Journal for History of Mathematics http://dx.doi.org/10.14477/jhm.2022.35.5.131
Vol. 35 No. 5 (Oct. 2022), 131–146

Using History of East Asian Mathematics in Mathematics Classroom

수학 교실에서 동아시아 수학사 활용하기

JUNG Hae Nam 정해남

This study is to find out how to use the materials of East Asian history in mathematics classroom. Although the use of the history of mathematics in classroom is gradually considered advantageous, the usage is mainly limited to Western mathematics history. As a result, students tend to misunderstand mathematics as a pre-existing thing in Western Europe. To fix this trend, it is necessary to deal with more East Asian history of mathematics in mathematics classrooms. These activities will be more effective if they are organized in the context of students' real life or include experiential activities and discussions. Here, the study suggests a way to utilize the mathematical ideas of Bāguà and Liùshísìguà, which are easily encountered in everyday life, and some concepts presented in 『Nine Chapter』 of China and 『GuSuRyak』 of Joseon. Through this activity, it is also important for students to understand mathematics in a more everyday context, and to recognize that the modern mathematics culture has been formed by interacting and influencing each other, not by the east and the west.

Keywords: Bāguà, HétúLuòshū, Tiangan and Dizhi, Hushitian, Binary System, Wensuan, Chousuan, Napier rods, Nine Chapters, GuSu Ryak; 팔괘, 하도낙서, 천간과 지지, 호시전, 이진법, 문산, 주산, 네이피어 막대, 구장산술, 구수략.

MSC: 01A07, 01A13, 01A25, 01A50

1 들어가는 말

전통적으로 수학의 역사는 수학을 가르치는 것과 밀접한 관련을 맺고 있으며, 실제로 수학 교실과 교사교육에서 수학사 활용의 가치에 대한 논의는 수학교육학의 오래된 연구 주제이다. 20세기 후반부터 학교수학에서 수학사 활용의 정도가 증가되는 경향이 있는데, 이는 전문 수학교육 단체들의 연구성과를 토대로 하고 있다. 1972년 ICMI(International Commission on Mathematics Instruction)가 HPM (International Study Group on the Relations Between History and Pedagogy of Mathematics)의 창설을 승인한 이

JUNG Hae Nam: Dept. of Graduate School of Education, Sungshin Women's Univ.
E-mail: `letitbe@sungshin.ac.kr`
Received on Oct. 25, 2022, revised on Oct. 27, 2022, accepted on Oct. 31, 2022.

래로 HPM은 ICME(International Congress on Mathematical Education)와 연계한 활동 및 독자적인 연구 활동을 활발히 진행하고 있고, 여기서 산출된 수학사 활용에 대한 연구 결과들이 학교현장에 적용되고 있다 [5].

수학 교과 자체가 구조적이고 추상적인 측면이 강하기 때문에 연구자와 교사는 학생의 수학 학습에서 동기 부여와 흥미 유발에 많은 관심을 갖고 있다. 이를 위한 효과적인 방법 중의 하나가 수학 교실에서 수학사를 활용하는 것이다. 수학사 활용은 흥미 유발과 같은 정의적 측면뿐만 아니라 인지적인 측면에서도 유용하다. 역사발생적 원리나 인식론적 장애 개념에 의하면 학생들의 수학 개념 학습에서 개념 발생 과정은 그 개념의 역사적 발달 과정과 유사하므로 교사가 그 과정을 미리 인지하고 있으면 교수-학습 과정에서 발생할 수 있는 학생의 오류를 예측하는 데 유용하다 [13].

실제로 대부분의 수학 교과서는 학교수학에서 다루는 기초 개념을 발명한 수학자의 삶이나 수학 용어의 기원을 다루고 있으며, 이 내용의 상당 부분은 서양 수학사 중심이다. 일반적으로 수학사 자체가 고대 그리스에서 비롯된 서양 중심의 역사로 기술되어 왔기 때문에 수학 교과서 역시 이를 반영하고 있는 것으로 볼 수 있다. 그렇지만 20세기 말부터 수학교육에서 탈근대적인 수학철학 관점과 민속지학수학(Ethnomathematics)이 대두되면서 유럽 중심의 단일한 수학이 아닌 여러 문화권의 다양한 수학의 존재를 인정하고 이에 대한 논의가 활발해졌다 [9]. 따라서 수학교과서와 수학교실의 수학사 활용에 점차 다양한 문화권의 수학적 활동들이 반영되기 시작했다. 우리나라도 2000년대 초반 조선시대 산학서의 번역물이 출판되면서 수학 교과서에 고대 중국 수학과 조선시대 수학의 내용이 포함되기 시작했고, 수학교사 대상의 연수 프로그램에서 서양 수학사뿐만 아니라 동양 수학사 내용을 다루기도 한다.

그렇지만 여전히 동양 수학사, 특히 우리나라를 포함하는 동아시아 수학사의 접근성이 떨어진다. 예비 수학교사 프로그램에서 동아시아 수학사를 다루는 경우는 거의 없고, 교사들이 손쉽게 수업에서 활용할 수 있는 번역서나 자료도 충분치 않다. 게다가 각종 인터넷 싸이트에서 확인되지 않은 동아시아 수학사 자료들과 논란의 여지가 많은 주장들이 공인된 것처럼 제시되는 경우들이 있는데, 이것들을 검증해줄 수 있는 시스템이 현재로는 미비하다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 동아시아 수학사에 더 많은 관심을 갖고 관련된 연구나 번역을 장려할 필요가 있다. 이러한 환경 속에서 굳이 수학사를 동서양으로 구분하여 다룰 필요가 있는가라는 의문이 제기될 수 있는데, 동아시아 수학사를 다루는 것이 수학사를 이분법적으로 다룬다기보다는 학생들로 하여금 수학 문명이 서양에서 독자적으로 발달해 온 것이 아니라 동서양의 상호교류 속에서 영향을 주고받으며 형성된 것으로 인식할 수 있게 하는 것이 중요하다. 또한, 전통적으로 내려오는 생활개념에서 수학적 요소를 찾고 학교수학에서 사용하는 개념과 연결짓는 활동 자체가 추상적인 수학을 어려워하는 학생

들의 정의적 측면에 도움이 될 것이다. 이를 위해 동아시아 수학의 철학적 배경과 중국의 『구장산술』과 조선시대의 『구수략』에 대해 간단히 살펴보고, 이를 토대로 수학교실에서 활용할 수 있는 몇 가지 개념에 대해 알아보겠다.

2 동아시아 수학의 철학적 배경

서양 수학사에서 수에 대한 철학적 배경은 피타고라스에서 비롯된다. 고대 그리스의 7현인 중의 한 명인 피타고라스는 만물의 근원을 '수'로 보았는데, 이것은 인도 사상의 영향을 받은 것으로 추정하기도 한다 [4]. 그는 가장 이지적인 것을 '수'로 간주하고 이들 사이의 비례관계를 정립하고 이것들을 화성(和聲)이라 지칭했고, 또한 이것들을 이용하여 기하학적인 도형의 구조를 찾아냈다 [6]. 피타고라스는 수 개념과 수와 관련된 이론에 대한 기초를 다졌음에도 불구하고 수비학(數祕學, numerology)적 성격도 짙었다. 예를 들어, 피타고라스 학파는 2는 여자의 수, 3은 남자의 수, 5(= 2 + 3)는 결혼의 수라 명명하였고, 더 나아가 모든 짝수는 여성의 수, 모든 홀수는 남성의 수로 인식하였다 [8]. 이러한 내용은 현재의 기준으로 수학적으로 받아들일 수 없는 비과학적인 요소를 포함하고 있다. 이렇듯 서양 수학의 기원인 고대 그리스의 수학적 전통의 토대가 되는 피타고라스 학파의 연구물도 수학적인 요소와 비수학적인 요소 둘 다를 내포하고 있다고 볼 수 있다.

중국을 중심으로 하는 동아시아 수학 전통도 마찬가지이다. 동아시아의 고대 수학적·과학적 사상의 철학적 토대는 『주역周易』이다. 초기 『주역』은 점을 치는 점서(占書)였으나 한대(漢代)에 들어와서는 역학(易學)으로 자리를 잡으면서 학문적인 전통의 기틀을 마련하였다. 이것은 자연계뿐만 아니라 인류사회의 발전 변화가 괘상(卦象)의 변화와 일치한다고 보고 팔괘(八卦)는 곧 우주의 축소판으로 해석한다 [15]. 즉, 농경사회에서 가장 중요한 역법(曆法)과 절기, 음악에서의 음률, 산학의 수리법칙 등이 모두 괘상과 상통하며, 인류사회의 변화 또한 예측할 수 있다고 본다. 한대를 지나며 다양하게 분화 발전한 역학은 송대(宋代)에 이르러 본격적으로 『주역』의 원리가 철학적으로 이론화되고 동아시아의 사상을 아우르는 자연철학으로 자리매김을 했다.

송대를 거치며 『주역』은 더 이상 점서가 아니라 경서(經書)로 받아들여져 『역경易經』이라 지칭되었다. 이 『역경』을 해설하는 책 10권을 '십익(十翼)'이라 하는데, 이 중 수리과학 사상과 밀접한 것이 「계사전繫辭傳」이다. 「계사전」은 『주역』과 서법(筮法)에 대한 해석을 통해 『주역』의 기본 원리를 서술하고 있는데, 여기서 더 나아가 우주 만물의 본성과 질서 및 변화의 법칙을 탐구하여 그 철학적 원리를 말하고 있다고 볼 수 있다 [15]. 또한 「계사전」은 사물의 본성과 변화의 원리를 음양론으로 설명하고 있고, 천하만물의 변동에는 하나의 일관된 법칙이 존재하는 데 그것을 '도(道)'로 제시하고, 자연 법칙과 인간 법칙을 통일된 것으로 본다. 즉, 천도(天道)와 인도(人道)의 관계에 대해 일치성이 있다고 본 것인

데, 이는 중국 고대 사유 방식의 형식에 중요한 영향을 끼쳤다.

이러한 전통 속에서 고대 중국이나 조선시대 산서(算書)들의 서문은 대부분 하도낙서(河圖洛書)[1)]의 유래나 복희씨의 팔괘(八卦)를 언급하며 이것을 수(數)의 기원과 연관 짓는 경우를 볼 수 있다. 이것은 해당 산서의 특정 내용과 상관없이 산학의 기원은 하도낙서로부터 시작되었다는 인식을 미루어 볼 수 있게 한다. 하도낙서에서 하도는 황하에서 출현한 용마의 등에, 낙서는 낙수에서 출현한 거북 등에 각각 쓰여 있는 것을 지칭하는데, 보통 『주역』의 팔괘는 하도에서 나왔으며, 『서경 書經』의 홍범(洪範)은 낙서가 기본이 되었다고 전해진다 [11]. 하도와 낙서의 형태는 Figure 1과 같다. 여기서 각각의 점들로 수를 나타내는 것으로 볼 수 있는데, 이것은 피타고라스가 도형수에서 수를 점으로 나타낸 것과 유사하다. 예를 들어 점이 하나인 것은 1, 점이 두 개인 것은 2, 점이 3개인 것은 3이다. 또한 흰색 점과 검은색 점으로 나뉘어 있는데, 흰색은 홀수인 기수(奇數), 검은색은 짝수인 우수(偶數)를 각각 나타낸다. 「계사전」에서 천지 기본수는 1에서 10까지이고, 천수(天數)는 1, 3, 5, 7, 9, 지수(地數)는 2, 4, 6, 8, 10으로 지칭한다 [16]. 수 역시 음양의 원리로 파악하고 있는데, 양은 기수(홀수), 음은 우수(짝수)로 구분한다. 낙서의 경우 가운데 5를 중심으로 서로 마주 보고 있는 수를 더하면 모두 10이 되므로 마주 보는 이 두 수는 서로 10의 보수이다. 위의 흰색 점 9개와 아래의 흰색 점 1개를 더하면 10이 되고, 왼쪽 위의 검은색 점 4개와 오른쪽 아래 검은색 점 6개를 더하면 역시 10이 되고, 가운데 있는 흰 점 5개도 함께 더하면 어느 방향으로 더하든 모두 15가 된다. 여기서 가로, 세로, 대각선의 합이 일정한 수가 나오는 마방진(魔方陣) 개념이 나온다. 이러한 낙서를 토대로 다양한 마방진의 형태를 도출하여 진법(陳法) 등 다양한 곳에 적용하였고, 이 개념은 인도와 이슬람권을 거쳐 유럽에 전해진 것으로 보인다.

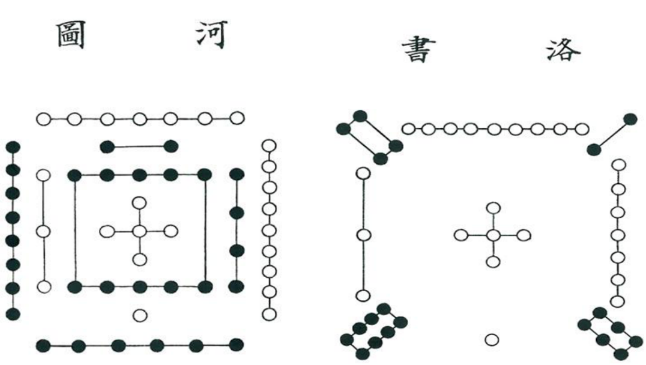

Figure 1. Hétú and Luòshū; 하도와 낙서

1) 하도는 복희씨 때 황하에서 나온 용마의 등에 그려져 있었다는 55점의 그림이고, 낙서는 우 임금이 홍수를 다스릴 때 낙수에서 나온 거북이 등에 있었다는 45점의 글씨이다. 복희씨는 하도를 토대로 팔괘를 그렸고, 우 임금은 낙서를 기초로 홍범구주(洪範九疇)를 지었다고 전해진다. 각각 별개로 취급되던 하도와 낙서가 병기된 것은 『사기』의 '공자세가'와 『회남자』 '숙진훈'이며, 거기에는 하도낙서가 태평치세에 나타나는 상서(祥瑞)로 설명된다. 그 후 송대에 이르러 소강절은 그의 상수학에 의해 하도와 낙서의 도형화를 시도했다 [11].

중국 고대의 철학적 사상은 양(量)보다는 수(數)에 더 많은 비중을 두었고, 이 수를 표상과 동일시 했고, 다양한 조작에 대한 다각적인 효과를 거들 수 있는 대상으로 삼았다. 즉, 수는 개별화된 양적 가치가 아니라 상징적인 가치를 지닌다. 수는 사물의 분류를 가능하게 하는데, 수량의 측면이 아닌 상징적인 기제로 작동시키면 적용 범위가 확대된다. 이런 관점에서 천지만물을 64괘와 그것의 기초가 되는 수로 설명하는 것이 『주역』이라고 볼 수 있다. 따라서 동아시아 고대 수학의 배경은 『주역』과 동떨어져 생각할 수 없다.

3 『구장산술』과 『구수략』

중국뿐만 아니라 동아시아 수학사에서 가장 중요하고 초석이 되는 책 중의 하나인 『구장산술』과 조선시대 산서 중 가장 많이 알려진 최석정의 『구수략』에 대해 간단히 살펴보겠다.

3.1 『구장산술』의 구성과 내용

1983년 죽간 형태의 『산수서筭數書』가 발견되기 전까지 『구장산술九章算術』은 중국에서 가장 오래된 수학책으로 알려졌다. 이 책의 편찬 시기는 정확하지 않지만, 주(周)를 비롯해 진(秦)·한(漢) 시대에 걸친 수학적 성과물을 집적한 것으로 본다. '문제-답–풀이' 형식의 246개의 문제로 구성된 『구장산술』은 3세기 위(魏)의 유휘(柳徽, 220～280)의 주해서(263)로 인해 수학적 완성도가 갖추어지면서 중국뿐만 아니라 동아시아 수학의 원형으로 자리매김을 했다. 또한 당(唐)의 이순풍(李淳風, 602～670)이 당대까지 출간된 수학책을 정리하여 10권으로 엮은 『산경십서算經十書』 중 하나로 『구장산술』을 채택한 이래로 동아시아의 가장 기본적이고 전통적인 수학 교재가 되었다 [7].

『구장산술』은 특정 주제에 따라 9장으로 구성되어 있다. 제1장 '방전(方田)'은 토지 측량과 관련된 38문제로 구성되어 있다. '방전'의 수학적 주제는 다양한 평면도형의 넓이를 구하는 것이고, 그 계산 과정에서 분수의 대소비교, 사칙연산, 약분, 평균 등을 다루고 있다. 분수의 약분을 위해 최대공약수를 구하는 방법도 제시하고 있는데, 우리에게 '유클리드 호제법'이라고 알려진 과정과 원리가 동일하다.

곡물 교환과 관련된 제2장 '속미(粟米)'(46문)와 비례배분을 다루는 제3장 '최분(衰分)'(20문)은 모두 비례 개념이 핵심이다. 속미는 다양한 곡식의 교환비율을 먼저 제시한 다음, 삼수법(rule of three)에 기초한 풀이법을 제시한다. '최분'은 차등을 두면서 비례적으로 분배하는 계산법과 등비수열의 기초개념을 다룬다. 그 내용은 지위에 따른 봉록, 세금, 이자 등을 계산하고 있어서 앞의 장에 비해 중국의 시대상을 좀 더 엿볼 수 있다.

제4장 '소광(少廣)'의 처음 12문제는 직사각형의 넓이와 한 변의 길이를 제시하고 나머지 한 변의 길이를 묻는 문제이다. 구조상 나눗셈 문제에 해당되는데, 분수 계산을 포함하고 있기

때문에 풀이 과정이 간단하지는 않다. 나머지 12문제는 정사각형의 넓이를 주고 한 변의 길이를 찾는 문제, 즉 제곱근을 구하는 문제와 정육면체의 한 변의 길이를 찾는 세제곱근 문제가 제시되어 있다. 이러한 유형의 문제의 풀이법을 각각 개평방술(開平方術)과 개입방술(開立方術)이라 한다. 제곱근과 세제곱근을 구하는 것은 2차 방정식과 3차 방정식의 해를 구하는 것과 관련되므로 '소광'은 방정식 풀이의 기초가 된다.

제5장 '상공(商功)'(28문)은 토목공사의 공정과 관련된 문제를 다룬다. 주로 기둥, 각뿔, 각뿔대 등뿐만 아니라 현재 학교수학에서 다루지 않는 다양한 입체도형의 부피를 구하는 문제를 포함한다. 제6장 '균수(均輸)'(28문)는 세금과 부역에 관련된 문제를 다루고 있다. 예를 들어 한 지역의 창고에서 다른 지역의 창고까지 물건을 운반하는 과정을 고려하여 공평한 부담을 부과하는 것이다. 여기서는 정비례, 반비례, 복비례, 연비례 등 다양한 비례 개념을 다룬다. '상공'과 '균수'는 앞의 '최분'처럼 제시된 문제 맥락에서 고대 사회의 생활상을 유추해 볼 수 있다.

제7장 '영부족(盈不足)'(20문)에서 영은 남는 양, 부족은 부족한 양을 나타낸다. 1차 방정식 맥락에서 미지수 자리에 임의의 추측한 값 2개를 넣어 남는 값과 부족한 값을 이용하여 원래의 값을 찾는 과정이다. 이것 역시 비례 개념을 기초로 하는데, 서양의 이중가정법과 유사하다.

제8장 '방정(方程)'(18문)에서 방정은 네모 모양으로 늘어놓는다는 의미이다. 이것은 연립방정식의 계수를 사각형 모양으로 늘어놓고 계수를 정리하여 연립방정식의 해를 구한다. 그 원리는 행렬을 이용하여 연립방정식의 해를 찾는 과정과 유사하다. 이 장에서 미지수가 2개인 일차 연립방정식과 미지수가 3개인 일차 연립방정식을 다루고, 연립방정식의 계수로 양수와 음수 모두 사용하고 있다. 풀이 과정에서 산대를 이용하는 경우 양수는 붉은색, 음수는 검은색 산대를 사용하여 구분하거나, 마지막 숫자에 산대를 비스듬히 놓아 음수를 표시한다.

제9장 '구고(句股)'(24문)는 피타고라스 정리와 측량과 관련된 문제를 다루고 있는데, 다른 장에 비해 난이도가 높은 편이라고 볼 수 있다. 구고에서 구는 직각삼각형의 밑변, 고는 높이를 나타내는데, 항상 높이가 밑변의 길이보다 더 긴 것으로 상정한다. 또한 이순풍은 『구장산술』의 '구고'장에 대한 유휘의 주해를 독립시켜 『해도산경海島算經』이라 명명하고 별도의 교재를 구성하였다 [7]. 『산수서』에서는 방정과 구고에 대한 내용을 다루고 있지 않는 반면 『산수서』의 내용은『구장산술』에서 거의 모두 다루고 있는 것으로 보면 『산수서』에서 『구장산술』까지 수학적 진보를 짐작해 볼 수 있다.

3.2 『구수략』의 구성과 내용

최석정(崔錫鼎, 1646~1715) 의 『구수략九數略』은 역학(易學)의 관점, 특히 소강절(邵康節, 1011~1077)의 사상론(四象論)을 바탕으로 『구장산술』을 새롭게 해석하고 있다. 이 책은 건과 곤, 두 권으로 나뉘어 있고, 다시 건은 '갑'과 '을', 곤은 '병'과 '정' 모두 네 편으로

구성되어 있다. '갑', '을', '병'은 본편이고, '정' 등은 부록이다.

본편에서는 수원(數原), 수명(數名,) 수위(數位,) 수상(數象), 수기(數器), 수법(數法) 등을 다루고 있다. 수의 근원을 설명하는 수원에서 수의 발생은 도(道)에서 시작되었다고 본다. 또한 「계사전」을 인용하면서 하도낙서에서 지수(地數)와 천수(天數)가 비롯되었다고 한다. 수명은 수의 이름을 지칭한다. 여기서 도량형 즉, 길이(度), 들이(量), 무게(衡)의 기본 단위의 명칭 및 대수(大數)와 소수(小數)의 명칭을 설명하고 있다. 수위에서는 소수, 정수(正數), 대수와 길이, 들이, 무게의 각 단위의 자리 개념을 예를 들어 설명하고 있다. 수상에서는 산대를 놓는 방법에 대해 설명하고 있고, 수기에서는 계산 도구인 산대의 모양을 구체적으로 기술하고 율(率), 도, 량, 형을 수의 기(器)로 제시한다.

본편의 핵심은 수법이다. 수법은 크게 통론사법, 통론팔법, 통론사상 등 3가지로 나눠 설명한다. 통론사법은 시칙연산에 해당되는 가감승제에 대해 설명하고, 이를 위해 곱셈구구가 가장 중요하다고 강조한다. 구구단에 해당되는 곱셈구구를 표와 구결(口訣)을 이용해서 설명하고 있다. 통론팔법은 승법과 제법을 8가지로 나눠서 산대셈의 기본 원리로 설명하고 있다. 크게 정수이법과 변수육법을 설명하는데, 정수에는 상제법과 보승법, 변수에서는 제법에 해당되는 귀법, 감법, 제법을 설명하고 승법에는 인법, 가법, 승법을 설명한다. 통론사상이 최석정의 핵심내용으로 구장산술의 각각의 내용을 소강절의 사상론을 기초로 재분류하고 있다.

부록에는 문산(文算), 주산(珠算), 주산(籌算), 하낙변수(河낙變數) 등 4가지이다. 문산은 사칙연산인 가감승제를 산대가 아닌 필산으로 설명하고 있다. 문산은 기본적으로 자릿값 개념이 들어가 있다고 볼 수 있다. 특히 곱셈인 승법은 포지금으로 설명하고 있는데, 이것은 서양에서 겔로시아라고 말하는 곱셈 풀이와 동일한 방법이다. 겔로시아와 중국의 포지금은 보통 곱셈에만 적용하는데, 최석정은 음양의 원리를 맞추기 위해 나눗셈인 제법의 원리 또한 소개하고 있다. 주산에서는 중국의 주판셈을 간단히 설명하고, 중국과 일본이 산대를 사용하지 않고 주판을 사용하는 것에 대해 비판을 하고 있다 [3]. 실제로 중국과 일본에 비해 조선이 가장 오랫동안 산대를 계산도구로 사용했다. 주산은 선교사 쟈크로의 『주산籌算』을 토대로 승법, 제법, 개평방법을 간단히 설명한다. 마지막으로 하낙변수에서 하도낙서를 설명하고, 이를 토대로 다양한 마방진을 그림과 함께 소개하고 있으나 그 원리에 대한 설명은 포함되어 있지 않다. 여기서 소개된 다양한 마방진 중 '오일러 방진'이라 불리는 직교라틴방진이 있는데, 이것이 오일러보다 앞서 있다는 점에서 『구수략』이 사람들에게 많이 알려진 계기가 되었다.

4 교육적 활용 방안

일상생활에서 접할 수 있는 전통 개념인 팔괘와 육십갑자의 수학적 아이디어와 앞에서 살펴본 『구장산술』과 『구수략』의 교육적 활용 방안에 대해 논의하겠다.

4.1 팔괘와 육십갑자 활용

팔괘

팔괘(八卦)라는 단어 자체는 학생들에게 낯설 수 있지만, 그 형태는 우리에게 친숙하다. 태극기에 포함된 건, 곤, 감, 리가 팔괘 중 4개에 해당한다. 다른 나라 국기에 비해 태극기는 상대적으로 복잡한 문양으로 구성되어 있어서 태극기를 그릴 때 헷갈려하는 학생들이 종종 있다. 건, 곤, 감, 리의 형태를 통째로 외우는 것보다 팔괘의 구성원리를 이해하면 쉽게 그릴 수 있다.

『주역』에서 육십사괘(六十四卦)로 천지만물의 변화를 설명하고 있는데, 팔괘는 이 64괘를 구성하는 과정 속에서 나온다. 음효(⚋)와 양효(⚊)가 기본이 되어 괘를 구성하는데, 효를 아래부터 3개를 쌓으면 소성괘가 된다. 예를 들어 아래부터 양효 3개를 쌓으면 건(☰)이 되고, 음효 3개를 쌓으면 곤(☷)이 된다. 3개의 효로 이루어진 소성괘(小成卦)는 모두 8가지인데, 이것을 팔괘라 한다. 「계사전」에 의하면 복희씨가 천지만물을 관찰하여 팔괘를 만들었다고 한다. 팔괘는 각각 하늘(건), 땅(곤), 물(감), 불(리), 연못(태), 우레(진), 바람(손), 산(간)을 상징하는데, 이것을 2개씩 겹쳐서 대성괘(大成卦)를 만든다 [15]. 팔괘를 겹쳐서 만든 대성괘는 모두 64개인데, 이것을 64괘라 지칭한다. 괘의 모양을 180도 회전해도 동일한 괘가 나오는 경우 전도괘라 하는데, 팔괘 중 전도괘는 태극기 문양에 포함된 건, 곤 감, 리 4개뿐이다.

팔괘의 구성 과정을 보면 각각의 양효(⚊)와 음효(⚋)와 음효 2가지에 다시 양효와 음효가 오는 경우로 나누면 4가지(⚌, ⚍, ⚎, ⚏)가 되는데, 이것이 태양, 소양, 소음, 태음인 사상(四象)이다. 다시 이 과정을 반복하면 소성괘 8가지가 나오는데, 그 과정은 Table 1과 같다 [16]. 이것은 수형도를 그리는 과정과 동일하다. 효가 하나일 때는 $2^1 = 2$가지, 효가 두 개일 때는 $2^2 = 4$가지, 세 개일 때는 $2^3 = 8$가지이다. 효 3개로 구성된 소성괘는 모두 8개인데, 이것이 팔괘이다. 이 팔괘에 다시 팔괘를 각각 중첩하면($8 \times 8 = 64$) 6개의 효로 구성된 64 종류의 대성괘가 나오는데, 이것이 64괘이다.

팔괘	☰	☱	☲	☳	☴	☵	☶	☷
	건 (하늘)	태 (연못)	리 (불)	진 (우레)	손 (바람)	감 (물)	간 (산)	곤 (땅)
사상	⚌		⚍		⚎		⚏	
	태양		소양		소음		태음	
양의	⚊				⚋			
	양				음			
태극	태극							

Table 1. Composition of Bāguà; 팔괘의 구성

이 과정은 17세기 독일 수학자 라이프니츠(Leibniz, 1646∼1716)에게도 흥미롭게 보였던 것 같다. 청나라에 있던 선교사 부베(Bouvet, 1656∼1732)와 서신교환을 통해 주역과 64괘에 대해 알게 된 라이프니츠는 이 과정을 이진법 체계와 연결시켰다 [10]. 라이프니츠는 음효(⚋)와 양효(⚊)를 각각 0과 1로 나타냈고, 그 다음 단계로 태음(⚏)을 00, 소음(⚎)을 01, 소양(⚍)을 10, 태양(⚌)을 11로 나타냈다. 그 다음 Figure 2의 왼쪽처럼 팔괘를 각각 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111로 나타냈다. 이런 방법을 거듭 적용하여 64괘를 형성하는데, 라이프니츠는 팔괘를 중첩하는 것이 아니라 $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$처럼 수형도를 그려나가듯이 64괘를 완성하여 이진수 형태로 설명한다. 예를 들어 이진수 111은 $111_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 = 7$와 같이 십진수 7에 해당되므로 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111은 각각 십진수 0∼7에 해당된다. 보통 팔괘는 효를 가로 방향으로 나타내는데, Figure 2의 왼쪽에서 팔괘를 세로로 표시한 것은 위치기수법의 원리에 따라 숫자가 배열되는 방향과 동일하게 표시한 것으로 볼 수 있다.

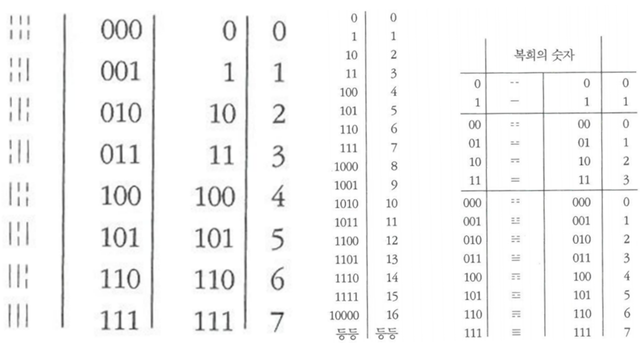

Figure 2. The Bāguà expressed as the binary system; 이진법으로 나타낸 팔괘 [10, p. 69, p. 80]

팔괘에 포함된 수학적 아이디어는 학교수학의 여러 영역에서 복합적으로 적용할 수 있다. 먼저 확률과 통계 영역에서 경우의 수, 수형도, 순열과 조합 등과 같은 주제에서 활동 자료로 활용할 수 있다. 특히 경우의 수에서 주로 동전이나 주사위를 소재로 활용하는 경우가 많은데, 팔괘를 사용하면 태극기나 고대사에 대한 스토리텔링이 가능하기 때문에 좀 더 다양한 맥락에서 수학적 활용을 구성할 수 있다. 또한 팔괘 자체가 수나 문자가 아닌 특정한 기하적 형태를 취하고 있기 때문에 도형 영역에서 다뤄질 수 있다. 특히, 180도 회전했을 때 동일한 모양을 취하는 전도괘의 조건이 무엇인지 논의해 볼 수 있다. 64괘를 구성할 때 주역처럼 소성괘를 겹치는 경우와 라이프니츠처럼 끝까지 수형도를 그리는 방식을 취하는 경우를 비교해보고 이런 차이가 의미하는 것이 무엇인가에 대해 가늠해 볼 수 있다. 또한 팔괘와 64괘를 다양하게 배열하는 그림들이 있는데, 이 그림 속에서 나타나는 대칭 개념과 배열 규칙에 대해 학생들과 함께 생각해 볼 수 있다. 이전 교육과정에서 중학교 수와 연산 영역에서 오진법, 이진법, 십진법 등을 다루었으나 차례로 삭제되어 현 교육과정에서는 이진법을 다루지 않는다 [14]. 그렇지만 이진법은 컴퓨터 수학이나 공학에서 유용하게 사용되고 있고, 위치기수법에 대한 이해를

심화시켜 준다. 기존 교과서에서 이진법을 다룬 방법이 아닌 라이프니츠가 제시한 아이디어 측면에서 활동 중심으로 도입한다면 학생들도 어렵지 않게 접근할 수 있다. 게다가 학생들은 청나라의 선교사와 라이프니츠의 서신교환에 대한 일화를 통해 동서양의 문화가 서로 영향을 주고받으며 발전해왔다는 사실을 구체적으로 확인할 수 있을 것이다.

육십갑자

고대 중국에서 육십갑자(六十甲子)는 역법(曆法)의 기본 개념이었으나 음양오행설과 결합하여 사주명리학의 기초개념이 되었지만, 여전히 동아시아의 전통적인 달력 제작의 기본이 된다. 육십갑자는 10개의 천간(天干)과 12개의 지지(地支)를 결합하여 만든 것이다. 예를 들어 2022년은 임인년 호랑이해인데, 이것은 천간의 9번째 임(壬)과 지지의 3번째 인(寅)을 결합한 것으로 육십갑자 중 39번째에 해당된다. 십이지지는 띠 12개와 대응되는데 '인'은 호랑이를 상징하기 때문에 호랑이 해가 되는 것이다. 육십갑자를 구성하는 천간과 지지는 다음과 같다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
천간 (10) 天干	갑 甲	을 乙	병 丙	정 丁	무 戊	기 己	경 庚	신 申	임 壬	계 癸		
지지 (12) 地支	자 子	축 丑	인 寅	묘 卯	진 辰	사 巳	오 午	미 未	신 申	유 酉	술 戌	해 亥
띠	쥐	소	호랑이	토끼	용	뱀	말	양	원숭이	닭	개	돼지

Table 2. Tiangan and Dizhi; 천간과 지지

천간과 지지를 연결할 때 항상 천간을 앞에, 지지를 뒤에 배치한다, 예를 들어, 갑-자, 을-축, ... , 계-유 순으로 연결하고, 다시 이어서 갑-술, 을-해, 병-자 순으로 연결해서 모두 1번씩 연결하면 60번째 계-해로 끝난다. 천간은 10개이고 지지는 12개이기 때문에 이것들이 한 번씩 연결되려면 60번이 필요하다. 우리가 일상에서 61세를 지칭하는 환갑(還甲)이나 회갑(回甲)의 의미는 앞의 이 과정을 거쳐 다시 갑으로 돌아간다는 것이다. 따라서 1962년 기해년에 태어난 사람이 다시 기해년을 맞이하는 2022년 생일이 그 사람이 61세가 되는 환갑이다.

육십갑자에서 60년마다 동일한 해가 반복되는 것은 천간의 수 10과 지지의 수 12의 최소공배수가 60이기 때문이다. 그리고 육십갑자는 항상 앞에 천간, 뒤에 지지의 형태로 구성되서 연결순서를 바꾸면 안되는 것에 주의해야 한다. 마치 10개의 톱니를 가진 바퀴와 12개의 톱니를 가진 바퀴가 맞물려 돌아가는 상황을 함께 고려해 볼 수 있다. 또한 동아시아에서 나이를 말할 때 띠도 같이 언급하기도 하는데, 띠에 해당되는 동물은 지지가 상징하는 동물이다. 흔히 띠동갑이라는 단어를 사용하는데, 이것은 띠가 같은 사람을 말하는데, 주로 12살 차이가 나는 것을 지칭한다. 지지는 12개이므로 12년마다 같은 띠가 반복되므로 띠동갑은 12살, 24살, 36살 등 12의 배수만큼 나이 차이가 난다.

이렇듯 육십갑자는 일상에서 무의식적으로 사용하는 것이지만 이 개념의 기원은 동아시아 천문학의 기초가 되고, 수학적으로 최소공배수 개념이나 순열 개념과 연결된다. 학생들이 수학적 맥락에서 학습한 배수, 최소공배수, 순열 등의 개념을 일상의 맥락에서 다시 생각해 볼 수 있는 기회를 가질 수 있다. 또한 현재 수학에서 변수나 미지수를 나타낼 때 영문자로 나타내는데, 고대 동아시아 수학에서는 천간 10개와 십이지지 12개를 이용하는 것을 확인할 수 있다. 서양 수학의 발달에서 기호의 발달이 일반화의 과정과 밀접한 것을 고려하며 이 점에서 동아시아 수학의 발달을 비교해 볼 수 있을 것이다.

4.2 도형의 넓이에서 근사적 방법 활용

『구장산술』의 제1장은 평면도형의 넓이를 다룬다. 직사각형, 이등변 삼각형, 평행사변형, 사다리꼴을 각각 방전(方田), 규전(圭田), 사전(邪田), 기전(箕田)이라 지칭하고 넓이를 구하는데, 현재 사용하는 방법과 유사하다. 원의 넓이를 구하는 원전(圓田) 문제는 원주율(π)을 3으로 놓고 계산하는데, 고대 중국 수학에서 이것을 고율(古率)이라 부른다. 이 방법은 지름이 $2r$인 원에 내접하는 정육각형의 둘레의 길이 $6r$을 원의 둘레로 근사시킨 것으로 볼 수 있다. 『구장산술』의 주해서를 쓴 유휘는 아르키메데스처럼 원에 내접하는 정다각형을 이용하여 원주율을 구했는데, 이 과정을 정192각형까지 확장하여 3.141014라는 원주율 값을 얻었다 [7]. 그 당시 원주율을 소수로 나타내지 않았기 때문에 유휘는 실제 계산에서 3.14에 해당되는 $\frac{157}{50}$을 사용했다. 유휘 이전에는 유흠(劉歆, BC 53?∼25), 장형(張衡, 78∼139), 왕번(王蕃, 219∼257) 등이 각각 원주율을 3.1457, $\sqrt{10}(\fallingdotseq 3.162)$, $\frac{142}{45}(\fallingdotseq 3.1556)$로 사용했다 [1]. 유휘 이후에 가장 눈에 띄는 수학자는 조충지(祖沖之, 429∼500)이다. 그는 서양보다 1000년 정도 앞서 원주율이 3.1415926과 3.1415927 사이의 값이라는 것을 알아냈다 [2]. 조충지는 실제 계산에서 두 가지 원주율을 사용했는데, 각각 밀률(密率)$\frac{355}{113}$과 약률(約率)$\frac{22}{7}$이다. 밀률이 약률보다 원주율에 더 가까운 근삿값이지만 계산의 편이를 위해 약률이 더 많이 사용되었고, 이것은 아르키메데스가 계산한 원주율의 근삿값과 동일하다. 보통 원주율을 이용하여 표현하는 원의 넓이 공식은 $S = \pi r^2$인데, 이 공식 자체가 근사 개념을 사용하고 있다고 볼 수 있다. 곡선을 포함한 도형은 기본적으로 근사 개념을 사용하여 넓이를 구하게 된다.

제1장의 35, 36번째 문제는 호전(弧田)의 넓이를 다루는 것인데, 호전의 모양이 활 모양과 비슷해서 호시전(弧矢田)으로 부르기도 한다 [12]. 호시전의 모양은 Figure 3과 같은데, 여기서 시는 현을 수직이등분한다고 보면 된다. 실제로 36번째 문제의 풀이 과정을 살펴보겠다.

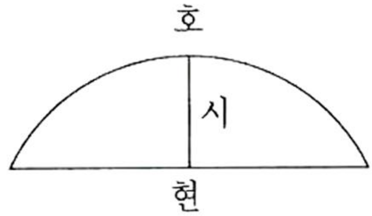

Figure 3. Hushitian; 호전/호시전

호전이 있는데, 활이 $78\frac{1}{2}$ 보, 시가 $13\frac{7}{9}$ 보이다. 밭의 넓이는 얼마인가? 2무 $155\frac{56}{81}$ 보

풀이에 의하면 활과 시의 곱과 화의 제곱을 더하여 2로 나눈다.[2)]

Figure 3에서 현을 a, 시를 b라 하고 위의 풀이법에서 제시한 방법으로 호시전의 넓이를 구하면 다음과 같다.

$$S = \frac{ab+b^2}{2} = \frac{b(a+b)}{2} = \frac{b}{2}(a+b) \quad (*)$$

이 방법은 호시전의 넓이에 윗변의 길이가 a, 아랫변의 길이가 b인 사다리꼴을 근사시킨 것이다. 호시전에 이등변 삼각형을 근사시켜도 (*)과 동일한 결과를 얻는다. 현의 길이의 양 끝점에서 시의 절반에 해당되는 $\frac{b}{2}$를 이어붙여서 밑변의 길이가 $\frac{b}{2}+a+\frac{b}{2}(=a+b)$이고 높이가 b인 이등변 삼각형을 만들어서 넓이를 구하면 $S=\frac{1}{2}b(a+b)$로 (*)와 같아진다. 사실 이것은 원주율을 3으로 계산한 반원의 넓이와도 동일하다. 호시전을 반원으로 생각하면 현의 절반과 시가 모두 반지름이 되기 때문에 이 두 값은 같다. 즉, $\frac{a}{2}=b$이므로 $a=2b$이다. (*)에 $a=2b$로 치환하여 계산하면 $S=\frac{b}{2}(a+b)=\frac{b}{2}(2b+b)=\frac{3}{2}b^2$이 되고, 원주율이 3이고 반지름이 b인 반원의 넓이를 구하면 $\frac{3}{2}b^2$이가 되어 동일한 결과를 얻는 것을 확인할 수 있다. 결국 여기서 제시된 호시전에 반원, 사다리꼴, 이등변 삼각형을 각각 근사시켜도 동일한 결과를 얻는다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 다각형의 넓이는 직사각형과 삼각형의 넓이를 이용하여 구할 수 있지만, 곡선을 포함한 평면도형의 넓이는 호시전처럼 근사 개념을 사용해야 한다. 근사적 접근법은 수학에서 매우 유용하고 자주 사용되는 접근법이다. 예를 들어 곡선으로 나타나는 함수들을 직선으로 이루어진 1차 함수로 선형화시키는 방법이 대표적이다. 학생들은 도형의 넓이 공식이나 부피 공식을 무의미하게 외우거나 표준적인 알고리즘에 매몰되는 경우가 많은데, 앞의 활동처럼 다양한 근사적 접근을 시도하면서 넓이 공식의 원리를 좀 더 깊게 생각해 보고 다양한 풀이법을 비교해 보고, 이것을 다시 다양한 입체도형으로 확대 적용해 볼 수 있을 것이다.

2) 又有弧田 弦七十八步二分步之一 矢十三步九分步之七 問爲田幾何 答曰 二畝 一百五十五步八十一分步之五十六 術曰 以弦乘矢 矢又自乘 幷之 二而一 ([12, p. 40])

4.3 문산과 주산의 활용

『구수략』 '정'(부록)의 첫 번째에 나오는 문산(文筭)은 기본적으로 필산에 해당되고 위치 기수법을 토대로 하고 있다. 문산에서 가감승제 계산법을 모두 설명하고 있는데, 이 중 곱셈에 해당되는 승법 알고리즘은 중국의 포지금(鋪地錦)이나 유럽의 겔로시아(gelosia)와 동일하다. 이 방법은 인도 수학자 바스카라(Bhaskara, 1114∼?)의 『릴라바티』와 다른 인도 수학책에서 사용되었는데, 보통 인도로부터 중국, 아라비아, 페르시아 등으로 전파되고, 다시 아라비아에서 유럽으로 전해진 것으로 추정된다 [4].

문산의 승법 첫 번째 문제는 436×62를 계산하는 것인데 그 방법은 Figure 4와 같다 [3]. 먼저 3자리 곱하기 2자리 곱셈이므로 2×3 격자를 그리고, 격자마다 대각선을 그린다. 대각선은 자릿값을 나누는 역할을 한다. 그 다음 격자 위에 436을 차례로 쓰고 오른쪽에 세로로 62를 적은 다음 일의 자리부터 계산하여 격자 안에 그 결과를 적는다. 예를 들어 436×62의 일의 자리 6 곱하기 2의 결과인 12를 맨 아래 오른쪽 격자에 적어 놓는다. 사선 위의 1은 십의 자리가 되고 사선 아래 2는 일의 자리가 된다. 그다음 6 곱하기 60은 6×6을 계산하여 36을 그 위 격자에 적는다. 그러면 3은 백의 자리가 되고 6은 십의 자리가 된다. 이와 같은 방법으로 격자를 모두 채운 다음 같은 사선에 위치한 값끼리 더하여 해당 사선 밑에 2, 7, 0, 3, 2를 표기하면 $436 \times 62 = 27032$를 얻는다.

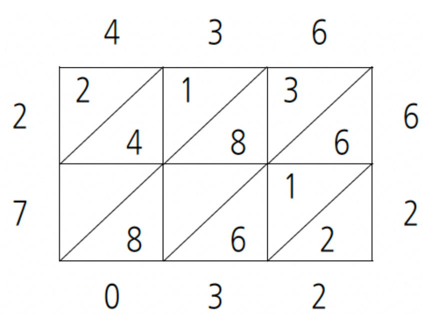

Figure 4. Wensuan; 문산[3)]

주산(籌算)은 서양의 네이피어 막대 계산법을 지칭하는 것이다. 최석정은 이 방법은 예수회 선교사 자크로의 책에 나오는 서양의 계산법이라고 분명히 밝히고 있다 [3]. 주산은 먼저 주산의 형태에 대한 설명을 한 다음 승법, 제법, 개평방법 등 3가지 계산법을 서술한다. 마지막에 앞의 문산과 주산을 비교하여 설명한다. 두 가지 모두 목적은 같고 방법에서만 차이가 날 뿐인데 주산보다는 문산이 더 보편적이고 정교한 반면 주산은 졸렬하다고 말하고 있다 [3]. 사실 주산은 곱셈은 용이하지만 나눗셈과 제곱근을 구하는 방법은 상대적으로 너무 복잡하다.

네이피어 막대는 로그를 발명한 네이피어(John Napier, 1550–1617)가 계산을 손쉽게 하기

3) 편의상 숫자는 한자가 아니라 아라비아 숫자로 나타낸다.

위해 고안한 도구이다. 네이피어 막대는 최석정이 언급한 것처럼 종이로 만들기도 하고 상아나 나무로 만들기도 한다. 보통은 다음 그림처럼 막대를 만들어 구구단을 적어놓고, 함에 넣고 다니다 계산이 필요할 때 꺼내서 계산기처럼 사용한다.

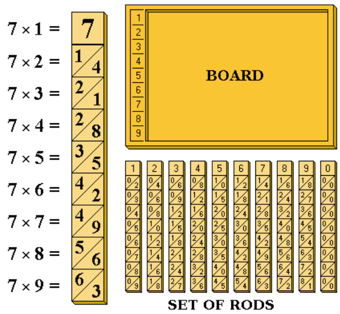

Figure 5. Napier rods; 네이피어 막대, [NAVER 지식백과]

주산은 앞의 문산과 유사한 원리를 사용하지만 곱셈구구를 일일이 매번 사용할 필요가 없다. 앞에서 언급한 436×62를 주산(네이피어 막대)을 이용하여 계산하면 다음과 같다. 먼저 4단, 3단, 6단에 해당되는 막대를 나란히 배열한다. 그리고 62를 곱하는 문제이므로 두 번째 칸(2에 해당)과 여섯 번째 칸(60에 해당)에 있는 숫자들을 차례대로 자릿값에 유의해서 더한다. 이때 더하는 원리는 앞에서 설명한 문산과 같다. 이 세 막대의 둘째 칸을 다 더한 872가 436×2에 해당되고 여섯째 칸을 더한 2616은 436×6이지만 실제로는 436×60에 해당되므로 0을 더 붙여서 한 자리를 올려줘야 된다. 이 두 값을 더한 것이 이 곱셈의 결과이다. 즉 $436 \times 62 = 872 + 26160 = 27032$이다. 문산의 경우는 곱셈 구구를 계산해야되지만, 이것은 막대 자체에 곱셈 구구가 적혀있기 때문에 덧셈만 하면 곱셈이 끝난다. 곱셈을 하지 않고 덧셈만으로 곱셈의 결과를 얻는 방법이므로 곱셈구구를 외우지 못해도 곱셈을 하는데 지장이 없다.

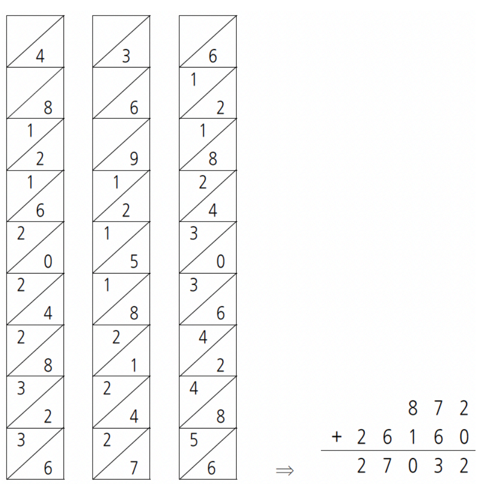

Figure 6. Chousuan; 주산

이러한 내용을 토대로 초등학교 3, 4학년 정도에서 문산과 주산을 활용하는 계산활동을 구성할 수 있을 것이다. 문산과 주산 이외에도 곱셈구구를 사용하지 않는 곱셈 방법을 함께 제시하는 것도 유용할 것이다. 고대 이집트에서 사용한 곱셈법을 소개할 수 있다. 예를 들어 25×9를 계산하기 위해 25를 계속 2배를 3번 하고 그 값에 25를 더하는 것이다. 이 방법은 2의 거듭제곱 개념이 사용되긴 하지만 초등학교에서는 2배 전략만으로 설명해도 충분할 것이다. 이와 더불어 곱셈 구구를 사용하지 않고 손가락셈을 이용한 러시아 농부 곱셈법도 제시할 수 있다. 학생들이 이런 활동을 직접 체험해 본 다음 다양한 곱셈법들이 갖는 공통점과 차이점에 대해 서로 토의해 볼 수 있고, 곱셈 구구를 사용하지 않는 곱셈 방법을 사용한 이유에 대해 서로 생각을 나눠 볼 수 있을 것이다. 이런 활동을 통해 곱셈의 원리에 대해 좀 더 심도 있게 생각해 볼 수 있고, 지금은 당연시 되는 곱셈 알고리즘이 고대부터 덧셈에 비해 접근하기 쉽지 않았다는 것을 이해하게 될 것이다.

또한 네이피어 막대 계산법을 보면 동서양이 사용했던 시대 차이가 생각보다 크지 않다. 17세기 초 스코틀랜드의 네이피어가 만든 네이피어 막대에 대한 설명[4)]을 예수회 선교사 쟈코모로(1598∼1638)가 명나라 황제 숭정 무진년(1628년)에 완성한 『주산籌算』에서 보고 최석정이 『구수략』(1701)에서 이것을 언급하고 있다 [3]. 앞에서 살펴본 것처럼 문산 역시 다양한 문화권에서 서로 다른 이름으로 지칭되며 오랫동안 사용되어 온 것을 알 수 있다. 이러한 스토리텔링을 통해 학생들은 수학이 지역에 따라 고정된 것이 아니라 동서양이 다른 문화와 함께 수학 역시 활발하게 교류하면서 현재의 수학문화가 형성되어 온 것이라는 것을 가늠해 볼 수 있다.

5 결론

수학교실에서 수학사 활용에 대한 이점은 다양한 교수-학습 이론의 지지를 받고 있다. 수학사 활용 이점은 크게 인지적인 측면과 정의적인 측면으로 나눠 볼 수 있다. 인지적 측면에서 우리나라 수학교실을 살펴보면 학생들이 표준적인 알고리즘에 매몰되는 경우가 많다. 표준적인 알고리즘의 효율성으로 인해 학생 대부분은 이것을 학습하고 나면 더 이상 다른 접근법에 도전해보지 않거나 그 알고리즘의 의미와 역할을 충분히 이해하지 못하고 적용하는 측면에 치중하는 편이다. 이 지점에서 수학사의 역할이 두드러진다고 볼 수 있다. 근대 이전의 유럽 수학이나 동아시아 수학은 문자와 기호의 사용이나 수학적 사고 양식이 현재와 차이가 있기 때문에 수학 문제를 해결하는 접근 방법이 지금과 다르다. 학생들은 그들의 해결 과정에서 함의하는 것이 무엇인지, 그리고 현재의 표준적인 해결 방법과 차이가 나는 이유가 무엇인지를 추론하는 과정에서 수학적 사고의 깊이를 더할 수 있다.

4) 네이피어는 『막대를 이용한 계산법 2편(Rabdologiæ seu Numerationis per Virgulas libri duo)』(1617)에서 네이피어 막대 사용법을 설명한다 (NAVER 지식백과).

또한 수학이라는 학문 자체의 추상성이 학생들의 학습 동기를 저해하는 경향이 있는데, 이를 상쇄시켜 주는 역할을 하는 것이 수학사가 될 수 있다. 기본적으로 수학을 숫자와 기호의 조합으로 보는 학생들에게 한 가지 주제를 가지고 고군분투하거나 다른 사람의 도움을 받아 해결하는 수학자의 모습을 보여줌으로써 수학이 인간의 활동 중 하나라는 것을 인식하게 할 수 있다.

이러한 이점으로 인해 수학교실에서 수학사 활용은 점차 늘어나고 있지만, 여전히 유럽 중심의 수학사를 다루는 경우가 많다. 우리나라를 포함한 동아시아 수학사의 적은 비중은 학생들에게 수학은 서양의 전유물이고 우리와는 큰 상관이 없는 분야라는 이미지를 심어 줄 수 있다. 그렇지만 동아시아 역시 독자적인 수학 문화를 형성해왔고, 또한 수학문화는 한쪽에 국한되지 않고 동서양이 서로 교류하며 자신의 토양에 맞는 수학을 발전시켜 왔다는 사실을 학생들이 이해하는 것이 수학적 내용을 학습하는 것보다 더 중요하다고 할 수 있다. 이를 위해서는 동아시아 수학사 연구에 더 많은 지원이 필요하고, 교육과정과 교과서 개발자들이 동아시아 수학사 비중을 늘리고, 수학교사들이 수학교실에서 적절하게 활용할 필요가 있다.

References

1. Petr Beckmann, *A History of Pi*, 1976. 박영훈(역), 파이의 역사, 경문사, 2003.
2. Chang Hyewon, *The Museum of Mathematics*, 수학박물관, 성안당, 2010.
3. Choi Suk Jung, *GuSuRyak*, 정해남, 허민(역), 구수략(건, 곤), 교우사, 2006.
4. Howard H. Eves, *Great Moments in Mathematics*, 1982. 허민, 오혜영(역), 수학의 위대한 순간들, 경문사, 2003.
5. Victor J. Katz(ed.), *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective*, MAA, 1996.
6. Kim In Gon et. al, *The Fragment of Presocratic Philosophers*, 김인곤 외(역), 소크라테스 이전의 철학자들, 아카넷, 2005.
7. Kim Y. W., Kim Y. K., *The History of Chinese Mathematics*, 김용운, 김용국, 중국수학사, 민음사, 1996.
8. John King, *The Modern Numerology*, 1996. 김형국(역), 수와 신비주의, 열린 책들, 2001.
9. Philip Kitcher, *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford University Press, 1984.
10. Gottfried Wilhelm Leibniz, *Mathematicsche Schriften*, 이동휘(편역), 라이프니츠가 만난 중국, 이학사, 2003.
11. Lim Byung Hak, *Zhou-yi and HadoNagseo*, 임병학, 易學과 河圖洛書, 한국학술정보(주), 2008.
12. Liu Hui, *The Commentaries about Nine Chapters*, 차종천(역), 구장산술·주비산경, 성안당, 2000.
13. Min Se Young, *A Study on the Historico-Genetic Principle of Learning and Teaching Mathematics*, 역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구, 박사학위논문, 서울대학교, 2002.
14. Ministry of education, *Mathematics Curriculum*, 교육부, 수학과 교육과정 고시 제2015-74호 [별책8], 2015.
15. Zhu Baik Kun, *On Zhou-yi*, 김학권(역), 주역산책 예문서원, 1999.
16. Zhu Xi, *The Commentaries about Zhou-yi*, 성백효(역), 주역전의(상, 하), 전통문화연구원, 1998.