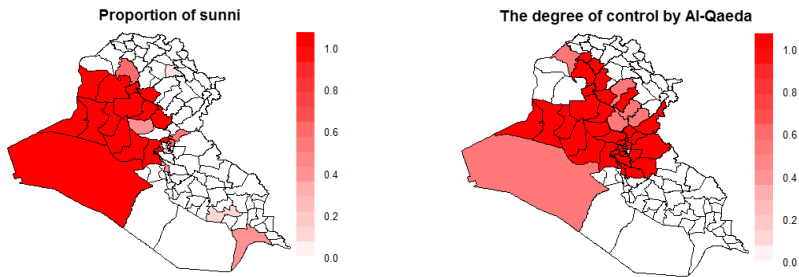


Figure 4: Proportion of Sunni Muslims and Activity level of Al-Qaeda.

다 상대적으로 테러공격의 목적달성에 용이할 것으로 생각되기 때문에 설명변수에 포함했으며, 97년 이후 인구총조사가 실시되지 못한 점을 고려하여 웹사이트 “City Population”에 제시된 Iraqi National Statistical Information Technology Association의 2009년 인구 추정치 (Brinkhoff, 2020)를 사용했다. 두 번째 변수인 수니파 이슬람 교도의 비율은 2003년 이라크전쟁으로 권력을 잃은 수니파 이슬람 세력이 주도하는 반정부 테러활동이 빈번하게 발생했기 때문에 포함했으며, “The Gulf/2000 Project” 자료를 참고하여 해당 자치구 인구 수 중 수니파 이슬람교도의 비율 (Izady M)을 사용했다. 세 번째 변수인 무장 테러단체의 활동 정도는 그들의 활동을 통제하지 못하는 지역에서 그렇지 않은 지역보다 상대적으로 테러 빈도수가 많을 것으로 생각되기 때문에 포함했으며, Hamilton (2008)을 참고하여 자치구별 알카에다 테러리스트의 활동 정도를 0, 0.5, 1의 값을 갖는 수치형 자료로 반영했다. 각 설명변수들은 이라크의 지리적 특성상 데이터가 불완전함을 고려해 시간에 따라 변하지 않는 요인으로 적용했으며, 각 설명변수들의 값을 Figure 3와 Figure 4에 나타내었다. Figure 3는 이라크 자치구별 인구분포를 나타내고 있으며, Figure 4는 자치구별 인구 중 수니파 이슬람 교도의 비율과 자치구별 알카에다 테러리스트의 활동 정도를 나타내고 있다.

3. 통계모형과 분석

본 연구에서는 설명변수만으로 설명되지 않는 요인들을 반영하기 위해 시공간 종속성을 고려하는 베이지안 계층모형을 사용했으며, 이를 통해 2003년부터 2010년까지 이라크 자치구별로 발생한 월별 테러 빈도수를 분석하고 2011년의 테러빈도수를 예측했다.

3.1. 베이지안 계층모형

위에서 언급했듯이 종속변수로 사용한 이라크 자치구별 월 테러 빈도수가 이산형 자료인 것을 고려해서, 아래와 같은 베이지안 포아송 계층모형을 사용했다.

$$\text{(Stage 1)} : Y_{it} \mid \lambda_{it} \sim \text{Poi}(\lambda_{it}), \quad i = 1, \dots, 104, \quad t = 1, \dots, 96.$$

$$\text{(Stage 2)} : \log(\lambda_{it} \mid \Theta) = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{itk} + f_{\text{space}}(s_i) + f_{\text{time}}(t) + \delta_{it}.$$

Y_{it} 는 i 번째 지역에서 t 번째 월에 발생한 테러 빈도수, λ_{it} 는 i 번째 지역에서 t 번째 월에 발생하는 테러 빈도수의 평균, $\Theta = \{\beta, f_{\text{space}}, f_{\text{time}}, \delta\}$ 는 전체 모수 집합이다. β_0 는 절편, $\sum_{k=1}^K \beta_k x_{itk}$ 는 i 번째 지역 t 번째 월의 k 번째 독립변수 x_{itk} 들에 의한 효과를 반영하는 항이다. 여기서 x_{it1} 은 자치구별 \log (인구수), x_{it2} 는 수니파 이슬람 교도의 비율, x_{it3} 는 알카에다 테러리스트의 활동 정도를 나타낸다. $f_{\text{space}}(s_i)$ 는 i 번째 지역 s_i 의 공간요인에 의한 효과를, $f_{\text{time}}(t)$ 는 t 번째 월의 시간요인에 의한 효과를, δ_{it} 는 $f_{\text{space}}(s_i)$ 와 $f_{\text{time}}(t)$ 의 상호작용항이다.

$f_{\text{space}}(s_i)$ 는 아래와 같이 Besag 등 (1991)이 제안한 Besag-York-Mollie (BYM) 모델을 사용했다. BYM 모형은 Lattice dataset을 이용한 Disease mapping에서 공간종속성을 반영하기 위해 주로 사용되는 모형으로 멀리있는 지역의 관측값보다 이웃한 지역들의 관측값에 더 유사할 것임을 반영하기 위해 어떤 지역의 관측값은 다른 지역들의 관측값들이 주어졌을 때 인접지역들의 관측값에 의존한다고 가정하고 인접지역의 평균을 그 지역의 관측값이 따르는 정규분포의 평균으로 나타내는 방법이다.

$$f_{\text{space}}(s_i) = u_i + v_i. \quad (3.1)$$

여기서 $u_i \mid u_{j \neq i} \sim N(m_i, s_i^2)$, $v_i \sim N(0, 1/\tau_v)$ 이고,

$$m_i = \frac{\sum_{j \in N(i)} u_j}{\#N(i)}, \quad s_i^2 = \frac{1}{\#N(i) \cdot \tau_u}$$

라고 정의된다. $N(i)$ 는 i 번째 지역의 인접한 지역의 집합이며, $\#N(i)$ 는 i 번째 지역의 인접지역의 숫자를 나타낸다. u_i 는 공간종속성에 의해 i 번째 지역이 주변 지역에 영향을 미치는 정도를 나타내는 항이고, v_i 는 공간적으로 비구조화된 잔차를 나타내는 항이며, τ_u 와 τ_v 는 정밀도(Precision)이다.

본 연구에서는 $f_{\text{time}}(t)$ 를 적용하는 방법에 따라 두 가지 모형으로 구분하여 데이터를 분석했다. 첫 번째 모형은 아래와 같이 B -spline 함수를 이용하는 방법으로, T 를 time의 개수, L 를 knot의 개수라고 했을 때 \mathbf{B} 는 시간요인에 대한 3차 B -spline 기저함수 $((L+3) \times T$ 행렬)을 나타내고, α 는 계수 벡터 $((L+3) \times 1)$ 이다.

$$f_{\text{time}}(t) = \text{bs}(t, \text{knots} = L) = \left[\mathbf{B}^T \alpha \right]. \quad (3.2)$$

두 번째 모형은 아래와 같이 $f_{\text{time}}(t)$ 를 시간적으로 구조화된 효과 항과 비구조화된 효과 항으로 구분하는 2차 Random walk 모형이다. 여기서 γ_t 는 인접 시간 사이의 추세를 반영해 시간적으로 구조화된 효과를 나타내는 항이고, ϕ_t 는 시간적으로 비구조화된 잔차를 나타내는 항이며, τ_γ 와 τ_ϕ 는 정밀도이다.

$$\begin{aligned} f_{\text{time}}(t) &= \gamma_t + \phi_t, & (3.3) \\ \gamma_t \mid \gamma_{t-1}, \gamma_{t-2} &\sim N\left(2\gamma_{t-1} - \gamma_{t-2}, \frac{1}{\tau_\gamma}\right), \\ \phi_t &\sim N\left(0, \frac{1}{\tau_\phi}\right). \end{aligned}$$

시공간 요인 사이의 상호작용항은 Knorr-Held (2000)의 연구에서와 같이 다음과 같은 형태로 반영하였다. 여기서 τ_δ 는 정밀도이다.

$$\delta_{it} \sim N\left(0, \frac{1}{\tau_\delta}\right).$$

위에서 제시한 두 가지 모형의 모수집합 Θ 와 초모수 집합 ψ 을 정리하면, 모형 1에서는 $\Theta = \{\beta, u, v, \alpha, \delta\}$ 와 $\psi = \{\tau_u, \tau_v, \tau_\delta\}$ 이고, 모형 2에서는 $\Theta = \{\beta, \gamma, \phi, \delta\}$ 와 $\psi = \{\tau_u, \tau_v, \tau_\gamma, \tau_\phi, \tau_\delta\}$ 이다. 이들의 사전분포로 Θ 의 β_k 와 α_j 는 $N(0, 0.001)$ 를 사용하였고 ψ 의 τ_u 와 τ_v 는 $\text{Gamma}(1, 0.0005)$, $\tau_\gamma, \tau_\phi, \tau_\delta$ 는 $\text{Gamma}(1, 0.00005)$ 를 사용했다.

3.2. INLA를 이용한 사후분포의 근사적 계산

베이지안 모형의 사후분포 추정을 위한 계산은 보통 Markov chain Monte Carlo (MCMC) 방법을 이용한다. MCMC를 이용하면 복잡한 베이지안 모형의 모수도 추정이 가능하지만, 마코프체인의 수렴성을 확인해야 하고 모수의 추정치가 수렴하기까지 반복계산을 많이해야 해서 계산이 오래걸린다는 단점이 존재한다. 특히 시공간 종속성을 고려하는 계층모형은 계산량이 많기 때문에, 최근에 실시된 다양한 연구에서 Rue 등 (2009)이 제안한 Integrated Nested Laplace Approximation (INLA)방법을 사용해 모수의 사후분포를 근사적 방법으로 계산하고 있다.

INLA는 Latent Gaussian 모형에 대해 라플라스 근사법을 이용해 사후분포를 근사적으로 계산하는 방법이기 때문에 수렴성 확인이 불필요하고, Taylor와 Diggle (2014)의 연구 등에서 언급된 바와 같이 계산량을 줄일 수 있어 속도가 빠르다는 장점이 있다. 여기서 Latent Gaussian 모형은 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$ 를 관측된 데이터, θ 은 모수집합, ψ 은 초모수 집합, $Q(\psi)$ 은 정밀도 행렬이라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\pi(\mathbf{y} | \theta, \psi) &= \prod_{i=1}^n \pi(y_i | \theta_i, \psi), \\ \theta | \psi &\sim N(\mathbf{0}, Q^{-1}(\psi)), \\ \theta_i &\perp \theta_j | \theta_{-ij}.\end{aligned}$$

라플라스 근사법은 두번 미분가능한 함수 $L(x)$ 와 충분히 큰 수 n 에 대하여 $\int e^{nL(x)}dx$ 형태의 적분을 근사적으로 계산하는 방법이다. $\log f(x)$ 에 대해 mode x^* 에서 Taylor 전개를 2차항까지 하면

$$\begin{aligned}\log f(x) &\approx \log f(x^*) + (x - x^*) \left. \frac{\partial \log f(x)}{\partial x} \right|_{x=x^*} + \frac{(x - x^*)^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \log f(x)}{\partial x^2} \right|_{x=x^*} \\ &\approx \log f(x^*) + \frac{(x - x^*)^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \log f(x)}{\partial x^2} \right|_{x=x^*} \\ &\approx \log f(x^*) - \frac{(x - x^*)^2}{2\sigma^{*2}}\end{aligned}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서

$$\sigma^{*2} = \frac{-1}{\left. \frac{\partial^2 \log f(x)}{\partial x^2} \right|_{x=x^*}}.$$

이를 이용하면 $\int f(x)dx$ 를 다음과 같이 근사적으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\int f(x) dx &= \int e^{\log f(x)} dx \approx \exp[\log f(x^*)] \int \exp\left[-\frac{(x-x^*)^2}{2\sigma^{*2}}\right] dx, \\ &= C \times \int \exp\left(-\frac{(x-x^*)^2}{2\sigma^{*2}}\right) dx.\end{aligned}$$

따라서

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \approx C \times \sqrt{2\pi\sigma^{*2}} (\Phi(\beta) - \Phi(\alpha))$$

이며 함수 $f(x)$ 를 mode x^* 인근에서 다음과 같이 정규근사 할 수 있다.

$$f(x) \approx N(x^*, \sigma^{*2}).$$

INLA의 주요 목적은 모형에서 사용한 각 모수들의 주변 사후분포(Marginal Posterior distribution)를 근사적으로 계산하는 것으로, 주변 사후분포 $\pi(\theta_i | y)$, $\pi(\psi_k | y)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\pi(\theta_i | y) &= \int \pi(\theta_i, \psi | y) d\psi = \int \pi(\theta_i | \psi, y) \pi(\psi | y) d\psi, \\ \pi(\psi_k | y) &= \int \pi(\psi | y) d\psi_{-k} \quad \text{where } \psi_{-k} = \psi \setminus \{\psi_k\}.\end{aligned}$$

이를 근사적으로 추정하기 위해서는 $\pi(\theta_i | \psi, y)$ 와 $\pi(\psi | y)$ 가 필요한데, 첫 번째 항 $\pi(\theta_i | \psi, y)$ 은 라플라스 근사법을 이용하면 얻을 수 있고 두 번째 항 $\pi(\psi | y)$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\pi(\psi | y) &\propto \pi(\psi, y), \\ &= \frac{\pi(\psi, y, \theta)}{\pi(\theta | y, \psi)} \quad \text{for any } \theta, \\ &= \frac{\pi(y | \psi, \theta) \pi(\psi, \theta)}{\pi(\theta | y, \psi)} \quad \text{for any } \theta, \\ &= \frac{\pi(y | \theta) \pi(\theta | \psi) \pi(\psi)}{\pi(\theta | y, \psi)} \quad \text{for any } \theta, \\ &\approx \frac{\pi(y | \theta) \pi(\theta | \psi) \pi(\psi)}{\tilde{\pi}_G(\theta | y, \psi)} \Big|_{\theta=\theta^*(\psi)}.\end{aligned}$$

여기서 $\tilde{\pi}_G(\theta | y, \psi)$ 은 $\pi(\theta | y, \psi)$ 에 대해 라플라스 근사법을 이용해 얻은 가우시안 근사치이고, $\theta^*(\psi)$ 은 ψ 가 주어졌을 때 θ 의 mode 이다.

3.3. 모형 진단과 선택

위에서 설명한 모델들이 데이터를 잘 적합하고 있는지 확인하기 위해 Gelman 등 (1996)이 제안한 사후예측 p -value (posterior predictive p -value)를 이용했으며, 이 때 모형과 예측치의 차이를 나타내는 지표로 (i) 기간 내 평균 테러 빈도수가 1건 이상인 자치구의 수 ($\sum_i I(\bar{Y}_i^* \geq 1)$), (ii) 자치구내 월별 테러빈도수의 최대값($\max_i(Y_{it}^*)$)과 (iii) 테러가 발생하지 않은 자치구의 수($\sum_{i,t} I(Y_{it}^* \leq 0.5)$)를 사용했다. 본 연구에서 관심있는 사항은 (i)이며, (ii)와 (iii)은 Clark와 Dixon (2018)의 선행연구 결과와 비교하기 위해 계산하였다. 추가적으로, 각 모형들의 적합도를 비교하기 위해 Spiegelhalter 등 (2002)이 제안한 Deviance Information Criterion (DIC)를 사용했다.

Table 1: Posterior predictive p -value and DIC

Model	PPP-value* for $\sum_i I(\overline{Y_i^*} \geq 1)$	PPP-value* for $\max_{it}(Y_{it}^*)$	PPP-value* for $\sum_{it} I(Y_{it}^* \leq 0.5)$	DIC
Model 1(BYM only)	0.030	0.873	0.000	9140.911
Model 2(B-spline only)	0.003	0.000	0.000	10397.537
Model 3(RW2 only)	0.035	0.835	0.000	9125.471
Model 4(BYM + B-spline)	0.498	0.424	0.434	8655.910
Model 5(BYM + RW2)	0.438	0.502	0.780	8453.706

* PPP-value : Posterior predictive p-value, Y^* : New realizations based on each model, $\overline{Y_i^*} = \sum_t(Y_{it}^*)/T$.

Table 2: Posterior predictive p -value and DIC of Models in Clark and Dixon (2018, p.648)

Model	PPP-value* for $\max_{it}(Y_{it}^*)$	PPP-value* for $\sum_{it} I(Y_{it}^* \leq 0.5)$	DIC
Spatially Correlated Model without Self-Excitation	0.02	1.00	9397
Spatially Correlated Self-Exciting Model	0.97	0.00	8722
Reaction-Diffusion Only Model	0.53	0.81	8664
Reaction-Diffusion Self-Exciting Model	0.45	0.89	8699

* PPP-value : Posterior predictive p-value, Y^* : New realizations based on each model, $Y_i^* = \sum_t(Y_{it}^*)/T$.

Table 1은 각각의 모형과 예측치의 차이를 나타내는 지표로 계산한 사후예측 p -value와 DIC를 나타내고 있다. 모형 1~3은 공간요인 또는 시간요인만을 고려하는 모형을 계산한 결과이고, 모형 4와 5는 앞에서 설명한 공간요인에 의한 효과와 시간요인에 의한 효과를 모두 고려하는 모형이다. 모형 4와 5는 사후예측 p -value가 0 또는 1과 가깝지 않기 때문에 두 모형 모두 데이터를 잘 적합한다고 할 수 있으며 DIC를 기준으로 모형5가 가장 단순하기 때문에, 이후에 제시할 결과들은 주로 모형5를 이용해 정리했다.

추가적으로 Clark와 Dixon (2018)은 4가지 모델을 이용해 본 연구와 유사한 데이터(본 연구는 해당 논문에서 분석에 제외한 Karkh 등 모든 지역을 분석 대상에 포함하였음)를 분석하여 Table 2와 같은 결과를 얻었는데, Table 1의 모형 4와 5에서 선행연구가 제안한 모형들과 비교 시 사후예측 p -value와 DIC 기준으로 흡사하거나 우수한 것을 알 수 있다. 다만 이 경우 본 논문에서 사용한 데이터 셋과 Clark와 Dixon (2018)에서 사용한 데이터 셋이 다르기 때문에 정확한 비교를 어렵다.

4. 결과

4.1. 설명변수에 의한 효과

Table 3은 각 설명변수의 계수들의 사후분포에 대한 정보를 나타내는데, 자치구 내 알카에다 테러리스트의 활동 정도와 log(인구)가 테러 빈도수와 통계적으로 유의미한 관계를 갖고 있는 것을 확인할 수 있다. 예를들어 인구가 2배($\exp(0.69)$) 많은 지역은 그렇지 않은 지역보다 약 2.32배(95% credit interval: 1.76, 3.09) 테러위험이 높은 것을 알 수 있고, 또한 알카에다 테러리스트가 자유롭게 활동할 수 있는 지역은 그렇지 않은 지역보다 약 17.7배(95% credit interval: 7.33, 44.21) 테러위험이 높은 것을 확인할 수 있다.

4.2. 시공간요인에 의한 효과

3장에서 공간요인에 의한 효과를 반영하기 위해 식 (3.1)에서와 같이 BYM model을 사용하였다. u_i 는 i 번째 지역의 공간요인이 공간종속성에 의해 주변 지역의 테러위험에 미치는 영향정도를 나타내며, v_i 는 공간적으

Table 3: Mean and 95% credible interval for coefficient

Covariates	Model 4 (BYM + Spline)	Model 5(BYM + RW2)
β_0 (intercepts)	-24.078, (-29.468, -19.025)	-19.759, (-24.979, -14.871)
β_1 (log(pop))	1.221, (0.820, 1.646)	1.213, (0.820, 1.631)
β_2 (Sunni)	0.833, (-0.258, 1.953)	0.815, (-0.256, 1.912)
β_3 (Al-Qaeda)	2.881, (1.981, 3.813)	2.876, (1.993, 3.789)

Table 4: Accuracy of prediction

	WMAPE	MSE for $E(Y) \leq 1$
Predicted value	0.56	0.43
Naive - Last year	0.85	0.67
Naive - Average	1.04	0.47
Naive - Average of recent 3 year	0.65	0.44

로 구조화되지 않은 잔차를 나타낸다. 이라크 104개 자치구의 공간요인에 의한 효과가 Figure 5(a)와 (c)에 나타나 있으며, Figure 5(b)와 (d)는 주변지역의 테러위협에 영향을 미치는 정도인 u_i 를 지도상에 나타낸 그림이다. 공간요인에 의해 상대적 위험이 0 이상인 대부분 지역들은 이라크 중부지역과 일부 국경지역에 위치해 있다. Figure 3, 4와 비교했을 때 Penjwin, Amara, Fao 등 지역들은 독립변수만으로 설명되지 않는 테러위협이 존재하고 있으며, 공간요인에 의한 효과가 이들을 반영하고 있음을 확인할 수 있다. 그리고 이라크 중서부 지역에서 독립변수들만으로 설명이 충분하지 못한 테러위협도 공간요인에 의한 효과로 반영하여 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

시간요인에 의한 효과는 식 (3.2)과 (3.3)에서와 같이 두 가지 방법으로 모델링 하였는데, Figure 6은 각각의 방법에 따라 시간요인에 의한 효과가 모델링된 결과를 보여준다. 청색 실선은 모형 4에서 반영된 시간요인에 의한 효과를 나타내고 있으며, 적색 실선은 모형 5에서 반영된 시간요인에 의한 효과를 나타내고 있다. 여기서 시간종속성을 확인하기 위한 γ_t 는 적색 점선으로 표현하였다. 그림에 나와 있듯이, 시간요인에 의한 효과는 2007년까지 증가하다가 그 이후에는 일정하게 유지되고 있으며 이는 Figure 1과 유사하게 나타난 것을 알 수 있다. 수치적으로 보면, 모형 5를 기준으로 2007년 12월에는 2년 전 보다 테러위협이 약 1.77배($\exp(0.57)$) 높아졌고, 2년 뒤인 2009년 12월에는 2007년 12월보다 약 1.07배($\exp(0.76)$) 높아졌음을 확인할 수 있다.

4.3. 2011년의 테러빈도수 예측

모형의 예측 정확도를 검증하기 위해 2011년의 테러 빈도수를 예측한 후 실제 발생 횟수와 비교하였다. 2011년의 자치구별 테러빈도수를 관측되지 않은 기간의 평가자료로 사용했으며, $\mathbf{Y} = \{Y_{1,1}, \dots, Y_{i,t}, \dots, Y_{L,T}\}$ 를 관측 기간 내의 반응변수, $\mathbf{Y}^* = \{Y_{1,T+1}, \dots, Y_{i,T+h}, \dots, Y_{L,T+H}\}$ 를 관측되지 않은 기간의 테러 발생 횟수라고 했을 때 $p(\mathbf{y}^* | \theta)$ 가 기준에 관측된 $p(\mathbf{y} | \theta)$ 와 유사한 형태로 나타난다고 가정하고 사후예측분포 $p(\mathbf{y}^* | \mathbf{y}) = \int p(\mathbf{y}^* | \theta)p(\theta | \mathbf{y})p(\mathbf{y})d\theta$ 를 이용해 $E(\mathbf{Y}^* | \mathbf{Y})$ 를 추정했다.

Figure 7은 지역별 테러빈도수 예측 결과를 시각화 하기 위해 나타낸 그림이다. Figure 7(a)는 2011년 2월의 실제 테러 빈도수를 나타내고 있으며, Figure 7(b)는 단순 비교를 위해 같이 가져온 과거 데이터의 평균 자료를, Figure 7(c)와 (d)는 두 모델을 기반으로 사후 예측분포 $E(\mathbf{Y}^* | \mathbf{Y})$ 를 이용해 예측한 값을 지도상에 나타내고 있다. Figure 7(c)와 (d)를 보면 기준에 테러가 자주 발생했던 지역 외에도 Ramadi, Kut 등의 지역에서도 상대적으로 높은 테러위협이 존재한다는 것을 알 수 있으며, 실제로 Figure 7(a)를 보면 해당 지역에서 테러 빈도수가 과거 데이터인 Figure 7(b)에서보다 높게 나타났음을 확인할 수 있다.

또한, 모형을 이용한 예측값이 단순히 과거데이터를 이용한 방법보다 얼마나 정확한지 알아보기 위해

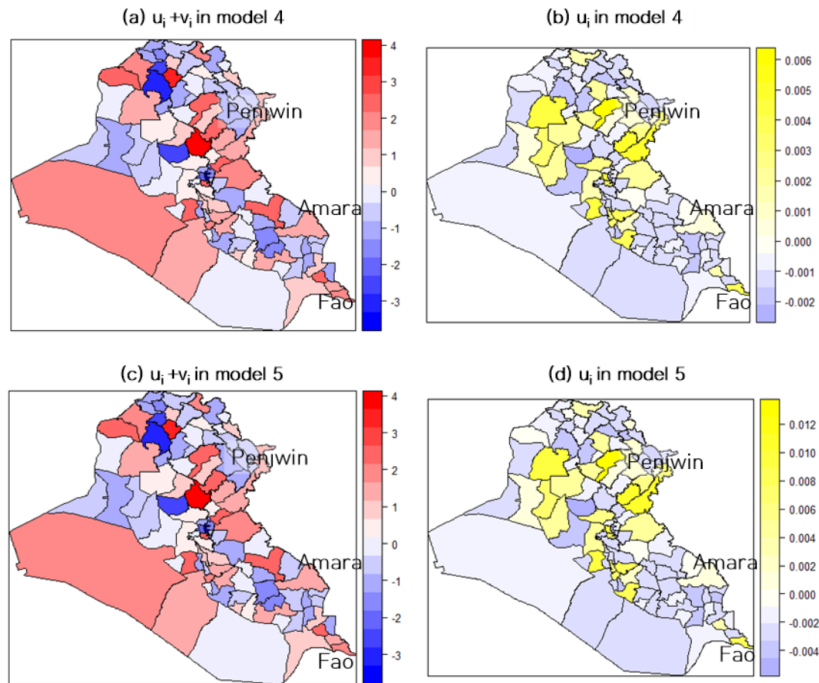


Figure 5: Spatial effect.

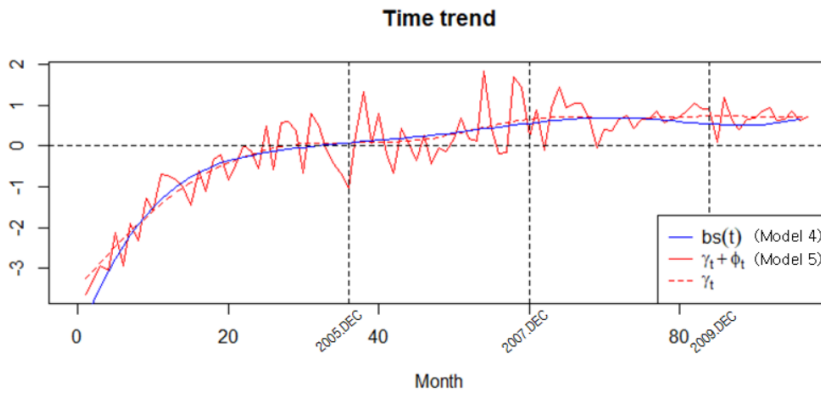


Figure 6: Time effect.

2011년 12달의 테러 빈도수를 예측하고 실제값과 비교해 두 가지 예측 정확도를 계산해 Table 4에 나타내었다. 표의 첫 번째 열은 각 지역에서 발생하는 테러 빈도수의 척도를 고려한 Weighted Mean Absolute Percentage Error (WMAPE)를, 두 번째 열은 월 평균 테러건수가 1건 이하로 나타나는 지역들을 대상으로 계산한 Mean Squared Error (MSE)를 나타내고 있다. 모델을 이용한 예측값은 단순히 과거 데이터를 이용하는 방법보다 정확하게 테러 빈도수를 예측한다는 것을 알 수 있다.

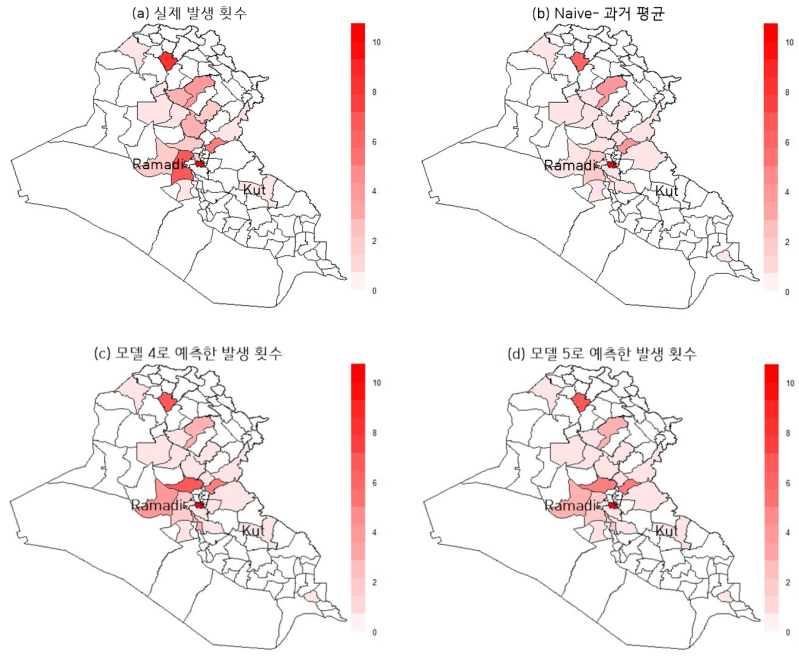


Figure 7: Prediction map of Feb. 2011.

5. 결론

본 연구에서는 시공간중속성을 고려하는 베이지안 계층모형을 이용해 2003년부터 2010년까지 이라크에서 발생한 테러활동을 분석하였다. 시공간 중속성을 고려하는 베이지안 계층모형은 예측변수만으로 설명되지 않는 시·공간적 요인들을 반영하기 위한 베이지안 계층모형으로서, 해당 모형을 기반으로 이라크 전쟁 이후 2010년까지 이라크에서 발생했던 테러데이터를 이용해 (i) 기존에 알려진 테러와 관련된 요인들 및 시·공간 요인이 지역별 테러 빈도수와 어떤 관계가 있는지 확인하고, (ii) 2011년의 지역별 테러 빈도수를 예측하였다.

기존에 알려진 예측변수들이 지역별 테러 빈도수와 어떤 관계가 있는지 확인한 결과, 기존에 알려진 요인들 중 자치구별 ‘인구’와 ‘알카에다 활동정도’가 이라크 자치구별 테러 빈도수에 통계적으로 유의미한 관계가 있었으며, 시·공간요인에 의한 테러위험을 확인한 결과 시간요인에 의한 테러위험은 2003년부터 2007년까지 증가하다가 이후 일정하게 유지되었고 공간요인에 의한 테러위험은 일부 국경지역 및 중부지역에서 다른 지역보다 상대적으로 높다는 것을 확인할 수 있었다.

또한 2011년에 발생하게 될 테러 빈도수를 예측하고 실제 데이터와 비교한 결과, 과거 데이터의 평균과 같은 직관적인 방법들 보다 정확한 것을 확인할 수 있었다. 또한 이를 지역별로 살펴봤을 때 기존에 테러가 자주 발생하던 지역들 외에 이라크 중부지역의 Ramadi, Kut 등의 지역에서도 상대적으로 높은 테러위험을 확인할 수 있었다.

위와 같이 본 연구에서 제안한 방법을 통해 얻은 결과들은 안정화작전 지휘관이 가용 전투력을 보다 더 효율적으로 운용할 수 있도록 의사결정 근거를 제공할 수 있을 것으로 기대된다. 예를 들어 주어진 데이터를 기반으로 2011년 안정화작전 부대의 운용을 계획한다면, 기존에 테러가 빈번하게 발생하는 지역들 외에도 Ramadi와 Kut 등의 자치구에 주변보다 상대적으로 많은 가용전투력이 투입되어야 한다는 것을 알 수 있을 것이다.

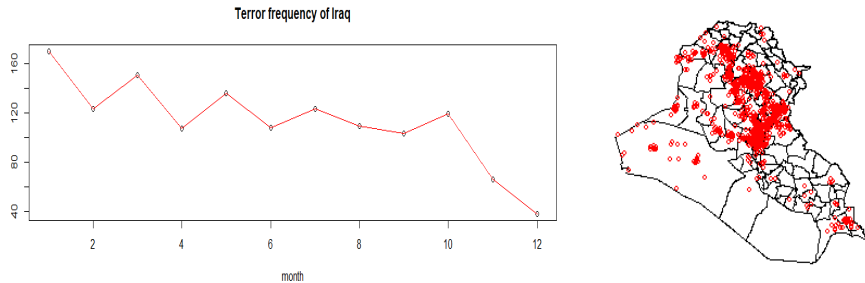


Figure A.1: Frequency plot (left) and Iraq terror map(right) in 2018.

Table A.1: Posterior predictive p -value and DIC

Model	PPP-value* for $\sum_i I(Y_i^* \geq 1)$	DIC
Model 1(BYM only)	0.14	2160.580
Model 2(RW2 only)	0.19	2160.744
Model 3(BYM + RW2)	0.35	2106.832
Model 4(BYM + B-spline)	0.32	2104.253

* PPP-value : Posterior predictive p -value, $\bar{Y}_i^* = \sum_t (Y_{it}^*)/T$.

Appendix : 2018 이라크 테러자료 분석

본 부록에서는 본문에서 제안한 ‘시공간 종속성을 고려하는 베이지안 계층모형’을 이용해 다른 데이터셋을 분석함으로써, 그 실용성에 대해 확인하였다. 사용할 데이터는 2018년 1월 ~ 12월에 이라크 각 지역별로 발생한 테러빈도수이고, 독립변수는 해당지역의 지정학적 특성(국가 내부 각종 분쟁으로 인해 인구 총조사를 1991년 이후 실시하지 못 함)을 고려해 본문에서의 이라크 자치구역, 지역별 인구, 그리고 지역별 Sunni파 이슬람 교도의 비율을 동일하게 사용하였다.

이라크는 2010년 주민투표를 실시하고 2011년에 미군이 철수했으나, 그 후 유입된 무장테러단체 ISIS에 의해 많은 피해를 받아왔다. 이로 인해 미군은 이라크의 안정화를 위해 2014년 재투입하였고, 이라크는 2017년 자국내 ISIS를 격퇴했다고 공식적으로 발표했다. Figure A.1의 좌측 도표는 2018년 이라크 내에서 발생한 테러 빈도수를 나타낸 것인데, 실제로 이라크 지역내 테러 빈도수가 감소하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 Figure A.1의 우측 그림은 2018년에 이라크에서 발생한 테러사건들의 좌표를 이라크 지도상에 나타낸 것으로, 본문에서와 같이 수도를 중심으로 유프라테스강과 티그리스강을 따라 북서쪽으로 테러가 빈번하게 발생한 것을 확인할 수 있다.

이러한 데이터를 분석하기 위해, 본문에서와 같이 공간종속성만을 고려하는 모형 1, 시간 종속성만을 고려하는 모형2, 시공간 종속성을 모두 고려하는 모형 3과 4를 이용하였다. Table A.1은 각 모형별로 데이터를 적합한 후 계산한 Posterior Predictive p -value와 DIC를 나타내고 있다. 여기서 Posterior Predictive p -value를 계산할 때 모형과 예측치의 차이를 나타내는 지표로 본 연구에서 관심있는 기간 내 평균 테러빈도수가 1건 이상인 자치구의 수를 사용했다. 모형 3과 4가 데이터를 잘 적합하고 있는 것으로 보이며 DIC를 기준으로 두 모형이 비슷하기 때문에, 두 모형을 사용해 이후의 결과들을 정리하였다.

먼저 설명변수에 의한 효과를 확인하기 위해, 각 변수들의 계수들의 사후분포에 대한 정보를 Table A.2에 나타내었다. 결과에서 확인할 수 있듯이, 모형 3과 모형 4를 기준으로 인구수와 수니파 이슬람교도의 비율은 자치구별 테러 빈도수와 통계적으로 유의미한 관계가 있음을 확인할 수 있다.

Figure A.2와 Figure A.3은 공간요인과 시간요인에 의한 효과를 확인하기 위해 본문에서와 같이 나타난

Table A.2: Mean and 95% credible interval for coefficient

Covariates	Model 3 (BYM + RW2)	Model 4 (BYM + Spline)
β_0 (intercepts)	-13.636, (-19.152, -8.528)	-13.236, (-18.887, -8.024)
β_1 (log(pop))	0.913, (0.503, 1.353)	0.923, (0.505, 0.918)
β_2 (Sunni)	3.005, (2.031, 4.042)	3.032, (2.038, 4.095)

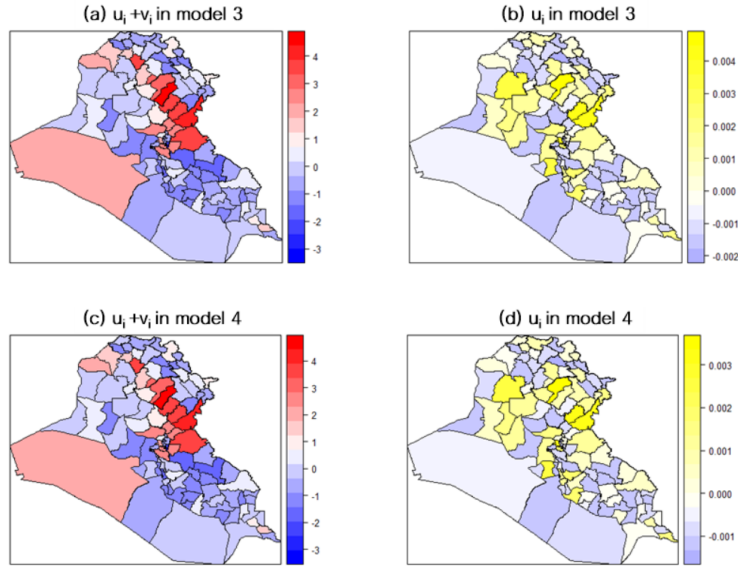


Figure A.2: Spatial effect.

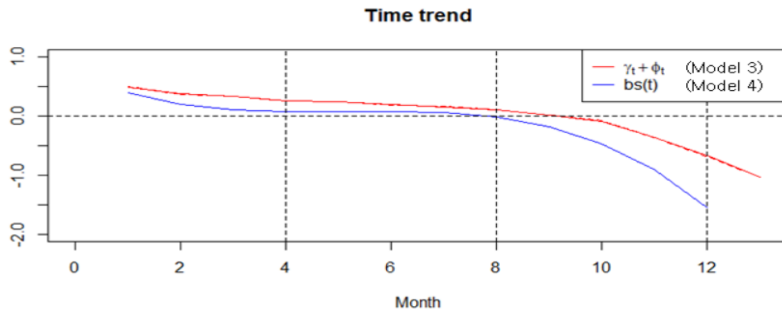


Figure A.3: Time effect.

그림이다. Figure A.2의 (a)와 (c)에서 공간요인에 의한 테러위험을 확인할 수 있으며, 이라크 중동부 지역에서 그 위험이 높은 것을 확인할 수 있다. Figure A.2의 (b)와 (d)에서는 자치구별 주변 지역의 테러위험에 미치는 영향정도를 확인할 수 있다. Figure A.3에서는 모형 3과 4에서 시간요인에 의한 테러위험을 반영한 정도를 확인할 수 있는데, 2018년 8월까지 테러위험이 일정하다가 그 이후에 급격하게 감소한 것을 확인할 수 있다.

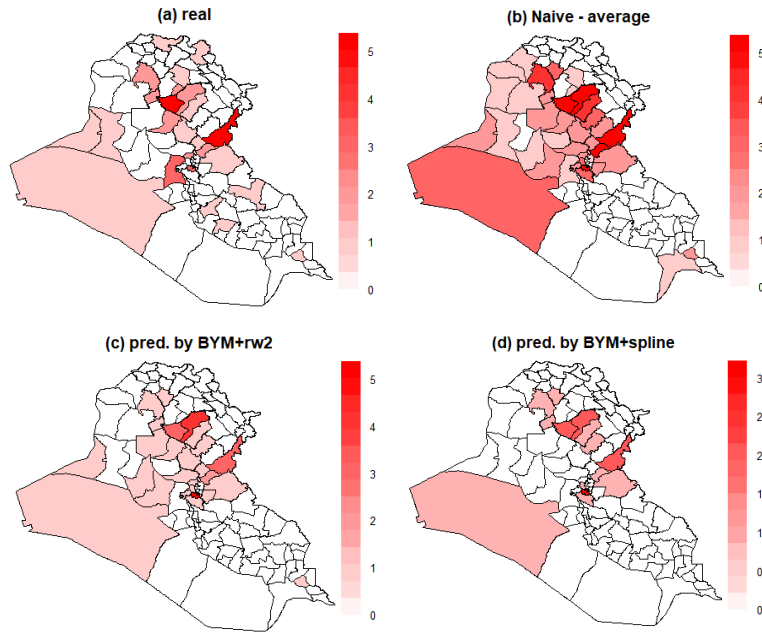


Figure A.4: Prediction map of Jan. 2019.

Table A.3: Accuracy of prediction

	WMAPE	MSE for $E(Y) \leq 1$
Predicted value by BYM+RW2	0.77	0.15
Predicted value by BYM+Spline	0.75	0.15
Naive - Average	1.95	0.15
Naive - Last year	0.82	0.19

Figure A.4는 본문에서와 같이 2018년 1월~12월의 자치구별 테러빈도수를 기반으로 2019년 1월의 테러 빈도수를 예측한 결과를 나타낸 그림이다. Figure A.4의 (a)와 (b)는 2019년 1월의 실제 관측값과 비교를 위해 가져온 과거 데이터 평균을, Figure A.4의 (c)와 (d)는 모형 3과 4를 이용한 예측값을 이라크 지도상에 표현한 그림이다. Figure A.4의 (b)는 Figure A.1에서 확인한 테러 빈도수의 감소추세를 반영하지 못한 반면, Figure A.4의 (c)와 (d)는 반영하여 예측한 것을 확인할 수 있다. 또한 그 정확도를 확인하기 위해 모형 3과 모형 4를 이용한 예측값과 과거 데이터를 이용해 본문에서와 같이 정확도를 계산해 Table A.3에 나타내었다. 모형 3과 모형 4를 이용한 예측값이 더 정확하게 2019년 1월의 테러 빈도수를 예측하고 있음을 확인할 수 있다.

위에서 살펴본 바와 같이, 본문에서 제안한 시공간 종속성을 고려한 베이지안 계층모형은 독립변수 만으로 설명되지 않는 요인들을 시공간 요인으로 반영하여 데이터를 적합하고 있으며, 특히 시간요인에 의한 효과를 반영하여 미래 종속변수를 예측한 결과 비교적 정확함을 확인할 수 있었다. 이러한 분석결과를 활용하면, 본문에서와 마찬가지로 2019년의 테러억제노력을 투입할 때 기존에 식별되지 않은 위협요인을 판단하고 보다 효율적으로 배치함으로써 테러 억제에 기여할 수 있을 것이다.

References

- Besag J, York J, and Mollié A (1991). Bayesian image restoration, with two applications in spatial statistics, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, **43**, 1–20.
- Brinkhoff T (2020). “IRAQ: Administrative Division”. City Population. Retrieved September 19, 2021, Available from: <https://www.citypopulation.de/en/iraq/admin/>
- Clark NJ and Dixon PM (2018). Modeling and estimation for self-exciting spatio-temporal models of terrorist activity, *The Annals of Applied Statistics*, **12**, 633–653.
- “Ethnicity Study : Ethnic Composition at District Level” (2012), Empirical Studies of Conflict. Retrieved September 19, 2021, Available from: <https://esoc.princeton.edu/data/ethnicity-study-ethnic-composition-district-level>
- Gelman A, Meng X-L, and Stern H (1996). Posterior predictive assessment of model fitness via realized discrepancies, *Statistica Sinica*, **6**, 733–760.
- Hamilton E (2008). Developments Fighting Al Qaeda in Iraq (Backgrounder #21), *Institute for the Study of War*, Available from: <https://www.understandingwar.org/backgrounder/developments-fighting-al-qaeda-iraq>
- Hu T, Zhu X, Duan L, and Guo W (2018). Urban crime prediction based on spatio-temporal bayesian model, *PLoS One*, **13**, e0206215.
- Izady M. “Iraq Ethnic Shift, 1947-2017”, The Gulf/2000 Project. Retrieved September 19, 2021, Available from: <https://gulf2000.columbia.edu/about.shtml>
- Khana D, Rossen LM, Hedegaard H, and Warner M (2018). A bayesian spatial and temporal modeling approach to mapping geographic variation in mortality rates for subnational areas with r-inla, *Journal of Data Science*, **16**, 147–182.
- Knorr-Held L (2000). Bayesian modelling of inseparable space-time variation in disease risk, *Statistics in Medicine*, **19**, 2555–2567.
- LaFree G and Dugan L (2007). Introducing the global terrorism database, *Terrorism and Political Violence*, **19**, 181–204.
- Python A, Illian J, Jones-Todd C, and Blangiardo M (2016). *A Bayesian Approach to Modelling Fine-scale Spatial Dynamics of Non-state Terrorism: World Study, 2002-2013*, Cornell University Library, New York.
- Rue H, Martino S, and Chopin N (2009). Approximate Bayesian inference for latent Gaussian models by using integrated nested Laplace approximations, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, **71**, 319–392.
- Sahu SK and Böhning D (2021). Bayesian spatio-temporal joint disease mapping of covid-19 cases and deaths in local authorities of England, *Spatial Statistics*, **49**, 100519.
- Siebeneck LK, Medina RM, Yamada I, and Hepner GF (2009). Spatial and temporal analyses of terrorist incidents in Iraq, 2004–2006, *Studies in Conflict & Terrorism*, **32**, 591–610.
- Spiegelhalter DJ, Best NG, Carlin BP, and Linde AVD (2002). Bayesian measures of model complexity and fit, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, **64**, 583–639.
- Taylor BM and Diggle PJ (2014). INLA or MCMC? A tutorial and comparative evaluation for spatial prediction in log-Gaussian Cox processes, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **84**, 2266–2284.

전후 재건사업을 안정적으로 진행하려면? - 베이지안 계층모형을 이용한 테러 예측

엄승현^a, 장원철^{1,b}

^a육군 교육사령부, ^b서울대학교 통계학과

요 약

2001년 9.11 테러 이후 미국은 테러와의 전쟁을 선포하면서 아프가니스탄과 이라크침공하여 단기간에 정규전 승리를 이끌었다. 하지만 이후 발생한 다수의 테러를 통제하지 못해 전후 국가 재건을 돕는 안정화 작전에 상당시간이 소요되면서, 전후 테러활동의 분석에 대한 관심이 높아지게 되었다. 본 연구에서는 시공간 종속성을 반영하는 베이지안 계층 모형을 이용해 2003년부터 2010년까지 이라크에서 발생한 테러 자료를 기반으로 시·공간 요인, 자치구별 인구·종교와 같은 예측 변수들과 자치구별 테러 빈도수와의 관계를 분석하고, 2011년의 테러 위협을 예측하였다. 이렇게 구한 예측치를 바탕으로 해당지역 담당 군 지휘관이 효율적인 부대 배치를 통해 테러방지에 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

주요용어: 시공간 자료 분석, 베이지안 계층모델, 테러활동 예측

¹교신저자: (08826) 서울시 관악구 관악로 1, 서울대학교 통계학과. E-mail: wcjang@snu.ac.kr