



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 50(11), 783-789(2022)

DOI: <https://doi.org/10.5139/JKSAS.2022.50.11.783>

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 하이브리드 로켓의 열음향 불안정과 연소압력 맥놀이 발생 모델링

현원정<sup>1</sup>, 이창진<sup>2</sup>Modeling for Thermoacoustic Instability and Beating Pressure Amplification  
in Hybrid Rocket CombustionWonjeong Hyun<sup>1</sup> and Changjin Lee<sup>2</sup>

Department of Aerospace Engineering, Konkuk University, Seoul, Republic of Korea

## ABSTRACT

In a recent study, it was observed that the combustion gas entering the post chamber of a hybrid rocket contains vortices with very small size and high frequency characteristics. In addition, it was observed that small vortices collided with the nozzle wall to create a counter-flow, resulting in additional combustion with ignition delay. This study investigated the physical relationship between ignition delay induced by the counter-flow and the formation of beating pressure. To do this, a newly modified model was proposed by including ignition delay in the existing energy kicked oscillator model proposed by Culick. Numerical results show that the ignition delay is an important factor in determining the occurrence of the combustion pressure beats through the periodic formation of thermoacoustic coupling. In addition, when the ignition delay was reduced by increasing the post chamber length, the phase difference between the energy kick and the pressure generation was increased, the periodic pressure beats did not occur at all.

## 초 록

최근 연구에 의하면 하이브리드 로켓의 후연소실로 유입되는 연소유동은 고주파수 와류흐름을 포함하고 있으며, 노즐 벽면과 충돌하여 대향류가 형성되며 점화지연을 동반한 추가적인 연소가 발생하는 것이 확인되었다. 본 연구는 대향류 발생에 의한 점화지연이 연소압력 맥놀이가 나타나는 원인임을 확인하려 한다. 이를 위하여 Culick이 제안한 기존의 열음향 불안정 발생에 대한 에너지 킥 모델에 점화지연 발생을 반영한 수정 모델을 제안하였고 수치계산을 통하여 점화지연의 크기 변화가 열음향 결합에 의한 연소압력 맥놀이 발생을 결정하는 중요한 인자임을 확인하였다. 또한 후연소실 길이가 증가함에 따라 실험에서 관찰된 점화지연 감소는 에너지 킥과 압력의 위상 차의 증가를 가져와 맥놀이현상인 주기적인 압력증폭이 전혀 나타나지 않는 것도 확인하였다.

**Key Words** : Combustion in Post Chamber(후연소실 연소), LFI(저주파수 연소불안정), Ignition Delay(점화지연), Energy Kick(에너지 킥), Beating Pressure(압력 맥놀이)

## 1. 서 론

하이브리드 로켓은 특정한 연소조건에서 매우 낮은 주파수 특성(~수십 Hz)의 연소압력 증폭이 나타나는데 이를

저주파수 연소불안정(LFI, Low Frequency Instability)이라 한다. 연소가 진행되는 동안 어떤 외부교란이 고체연료 표면의 경계층 유동을 저주파수로 진동시키면 연료에 전달되는 대류 열전달의 진동으로 이어지고, 고체연료

† Received : June 17, 2022    Revised : September 6, 2022    Accepted : September 27, 2022

<sup>1</sup> Graduate Student, <sup>2</sup> Professor

<sup>2</sup> Corresponding author, E-mail : [cjlee@konkuk.ac.kr](mailto:cjlee@konkuk.ac.kr)

© 2022 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

고유의 열적지연(thermal lag) 특성과 일치하면 두 특성의 공진에 의한 열적 증폭이 발생하여 연소불안정으로 발전한다[1]. 따라서 연소불안정의 주파수 특성은 고체 연료의 종류에 따라 다른 값을 갖게 되며 PMMA(Poly-Methyl MethAcrylate)/GOx(기체산소)의 연소에서 대략 15-20 Hz 특성의 연소불안정이 관찰된다.

최근 연구에 의하면 저주파수 연소불안정은 후연소실이 없는 경우에는 발생하지 않는 것이 확인됐다[2]. Fig. 1은 후연소실 유무에 따른 연소압력의 변화를 비교한 것이다( $L_{pc}$ : 후연소실 길이). 후연소실을 제외한 다른 연소 조건은 두 경우 모두 동일하게 유지되었다. 그림에서 보듯이 후연소실이 없으면 안정적인 연소가 지속되지만 평균 연소압력과 특성속도(characteristic velocity)는 대략 10% 정도 낮아진다. 그러나 후연소실을 설치하면 연소 효율은 향상되지만, 특정한 조건에 이르면 저주파수 특성의 연소압력의 증폭이 나타나는 연소불안정으로 발전한다. 특히 연소불안정은 후연소실에서 관찰되는 와류흘림(vortex shedding)과 와류에 포획되어 있던 미연연료의 추가적인 연소와 매우 밀접한 관계가 있는 것으로 보고되고 있다. 특히 Messineo 등[3]은 수치계산을 통해 주연소실에서 생성되는 작은 와류가 후연소실로 유입되어 후단의 노즐 벽면에 도달할 때 압력진동 발생에 영향을 줄 수 있음을 시사했다. 또한 고체로켓은 추진제 표면에서 수직 방향의 벽면 와류흘림에 의해 연소불안정이 발생하는 것이 알려져 있다. 이는 상대적으로 고주파수 대역에서 발생하며 상대적으로 저주파수 대역에서 발생하는 하이브리드 로켓의 연소불안정(LFI)과 구분된다.

김도영 등[4]은 축 방향의 산화제 흐름과 기화된 수직 방향 연료흐름 사이의 상호 간섭으로 작은 크기의 와류가 발생하여 500 Hz 대역의 압력진동이 발생한다고 보고했다. 또한 문영주 등[5]은 와류에 갇힌 미연 연료가 후연소실에서 추가적인 연소를 하면서 동일한 주파수 대역의 열방출 진동이 발생한다고 주장했다. 그리고 특정 조건에 이르면 압력진동( $p'$ )과 열방출 진동( $q'$ )의 위상차가  $\pi/2$  이하를 유지하면서 두 진동의 저주파수 결합이 발생하고 이것이 LFI 발생의 주요한 원인이라 주장하였다. 이때 압력진동( $p'$ )과 열방출 진동( $q'$ )의 결합을 나타내는 Rayleigh 지수는 약 15-20 Hz의 특성을 갖고 주기적인 증폭을 하고 있음을 확인하였다. 이것은 두 진동이 저주파수 결합(low frequency coupling)을 하고 있음을 의미하며 이와 함께 연소압력의 맥놀이가 관찰된다[6]. 흥미로운 것은 동일한 주파수 대역의 압력진동( $p'$ )과 열방출 진동( $q'$ ) 두 진동 사이에서 공진(resonance)이 아니라 저주파수 특성을 갖는 상호결합이 관찰되는 점이다. 그러나 어떤 원인에 의해 저주파수 결합이 발생하는가에 대한 연구는 아직 충분하지 못한 상태이다.

한편 최근의 연구결과에 의하면 LFI가 발생하는 동안 후연소실을 통과하는 난류 유동이 노즐 벽면과 강하게 충돌하여 유동이 반사되며 대향류(counter-flow)가 형성

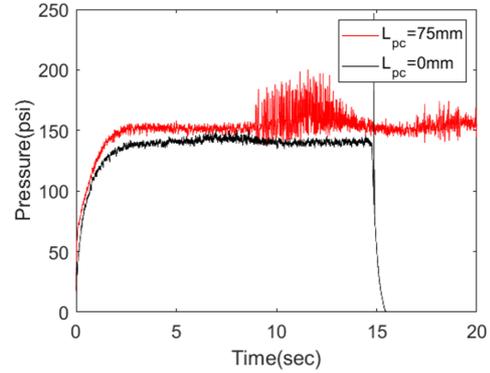


Fig. 1. Comparison of combustion pressure trajectories with and without post chamber for PMMA/GOX

되는 것이 관찰되었다. 특히 충돌 이후 대향류가 형성되는 동안, 미연연료의 점화가 지연되는 점화지연(ignition delay)이 있음이 확인되었다[7]. 그러나 안정한 연소가 관찰되는 구간에서는 대향류도 없을 뿐 아니라 점화지연도 관찰되지 않았다. 대향류 형성에 의한 점화지연의 발생은 하이브리드 로켓 연소의 저주파수 연소불안정 발생을 유도하는 중요한 물리적 과정일 수 있으나 이에 대한 연구는 이루어지지 않았다.

연소율 변화에 의한 열방출 진동이 연소압력 진동의 원인이 된다는 것은 잘 알려진 사실이다. 특히 엔탈피 생성 밀도가 매우 높은 추진기관에서 열발생의 진동과 연소압력 진동이 상호 간섭하여 열음향 불안정(thermo-acoustic instability)으로 발전하는 과정은 이미 잘 알려져 있다. Culick 등은[8] 와류 흘림에 포획된 예혼합기체의 연소로 인한 에너지 킥이 연소압력의 진동과 연결되는 수학적 모델을 제시하였다. 미연 혼합기를 포함하는 와류가 입구에서 생성되어 연소실 벽면과 충돌하면 연소가 발생하는데 이때 연소에 의한 엔탈피의 생성은 주기적으로 연소압력의 진동을 야기하는 에너지 킥(energy kick)의 역할을 하며 두 진동의 위상이 일치할 때 열음향 불안정으로 발전하는 것을 이 모델에서 연구하였다.

본 연구는 실험에서 확인된 점화지연을 고려하여 열음향 불안정 발생에 대한 에너지 킥 모델을 적절하게 수정하는 것을 일차적인 목표로 하였다. 또한 수정된 모델에 대한 수치계산을 통하여 열발생 진동과 이에 대응하여 발생하는 연소압력 진동이 저주파수의 상호결합을 형성하는 것이 가능함을 확인하려 한다. 또한 고주파수 대역의 연소압력 진동이 맥놀이로 이어지는 가장 큰 원인이 후연소실에서 관찰된 점화지연임을 규명하려 한다.

## II. 본 론

### 2.1 후연소실 연소의 점화지연

최근의 연구에서 후연소실 길이를 증가시키며 후연소실의 추가적 연소와 유동 변화를 가시화하였다[7]. 실험

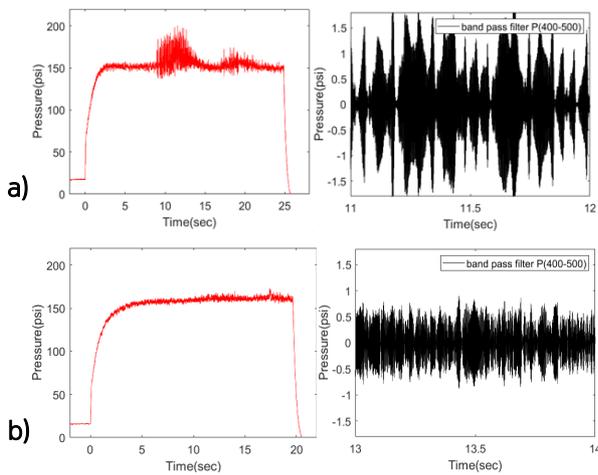


Fig. 2. LFI occurrence and beating pressure of high pressure oscillation(400-500Hz)  
 a)  $L_{pc}=75\text{mm}$ , b)  $L_{pc}=125\text{mm}$

방법과 분석에 관한 내용은 참고문헌 [7]에 언급되어 있으며 본 논문에서는 점화지연의 발생과 저주파수 연소불안정 발생간의 상관관계를 강조하기 위하여 그중 일부를 재구성하여 정리하였다.

Figure 2는 후연소실 길이가 75 mm인 경우와 125 mm로 증가시킨 경우의 연소압력 변화를 각각 비교하였다. 후연소실 길이가 75 mm인 경우에 연소시간 11~13 초 사이에 연소압력이 급격하게 증폭하는 연소불안정과 함께 400~500 Hz 고주파수 대역 연소압력 진동이 저주파수 맥놀이(beating pressure oscillation)를 동반하고 있다. 그러나 후연소실 길이가 125 mm로 증가하면 연소불안정 발생이 약화되고 안정한 연소로 천이하며 저주파수 연소압력 맥놀이도 사라진다.

Figure 3은 후연소실 길이 75 mm일 때 연소불안정이 나타나는 구간에서 가시화된 이미지를 순차적으로 정리하였다. 청색 영역은 주 연소실에서 연소한 고온의 유동으로 미연연료를 포함하고 있으며, 빨간색 테두리 선으로 유동 영역을 구분하였다. 그리고 이미지 중간의 흰색 영역은 후연소실에서 연소하는 화염이다. 첫 이미지를 보면 화염이 거의 사라졌으며(Fig. 3(a)), 일정시간 후에 다시 점화가 발생하고 있음이 관찰된다(Fig. 3(f)). 점화가 지연되는 동안에 노즐 벽면과 충돌한 유동과 유입하는 유동이 대향류를 형성하며(Fig. 3(b)-(d)) 점화가 후연소실 중간에서 다시 시작하여 그동안 축적된 미연연료가 연소된다 (Fig. 3(e)-(f)). 이때 연소실 벽면과 충돌하여 연소가 발생하여 나타나는 열음향 불안정과는 달리 충돌 이후 다시 재점화되기까지 발생한 지연을 점화지연이라 표현하였다(Fig. 3(b)-(e)). 따라서 연소불안정이 관찰되는 동안 후연소실의 연소는 점화지연을 동반한 소염과 재점화가 1초당 15번 정도 반복하는 것으로 분석된다(Fig. 3(a)-(h)).

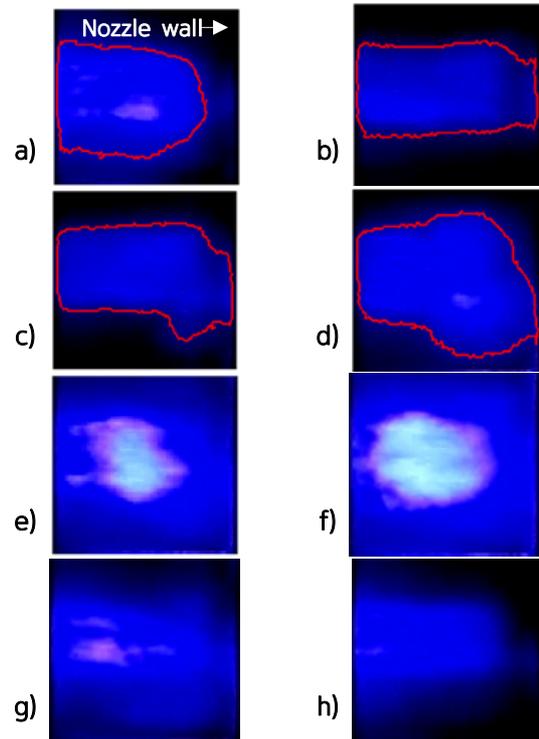


Fig. 3. Sequential arrangement of combustion images within one cycle  $L_{pc}=75\text{mm}$

Figure 4는 후연소실 길이가 125 mm에서 가시화한 이미지이며 동일한 연소시간의 화염 이미지를 순차적으로 나열하였다. Fig. 3과 비교할 때 점화지연이 관찰되지 않는 것이 흥미롭다. 화염 밝기가 약간씩 변화하지만 Fig. 3처럼 완전히 소화된 후에 재점화되는 현상은 관찰되지 않는다. 또한 노즐 벽면에 거의 밀착한 위치에서 화염이 관찰된다. 이처럼 후연소실에서 발생하는 대향류의 형성과 미연연료의 점화지연은 하이브리드 로켓의 저주파수 연소불안정 발생과 매우 밀접한 관련이 있는 것으로 판단된다.

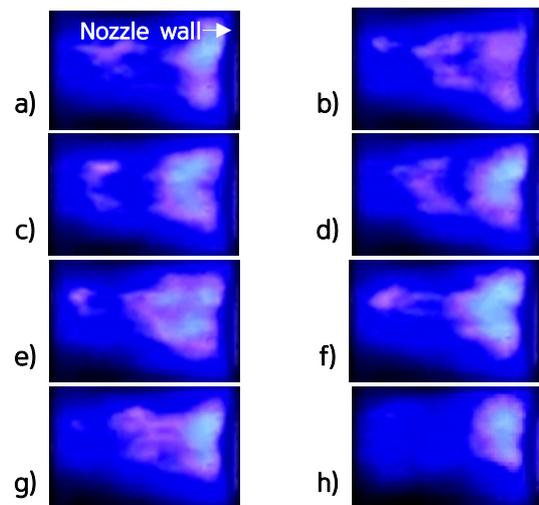


Fig. 4. Sequential arrangement of combustion images within one cycle  $L_{pc}=125\text{mm}$

## 2.2 와류홀림과 kicked oscillator 모델

대부분의 추진시스템은 단위 체적 당 엔탈피 생성 밀도가 매우 높아 에너지 소산과정에서 열음향 불안정(thermoacoustic instability)이 발생한다고 알려져 있다. 특히 와류홀림(vortex shedding)에 의한 열방출 진동이 연소압력 진동 발생에 영향을 미친다. 두 진동의 위상차가 일치하면 열음향 불안정으로 발전하는 것으로 알려져 있다. Culick[8] 등은 공동 모양의 예혼합 연소실 벽면에 충돌하는 와류에 의한 열음향 불안정 발생에 대한 수학적 모델을 제안하였다. 이 모델은 와류에 갇힌 예혼합 기체가 연소실 벽과 충돌할 때마다 주기적으로 연소되는 “에너지 킥”이 발생하여 열음향 불안정성으로 발전한다고 보고하였으며 압축성, 반응유동에 대한 불연속적으로 반복되는 연소를 가정하였다.

아래 식들은 에너지 킥에 의한 열음향 불안정 발생에 대한 1차원 반응유동의 지배방정식이며 (~)는 차원이 있는 물리량이다.

$$\rho \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial \tilde{t}} = - \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{x}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{t}} + \gamma \tilde{m}_0 \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial \tilde{x}} + \zeta \frac{c_0}{L_0} \tilde{p}' = (\gamma - 1) \tilde{q}' \quad (2)$$

각 물리량에 대한 적절한 기준 값들을 정의하여 무차원화를 위한 관계식을 제안하면 다음과 같다.

$$M = \frac{u_0}{c_0}; \quad u' = \frac{\tilde{u}'}{u_0}; \quad p' = \frac{\tilde{p}'}{\gamma M p_0}; \quad t = \frac{c_0}{L_0} \tilde{t}; \quad x = \frac{\tilde{x}}{L_0} \quad (3)$$

이들을 사용하여 지배방정식을 무차원화하면 아래와 같다. 여기서 식 (5)의 음향과 감쇄를 나타내는 항은 의도적으로 사용하였다.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial x} + 2\zeta p' = (\gamma - 1) \dot{q}' \quad (5)$$

Galerkin 방법을 적용하면 압력( $p'(x,t)$ )과 속도( $u'(x,t)$ )를 시간함수와  $\sin, \cos$  함수의 공간함수의 곱으로 나타낼 수 있으며 다음과 같다. 즉,

$$p'(x,t) = \sum \sin(k_n x) P_n(t) \quad (6)$$

$$u'(x,t) = \sum \cos(k_n x) U_n(t) \quad (7)$$

여기서  $P_n(t)$ 과  $U_n(t)$ 은 시간변화 함수로  $n$ 번째 Galerkin 모드이다. 식 (5)에 대입하고 연소실 길이에 대하여 적분을 수행하면  $n$ 번째 Galerkin 모드에 대한 상미분방정식을 얻을 수 있으며, 다음과 같다.

$$\frac{dU_n(t)}{dt} + k_n P_n(t) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_n(t)}{dt} - k_n U_n(t) + 2\zeta_n P_n(t) \\ = 2\beta(\gamma - 1) \sin(k_n x_c) \sum \Gamma_j \delta(t - t_j) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 오른쪽 항은 미연연료를 포함한 와류가 벽면에 충돌함과 동시에 나타나는 불연속적 열발생을 의미하는 delta 함수로 Culick 등은 이를 “진동 유발자(kicked oscillator)”라 하였다.

$$\dot{q}' = \beta \sum \Gamma_j \delta(t - t_j) (x - x_c) \quad (10)$$

여기서  $x_c$ 는 연소실 벽면까지 거리이며  $t_j$ 은 벽면에 충돌하는 와류의 충돌주기이다. 또한  $\beta$ 는 임의의 열발생 계수이며 충돌에 의한 열발생은 와류의 순환(circulation)에 비례한다고 가정하였다. 여기서 에너지 킥이 발생하는 순간을 제외하면 식 (8)과 (9)는 1차 미분방정식으로 시간적 연속성을 유지한다. 그러나  $n$ 번째 델타 함수 킥이 발생하는 경우는 식 (8)과 (9)를 적분하여 아래와 같은 점프 조건을 얻을 수 있다.

$$U_n^+ - U_n^- = 0 \quad (11)$$

$$P_n^+ - P_n^- = 2\beta(\gamma - 1) \sin(k_n x_c) \Gamma_j \quad (12)$$

여기서  $P_n^-$ 와  $U_n^-$ 는 에너지 킥이 발생하기 직전의  $P_n, U_n$ 값이며  $k_n$ 은  $n$ 번째 모드의 파수(wave number)이다. 두 식으로부터 에너지 킥 전후에 유동 속도의 변화는 없지만 충돌에 의한 추가 연소로 유한한 압력점프 발생이 있음을 알 수 있다. 따라서 에너지 킥에 의한 연소압력의 변화는 식 (8), (9) 및 점프 조건인 식 (11), (12)에 대한 수치계산으로 얻을 수 있다.

## 2.3 점화지연이 있는 후연소실의 kicked oscillator 모델링

일반적으로 열음향 불안정성 발생 시 안정한 상태에서 포화 과정(saturation process)을 거쳐 한계 사이클(limit cycle)로 발전하게 된다[8,9]. 하지만 실제 연소기에서는 안정한 상태와 한계 사이클 사이에 간헐적인 압력진동이 발생하며[10], 이는 실험에서 관찰된 저주파수 맥놀이와 유사한 형태를 띠고 있다(Fig. 2(a)). Mariappan[10] 등은 kicked oscillator 모델을 수정하여 이 현상을 모사하고자 하였고 연소실 벽면에서의 에너지 킥으로 인한 국소적인 압력 변화가 와류 순환(circulation)의 변화를 이끈다고 가정하였다. 하지만 서론에서 언급하였듯이 하이브리드 로켓 연소에서는 주연소실에서 생성된 와류가 후연소실로 유입되어 에너지 킥이 발생하기 때문에 에너지 킥에 의해 와류의 순환이 변화한다는 가정은 상충된다. 따라서 다른 방향으로의 적절한 수정이 필요하다.

와류 흘림에 의한 에너지 킥 발생을 다루고 있는 Culick의 모델은 고정된 공동 형상의 연소실을 사용하고 있다. 그러나 하이브리드 로켓의 후연소실은 아래 그림과 같이 고체 연료에 의한 연소실 앞면과 노즐 벽의 뒷면으로 구성된다. 연소가 진행될수록 고체연료 높이는 지속적으로 낮아지며 끝단의 형상 또한 둥글게 변화한다. 또한 공동 연소실 앞쪽 끝단에서 주기적으로 발생하는 비교적 크기가 큰 와류흘림( $St \sim 0.1$ )과 달리 후연소실에는 고체연료의 기화유동과 산화제 유동이 간섭하여 발생하는 작은 크기의 와류만이 유입된다. 여기서 이설하 등[11]은 작은 크기의 와류가 대략 무차원화 주파수인 Strouhal 수가 0.3 ( $St \sim 0.3$ )임을 확인하였다.

따라서 후연소실로 유입되는 작은 크기의 와류에 의한 에너지 킥을 모사하려면 아래와 같은 몇 가지 가정이 필요하다. 즉,

- 후연소실의 기하학적 형상은 고정되었다.
- 연소실 끝단에서 발생하는 와류의 발생주기는 실험에서 관찰된  $St = 0.3$ 로 일정하다.
- 고체연료의 기화유동에 의해 들어 올려진 경계층 유동은 없다.

Figure 5는 후연소실에서 발생하는 연소와 본 연구를 위해 수정된 kicked oscillator를 도식화한 것이다.

본 절에서는 점화지연에 의한 에너지 킥의 지연이 연소압력의 저주파수 맥놀이 발생에 미치는 영향을 조사하였다. Table 1은 수치계산에 사용된 각 변수 값들을 보여주고 있다. 마하수는 실험에서 계산된 값을 사용하였으며, 와류 형성위치와 와류 충돌위치는 무차원화된 후연소실의 길이를 사용하였다. Kicked oscillator에서 묘사된 연소환경이 하이브리드 로켓의 후연소실에서 발생하는 연소와 비슷하기 때문에 감쇠계수, 열방출 계수 등은 참고 문헌 [9]의 값을 사용하였다. 아래 식을 이용하여 후향계단의 높이에 대한 와류의 발생주기( $t_j$ )를 계산하였다.

$$t_j = \frac{1}{St} \frac{d}{M} \tag{13}$$

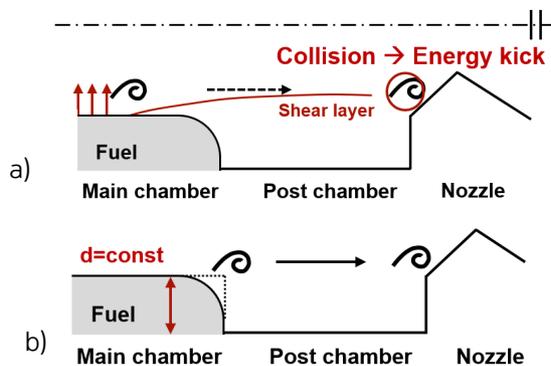


Fig. 5. A Schematic of a) additional combustion in a post chamber of HRE, b) modified kicked oscillator

Table 1. Summary of non-dimensional parameters for the calculation

Parameter	Value	Remarks
Mach no.	0.03	M
Heat capacity ratio	1.4	$\gamma$
Strouhal no.	0.3	St
Height of backward step	0.016	d
Kicking period	1.78	$t_{kick}(=t_j)$
Ignition delay	0.22	$t_{id}$
Heat release coefficient	0.01	$\beta$
Damping coefficient	$0.315 \times 10^{-3}$	$c_1$
Damping coefficient	$0.015 \times 10^{-3}$	$c_2$
Vortex formation position	0.35	$x_{sep}$
Vortex breakdown position	0.45	$x_c$
Total mode no.	10	N

점화지연이 없는 경우에 와류가 벽면과 충돌할 때 발생하는 에너지 킥의 주기는 후향계단에서 떨어지는 와류의 발생주기( $t_j$ )와 동일하며 이때 에너지 킥은 불연속 함수인 델타함수  $\delta(t-t_j)(x-x_c)$ 로 나타낼 수 있다. 그러나 실험에서 관찰된 바와 같이 와류가 벽면과 충돌한 후에 점화지연( $t_{id}$ )을 동반하면 에너지 킥의 발생은  $\delta(t-t_j-t_{id})(x-x_c)$ 로 변화한다. 따라서 점화지연을 고려하면 에너지 킥을 나타내는 식 (9)와 (10)은 아래와 같이 각각 수정이 가능하며 여기서  $t'_j = t_j + t_{id}$ 이다.

$$\frac{dP_n(t)}{dt} - k_n U_n(t) + 2\zeta_n P_n(t) = 2\beta(\gamma-1)\sin(k_n x_c) \sum \Gamma_j \delta(t-t'_j) \tag{9A}$$

$$\dot{q} = \beta \sum \Gamma_j \delta(t-t'_j)(x-x_c) \tag{10A}$$

종합하면 점화지연이 있을 때 에너지 킥에 의한 열방출 진동과 생성되는 연소압력의 진동은 식 (8), (9A) 및 점프 조건 (11), (12)에 대한 수치계산으로 얻을 수 있다.

Figure 6은 점화지연이 있는 경우 에너지 킥에 의해 발생하는 압력진동에 대한 계산 결과이다. 그림에서 빨간색 점선은 불연속적인 에너지 킥이며 열음향 시스템에 대한 에너지를 입력하는 역할을 한다. 여기서 점화지연은 와류 발생주기( $t_j$ )의 10% 정도의 크기를 갖는 상수를 사용하였다. 에너지 킥의 입력주기와 이에 대응하는 압력진동의 주기가 일치하면 압력변화가 점점 증폭하는 것이 관찰된다(Fig. 6(a)). 그러나 위상 차가 점차로 증가하면서 압력진동의 맥놀이로 발전한다(Fig. 6(b)). 이 계산결과는 실험에서 측정된 고주파수 연소압력이 저주파수 맥놀이를 발생하는 현상과 정성적으로 일치하고 있다(Fig. 6(c)).

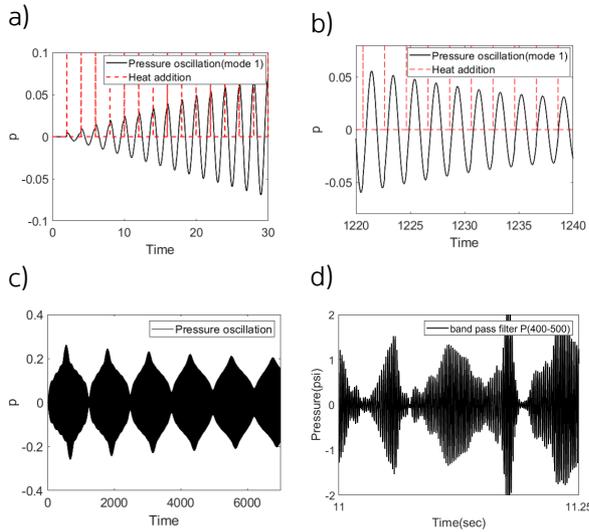


Fig. 6. Comparison of pressure measurement with beating pressure response by energy kick with ignition delay

Figure 7은 Fig. 6의 계산조건과 동일한 값들을 사용하였으나 점화지연을 0으로 설정한 경우이다. 점화지연이 없으므로 압력 반응과 에너지 키의 위상이 상당한 차이를 보인다. 압력 진동의 진폭은 시간이 지남에 따라 증폭되지 못하고 오히려 감소하며 장기적인 관점에서 약한 진폭 변화가 있지만 Fig. 6에서 관찰되었던 압력진동의 맥놀이와는 확연히 구별된다.

식 (13)에서 보듯이 와류의 발생주기( $t_j$ )는 주어진 유동의 마하수(M)와 후향계단 높이(d) 그리고 무차원 주파수 Strouhal 수(St)에 의해 결정된다. 따라서 점화지연이 있는 경우에 와류가 발생하여 에너지 키가 발생할 때

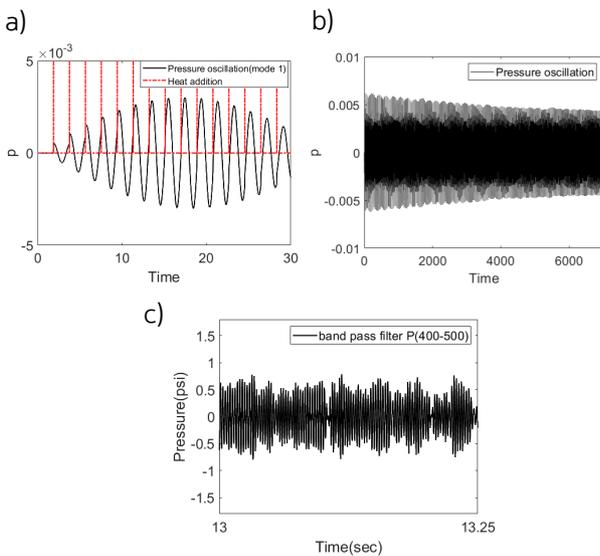


Fig. 7. Comparison of pressure measurement and pressure responses by energy kick without ignition delay

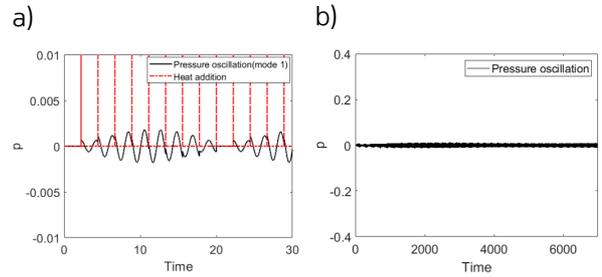


Fig. 8. Pressure responses with extended energy kick period without ignition delay

까지 걸리는 총 시간은 와류의 발생주기( $t_j$ )와 유동의 충돌에 의해 발생하는 점화지연( $t_{id}$ )의 합이 되며  $t_j' = t_j + t_{id}$ 이다.

그러나 여기서 반드시 언급하여야 하는 경향이 있는데, 흥미로운 점은 단순히 와류 발생주기( $t_j$ )의 증가하는 것만으로 압력진동 맥놀이가 발생하지 않는다는 것이다. 즉, 물리적인 점화지연이 없이 단순히 와류 발생주기가 증가하여도 압력진동의 맥놀이가 모사되지 못한다는 점이다. Fig. 8은 점화지연을 고려한 총 지연시간( $t_j'$ )과 동일한 발생주기( $t_j$ )를 갖도록 증가시켰고 점화지연은 없는 경우에 대한 계산결과이다. 에너지 키와 압력 반응의 위상 차이가 계속 변화하고 있음을 관찰할 수 있으며, 이로 인하여 공진이나 맥놀이 등의 결합현상이 나타나지 않는 것을 확인할 수 있다.

### III. 결 론

하이브리드 로켓 연소(PMMA/GOX)는 연소압력(p') 및 열방출 진동(q')의 주기적인 양의 결합이 형성되며 저주파수 연소불안정(LFI)의 주요한 물리적 과정인 것으로 밝혀졌다. 그러나 저주파수 양의 결합을 형성시키는 원인에 대한 연구는 아직까지 충분히 이루어지지 못했다. 이전 연구에 의하면 후연소실로 유입되는 난류 유동이 벽면과 충돌하여 대향류를 형성하고 이때 강한 난류 유동에 의한 점화지연이 발생하며 저주파수의 연소압력 맥놀이 발생과 관련이 있음을 확인하였다.

한편 와류 흘림에 의한 에너지 키[8]은 연소실 벽에 와류 충돌할 때 연소가 발생하는 것으로 가정하였지만, 실험에서 관찰된 점화지연이 저주파수 연소불안정 발생에 미치는 영향을 이해하기 위하여 기존의 에너지 키 모델을 수정하였다. 수정된 모델을 통해 와류가 발생주기에 점화지연 시간을 고려한 에너지 키를 모사하였다. 계산 결과는 점화지연을 고려한 고주파수 와류에 의한 에너지 키는 저주파수의 압력 증폭을 동반하는 압력 맥놀이를 유도하였다. 또한 후연소실 길이가 증가하여 점화지연이 감소함에 따라 에너지 키와 압력의 위상 차가 점차로 증가하며 압력 맥놀이를 이어지는 증폭이 전혀 나타나지 않는 것을 확인하였다.

요약하면 하이브리드 로켓의 연소의 경우 작은 와류가 포함된 유동이 열방출 진동( $q'$ )의 발생에 영향을 미치면서 점화지연이라는 새로운 물리적인 현상이 나타난다. 수정된 kicked oscillator 모델의 계산을 통해 점화지연으로 인한 와류발생 주기의 변화가 결국  $p'$  과  $q'$  의 위상 차의 발생으로 이어지는 것을 확인하였다. 따라서 점화지연은  $p'$ 와  $q'$ 의 위상 차를 결정하는 중요한 인자이며 후연소실 길이에 의존한다. 적절한 크기의 점화지연은 열적지연과 동일한 주파수 대역의 저주파수 특성의 압력 맥놀이 발생을 유도하여 저주파수 연소불안정(LFI)으로 발전하는데 직접적인 영향을 미치고 있음을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 한국연구재단의 기본연구사업(NRF-2021R1F1A10615161220682073250102)의 지원으로 수행한 연구결과이며, 일부는 2022학년도 건국대학교 연구원 교원 지원에 의해 수행되었습니다.

## References

- 1) Karabeyoglu, A., Zilwa, S. D., Cantwell, B. and Zilliac, G., "Modeling of hybrid rocket low frequency instabilities," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No. 6, 2005, pp. 1107~1116.
- 2) Hyun, W. J., Kim, J. A., Chae, H. S. and Lee, C. J., "Passive Control of Low-Frequency Instability in Hybrid Rocket Combustion," *Aerospace*, Vol. 8, No. 8, 2021, p. 204.
- 3) Messineo, J., Lestrade, J. Y., Hijlkema, J. and Anthoine, J., "Vortex shedding influence on hybrid rocket pressure oscillations and combustion efficiency," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 32, No. 6, 2016, pp. 1386~1394.
- 4) Kim, D. Y. and Lee, C. J., "Destabilization of the Shear Layer in the Post chamber of a Hybrid Rocket," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 4, 2016, pp. 1671~1679.
- 5) Moon, Y. J. and Lee, C. J., "Dynamics of Post Chamber Flame and Combustion Pressure in Hybrid Rocket," *52nd AIAA Joint Propulsion Conference*, July 2016, AIAA Paper 2016-4869.
- 6) Kim, J. A. and Lee, C. J., "Low frequency instability and oscillating boundary later in hybrid rocket combustion," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 34, No. 11, 2020, pp. 4831~4839.
- 7) Hyun, W. J. and Lee, C. J., "Vortex shedding and Thermoacoustic instability in hybrid rocket combustion," *33rd international symposium and space technology and science*, March 2022.
- 8) Matveev, K. I. and Culick, F. E. C., "A model for combustion instability involving vortex shedding," *Combustion Science and Technology*, Vol. 175, No. 6, 2010, pp. 1059~1083.
- 9) Singaravelu, B. and Mariappan, S., "Stability analysis of thermoacoustic interactions in vortex shedding combustors using Poincaré map," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 801, 2016, pp. 597~622.
- 10) Seshadri, A., Nair, V. and Sujith, R. I., "A reduced-order deterministic model describing an intermittency route to combustion instability," *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 20, No. 3, 2016, pp. 441~456.
- 11) Lee, S. H., Kim, D. Y. and Lee, C. J., "The frequency characteristics of the shear layer oscillation in hybrid rocket post-chamber," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 70, 2017, pp. 388~395.