

3차 비용함수에 의한 이익곡선 도출과 산업 라이프사이클의 수리적 검증: 우리나라 전 산업을 중심으로

배후석* · 임채관**†

* 한국해양대학교 세계해양발전연구소

** 동명대학교 유통물류학과

Derivation of Profit Curve by Cubic Cost Function and Mathematical Verification of Industry Life Cycle: Focused on All Industries in Korea

Hoo Seok Pai* · Chae Kwan Lim**†

* Institute of World Maritime Development, Korea Maritime and Ocean University

** Department of Distribution and Distribution, Tongmyong University

ABSTRACT

Purpose: The main theme of this study is to derive a profit curve by a cubic cost function for nonlinear CVP analysis. According to the analytical approach to derive a nonlinear profit function in this study, it is possible with only the existing cost structure to calculate the profit maximization and downtime point sales unlike the classical CVP analysis. Furthermore, the profit curve by the mathematical model of this study could serve as a tool to quantify the qualitative evaluation of each stage of the industry life cycle.

Methods: This study followed the mathematical approach from the cubic cost function model of micro-economics, and using real data of the Bank of Korea

Results: The nonlinear profit function suggested by this study is as follows;

$$\pi(x) = -a\left(x - \frac{f}{1-v}\right)^3 + (1-v)x - k \quad \text{where } a = \frac{1}{3}v\left(\frac{(1-v)}{f}\right)^2, k = f - a\left(1 - \frac{f}{1-v}\right)^3$$

Conclusion: The process and results of this study would be able to contribute not only in practice of nonlinear CVP analysis required in the management accounting or financial management, but also in cost theory of microeconomics. Also, since the life cycle of all industries in Korea was verified to the growth or mature stage, decision makers should pay careful attention to determining life cycle stages and consider the profit curve by the average variable cost ratio over multi periods.

Key Words: BEP, Cubic Cost Function, Nonlinear CVP Analysis, Profit Curve, Industry Life Cycle

● Received 31 August 2023, 1st revised 10 October 2023, accepted 13 November 2023

† Corresponding Author (cklim@tu.ac.kr)

© 2023, Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

경제학, 경영학, 회계학 분야에서 손익분기점(BEP: break even point)은 오래된(Dean, J., 1948; Patrick, A. W., 1958), 그러나 지금도 필수적인 분석 도구이다. 손익분기점 분석의 출발점은 기업의 총비용을 변동비와 고정비로 구분하는 것이며, 이로부터 비용함수를 단기적으로 관련범위 내 1차 선형함수로 가정하고 비용-조업도-이익(Cost-Volume-Profit) 관계의 논리를 전개함으로써, 손익분기점은 고전적인 CVP 분석과 이익계획, 가격결정, 예산편성 등 여러 경영 의사결정에 유용한 기초적인 개념임에 틀림없다(Tucker, 1980; Kaplan et al., 1990; Horngren et al., 1990; 2002)

그러나 문제는 변동비와 고정비로 이루어지는 비용구조는 전통적인 재무보고서에서 구체적으로 확인하기 쉽지 않다. 회귀분석과 같은 통계적 접근방법을 통한 추정이 현재로서는 가장 합리적인 대안이지만, 실무적 적용이 어려우므로 회계적 판단에 따른 비용항목 분류에 의존할 수밖에 없다. 따라서 한국은행의 기업경영분석에서도 일종의 경험칙으로 변동비와 고정비를 구분하여 각 산업의 손익분기점률과 손익분기점에서의 매출액을 제시하고 있다.

또한 개별 기업과 달리 산업의 경우 특히 중·장기적 관점에서 수익성과 성장성 등을 파악하여야 하는 바, 일차적으로 비용함수의 선형성 가정은 이익의 무한 증가 가능성이라는 오류의 한계가 명확하다. 그래서 고전적인 BEP 개념을 벗어나 비선형 CVP 분석으로의 확장을 시도하기도 하지만, 현재까지 구체적인 비선형 관계식의 도출에 대한 명확한 접근방법의 제시 없이 개념적인 단계에 머물러 있다. 이미 미시경제학에서는 중·장기적 관점에서 비용함수가 3차 함수라는 결론 하에 이론을 전개하고 있으므로(McGuigan et al., 2014; Bernheim and Whinston, 2014; Davis, 2014; Baye and Prince, 2017), 산업분석에서의 3차 비용함수의 도출은 선결되어야 할 매우 중요한 의제가 될 것이다.

그럼에도 불구하고 현재까지 이러한 시도는 없었으며, 본 연구는 손익분기점과 3차 비용함수의 관계를 변곡점선 개념에서 출발하여 수리적 전개과정을 통해 구체적인 3차 비용함수와 비선형 이익함수를 도출하고자 한다. 이러한 분석적 접근방법의 실용성을 보여주기 위해, 한국은행의 객관적 공시 정보를 바탕으로 산업의 실제 자료에 기초한 이익곡선과 이익극대화를 달성할 수 있는 최적 매출, 즉 이익극대점과 나아가 산업퇴출의 기준인 조업중단점을 결정하는 실무적 결과도 제시한다.

특히 본 연구에서 제시하는 이익곡선은 산업의 라이프 사이클을 추정할 수 있는 논거가 될 수 있다. 산업 라이프 사이클 이론에 따르면 산업(제품, 개별기업, 비즈니스 등)은 기간 경과에 따른 매출, 이익 및 현금흐름의 변화로써 도입기, 성장기, 지체기, 성숙기 및 쇠퇴기로 진행되므로, 각 단계에 적합한 경영의사결정이 필요하다는 경영전략적 관점의 이론으로, 산업의 현재 사이클 파악은 국가경제 정책적 관점에서 매우 중요한 또 다른 의제이기도 하다(Porter, 1980). 이론대로라면 매출 또는 이익의 시계열자료로써 산업 라이프사이클이 특정되어야 하지만 현실적으로 그렇지 못한 경우가 있다. 그래서 각 단계는 반드시 한시적이지 않다는(not necessarily temporary) 단서를 달고 있지만, 특정 산업이 순차적으로 단계를 거치지 않을 경우 해당 산업의 라이프 스타일을 어떻게 특정할 수 있는가가 문제가 된다.

본 연구에서 제시하는 이익함수로부터 도출되는 손익분기점, 이익극대점, 조업중단점의 수직선(number line) 상한 점에 표시되는 현행 매출점의 상대적 위치는 산업 라이프사이클 이론의 어떤 단계를 특정할 수 있는 신호가 될 수 있다. 예컨대 현행 매출점이 손익분기점과 이익극대점 사이에 있다면 성장기, 이익극대점과 가깝다면 성숙기, 이익극대점과 조업중단점 사이에 있다면 쇠퇴기임을 직관적으로 알 수 있게 된다. 이러한 논리 구조로 산업의 손익분기점, 최적매출점 및 조업중단점을 확인할 수 있는 이익곡선을 논거로 우리나라 전(全)산업의 라이프사이클을 실제

자료를 통해 객관적으로 검증함으로써 해당 산업에 대한 이해를 더욱 깊게 할 수 있을 것이다.

본 연구에서 개별 특정 산업이 아닌 전 산업을 분석 대상으로 하는 이유는 산업을 특정하는 연구자의 주관적 편의를 배제하여 연구결과의 포괄성을 확보하기 위함이다. 물론 향후 후속 연구에서 농어업 등 1차 산업이나 광공업, 제조업, 서비스업 등 특정 산업, 예컨대 발전산업(이명창 등, 2016)이나 개별 기업(배후석·임채관, 2020; 2021) 대상으로 얼마든지 본 연구의 수리모형을 적용할 수 있을 것이다.

2. 손익분기점과 변곡점선

2.1 손익분기점 분석

한국은행에서 매년 발간하는 기업경영분석에서는 손익분기점률에 대해 다음과 같이 설명하고 있다.

“손익분기점률은 매출액에 대한 손익분기점에서의 매출액의 비율로서 일반적으로 이 비율이 낮을수록 영업활동의 채산성이 양호하고 높을수록 채산성이 좋지 않음을 의미한다. 손익분기점에서의 매출액은 일정기간의 수익과 비용이 같아서 이익이나 손실이 발생하지 않는 경우의 매출액을 말한다. 매출액에서 변동비를 공제한 차액인 한계이익을 매출액으로 나눈 비율을 한계이익률이라 하는데 고정비에서 영업외수익을 차감한 금액을 이 한계이익률로 나누면 손익분기점에서의 매출액이 된다.”

$$\text{손익분기점률} = \frac{\text{손익분기점에서의 매출액}}{\text{매출액}} \times 100 \tag{2.1}$$

$$\text{손익분기점에서의 매출액} = \frac{\text{고정비} - \text{영업외수익}}{1 - \frac{\text{변동비}}{\text{매출액}}} \times 100 \tag{2.2}$$

- 1) 고정비 = 판매관리비 + 영업외비용 + (노무비의 1/2 + 제조경비 - 외주가공비 + 재고조정중의 고정비)
- 2) 변동비 = 총비용 - 고정비
- 3) 재고조정중의 고정비 = (매출원가 - 당기총제조비용) × $\frac{\text{노무비의 1/2} + \text{제조경비} - \text{외주가공비}}{\text{당기총제조비용}}$
- 4) 총비용 = 매출원가 + 판매관리비 + 영업외비용

이 설명에 따르면 변동비는 대체로 재료비와 노무비의 1/2 그리고 외주가공비로 한정되고 있다. 이는 비용 항목의 특성 상 명확히 변동비의 행태를 가지는 재료비 및 외주가공비와 함께, 부분적으로 변동비 특성을 보이는 노무비의 경우 임의적으로 반 정도만을 변동비에 포함하고 있음을 알 수 있다. 이렇게 변동비를 결정하는 방식이 논리적으로 타당한가에 대한 지적은 있을 수 있으나, 현실적으로 변동비를 정밀하게 측정할 수 없다면 이러한 경험칙(經驗則)에 따른 변동비 분류에 의한 산업의 BEP 분석은 개별 기업의 각각 다른 변동비 행태를 포괄할 수 있다는 점에서 실무적 타당성을 가지는 것으로 판단된다.

공식에 따르면 결국 손익분기점은 변동비와 고정비의 관련비(ratio)에 따라 달라짐을 알 수 있으므로, 기업 또는 산업의 비용구조(cost structure)를 보여 주는 매우 중요한 재무보고서 상 숨겨진 정보(hidden information)의 하나로 볼 수 있다.

이하 수리적 분석의 편의를 위해 재무보고서 항목을 수학적 기표로 전환한다. 손익계산서로부터 순이익($\pi(x)$)은 매출(x)에서 매출원가(M), 판매관리비(G), 순영업외비용($I - R$), 그리고 법인세(T)를 차감한 금액이다. 이를 수식의

로 표현하면 다음과 같다.

$$\pi(x) = x - M - G - (I - R) - T \tag{2.3}$$

이하 분석은 법인세를 제외하고 이익을 세전이이익으로 간주한다. 위 식 매출원가(M)를 변동매출원가 $v(x)$ 와 고정 매출원가(F_m)로 양분한 후, 백분율 손익계산서 수치를 적용하면 즉 모든 파라미터를 x 로 나누면, 이익률(π)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\pi = 1 - v - \{f_m + g + (i - r)\} \tag{2.4}$$

단, $v = \frac{v(x)}{x}$

이익률이 0인 손익분기점률 x_0 은 다음과 같다.

$$x_0 = \frac{f_m + g + (i - r)}{1 - v} \tag{2.5}$$

이제 상기식의 분자는 모두 고정비 항목으로 묶어서 f 로 표기하도록 한다.

$$x_0 = \frac{f}{1 - v} \tag{2.6}$$

2.2 변곡점과 변곡점선

전통적인 CVP 분석 관점에서 실제의 개별 비용은 조업도(매출)에 따른 변동의 행태(cost behavior)가 다양하게 나타나지만, 총비용은 개별 비용들의 합산으로 포괄적으로 준변동비(semi variable cost) 즉 다음 1차 선형함수 $f(x)$ 의 행태를 보일 것이라는 기본 전제에 따른다.

$$f(x) = vx + f \tag{2.7}$$

단, v 는 매출액 대비 변동 비율

이러한 선형성 가정을 전제로 한 BEP 및 CVP 분석은 경영학, 특히 관리회계, 재무관리 영역뿐만 아니라 생산관리, 품질관리 등에서도 매우 유용한 도구로 받아들여지고 있다. 선형의 비용함수가 단기적·국지적·미시적 관점의 어떤 관련 범위(relevant range) 내에서 타당성을 가진다고 볼 수 있으나, 그 범위를 벗어난 장기적·광역적·거시적 관점에서는 비선형(nonlinear) CVP 분석이 요구된다. 최근 관련 연구(Danijela Martinovic, 2019)에서도 현재 역동적인 경영환경 하에서 비선형 손익분기점 모형의 필요성 또는 중요성에 대하여 언급하고 있다. 그러나 대부분의 선행 연구는 다음 Figure 1에서처럼 비선형의 개념적 소개에 그칠 뿐 구체적인 비선형 관계식의 도출 과정이나 모형 개발에 대한 기술(description)이 없다.

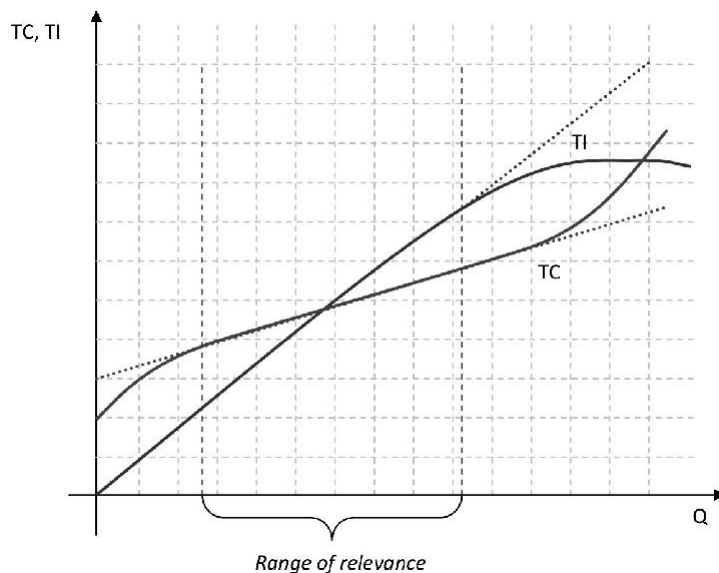


Figure 1. The break-even point with the nonlinear course of the development of the total income and costs

Original Source: Dvorski i Luža, 2007, 189 Source: Danijela Martinovic(2019), p.230

그렇지만 **Figure 1**에서 볼 수 있는 바와 같이 선형 비용함수가 미시경제학에서 말하는 3차 비용함수(cubic cost function)의 변곡점선과 일치한다는 사실은 매우 중요한 함의를 가지고 있다. 손익분기점을 지나는 1차 비용함수는 3차 비용함수의 변곡점(inflection point)을 지나는 접선, 즉 변곡점선(infection tangent)이어야 하며 이는 하나 뿐인 변곡점의 유일한 접선이라는 사실을 상기할 필요가 있다. 다시 말해 1차 비용함수의 손익분기점이 3차 비용함수의 변곡점과 같음을 인지하는 것이 본 연구의 분석적 전개 과정의 핵심이라고 할 수 있다.

3. 3차 비용함수

3.1 표준형 3차 함수

미시경제학 문헌에서는 대부분 3차 비용함수에 관해서 사례에 의한 예시(illustration)에 그치고(Paul, 2017; Scott et al., 2021), 비용함수의 각 계수는 가상의 수치를 대입하여 비용곡선을 설명하고 있다(Erfle, 2014). 다음 그림이 그 대표적인 예이다.

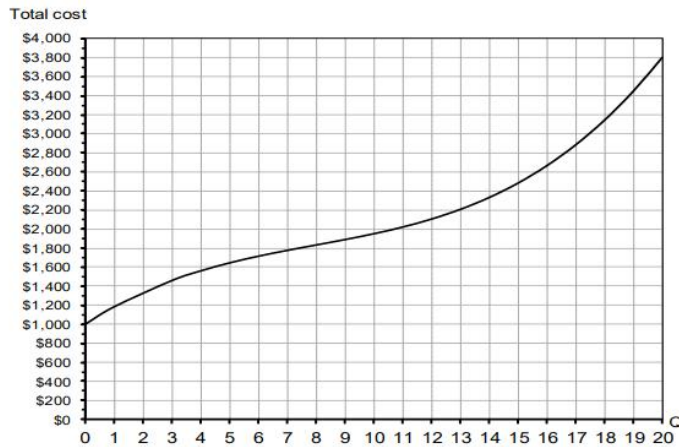


Figure 2. A Cubic Total Cost Curve

Source: Erfle, Stephen, 2014, p.4 Deriving a cubic total cost function from a cubic total cost curve

따라서 대부분 3차 비용함수에 대해 다음과 같이 일반형 3차 함수로 논의를 전개하고 있다.

$$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \tag{3.1}$$

본 연구는 구체적인 비선형 CVP 분석을 위한 총비용곡선으로 상기 3차 비용함수의 일반형을 다음과 같이 2차항이 제거된 「완전 세제곱식+일차식」의 꼴 즉 표준형 3차함수로 나타낼 수 있다는 사실에서 출발한다.

$$g(x) = a\left(x + \frac{b}{3a}\right)^3 + \left(c - \frac{b^2}{3a}\right)x + d - \frac{b^3}{27a^2} \tag{3.2}$$

3차 비용함수를 1차 미분하면 $g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, 2차 미분하여 $g''(x) = 6ax + 2b = 0$ 으로 두면, $x = -\frac{b}{3a}$ 로 서 변곡점의 x 좌표를 알게 되고, 이를 $g'(x)$ 에 대입하면 변곡점 p 에서 접선의 기울기 $c - \frac{b^2}{3a}$ 를 얻을 수 있으며, 또한 $g(x)$ 에 대입하면 변곡점의 y 좌표 $g(x_0) = d - \frac{bc}{3a} + \frac{2b^3}{27a^2}$ 를 얻을 수 있다. 따라서 일반형 3차 비용함수의 변곡점에서 접선의 방정식은 1차식으로 $g'(x) = \left(c - \frac{b^2}{3a}\right)\left(x + \frac{b}{3a}\right) + d - \frac{bc}{3a} + \frac{2b^3}{27a^2}$ 이므로 $g'(x) = \left(c - \frac{b^2}{3a}\right)x + d - \frac{2b^3}{27a^2}$ 이다. 이를 $mx + n$ 으로 간결하게 나타내고, $g(x)$ 를 표준형으로 표시하면 다음과 같다.

$$g(x) = a(x - p)^3 + mx + n \tag{3.3}$$

상기 표준형 3차 비용함수에서 완전제곱꼴 $a(x - p)^3$ 을 제외한 1차식 $mx + n$ 이 바로 변곡점을 지나는 변곡접선의 방정식이며, 이는 전통적 CVP분석에서 가정하고 있는 1차 비용함수 $f(x) = vx + f$ 와 완벽하게 대응하는 직선으로써, 당연히 1차 비용함수에 의한 손익분기점은 3차 비용함수의 변곡점에 해당한다.

수학적 정의에 따르면 함수 $f(x)$ 가 두 번 미분 가능한 함수일 때 점 p 에서 $g''(p) = 0$ 이고 $x = p$ 근방에서 $g''(p)$ 의 부호가 바뀌면, 점 $(p, g(p))$ 는 $y = g(x)$ 의 변곡점이 된다. 따라서 일반형 비용함수의 2계 도함수로부터 얻을 수

있는 점 $(-\frac{b}{3a}, g(-\frac{b}{3a}))$ 로 표시되는 변곡점 p 의 (x, y) 좌표는 표준형에도 그대로 적용될 수 있는 손익분기점 좌표 $(x_0, g(x_0))$ 와 같기 때문이다.

결론적으로 $f(x) = vx + f$ 라는 실무적으로 확인 가능한 현행의 1차 비용함수를 알 수 있다면, 이로부터 우리가 알고자 하는 장기적 관점의 3차 비용함수는 수학적으로 매우 자연스럽게 $g(x) = a(x-p)^3 + mx + n$ 즉, 다음 식으로 도출 가능하다.

$$g(x) = a(x-x_0)^3 + vx + f \quad (3.4)$$

3.2 이익극대점과 조업중단점

전통적인 BEP 분석과 달리 3차 비용함수를 통해, 이익극대점과 조업중단점을 확인할 수 있는 비선형 CVP 분석이 가능하다. 확장된 수리모형으로 수익함수 역시 비선형 함수— 예를 들면, 무리함수나 멱함수 등의 형태로 논의를 진행하여야 하나, 비선형 수익함수 도출을 위한 파라미터의 추정에는 또 다른 연구 과제이므로, 본 연구에서는 일단 3차 비용함수만으로 제한적인 비선형 모형으로 분석을 전개한다.

우선 전통적 CVP 분석과 같이 수익함수를 $y = x$ 로 전제하면 한계수익함수 $y' = 1$ 이다. 이익극대화 조건은 한계수익과 한계비용이 일치 $y' = g'(x)$ 하는 것이므로, $g(x) = a(x-x_0)^3 + vx + f$ 로부터 $g'(x) = 3a(x-x_0)^2 + v$, 즉 이익극대화 조건식은 다음과 같이 구체화된다.

$$1 = 3a(x-x_0)^2 + v \quad (3.5)$$

상기 조건을 만족시키는 매출을 구하면,

$$1 - v = 3a(x-x_0)^2$$

$$(x-x_0)^2 = \frac{1-v}{3a}$$

$$x-x_0 = \pm \sqrt{\frac{1-v}{3a}}$$

$$x = x_0 \pm \sqrt{\frac{1-v}{3a}} \text{ 이다.}$$

이익극대점은 손익분기점보다 커야 하므로 $(\frac{1-v}{3a} > 0)$, 이익을 극대화하는 매출은 다음과 같다.

$$x_{\max} = x_0 + \sqrt{\frac{1-v}{3a}} \quad (3.6)$$

전통적 CVP에서 제안하는 단기 목표이익달성 매출액의 계산방식과 달리 3차 비용함수는 장기 목표매출액을 확연하게 제시할 수 있다. 즉 이익극대화 매출액이 최적 매출액이며 단기적으로 실현하기 어렵지만 장기적으로 반드시 달성해야 할 목표매출액이 될 것이다. 결론적으로 본 연구에서 제시하는 3차 비용함수에 의한 이익극대점은 향후

매출예산, 이익예산 등 의사결정에 직접적인 도움을 줄 수 있을 것이다.
 조업중단점(downtime point)의 도출 과정은 다음과 같다.

$$x = a\left(x - \frac{f}{1-v}\right)^3 + vx + f$$

$$a\left(x - \frac{f}{1-v}\right)^3 = (1-v)x - f$$

$$a\left(x - \frac{f}{1-v}\right)^3 \frac{1}{1-v} = x - \frac{f}{1-v}$$

$$\left(x - \frac{f}{1-v}\right)^2 = \frac{1-v}{a}$$

$$\left(x - \frac{f}{1-v}\right) = \pm \sqrt{\frac{1-v}{a}}$$

$x = \frac{f}{1-v} \pm \sqrt{\frac{1-v}{a}}$ 이다. 따라서 조업중단점은 다음 식과 같이 정의된다.

$$x_{DTP} = x_0 + \sqrt{\frac{1-v}{a}} \tag{3.7}$$

3차함수의 성질을 이용하면 조업중단점을 구하기 위해 일일이 방정식을 풀지 않아도 쉽게 구할 수 있다. 즉 손익분기점과 이익극대점 차이가 1이라면 손익분기점과 조업중단점 차이는 $\sqrt{3}$ 의 비례관계를 가지므로 $x_{DTP} = x_0 + \sqrt{\frac{1-v}{a}}$ 임을 쉽게 알 수 있다.

3.3 3차비용함수 곡률의 계산

이제 3차 비용함수에서 개별기업 또는 산업의 특성을 반영하는 것으로 볼 수 있는 중요한 파라미터 즉 3차항의 계수 a 를 확정하여야 한다. a 는 곡률(curvature)을 반영하는데, 3차 함수의 극대·극소값(α, β)을 알 수 있다면 곡률을 계산하는 일반 공식은 다음과 같다.

$$|g(\alpha) - g(\beta)| = \frac{|a|}{2}(\beta - \alpha)^3$$

그러나 본 연구에서 도출한 3차 비용함수의 경우 극대·극소값이 존재하지 않으므로 이 공식을 적용할 수 없다. 비용함수는 증가함수이므로 모든 점에서 $g'(x) > 0$ 이기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 3차 함수의 원점에 대한 점대칭성을 이용하여, 변곡점을 원점 이동시킴으로써 곡률을 계산할 수 있음을 보여줄 것이다.

변곡점($x_0, g(x_0)$)의 원점 (0,0)이동은 표준형 3차 비용함수의 1차항과 상수항을 다음과 같이 좌변으로 이동시키면 된다.

$$g(x) - (vx + f) = a(x - x_0)^3 \tag{3.8}$$

따라서 원점을 변곡점으로 하는 새로운 3차 함수 $h(x)$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$h(x) = a(x - x_0)^3 \tag{3.9}$$

$h(x)$ 의 1계 도함수는 $h'(x) = 3a(x - x_0)^2$ 이므로 원점에서의 도함수는 $h'(0) = 3a\left(0 - \frac{f}{1-v}\right)^2$ 이고 원점에서의 3차 함수 접선의 기울기도 3차 함수 점대칭성으로 인해 원래 3차비용함수의 변곡점선의 기울기와 같으므로,

$$h'(0) = v = 3a\left(0 - \frac{f}{1-v}\right)^2$$

$$v = 3a\left(-\frac{f}{1-v}\right)^2$$

$a = \frac{1}{3}v\left(\frac{1-v}{f}\right)^2$ 이다. 따라서 간단히 요약하면 곡률은 다음과 같이 대수적으로 표시할 수 있다.

$$a = \frac{v}{3}(x_0)^{-2} \tag{3.10}$$

이상과 같이 비용함수의 곡률은 변동비율 v 와 손익분기점율 x_0 에 의해 결정된다는 사실을 확인함으로써, 3차 비용함수를 구체적으로 특정할 수 있다는 것이 본 연구의 실무적 기여점이라 할 수 있다.

4. 이익곡선과 산업 라이프 사이클

4.1 이익함수

이익함수를 도출하기 전, 비용함수가 1차 선형함수 $f(x)$ 이든 비선형 함수 $g(x)$ 이든 총비용은 같아야 하므로, 즉 비용 제약조건 때문에 $vx + f \neq a(x - x_0)^3 + vx + f$ 이므로, $g(x) = a(x - x_0)^3 + vx + k$ 와 같이 상수항을 조정할 필요가 있다.

따라서 총비용은 $vx + f = a(x - x_0)^3 + vx + k$ 이고 절편은 모든 x 에 대해 동일하므로 현재 매출(100%) 기준으로

$$f(1) = v(1) + f$$

$$g(1) = a(1 - x_0)^3 + v(1) + k$$

$$v(1) + f = a(1 - x_0)^3 + v(1) + k$$

$$k = f - a(1 - x_0)^3 \text{이다.}$$

최종적으로 실무에 적용하여야 할 실질적인 3차 비용함수는 다음과 같다.

$$g(x) = a(x - x_0)^3 + vx + \{f - a(1 - x_0)^3\} \tag{4.1}$$

그리고 전통적 CVP분석에 의한 이익함수 $\pi(x) = x - vx - f$, 즉 $\pi(x) = (1 - v)x - f$ 인 것처럼, 본 연구의 비선형 이익함수 $\pi(x) = x - a\left(x - \frac{f}{1 - v}\right)^3 - vx - k$ 로부터 다음 식이 가능하다.

$$\pi(x) = -a\left(x - \frac{f}{1 - v}\right)^3 + (1 - v)x - k \tag{4.2}$$

$$\text{단, } a = \frac{1}{3}v\left(\frac{(1 - v)}{f}\right)^2$$

$$k = f - a\left(1 - \frac{f}{1 - v}\right)^3$$

4.2 이익곡선과 산업라이프사이클

본 연구가 분석적으로 도출한 3차 비용함수에 의한 이익함수의 그래프 즉 이익곡선은 다음 그림과 같이 산업 라이프사이클 이론에서 개념적으로만 간략하게(roughly) 제시하고 있는 이익곡선을 보다 정교한 형태로 구체화할 수 있는 근거가 된다(Grant, 2010; Kyle Peterdy, 2020).

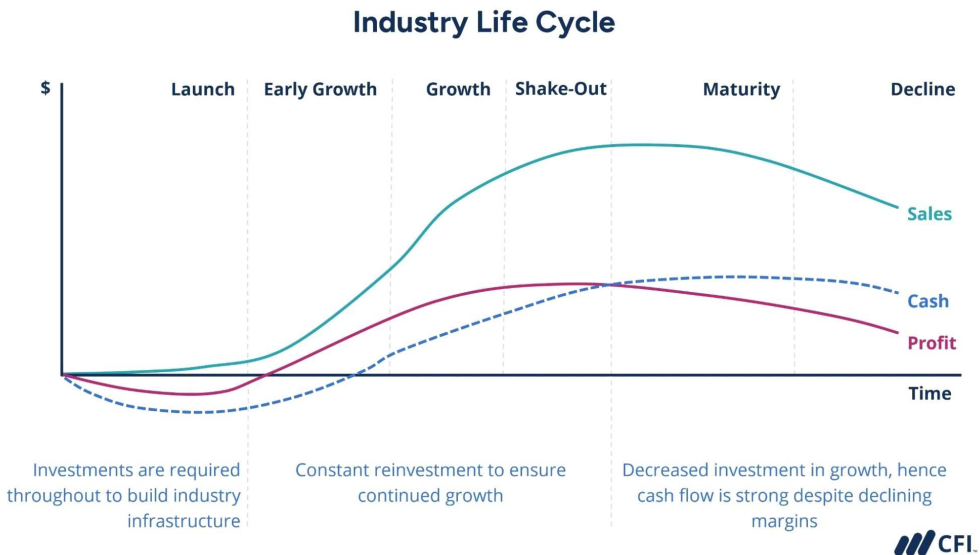


Figure 3. Industry Life Cycle Curve

Source: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/management/industry-life-cycle/>

산업 라이프사이클은 기간 경과에 따른 산업의 매출, 이익 그리고 현금흐름의 추이(trend)로 특정 단계(stage)를 설명하는 개념이다. 특히 이익곡선의 행태는 손익분기점 부근의 도입기, 이익극대점까지 도달하기 위한 성장기, 최종

적으로 조업중단점으로까지의 쇠퇴기라는 라이프스타일을 설명하고 있다는 점에서 본 연구에서 제시하는 이익함수의 그래프와 밀접한 관련을 갖는다. 산업 라이프사이클 곡선의 한계는 재무적 변수를 시간의 함수로 그리고 있다는 것인데, 현실적으로 이들 변수는 그림과 같이 다양하게 변동한다.

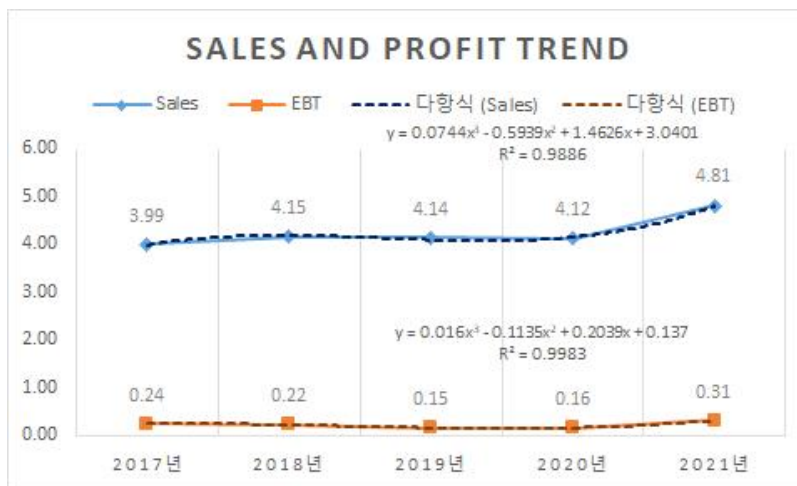


Figure 4. Sales and Profit Trend of All Industries over 5 years in Korea

Figure 4는 다음 Table 1의 실제 자료에 기초한 것이다.

Table 1. Sales and Profit of All Industries over 5 years in Korea

Item/Year	Unit(Million KRW)				
	2017	2018	2019	2020	2021
Sales	3,991,487,136	4,151,608,790	4,141,161,549	4,115,733,460	4,812,320,546
EBT	242,658,621	220,838,606	153,811,547	159,657,489	311,713,502

Source: Bank of Korea, Financial Statement Analysis for 2017~2021

Figure 4는 우리 나라 전산업의 최근 5년간 매출과 이익의 추세를 보여주고 있으며, 추세가 산업 라이프사이클 상 추세와 대응하지 않고 있다. 따라서 실제 시계열 자료로써 산업 라이프사이클 상 어떤 단계인지 확인하기 어렵다는 문제가 발생한다. 특정 산업이 순차적으로 각 단계를 거치지 않을 수도 있으며, 예컨대 과거 사양산업으로 분류되다가 어떤 계기로 성장산업으로 변화할 개연성은 충분하다. 이처럼 기술 발전, 환경 변화 등 여러 가지 이유로 단계를 역행하거나 어떤 단계에서는 장기적으로 고착화될 경우에, 본 연구에서 제시하는 이익곡선을 통해 산업 라이프사이클 단계를 추론해 볼 수 있다.

다음 표는 한국은행 기업경영분석에서 제시하는 자료로써 우리 나라 전 산업의 2021년 매출액, 세전이익, 변동비율을 이용하여 계산한 이익함수 계수를 요약한 것이다.

Table 2. Financial Data of All Industries as of 2021 in Korea and Profit Function Parameters

Unit(Million KRW)						
Item	Sales	Profit	Variable Cost	Fixed Cost	BEP	Curvature
Amount	4,812,320,546	311,713,502	2,572,185,332	1,928,421,712	4,142,688,963	0.2404
Percentage	1.0000	0.0648	0.5345	0.4007	0.8609	

Source: Bank of Korea, Financial Statement Analysis for 2021

Table 2 자료에 의한 구체적인 이익함수는 다음과 같다.

$$\pi(x) = -0.2404(x - .8609)^3 + (0.4655)x - (0.4001) \tag{4.3}$$

이익함수에 의한 각 좌표는 다음 Table 3과 같다.

Table 3. Profit Curve Coordinates of All Industries as of 2021 in Korea

Unit(Million KRW)				
Item	BEP	Current	Profit Maximum	Downtime Point
Number Line	0.8609	1.0000	1.6642	2.2523
Sales	4,142,688,963	4,812,320,546	8,008,746,517	10,838,897,072
Profit	0	311,713,502	1,202,883,763	0
Percentage	0	0.0648	0.2500	0

이익함수에 의한 그래프, 즉 이익곡선은 다음 그림과 같다.

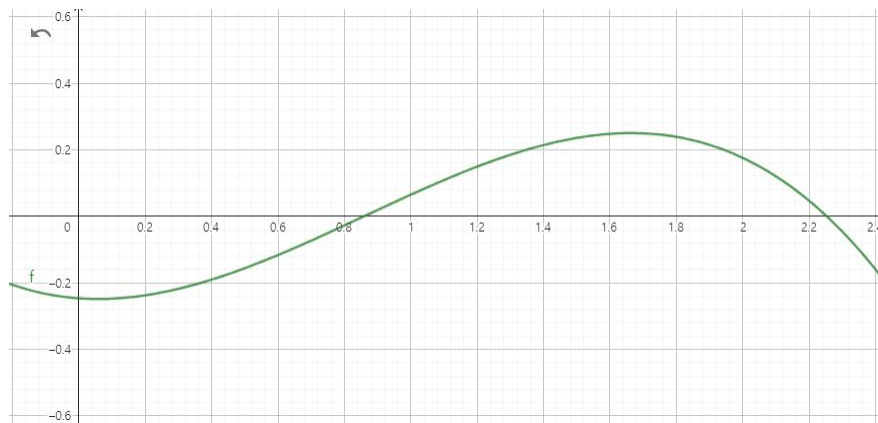


Figure 5. Profit Curve of All Industries as of 2021 in Korea

Figure 3과 5의 두 이익곡선의 x 축이 각각 시간의 흐름과 매출의 증가라는 각각의 차원을 제시하고 있으나, 일반적으로 시간 경과에 따른 산업성장의 결과는 매출증대로 시현된다는 관점에서 같은 맥락으로 보아도 무방하다. 산업 라이프사이클 이론의 주요 논지의 하나는, 도입기로부터 매출증가와 이익증가가 병행($\pi'(x) > 0$)하는 성장기의 정점

($\pi'(x) = 0$, 성숙기)을 지나 매출이 증가하더라도 이익이 감소($\pi'(x) < 0$)하게 되는 성숙기 후반 또는 매출 자체가 감소하는 쇠퇴기가 온다는 것인데, 이는 본 연구의 이익곡선 상 손익분기점, 이익극대점, 조업중단점의 진행을 설명하고 있는 것과 같다.

따라서 본 연구의 이익곡선이 산업 라이프사이클의 이익곡선과 유사한 패턴을 보여준다는 관점에서 보면, 우리나라 전 산업의 현재 상태(1, 0.0648)가 손익분기점(0.8609, 0)과 이익극대점(1.6642, 0.2500) 사이에 위치하므로 성장기에 대응함을 직관적으로 알 수 있다.

그러나 이러한 결론이 타당성을 가지려면 이익곡선의 형태를 결정하는 비용구조, 즉 변동비율과 고정비율이 얼마만큼 정확한가에 달려있다. 예컨대 한국은행 자료에서 제시하는 2021년 변동비율 0.5345라는 수치는 비용항목의 성격을 고려한 정성적 판단에 따른 변동비 분류의 결과이다. 다음 식과 같이 순수하게 수학적으로 접근한다면 변동비율은 달라질 수 있다.

$$v = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \tag{4.4}$$

수식에 근거하여 Table 1의 2020년과 2021년 자료에 기초하여 계산되는 변동비율은 0.7817이다.

Table 4. Recalculated Profit Function Parameters

Unit(Million KRW)						
Item	Incremental Sales	Incremental Cost	Variable Cost	Fixed Cost	BEP	Curvature
Amount	696,587,086	544,531,073	3,761,852,787	738,754,257	3,384,323,088	0.5269
Percentage	1.0000	0.7817	0.7817	0.1535	0.7033	

Recalculation based on Bank of Korea, Financial Statement Analysis for 2020 and 2021

비용구조가 달라짐으로 인해 이익함수의 계수 역시 모두 바뀐다.

$$\pi(x) = -0.5269(x - .7033)^3 + (0.2183)x - (0.1397) \tag{4.5}$$

변경된 이익함수에 의한 각 좌표는 다음 Table 5와 같다.

Table 5. Recalculated Profit Curve Coordinates

Unit(Million KRW)				
Item	BEP	Current	Profit Maximum	Downtime Point
Number Line	0.8609	1.0000	1.0749	1.3469
Sales	4,142,688,963	4,812,320,546	5,172,713,293	6,481,905,787
Profit	0	311,713,502	326,501,836	0
Percentage	0	0.0648	0.0678	0

Table 5에서 볼 수 있는 바와 같이 현재 매출액(1.0000, 0.0648)은 이익극대점 매출액(1.0749, 0.0678)에 거의 근접한 상태이므로 이는 우리나라 전 산업이 현재 성장기를 지나 거의 성숙기 전 단계(라이프 사이클 이론의 지체기 shake out stage)에 진입했음을 보여준다.

이와 같이 우리나라 전 산업의 라이프사이클이 성장기일 수도 성숙기일 수도 있다는 모호한 검토 결과로 인해, 본 연구의 이익곡선이 산업 라이프 사이클을 제대로 설명하지 못하는 것으로 오해할 수 있으나, 이러한 분석 결과의 차이는 해당 산업의 변동비율 즉, 비용구조를 어떻게 파악하느냐에 달려 있음을 주지하여야 한다.

한국은행이 제시하는 변동비율 산정 방법도 실무적 타당성을 가지며 수학적 접근방법에 의한 변동비율 역시 논리적 타당성을 가지고 있기 때문에 의사결정자는 라이프 사이클 단계 확정에 신중한 주의를 기울여야 한다. 다만 기업 또는 산업의 비용구조는 단기간에 즉각적으로 변경되기 어렵다는 점을 고려하면, 어떤 방식이든 장기적 관점에서 안정화된 변동비율의 적용으로 사고를 전환할 필요가 있다.

다시 말해서, 일 기간만의 변동비율을 일의적으로 적용하여 이익곡선을 추정하기보다 다 기간에 걸쳐 평균변동비율을 산정하고 이를 이익곡선의 추정에 적용하는 것이 신중한 자세로 판단된다. 또한 평균변동비율을 산정하기 위한 기간의 결정은—예컨대 5년 평균변동비율 또는 10년 평균변동비율은 합리적 근거를 가지고 이루어져야 하므로, 이에 대한 동태적 분석 역시 향후 연구 과제가 될 수 있을 것이다. 자료의 수집이 가능하다면 변동비율의 추정을 위해 다 기간의 회귀분석에 의한 통계적 접근방법은 가장 합리적인 대안이 될 수 있다.

5. 결론

본 연구의 수리적 분석 과정은 단기적 경영의사결정 도구인 전통적인 CVP 분석의 기본 가정인 1차 선형 비용함수로 부터 장기적 관점의 3차 비선형 비용함수로 확장 가능성을 보여주고 있다. 특히 3차 비용함수의 곡률을 포함한 모든 계수가 현재의 비용구조, 즉 변동비율과 고정비율(손익분기점음)만으로 이루어짐을 검증함으로써 본 연구의 수리모형은 실무적 접근이 용이하다는 점을 장점으로 꼽을 수 있다. 이러한 3차 비용함수 도출의 접근방법은 미시경제학 분야에서 비용함수 이론의 실증에도 도움을 줄 수 있을 것으로 판단된다. 다시 말해서 일반형 3차 함수를 완전제곱꼴 3차 함수로 변환한다는 착안은 비용함수에 관한 일반 수리 모형에 현실성을 부여하게 될 것이다.

특히 가상의 수치가 아닌 실제 자료에 기초하여 구체적인 3차 비용함수에 근거한 이익곡선의 도출은 전통적 CVP 분석에서는 불가능한 이익극대점과 조업중단점의 계산을 가능하게 한다. 이로부터 목표매출로써의 최적 매출액 확인, 장기 이익계획, 비용구조의 개선 등 여러 가지 중·장기적 관점의 경영 의사결정의 도구로 활용할 수 있을 것이다. 본 연구의 분석 과정은 현재까지 추상적인 상태에 머물러 있는 관념적인 비선형 CVP 분석을 구체화할 수 있는 단초를 제공하는 것으로 볼 수 있으며, 이러한 비선형 CVP 관계를 정교화하기 위해서 수익함수도 비선형 함수로 포함시키는 고차원 수리 모형으로 확장할 필요가 있다. 이러한 주제는 향후 연구 과제로 남기도록 한다.

또한 본 연구에서 제시하는 이익곡선은 산업 라이프 사이클 이론에서 시간의 함수로만 표시되어 있는 이익곡선을 보완하여 산업 라이프 사이클 단계 결정의 모호성을 극복하는 데 도움을 줄 수 있다. 객관적으로 검증 가능한 손익분기점, 이익극대점, 조업중단점의 수직선상에 존재하는 현재 매출점의 상대적 위치를 확인함으로써 해당 산업의 라이프 사이클을 추론 가능하므로, 본 연구의 수리모형에 의한 이익곡선이 산업 라이프 사이클의 각 단계에 대한 정성적 평가를 정량화할 수 있는 도구로써 기능하는 것은 분명한 사실이다. 예컨대 특정 산업의 현재 매출액의 수직선상 상대적 위치가 이익극대점과 조업중단점 사이에 위치한다면 성숙기를 지나 쇠퇴기에 진입하고 있는 중이라는 분명

한 신호를 보여주는 것이다. 산업 라이프 사이클 이론은 각 단계를 구분하는 명료한 기준이 없다는 한계를 가지고 있으나, 본 연구의 수리모형에 의한 이익곡선은 라이프 사이클 판단기준으로써 객관적 수치를 제시할 수 있다는 장점이 있다. 결론적으로 본 연구가 특정 산업에 대한 이해를 증진시키고 이는 향후 산업 경제정책 수립과 운용 또는 해당 산업에 속하는 개별 기업의 경영전략의 방향을 제시하는 데 도움을 줄 것으로 판단된다.

REFERENCES

- Bank of Korea. Financial Statement Analysis for 2017~2021.
- Baye, M. R., and J.T. Prince. 2017. *Managerial Economics and Business Strategy*, 9th ed. New York: McGraw-Hill.
- Bernheim, B. D., and M. D. Whinston. 2014. *Microeconomics*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill Economics.
- Danijela Martinovic. 2019. Advantages and Limitations of Linear and Nonlinear Break-even Models, *Economic Horizons* 21(3):221-238.
- Davis, L. 2014. How to Generate Good Profit Maximization Problems. *Journal of Economic Education* 45(3):183-190.
- Dean, Joel. 1948. Cost Structures of Enterprises and Break-even Charts. *The American Economic Review* 38(2):153-164.
- Debertin, D. L. 2012. *Agricultural Production Economics*, 2nd ed. Privately published: David L. Debertin. <http://www.uky.edu/~deberti/prod/agprod5.pdf>.
- Erfle, S. 2014. Deriving a Cubic Total Cost Function from a Cubic Total Cost Curve. *International Journal of Economics, Commerce and Management* II(2). <http://ijecm.co.uk/wp-content/uploads/2014/02/2214.pdf>.
- Grant, R. M. 2010. *Contemporary Strategy Analysis*, United Kingdom, John Wiley & Sons Ltd.
- Horngren, C. T., Sundem, G. L., Peyvandi, A. A., Robertson, W. D., and Fisher, A. 1990. *Introduction to Management Accounting*. Englewood Cliffs. NJ: Prentice-Hall.
- Horngren, Charles T., Alnoor Bhimani, Srikant M. Datar, and George Foster. 2002. *Management and Cost Accounting*. Harlow: Financial Times/Prentice Hall.
- Kaplan, Robert S., Shank, J. K., Horngren, C. T., Boer, G., Ferrara, W. L., and Robinson, M. A. 1990. Contribution Margin Analysis: No longer Relevant/Strategic Cost Management: the New Paradigm. *Journal of Management Accounting Research* 2(1):1-32.
- Kyle Peterdy. 2020. Industry Life Cycle: The period between an industry's inception and its eventual decline. <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/management/industry-life-cycle/>
- Lee, Myong Chang, Hwang, Bong Sun, Park, Sang Jun, Kim, Min Gyu, Kim, Dong Chun, and Shin, Wan Seon. 2016. A Research on the Development of Quality Cost Management System for Power Industry, *Journal of Korean Society for Quality Management* 44(4):713-734. DOI: 10.7469/JKSQM.2016.44.4.713, UCI : G704-000306. 2016.44.4.005
- McGuigan, J. R., R. C. Moyer, and F. H. B. Harris. 2014. *Managerial Economics: Applications, Strategy, and Tactics*. 13th ed. Boston MA: Cengage.
- Pai, Hoo Seok, and Lim, Chae Kwan. 2020. An Analytical Approach to Derive the Quality Loss Function with Multi-characteristics by Taguchi's Quality Loss Concept. *Journal of Korean Society for Quality Management*. 48(4):535-552. DOI: <https://doi.org/10.7469/JKSQM.2020.48.4.535>
- Pai, Hoo Seok, and Lim, Chae Kwan. 2021. Determination of Control Limits of Conditional Variance Investigation: Application of Taguchi's Quality Loss Concept, *Journal of Korean Society for Quality Management*. 49(4):467-482. DOI: <https://doi.org/10.7469/JKSQM.2021.49.4.467>

- Patrick, A. W. 1958. Some Observations on the Break-Even Chart. *Accounting Review* 33(4):573-580.
- Paul. 2017. (<https://math.stackexchange.com/users/42723/paul>), A Quick Way for Graphing Cubic Functions (2017-07-28). <https://math.stackexchange.com/q/2375118P>
- Porter, M. 1980. *Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors*. The Free Press.
- Scott M. Swintona and Hanzhe Zhanga. 2021. Tractable Cubic Cost Functions for Teaching Microeconomics. https://www.aaea.org/UserFiles/file/AETR_2021_003RProofFinal.pdf
- Tucker, Spencer A. 1980. *Profit Planning Decisions with the Break-even System*, Thomond Press.

저자소개

- 배후석** 경성대학교에서 회계학 전공으로 경영학 박사학위를 취득하였으며, 미국공인회계사와 공인정보시스템감사(CISA) 자격을 갖고 있다. 경성대학교 회계학과 조교수로 재직하였으며, 현재 한국해양대학교 세계해양발전연구소에 재직 중이다. 관심 분야는 원가관리회계, 정보시스템감사, 분석적 연구방법, 해사산업 분야의 정책개발 등이며, 다수의 학회논문과 저서 및 역서를 집필하였고 조선해운경영 분야의 다양한 국책 R&D 사업에 참여하고 있다
- 임채관** 경성대학교에서 Management Science 전공으로 경영학 박사학위를 취득하였으며, 현재 동명대학교 유통물류학과 교수로 재직 중이다. 주요 연구 관심 분야는 품질경영, Supply Chain Management, Logistics, 유통경영, 서비스경영, 창업경영 등이며, 한국창업교육협의회, 한국창업학회, 한국창업보육협회(KOBIA) 임원으로 활동하였으며, 경영학 분야 다수의 학회 임원직을 수행하고 있다.