

초등 수학과 과학, 사회에서 다루는 내포량에 대한 교수학적 비교 분석

강 윤 지 (서울홍연초등학교, 교사)

현행 초등 수학과 교육과정에서는 내포량에 대하여 다루지 않지만, 타 교과에서 관련 내용을 다루는 문제가 지속적으로 제기되고 있다. 이러한 문제의 해결 방안을 모색하고자 교수학적 관점에서 내포량을 중심으로 초등 수학, 과학, 사회 교과의 교육과정과 교과서를 비교 분석하였다. 분석 결과, 초등 수학 교육과정에서 내포량에 대한 성취 기준을 제시하거나 해당 용어를 내용 요소로 명시하지 않았으나 초등 수학 교과서에서 차시 활동 및 문장제의 소재로 활용하고 있었다. 타 교과에서 내포량에 대하여 먼저 학습하거나 내포량을 계산하는 등 학습 순서 및 내용이 일치하지 않는 것도 나타났다. 효과적인 학습을 위하여 초등 수학 교과에서 내포량을 다룰 것을 고려할 필요가 있으며 타 교과에서 해당 개념을 지도할 때 수학 교과와의 연계성을 고려하여 학습 순서와 내용을 구성하여야 한다.

I. 서론

수학과는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하여 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다. 수학은 독립된 교과로서 체계를 갖추고 고유한 내용으로 구성되어 있으며 타 교과의 학습에 기초가 되는 도구 교과이다. 이처럼 수학 교과가 타 교과에까지 영향을 미치고 있기 때문에 효과적인 학습을 위하여 수학 교과와 타 교과의 연계성을 고려할 필요가 있다.

외연량(extensive quantity)은 직접 측정이나 간접 측정을 통해서 얻어지는 단일 성격을 지닌 양을 가리킨다. 반면, 내포량(intensive quantity)은 두 개 이상의 양이 영향을 미치는 것으로 구하는 방법이 더 복잡하다. 외연량과 내포량 모두 실생활에서 학습자가 접하는 양이지만 외연량보다 내포량이 복잡한 과정을 거쳐 얻어지는 양이기 때문에 학생들에게 상대적으로 더 어렵게 느껴질 수 있다. 그러나 실생활에서 외연량과 내포량을 모두 사용하고 있으며 학습자가 생활 속에서 외연량뿐 아니라 내포량을 쉽게 접하고 있다는 것을 고려하면 초등 수학 교과에서 내포량의 학습에 대한 중요성을 고려할 필요가 있다.

우리나라는 현행 교육과정에서 학습의 어려움 및 학습량 조절을 이유로 속력, 인구밀도, 축적, 농도 등의 내포량과 관련된 내용을 다루지 않는다. 그 결과, 수학 교육과정에서 내포량과 관련된 구체적인 성취기준 및 학습 내용이 포함되어 있지 않지만, 오히려 과학, 사회 등 타 교과의 교육과정과 교과서에서 내포량과 관련된 내용이 다루어지고 있다. 다시 말하면 타 교과에서 내포량에 대한 내용을 먼저 학습하거나 역으로 타 교과의 학습 내용을 수학 교과에서 활용해야 하는 상황이 발생한다. 뿐만 아니라, 수학 교과에서 교육과정에 내포량을 제시하고 있지 않음에도 불구하고 타 교과 및 실생활에서 비율이 사용되는 사례 중 하나로 내포량을 제시하는 등 내포량에 대한 학습이 이루어지고 있다. 초등 수학 교육과정에서 비율의 의미를 다룰 때 타 교과 및 실생활에서 비율이 적용되는 간단한 사례를 사용할 수 있다고 제시하고 있기 때문이다(교육부, 2015a). 이러한 경우 학습자는 내포량의 개념에 대하여 충분히 인지하지 못하는 상황에서 해당 개념을 활용하여 문제를 해결해야 하는 어려움에 직면한다.

* 접수일(2023년 2월 24일), 심사(수정)일(2023년 3월 14일), 게재확정일(2023년 3월 18일)

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 내포량, 초등 수학 교과서, 초등 수학 교육과정, 비교 분석

이처럼 내포량이 수학에서 중요한 역할을 할 뿐 아니라 타 교과에까지 영향을 미치고 있음에도 불구하고 국내에서 초등 수학 교과와 관련하여 내포량 또는 타 교과와 연계한 연구는 많지 않다. 김명운(2010)이 내포량의 평균 공식을 유도하였으나 초등 수학과 교육과정과 관련이 적으며 정은실(2010)이 초등학교의 양의 계산에 대하여 다루면서 초등에서의 내포량 학습의 필요성을 주장하고 있으나 최신 교육과정 및 교과서에 대한 연구가 부족하다. 이지영(2018)이 내포량을 합성 단위 등과 연결하여 살펴보았으나 곱셈과 나눗셈과 관련된 단위에서 나타나는 내포량에 집중하고 있다. 이외에도 타 교과와의 연계를 다루고 있는 연구(박선주, 2015; 김가람 2011; 김정하, 2019)는 대부분 수학 교과와 타 교과의 지도 순서에 주목하였다.

공식적인 교육과정의 내용을 비롯하여 실질적으로 수업에 활용되는 초등 교과서에 삽입된 학습 내용과 활동 간 연계가 견고하게 구성되어야 효과적인 학습이 가능하다. 따라서 도구 교과로서 수학 교과의 역할을 인지하고 타 교과와 연계성을 검토할 필요가 있다. 내포량은 수학과 관련된 개념이지만 타 교과의 교육과정 성취기준에서 중요하게 다루어질 정도로 비중이 큰 내용이다. 더욱이 초등 수학, 과학, 사회 교과가 기존의 국정 교과서 검정 교과서로 변화하는 시점에서 이러한 교과 간 연계 연구의 중요성이 더욱 강조된다. 새롭게 시도된 검정교과서의 도입으로 인하여 각 교과에서 여러 종의 교과서가 출판 및 사용되어 추후 교과 간 연구가 더욱 어려워질 것이라 예상되기 때문이다.

본 연구는 교수학적 관점에서 내포량에 주목하여 수학 교과와 타 교과를 연계하여 초등 교과 교육과정과 초등 교과서를 분석하고자 한다. 내포량의 도입 시기, 용어의 사용, 학습 내용과 표현 등을 분석하는 것은 물론 이러한 내용이 학습자의 이해를 돕기에 충분하며 여러 교과에서 동시에 등장하는 내포량에 대한 학습 순서 및 내용이 적절한지 교육과정과의 연계 여부를 통하여 확인하고자 한다. 이러한 비교 분석을 통하여 여러 교과에서 함께 다루는 내포량의 학습과 관련하여 교수 학습 지도의 시사점을 모색할 것이다.

II. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 외연량과 내포량

2015 개정 교육과정의 초등 수학 교육과정 중 측정 영역에 해당한다. 측정 영역은 양의 측정과 어렵하기 등 2개의 핵심 개념과 각 학년군별 내용 요소로 구성되어 있다. 내용 요소를 분석하면 1~2학년은 양의 비교, 시각과 시간, 길이(cm, m), 3~4학년은 시간, 길이(mm, km), 들이, 무게, 각도, 5~6학년은 원주율, 평면도형의 둘레, 넓이, 입체도형의 겹넓이, 부피 등으로 구성된다. 2015 수학과 교육과정 내 측정 영역의 내용 체계(교육부, 2015a)는 <표 II-1>과 같이 나타낼 수 있다.

<표 II-1> 2015 교육과정 중 측정 영역의 내용 체계(교육부, 2015a)

영역	핵심개념	학년(군)별 내용 요소		
		1~2학년	3~4학년	5~6학년
측정	양의 측정	<ul style="list-style-type: none"> 양의 비교 시각과 시간 길이(cm, m) 	<ul style="list-style-type: none"> 시간, 길이(mm, km), 들이, 무게, 각도 	<ul style="list-style-type: none"> 원주율 평면도형의 둘레, 넓이 입체도형의 겹넓이, 부피
	어렵하기			<ul style="list-style-type: none"> 수의 범위 어렵하기(올림, 버림, 반올림)

이러한 양은 분리량과 연속량으로 분류될 수 있다. 분리량은 더이상 나눌 수 없는 양으로서 독립된 개체의 수를 나타내는 양을 뜻하며 인원수(人員數)와 대수(臺數) 등이 있다. 연속량은 분할할 수 있는 양으로 길이, 넓이, 부피, 무게, 시간, 각도 등이 해당된다.

그중 연속량은 외연량과 내포량으로 구분할 수 있다. 외연량은 사물의 외형적 크기인 길이, 넓이, 부피, 무게 넓이와 같이 가법적인 양을 말하고, 내포량은 사물 속성의 크기를 나타내는 온도, 속도, 밀도와 같은 비 가법적인 양을 말한다. 다시 말하면, 내포량은 직접 측정할 수 있는 길이, 질량, 면적 또는 부피와 같은 양이나 수를 셀 수 있는 항목의 개수와 달리 직접 측정하거나 구할 수 없는 양이다(Schwartz, 1988). 내포량은 두 변수 사이의 관계에 의해 측정되는 것(Nunes et al., 2003)으로, 측정 단위를 적용할 수 있는 횟수를 나타내는 하나의 숫자로 측정되는 외연량과 대조된다. 즉, 외연량에서는 두 물체로 구성된 물체의 질량은 원래 물체의 질량의 합이 성립하지만, 내포량은 실제 덧셈에 영향을 받지 않는 어떤 크기일 수 있다(Piaget, 1952).

내포량과 외연량 모두 아동의 실생활과 깊은 관련이 있으며, 아동은 취학 전 두 가지 유형의 양에 대한 비공식적 지식을 습득할 수 있다. 더욱이, 이러한 양은 수학 교과뿐 아니라 과학, 사회 등 여러 교과에서 함께 다루는 개념이다. 그러나 현행 교육과정에서는 길이, 부피 등 외연량의 측정에 집중하고 있으며 교과서에 내포량이 등장하는 경우 비와 비율 내용의 이해를 돕기 위한 사례로 제시하는 등 상대적으로 내포량에 대하여 강조하고 있지 않다. 그러나, 실생활에서 사용되는 내포량의 중요성을 고려하면, 내포량에 대한 학습은 매우 중요하다(Howe et al., 2010).

나. 내포량 및 타 교과와 관련된 선행 연구 분석

초등 수학 교육과정에서 양의 측정이 중요한 역할을 하고 있음에도 불구하고 대부분의 내용이 외연량의 측정에 초점을 맞추고 있으며 상대적으로 내포량에 관련된 연구는 많지 않다. 그중 내포량에 대한 선행 연구를 분석하면 다음과 같다.

김명운(2010)은 내포량의 평균을 구할 때 각각의 공식을 적용하여야 하는 불편함에 집중하였다. 이를 해소하기 위하여 내포량의 평균 공식을 유도하였으며 지레의 원리를 이용한 조작적 학습법을 이용하여 평균, 첨가량, 잔존량 등을 구할 수 있음을 보였다.

정은실(2010)은 우리나라 초등학교 수학과에서 양의 계산 지도에 대한 부분이 소홀하며 학습량 경감 원칙에 따라 속력, 인구밀도 등의 내포량과 관련된 내용을 타 교과에 넘긴 것을 지적하였다. 또한, 타 국가에서 초등학교부터 비와 비율에 대한 학습을 강조하고 있는 점을 들면서, 양에 대한 적극적인 지도가 필요하며 내포량을 수학과에서 다루어야 한다고 하였다. 또한, 실생활 관련 문장제를 제시하여 양을 계산할 수 있도록 유도하며 단위를 붙인 식을 사용할 필요를 언급하였다.

최중현 외(2016)은 내포량, 단위량당의 크기, 비율 사이의 관계에 대하여 논의한 것을 바탕으로 하여 초등학교 수학 교과서 및 수학 익힘에 제시된 내포량에 대하여 분석하였다. 분석 결과, 내포량을 취급하는 일련의 과정을 체계화하여야 하고, 특정한 이름이 붙는 내포량의 정의를 재고하여야 한다고 하였다. 또한, 초등학교 수학과에서 취급하는 율의 종류에 대하여 일상생활에서 사용하는 것에 한정하고, 전문적인 율의 취급은 재고할 필요가 있다고 하였다.

이지영(2018)은 초등학교 교과서의 곱셈과 나눗셈 관련 단원에서 내포량이 제시된 방법을 분석하였다. 연구 결과, 내포량은 곱셈적 구조의 특성이므로 곱셈을 처음 도입할 때 내포량을 제시하여야 하며 내포량을 중심으로 곱셈적 구조에 해당하는 여러 내용을 일관적이고 체계적으로 제시하여야 한다고 하였다. 또한, 학생들에게 두 양 사이의 관계를 경험할 다양한 기회를 제공하여야 한다고 하였다.

이처럼 내포량과 관련된 국내 선행 연구의 대부분은 공통으로 내포량 학습의 중요성에 대하여 강조하고 있으며 수학 교과에서 내포량에 대하여 다루어야 한다는 것에 동의하고 있다. 한편, 수학과 교육과정에서 내포량이

다루어지고 있지 않지만 사회, 과학 등의 타 교과에서 학습되고 있으며 타 교과와 관련된 비교 분석 연구에서 이러한 문제점이 여러 차례 언급된 바 있다.

김가람(2011)은 제7차 교육과정에서 과학과 수학의 지도 내용과 시기를 비교 분석하였다. 분석 결과, 교과 간 연계가 충분히 이루어지지 않았고, 특히 심화 자료나 참고 자료에서 쓰이는 수의 개념, 속력, 도형과 관련된 수학적 표현이 학생들의 학습 수준에 적절하지 않음을 발견하였다.

박선주(2015)는 2009 개정 교육과정에서 사회, 과학, 실과 교과서의 수학 관련 내용을 빈도, 지도 시기, 활용 방식 측면에서 분석하였다. 분석 결과, 과목별로 지도 시기가 맞지 않는 내용 영역과 개념이 반복적으로 나타났으며 활용 방식 측면에서 수학 교과의 수준이 과학, 사회, 실과보다 높았다. 교육과정을 개정할 때 교과 간의 연계성을 고려하여 지도시기를 조정하여야 한다고 하였다.

김정하(2019)는 2015 개정 교육과정이 반영된 과학과 수학 교과서를 분석하였다. 분석 결과, 수학에서보다 과학에서 먼저 다루어지거나 과학에서 더 깊이 다루고 있는 내용이 발견되었으며 이에 따라 학습 시기 및 내용의 개선 필요성을 주장하였다.

이처럼 타 교과와 수학 교과의 연계에 집중한 선행 연구에서 내포량과 관련하여 학습 시기 등에 관련된 지적이 여러 차례 제기된 바 있다. 다만, 이러한 비교 분석 연구 대부분이 학습 내용의 지도 시기와 순서에 집중하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 관련 내용의 도입 시기뿐 아니라 교육과정 및 교과서에 제시된 내용 및 표현까지 분석함으로써 교수학적 관점에서 시사점을 모색하고자 하였다.

2. 연구 방법 및 절차

가. 연구 대상

본 연구의 목적을 달성하기 위하여 현행 2015 개정 교육과정을 비롯하여 현행 교육과정이 반영된 수학, 과학 및 사회 교과의 초등 국정 교과서를 분석하였다. 2022 개정 교육과정의 경우 새로운 교육과정이 반영된 교과서가 집필되지 않았으며 내포량과 관련된 내용이 제시되지 않는다는 방향이 기존과 동일하기에 현행 교육과정 및 국정 초등 교과서로 범위를 한정하였다. 수학, 과학, 사회 교과를 학습하기 위하여 검정 교과서가 도입되었으나 현행 교육과정이 반영되어 있으며 해당 교육과정에 대한 대표성을 가지고 있는 국정 교과서를 대상으로 하였다.

현행 수학과 교육과정에서는 규칙성 영역의 평가 방법 및 유의 사항으로 비율을 평가할 때 속력, 인구밀도, 축척, 농도 등을 구하는 문제는 다루지 않는다고 안내한다(교육부, 2015a). 이처럼 교육과정에서 내포량을 다루고 있지 않음에도 불구하고 속력, 인구밀도, 축척, 농도를 언급하고 있는 것은 내포량의 중요성을 역으로 보여준다. 앞서 언급한 속력, 인구밀도, 축척, 농도 외에도 교과서 및 수학 익힘에서 교과 활동 및 문장제의 소재로 다양한 내포량을 별도로 언급하고 있다. 연비, 원주율, 할인율 등 다양한 내포량이 초등 수학 교과서에 제시되었으나 본 연구의 목적을 고려하여 속력, 인구밀도, 축척, 농도와 관련된 내용을 중심으로 분석하였다.

3학년부 6학년까지의 초등 수학 교과서에서 내포량과 관련 있는 단원을 추출하였다. 이때, 속력, 인구밀도, 밀도, 축척 등의 내포량이 제시되는 단원은 물론 시각과 시간, 거리, 부피 등 내포량과 관련된 외연량을 다루는 단위까지 포함하였다. 내포량에 대하여 학습하기 전 관련된 내용이 학습되어야 하기 때문이다. 아울러, 수학 교과서에 삽입된 내포량과 관련하여 3~6학년까지의 과학 및 사회 교과서에서 해당 개념이 관련된 단원을 선정하였으며 각 교과의 교육과정과 교과서의 내용을 수학 교과와 비교하여 분석하였다.

연구 대상으로 선정한 수학, 과학 및 사회 교과의 단원은 <표 II-2>와 같다.

<표 II-2> 연구 대상으로 선정한 수학, 과학, 사회 교과와 단원

	수학	과학	사회
단원명	<ul style="list-style-type: none"> 3-1-5. 길이와 시간 3-2-5. 들이와 무게 6-1-4. 비와 비율 6-2-4. 비례식과 비례배분 	<ul style="list-style-type: none"> 5-1-4. 용해와 용액 5-2-4. 물체의 운동 	<ul style="list-style-type: none"> 4-1-1. 지도로 본 우리 지역 5-1-1. 국토와 우리 생활

수학 교과와 경우 자학자습용 교재인 수학 익힘, 과학 교과와 경우 보조 교재인 실험 관찰의 내용까지 연구 대상에 포함하였다. 사회 교과와 경우에도 각각의 지역에 따른 보조 교과서가 존재하지만, 학습자의 거주 지역에 따라 사용하는 보조 교과서의 학습 내용이 각각 다르게 나타나기에 사회 교과서로 대상을 한정하였다.

나. 분석 방법

현행 수학과 교육과정에서는 내포량에 대한 내용이 공식적으로 등장하지 않는다. 그러나 내포량과 관련된 내용이 활동 및 문장제의 소재 등으로 교과서 및 수학 익힘에 제시되어 있다. 따라서 3~6학년 현행 초등 수학 교과서를 분석하여 내포량과 관련된 내용을 탐색하고 교육과정을 기반으로 하여 어떠한 방식으로 이러한 내용이 삽입되어 있는지 분석하였다. 과학 및 사회 교과에서 속력, 인구밀도, 축척, 농도 등이 발견되었으며 그 중 속력과 농도는 과학 교과, 인구밀도와 축척은 사회 교과와 관련되어 있었다.

타 교과와의 비교 분석은 앞서 언급한 주요 내포량을 기준으로 하여 수학 교과 및 타 교과에서 내포량에 대한 학습이 진행되는 경우 과목, 학년/학기, 단원을 우선 확인하였다. 학년과 학기, 단원을 확인하는 것은 지도 시기와 순서를 고려하기 위함이다. 수학 교과와 경우 교육과정에 관련된 성취기준이 존재하지 않으나 타 교과에서 내포량과 관련된 성취기준이 제시되었기에 이러한 상황을 구분하기 위하여 해당 성취기준에 관련된 항목을 추가하였다. 1차 분석에 활용한 분석틀의 예시는 <표 II-3>과 같다.

<표 II-3> 수학 교과와 타 교과와의 비교·분석틀 예시

내포량	과목	학년/학기	단원	과목	학년/학기	단원	성취기준 및 단원 주요 내용
속력	수학	6학년 1학기	4단원 비와 비율	과학	5학년 2학기	4단원 물체의 운동	<ul style="list-style-type: none"> [6과07-01] 일상생활에서 물체의 운동을 관찰하여 속력을 정성적으로 비교할 수 있다. [6과07-02] 물체의 이동 거리와 걸린 시간을 조사하여 속력을 구할 수 있다. [6과07-03] 일상생활에서 속력과 관련된 안전 사항과 안전장치의 예를 찾아 발표할 수 있다. <hr/> <ul style="list-style-type: none"> 바람으로 움직이는 종이 자동차 경주 하기 물체의 운동 나타내기 여러 가지 물체의 운동 비교하기 일정한 거리를 이동한 물체의 빠르기 비교하기 일정한 시간 동안 이동한 물체의 빠르기 비교하기 물체의 속력 나타내기 속력과 관련된 안전장치와 안전 수칙 알기 스마트 기기를 이용해 우리 학교 안내 지도 만들기

1차 분석 결과를 바탕으로 교과서 및 교육과정에 제시된 내포량과 관련된 교과 내용을 선정하였다. 2차 분석에서는 수학, 사회, 과학 교과와 교과서 및 교육과정에 4가지 내포량이 어떠한 방식과 내용으로 표현되어 있는지

<표 II-4>에서 제시한 기준에 근거하여 분석하였다. 용어 제시의 경우 초등 과학 교육과정의 내용 요소를 고려하여 ‘농도’의 경우 ‘용액의 진하기’까지를 포함하였다. 정의 서술의 경우 초등 교과서에서 나타나는 교수학적 변환을 고려하여 명확한 학문적 정의가 아니더라도 나름의 방식으로 설명하거나 의미를 서술하는 경우 정의하였다고 간주하였다. 학습 순서의 경우 수학 교과와의 비교를 통하여 교과서에 해당 내포량의 개념이 먼저 등장하는 교과를 우선으로 하였다.

<표 II-4> 수학 교과와 타 교과의 분석 기준

분석 기준	내용
교육과정 제시	관련된 내용이 교과 교육과정의 성취기준에 제시되어 있는가?
용어 제시	교과서에 명시적으로 용어가 제시되어 있는가?
정의 서술	교과서에 정의되어 있거나 의미가 설명되어 있는가?
계산	계산을 통하여 구체적인 값을 도출하는가?
단위	내포량에 적절한 단위를 제시하였는가?
학습 순서	수학 교과와 비교하였을 때 학습 순서가 우선하는 교과는 무엇인가?

III. 연구 결과 및 논의

1. 초등 수학 교과에서 나타나는 내포량의 학습 내용 분석

속력, 인구밀도, 축척, 농도에 대하여 초등 수학 교과에서 나타나는 내용을 분석한 결과는 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 속력, 인구밀도, 축척, 농도에 대한 수학 교과 내용 분석

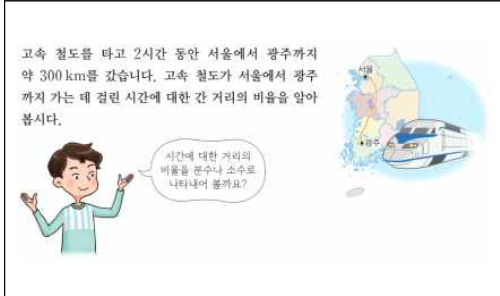
분석 기준	교육과정 제시 여부	용어	정의 서술	계산 여부	단위	학습 순서
속력			√	√		과학
인구밀도			√	√		사회
축척		√	√	√		사회
농도		√	√	√		과학

속력, 인구밀도, 축척, 농도의 4가지 내포량은 모두 교육과정의 성취기준에 등장하지 않았으며 탐구수학에서 제시되는 축척과 교과서 활동에서 ‘소금물의 진하기’로 언급되는 농도를 제외하면 교과서에 용어가 명시적으로 등장하지 않았다. 대신 해당 용어의 의미를 서술하여 제시하였으며 활동 중 구체적인 값을 계산하였다. 각각의 용어에 적절한 단위를 제시하지 않았으며 4가지 내포량 모두 타 교과에서 먼저 학습하였다. 각각의 용어에 따라 분석 결과가 다르게 나타났으며 구체적인 내용의 분석은 다음과 같다.

가. 속력

속력은 물체의 빠르기를 나타내는 것으로 일정한 시간 동안에 이동한 거리를 계산하여 구할 수 있다. 속력은 대표적인 내포량 중의 하나로 시간과 거리 두 가지 개념을 모두 이해하고 있어야 학습할 수 있다. 현행 수학과 교육과정에서는 속력을 공식적인 학습 내용으로 다루고 있지 않으나 초등 수학 교과서의 비와 비율 단원에서 속력이 제시되고 있다.

초등 수학 교과서에서 속력이 제시되는 경우는 주로 [그림 III-1]과 같이 학습활동의 소재로 나타나며 [그림 III-2]와 같이 수학 익힘에서 문장제의 소재로 등장한다.



[그림 III-1] 초등 수학 교과서 6학년 1학기 4단원(교육부, 2020a, p.80)



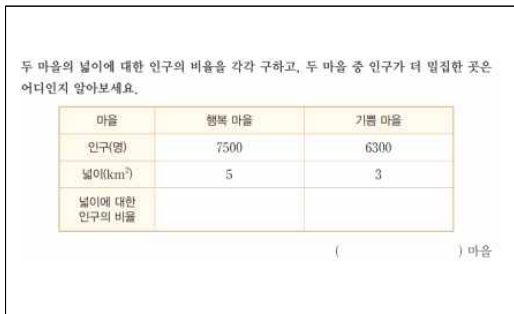
[그림 III-2] 초등 수학 익힘 6학년 1학기 4단원(교육부, 2021a, p.54)

수학과 교육과정에서 내포량에 대한 학습 내용이 등장하지 않기 때문에 현행 교과서에서는 ‘속력’이라는 용어를 사용하지 않고 비와 비율과 관련된 단원에서 활동의 소재로 제시하고 있다. 대신 [그림 III-1]과 같이 ‘걸린 시간에 대한 간 거리의 비율(교육부, 2020a, p.80)’이라는 표현을 활용하여 해당 어휘를 배우지 않은 학습자가 문장제를 읽고 해결할 수 있도록 제시하고 있다. 즉, 교육과정에서는 내포량과 관련된 내용과 용어가 생략되어 있지만, 현행 교과서에서는 내포량에 대한 의미를 서술하고 있으며 값을 계산하는 활동을 진행한다. 교과서에서 실제로 속력에 대한 개념을 다루고 있고 속력의 값을 계산하고 있으며 속력에 알맞은 단위를 제시하지 않고 계산 결과의 값만 적을 수 있도록 공간을 제시한다. 수학 익힘에서도 [그림 III-2]와 같이 ‘속력’이라는 어휘를 활용하는 대신 ‘걸린 시간에 대한 간 거리의 비율(교육부, 2021a, p.54)’이라고 제시하여 속력을 구하거나 비교하는 활동을 제시한다. 교과서에 속력을 소재로 하는 활동은 6학년 비와 비율 단원에서 제시되지만, 학습자가 3~4학년에서 학습하는 시각, 거리 등의 학습 요소를 인지하여야 교과서의 활동을 수행할 수 있다는 점을 유의해야 한다.

나. 인구밀도

인구밀도는 일정 지역에 거주하는 인구를 해당 지역의 면적으로 나눈 값으로 해당 지역 내에 거주하는 인구의 과밀한 정도를 나타낸다. 인구밀도는 내포량 중의 하나로 인구(명)와 넓이(km²)라는 두 가지 기호를 병행하여 제시할 수 있다.

인구밀도는 초등 수학 교육과정에는 등장하지 않지만 초등 수학 교과서와 수학 익힘에서 활동의 소재로 나타나며 [그림 III-3], [그림 III-4]와 같이 인구와 넓이가 포함된 표와 함께 제시된다.



[그림 III-3] 초등 수학 익힘 6학년 1학기 4단원(교육부, 2021a, p.55)



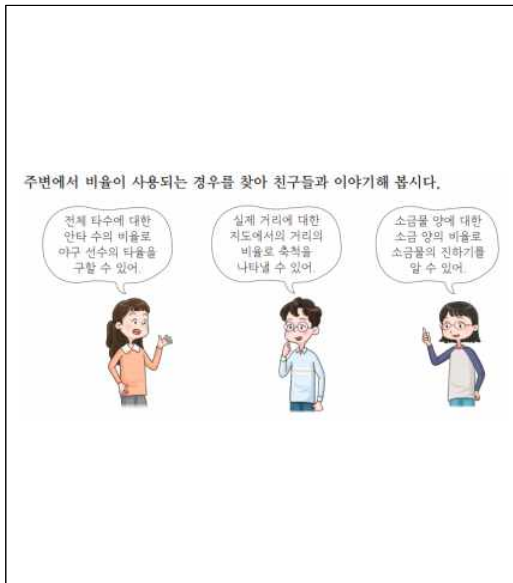
[그림 III-4] 초등 수학 교과서 6학년 1학기 4단원(교육부, 2020a, p.80)

구체적으로 살펴보면 ‘인구밀도’라는 용어를 사용하지 않고 ‘두 마을의 넓이에 대한 인구의 비율(교육부, 2021a, p.55)’, ‘두 지역의 넓이에 대한 인구의 비율(교육부, 2020a, p.80)’이라고 의미를 풀어 서술하고 있으며 주요 내용은 인구밀도를 계산하여 내포량을 구하는 것이다. 더욱이 초등 수학 교과서에서는 인구밀도에 알맞은 단위에 대하여 언급하지 않고 있다. 인구밀도의 경우 인구(명)과 넓이(km²)라는 서로 다른 단위를 각각 사용하여 나타내고 있으며 인구밀도를 계산할 때도 단위 없이 수치만 제시하고 있다.

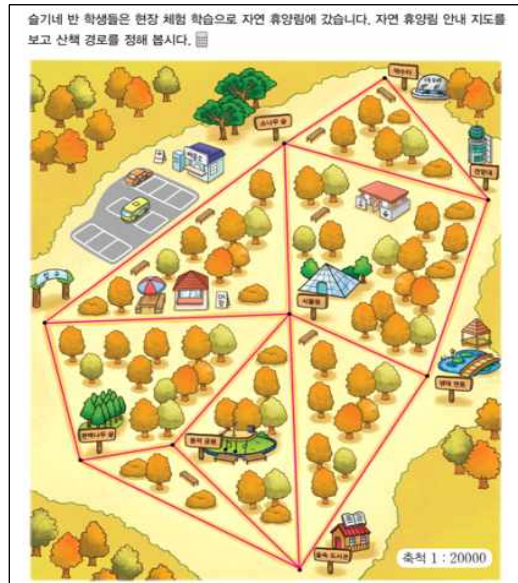
다. 축척

축척은 지도에서의 실제 거리를 지도에 줄여서 나타낸 비율을 가리킨다. 축척은 주로 지도와 함께 제시되는 개념으로 실생활에서 쉽게 만날 수 있는 내포량에 해당한다.

수학 교과서에서는 [그림 III-5]와 같이 주변에서 비율이 사용되는 경우의 예로 야구선수의 타율, 축척, 소금물의 진하기를 언급하면서 각각 ‘전체 타수에 대한 안타 수의 비율(교육부, 2020a, p.81)’, ‘실제 거리에 대한 지도에서의 거리의 비율(교육부, 2020a, p.81)’, ‘소금물 양에 대한 소금 양의 비율(교육부, 2020a, p.81)’로 설명한다. 또한, 교과서에서 [그림 III-6]처럼 지도에 축척을 함께 표시하는 경우도 나타난다.



[그림 III-5] 초등 수학 교과서 6학년 1학기
4단원(교육부, 2020a, p.81)



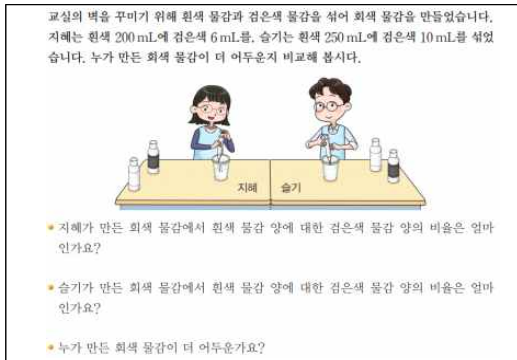
[그림 III-6] 초등 수학 교과서 6학년 2학기
4단원(교육부, 2020b, p.88)

축척의 경우 학습자가 수학 교과에서 축척에 대하여 명시적으로 학습하고 있지 않음에도 불구하고 [그림 III-6]에 제시된 것처럼 축척이라는 용어를 제시하되 충분한 설명은 생략되어 있고 지도를 측정하여 실제 이동 거리를 구해보도록 지시한다. 축척의 단위에 대하여 지면에 나타내는 대신 ‘축척 1:20000’이라고 나타내며 이어지는 활동에서 ‘지도상에서 1cm인 거리는 실제로 얼마인가요?’(교육부, 2020b, p.88)라고 제시한다. 학습자가 해당 용어에 대한 선행 학습이 이루어지지 않은 상황에서 용어를 사용하려면 교과서에서 해당 용어에 대한 설명이 삽입되거나 교사용 지도서 등을 통하여 학습자에게 해당 용어에 대하여 충분히 설명할 것을 당부할 필요가 있다.

라. 농도

농도는 일정한 영역 내에 포함된 물질의 양을 일컫는 개념으로 용액의 진하기나 묽은 정도 등으로 표현될 수 있다. 현행 수학 교육과정에서 농도와 관련된 내포량에 대하여 직접적으로 다루고 있지 않지만, 교과서의 활동과 관련된 소재로 등장하고 있다. 상황 맥락에 따라 mL 등 농도를 구하기 위하여 동일한 단위를 사용하기도 하며 g와 mL 등 서로 다른 성격의 단위를 함께 제시하기도 한다.

현행 수학 교과서와 수학 익힘에서는 [그림 III-7]과 같이 회색 물감을 만들고, [그림 III-8]과 같이 포도주스를 만드는 상황을 제시하고 있다.



[그림 III-7] 초등 수학 교과서 6학년 1학기 4단원(교육부, 2020a, p.81)



[그림 III-8] 초등 수학 익힘 6학년 1학기 수학 익힘 4단원(교육부, 2021a, p.55)

[그림 III-7]과 [그림 III-8]에서는 앞서 언급한 ‘속력’과 마찬가지로 ‘농도’라는 용어를 직접적으로 언급하지 않으며 ‘흰색 물감 양에 대한 검은색 물감 양의 비율(교육부, 2020a, p.81)’, ‘포도주스 양에 대한 포도 원액 양의 비율(교육부, 2021a, p.55)’이라고 설명한다. 마찬가지로 주요 활동의 내용을 ‘누가 만든 회색 물감이 더 어두운지’, ‘누가 만든 포도주스가 더 진한지’ 등으로 해당 용어를 언급하지 않고 서술하면서 농도를 계산하여 결과를 비교할 것을 안내한다.

이외에도 [그림 III-9]와 같이 과학 교과에 등장하는 ‘용액의 진하기’ 실험을 소재로 하거나 [그림 III-10]과 같이 천연 염색을 소재로 하는 등 농도와 관련된 활동을 제시하고 있다.



[그림 III-9] 초등 수학 교과서 6학년 1학기 4단원(교육부, 2020a, p.85)



[그림 III-10] 초등 수학 교과서 6학년 2학기 4단원(교육부, 2020b, p.81)

[그림 III-9]의 경우 과학 교과에 등장하는 실험을 제시하고 있으나 실험의 내용 및 다루고 있는 외연량은 과학 교과에서 다루는 것과 차이가 있다. 과학 교과에서는 용매의 양을 동일하게 하고 용질의 양을 달리하고 있으며, 용질의 양을 무게가 아니라 각설탕의 개수 등을 활용하여 진행한다. 그러나 수학 교과에서는 물과 소금 모두 무게의 단위를 활용하여 사용하는 단위를 통일하여 제시하고 있다. [그림 III-10]의 경우 무게와 부피라는 서로 다른 단위를 사용하여 용액의 농도를 알아볼 것을 안내하지만 마찬가지로 농도와 관련된 단위를 사용하지 않고 결과를 구하게 된다. ‘누가 만든 소금물이 더 진한지(교육부, 2020a, p.85)’ 비교하고 ‘물이 몇 L 필요한지(교육부, 2020b, p.81)’ 알아보는 것은 농도와 관련된 활동이지만 대부분의 활동에서 ‘농도’라는 용어를 언급하거나 관련된 단위를 사용하지 않는다. 그러나 6학년 1학기 초등 수학 교과서에서 ‘소금물 양에 대한 소금 양의 비율로 소금물의 진하기를 알 수 있어(교육부, 2020a, p.81).’라고 언급하고 있어 분석 기준에 따라 수학 교과에서도 해당 용어를 제시하였다고 간주한다([그림 III-5] 참조).

2. 타 교과에서 나타나는 내포량의 학습 내용

가. 과학 교과

과학 교과의 경우 양의 측정과 관련된 활동이 다수 삽입되어 있다. 과학 교과에서 진행되는 대부분의 실험이 측정을 가정하기 때문이다. 부피, 무게 등의 측정이 가능해야 과학 교과에서 안내하는 다수의 실험을 정확하게 수행할 수 있다. 과학 교과에서 제시되는 내포량의 내용을 분석한 결과는 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 속력과 농도에 대한 과학 교과 내용 분석

분석 기준	교육과정 제시 여부	용어	정의 서술	계산 여부	단위	학습 순서
속력	√	√	√	√	√	과학
농도	√	√	√			과학

현행 2015 개정 교육과정에서는 과학 교과에서 다루어야 할 5~6학년의 내용 요소로 ‘속력’을 제시하고 있다(교육부, 2015b).

[6과07-01] 일상생활에서 물체의 운동을 관찰하여 속력을 정성적으로 비교할 수 있다.

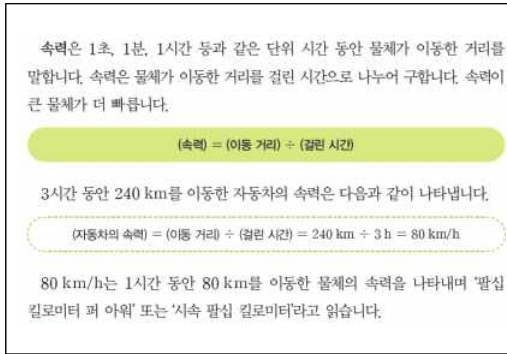
[6과07-02] 물체의 이동 거리와 걸린 시간을 조사하여 속력을 구할 수 있다.

[6과07-03] 일상생활에서 속력과 관련된 안전 사항과 안전장치의 예를 찾아 발표할 수 있다.

과학 교과에서 물체의 운동은 물체가 이동하는 데 걸린 시간과 이동 거리로 나타내어진다. 즉, 물체의 운동을 시간에 따른 위치의 변화로 이해하고 있으며 물체의 속력은 ‘1초, 1분, 1시간 등과 같은 단위 시간 동안 물체가 이동한 거리(교육부, 2022b, p.84)’로 설명된다. 이는 물체의 속력을 과학적이고 객관적으로 표현하려는 의도가 반영된 것이다. 이동한 거리가 같고 걸린 시간이 다른 경우, 걸린 시간이 같고 이동한 거리가 다른 경우, 이동한 거리와 걸린 시간이 다른 경우를 모두 다룰 수 있으며 성취기준에서도 이러한 부분을 언급하고 있다. 다만, 물체가 일직선상에서 한 방향으로 운동하는 경우만 다루고 있으며 속력과 관련된 단위의 변환은 다루지 않는다. 과학 교과의 교육과정 내 교수 학습 방법 및 유의 사항에서도 속력의 산술적 계산이나 단위 변환에 중점을 두기 보다는 속력의 뜻과 개념을 이해하는 데 중점을 두어 지도할 것을 권유하고 있다.

과학 교과의 5학년 2학기 4단원 물체의 운동 단원에서 속력을 나타내는 경우 [그림 III-11]과 같이 속력을 구하는 계산식을 제시하거나 [그림 III-12]와 같이 단위를 사용하여 속력을 나타내는 방법을 구체적으로 안내하고

있다. 즉, 초등 과학 교과서에서는 속력의 의미와 속력을 계산하는 방법을 수식의 형태로 설명하는 것은 물론 구체적인 예시를 들어 접근하며 속력에 해당하는 단위를 읽는 방법까지 제시한다. 수학 교과에서는 6학년 학습 내용에서도 ‘속력’이라는 어휘를 사용하지 않지만, 과학 교과에서는 5학년 학습 내용에서 속력의 의미를 알고 계산하는 방법까지 제시하고 있음을 고려하여야 한다.



[그림 III-11] 초등 과학 교과서 5학년 2학기 4단원(교육부, 2022b, p.84)



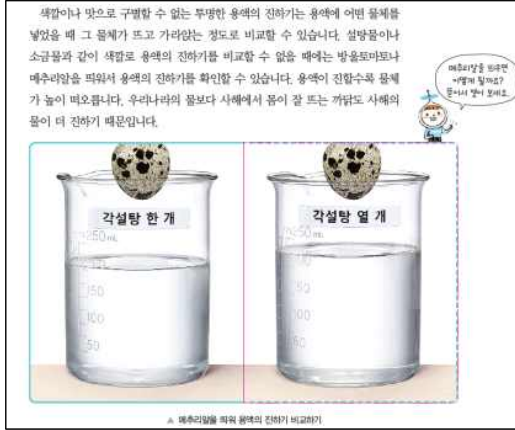
[그림 III-12] 초등 과학 교과서 5학년 2학기 4단원(교육부, 2022b, p.95)

또한, 현행 과학과 교육과정에서는 용액의 진하기와 관련하여 다음과 같은 성취기준을 제시한다(교육부, 2015b).

[6과03-04] 용액의 진하기를 상대적으로 비교하는 방법을 고안할 수 있다.

초등 과학 교과서에서는 농도 대신 ‘용액의 진하기’라는 용어를 사용하고 있다. 이 용어는 교육과정에서 5~6학년의 내용 요소로 제시되며 ‘농도’는 중학교의 내용 요소에 배정되어 있다. 초등학교 교과서에서 ‘용액의 진하기’는 ‘같은 양의 용매에 용해된 용질의 많고 적은 정도(교육부, 2022a, p.84)’로 설명되며 용매의 양이 같을 때 용해된 용질의 양이 많을수록 진한 용액이라고 제시한다. 학습자는 성취기준에 따라 용액의 진하기를 비교하는 방법을 고안하여 설계하여야 하며 그러한 과정을 보고서 형태로 평가하거나 고안한 아이디어를 바탕으로 실제로 실험하는 과정을 관찰 평가할 수 있다. 다만 용액의 진하기를 알아보는 실험에서 설탕과 소금 등의 양을 다르게 하여 해당 실험의 요인을 변화시키고 있음에도 불구하고 용액의 진하기를 비교하는 방법으로 ‘색깔’과 ‘물체가 뜨는 정도’를 제시하는 등 실제로 농도를 계산하는 활동은 나타나지 않는다. 이는 성취기준에서 용액의 진하기를 ‘상대적으로’ 비교하라고 안내하는 것과 관련이 있다. 상대적인 비교를 권유하기 때문에 학습자는 농도에 관련한 여러 가지 활동을 통해 진하기를 가능하지만 정확한 값을 계산하지는 않는다.

용액의 진하기와 관련된 활동은 [그림 III-13], [그림 III-14]와 같이 제시된다. 계산을 통하여 용액의 진하기를 구하는 것이 아니라 [그림 III-13]과 [그림 III-14]에 제시된 것처럼 상대적인 색깔의 진하기나 물체가 뜨는 정도를 통하여 판단한다. 따라서 황설탕 용액의 색깔이나 방울도마도, 달걀이 뜨는 정도로 용액의 진하기를 비교한다. 실험 과정에서 물의 양을 동일하게 넣고 설탕이나 소금의 양을 달리 넣는 등 농도를 구할 수 있는 구체적인 조건이 형성되어 있고 용액의 진하기를 비교할 수 있는 도구를 만들지만 실제로 농도의 값을 계산하는 활동은 수행하지 않는다.



[그림 III-13] 초등 과학 교과서 5학년 1학기 4단원(교육부, 2022a, p.87)



[그림 III-14] 초등 과학 교과서 5학년 1학기 4단원(교육부, 2022a, p.93)

과학 교과에서 사용하는 측정의 단위는 수학에서의 선행 학습을 기반으로 하고 있으며 ‘mL’, ‘g’ 등 양과 관련된 다양한 기호를 사용하고 있다. 해당 단위에 대한 학습이 초등학교 3~4학년 과정에서 이루어진다는 것을 고려하였을 때 과학 교과의 내포량이 5~6학년 학습 내용에 집중되어 있다는 것은 언뜻 적절해 보인다. 다만, 과학의 많은 핵심 개념은 내포량을 중심으로 이루어진다(Schwartz, 1988). 내포량이 비와 비율과 밀접하게 관련이 있고 비와 비율이 초등학교 6학년의 학습 내용인 것을 고려하면 과학 교과에서 다루는 내용이 수학 교과에서의 학습과 그 시기가 적절하지 않음을 짐작할 수 있다.

나. 사회 교과

사회 교과의 경우 인구밀도, 축척 등의 내포량이 성취기준에 명시되어 있지 않으나 교과서에 해당 용어와 그 의미가 제시되어 있다. 내포량에 대한 구체적인 계산 과정이 등장하지 않지만, 초등 사회 교과서에서 교과서의 활동을 위한 보조 자료로 인구밀도를 포함한 시각적 자료를 제시하고 있으며 축척에 대한 내용을 삽입하고 있다. 사회 교과에서 제시되는 내포량의 내용을 분석한 결과는 <표 III-3>과 같다.

<표 III-3> 축척과 인구밀도에 대한 과학 교과 내용 분석

분석 기준	교육과정 제시 여부	용어	정의 서술	계산 여부	단위	학습 순서
축척		✓	✓	✓	✓	사회
인구밀도		✓	✓		✓	사회

현행 사회과 교육과정에서는 인구밀도와 관련하여 다음과 같은 성취기준을 제시한다(교육부, 2018).

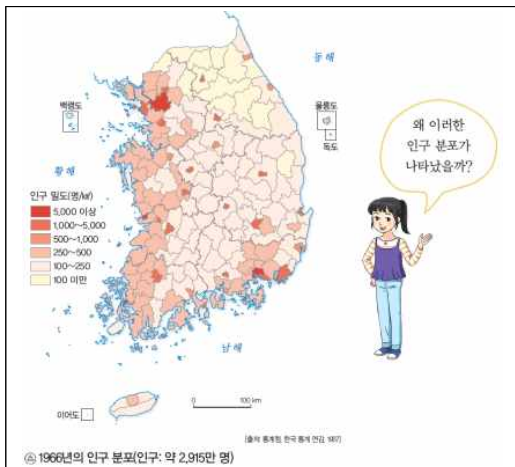
[4사04-05] 사회 변화(저출산·고령화, 정보화, 세계화 등)로 나타난 일상생활의 모습을 조사하고, 그 특징을 분석한다.

[6사01-05] 우리나라의 인구 분포 및 구조에서 나타난 변화와 도시 발달 과정에서 나타난 특징을 탐구한다.

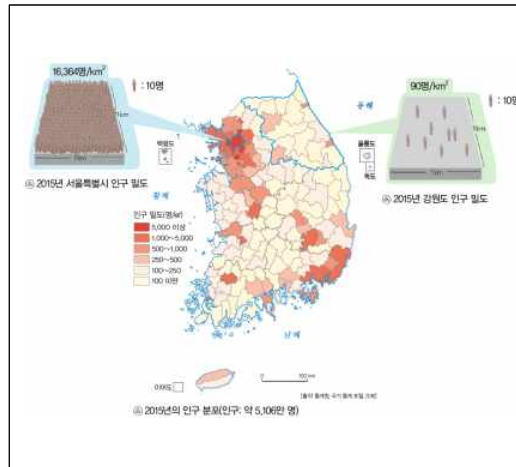
사회과 교육과정에 따르면 해당 성취기준을 만족시키기 위하여 사회 변화의 다양한 양상과 그것이 일상생활

에 미친 영향과 특징이 잘 드러난 다양한 디지털 영상 자료나 지도, 각종 통계 자료, 사진 등 여러 시각 자료를 활용할 것을 권장하고 있다. 특히 인문환경 주제에서는 이미 개발된 다양한 그래픽 자료와 주제도를 적절히 활용하도록 하며, 통계청 누리집에 제시된 인구, 산업, 도시, 교통 관련 자료를 재구성하여 활용하고 있다. 그 결과 사회 초등 교과서에서 다양한 형태의 자료를 활용하고 있으며 수학 교과에서 다루지 않은 내포량과 관련된 자료들이 다수 존재한다. 교육과정 내 일반화된 지식으로 인구는 지표상의 특성에 따라 차별적으로 분포하며, 인구 밀도와 인구 이동, 인구 성장 단계는 지역의 특성을 반영하고 동시에 지역의 변화에 영향을 미친다는 내용을 제시하는 것 또한 이와 관련이 있다.

초등 사회 교과서에서는 내포량 중 인구밀도와 관련하여 다양한 자료를 제시하고 있다. 전국 초등학교의 학급당 평균 학생 수, 65세 이상 인구 비율의 변화, 우리나라의 연령별 인구 구성 비율 등 인구밀도와 관련하여 제시하는 주제가 다양하다. 인구밀도는 ‘일정한 넓이(1km²) 안에 거주하는 인수로 인구의 밀집 정도를 나타냄.(교육부, 2022d, p.64)’으로 설명된다. [그림 III-15]에서는 학습자에게 ‘1966년의 인구 분포에 비해 2015년의 인구 분포는 어떤 점이 달라졌나요?’라고 묻는 등 학습자가 해당 그래프를 이해할 것이라고 전제한다. [그림 III-16]에서 학습자가 용어에 대하여 그 의미를 정확하게 알지 못하여도 해당 용어의 의미를 유추할 수 있도록 인구밀도를 그림으로 변환하여 나타낸 것을 추가로 삽입하고 있다.



[그림 III-15] 초등 사회 교과서 5학년 1학기 1단원(교육부, 2022d, p.64)



[그림 III-16] 초등 사회 교과서 5학년 1학기 1단원(교육부, 2022d, p.65)

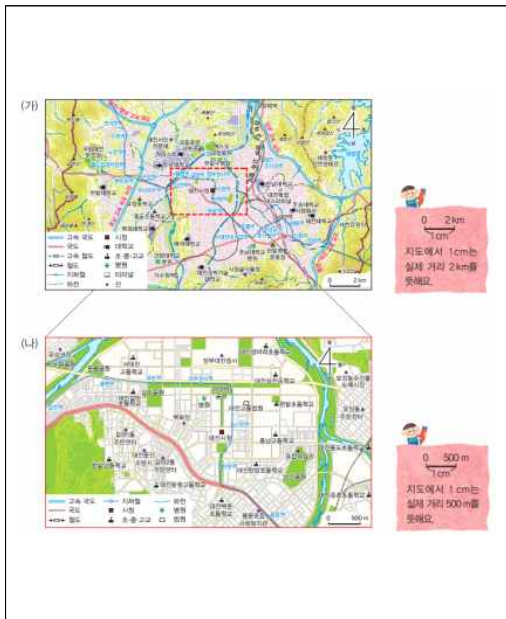
이외에도 사회과 교육과정에서는 축척에 관련된 성취기준을 다음과 같이 제시한다(교육부, 2018).

[4사03-01] 지도의 기본 요소에 대한 이해를 바탕으로 하여 우리 지역 지도에 나타난 지리 정보를 실제 생활에 활용한다.

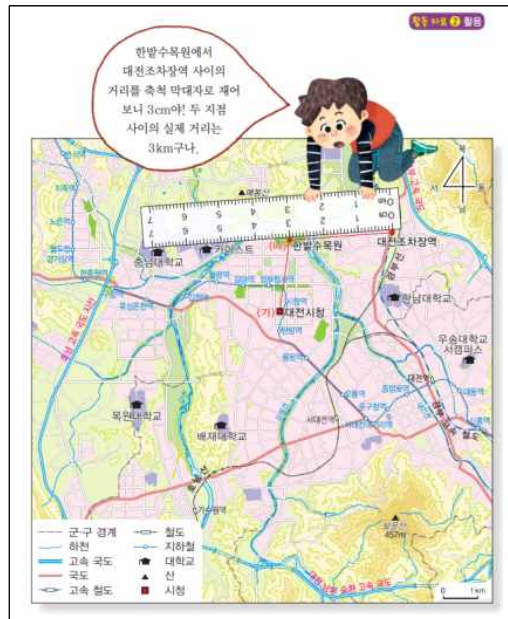
이는 지도의 기본 요소(방위표, 기호와 범례, 축척, 등고선)에 대한 기초적인 이해를 바탕으로 하여 지도 읽기 능력을 기르고, 이를 실제 생활에 활용할 수 있는 능력을 배양하도록 하고자 하는 것이다. 특히, 교수 학습 및 유의 사항에서 분수나 비율식을 통한 거리나 면적의 산술적 계산 활동, 대축척과 소축척의 구분 활동 등은 지양

하며 지도상에 제시된 축척 막대자를 이용하여 대략적인 거리감을 익혀 축척의 개념을 이해하도록 해야 한다고 제시한다(교육부, 2018). 이는 사회 교과에서 축척을 다루는 목적이 축척을 계산하는 능력을 기르는 것이 아니라 축척을 통하여 학습자가 지리 정보를 이해하고 정보를 활용하도록 의도하고 있음을 보여준다.

초등 사회 교과서에서는 축척을 ‘지도에서 실제 거리를 줄인 정도(교육부, 2021b, p.25)’로 설명하며 축척에 따라 지도의 자세한 정도가 달라진다고 안내하고 있다. 이는 초등 수학 교과서에서 축척을 ‘실제 거리에 대한 지도에서의 거리의 비율’로 설명하는 것보다 간결하게 나타낸 것이다. 아울러 사회 교과에서는 [그림 III-17]과 같이 두 종류의 축척을 비교하거나 [그림 III-18]과 같이 길이를 재어 실제 거리를 구하는 활동을 안내한다. 활동의 성격에 따라 ‘축척 막대자’를 이용하는 활동으로 이어지기도 한다. 지도에 나타난 길이를 재어 거리를 구하는 활동의 성격은 유사하나 수학 교과에서 축척을 제시하는 경우 [그림 III-6]처럼 ‘1:20000’이라고 구체적인 단위 없이 나타내는 것과 달리 사회 교과에서는 ‘2km, 500m, 1km’ 등 단위까지 제시하고 있음을 고려할 필요가 있다.



[그림 III-17] 초등 사회 교과서 4학년 1학기
1단원(교육부, 2021b, p.25)



[그림 III-18] 초등 사회 교과서 4학년 1학기
1단원(교육부, 2021b, p.26)

IV. 결론 및 제언

내포량은 수학 교과에서 다룰 것이 기대되는 중요한 수학적 개념이다. 그러나 현행 2015 개정 교육과정에서 수학 교과가 아니라 오히려 과학, 사회 등 타 교과에서 내포량과 관련된 학습이 이루어지고 있다. 교수학적 관점에서 이러한 상황을 인지하고 초등 수학 및 과학, 사회 교과서 및 교육과정을 내포량에 집중하여 분석한 결과를 바탕으로 도출한 결론 및 시사점은 다음과 같다.

첫째, 초등학교 수학 교과에서 내포량에 대한 용어를 명확하게 제시할 필요가 있다. 초등 수학 교과서에서 내포량을 활동 및 문제의 소재로 활용하되 그와 관련된 용어를 직접적으로 언급하거나 단위를 활용하는 것을 자

제하고 있으나 현행 교육과정에 따르면 비율의 의미를 다룰 때 타 교과 및 실생활에서 비율이 적용되는 간단한 사례를 사용할 수 있다. 더욱이 학습자가 실생활에서 내포량과 관련된 상황과 맥락을 경험하였으며 타 교과에서 이미 내포량과 그 값을 구하는 계산까지 학습하고 있다는 것을 고려하면 내포량에 대한 명확한 용어를 사용하는 것을 고려할 수 있다. 예를 들어, 속력이라는 내포량을 5학년 학습 내용을 타 교과에서 습득하여 인지하고 있을 6학년 학습자에게 '고속 철도가 서울에서 광주까지 가는 데 걸린 시간에 대한 간 거리의 비율(교육부, 2020a, p.80)'이라는 길고 복잡한 표현을 제시하는 것은 해당 개념이 더욱 어렵고 모호하게 느껴질 수 있다. 초등 수학 교과서에서도 필요한 경우 내포량을 지칭하는 용어를 사용하여 학습자의 이해를 도울 필요가 있다.

둘째, 동일한 학습 소재를 여러 교과에서 제시하는 경우 교과 간 해당 내용의 순서와 내용을 고려할 필요가 있다. 내포량 중 속력, 농도 등은 과학 교과에서 다루고 있으며 인구밀도, 축척 등은 사회 교과에서 다루고 있다. 다만, 각각의 내포량에 대하여 다루고 있는 순서와 내용에 차이가 나타났으며 타 교과에서 내포량을 다루는 목적과 방향 또한 각 교과의 의도에 따라 다르게 나타났다. 단순히 학습 내용의 순서를 재배치하는 것에서 더 나아가 용어와 단위의 제시, 계산 여부 등의 구체적인 내용까지 고려하여야 한다. 예를 들어, 5학년 사회 교과서에서는 내포량에 알맞은 단위까지 교과서 지면에 제시하고 있으나 6학년 수학 교과서에서는 넓이에 대한 인구의 비율을 계산할 때 단위 없이 결과를 계산하도록 지시하고 있다. 적절한 단위를 제시하지 않는 경우 학생들에게 해당 양에 대한 개념이 혼란스럽게 느껴질 수 있다. 단일 교과서 1종으로 수업을 진행하였던 기존 방식과 달리 여러 출판사에서 수학, 과학, 사회 교과서를 각각 집필하게 될 현시점에서 학습 시기 및 내용과 관련하여 더욱 주의를 기울여야 한다.

셋째, 교과 간 학습 내용의 지도 시기가 일치하지 않는 경우 내포량과 관련된 내용을 더욱 친절하게 서술할 필요가 있다. 도구 교과인 수학을 통하여 관련 내용을 학습하고 추후 타 교과에서 다루는 것이 바람직하겠으나 교과의 계열성 및 학습 순서로 인하여 교과 간 학습 시기가 일치하지 않을 수 있다. 이러한 경우 내포량을 다루는 과정에서 관련 내용을 구체적으로 설명하여 해당 개념에 대하여 충분히 알지 못하는 학습자의 이해를 도울 필요가 있다. 해당 내포량에 대한 설명이 동반되는 경우 학습자가 내포량에 대한 사전 지식이 부족하여도 학습 내용을 이해하기 수월하기 때문이다. 교과서에 관련 내용을 본문에 삽입하여 설명하거나 말풍선 등을 이용하는 방법, 지도서를 통하여 교사의 추가 설명을 제안하는 등의 방법 등을 통하여 학습자가 학습 내용의 이해에 어려움을 겪지 않도록 배려할 필요가 있다.

넷째, 학습 과정에서 내포량과 관련된 다양한 경험을 제공할 필요가 있다. 내포량은 외연량과 달리 두 가지 이상의 양이 영향을 미치는 보다 복잡한 개념이다. 그러나 동시에 학습자가 실생활에서 경험하고 있는 양이기도 하다. 학습자는 실생활에서 내포량을 경험한 바 있으며, 이러한 경험은 가치 있게 작용할 수 있다(Nunes et al., 2003). 학습자는 수학 교과에서 길이와 부피에 대한 실제 측정을 통하여 양의 측정을 경험한 바 있으며 과학 교과에서 실험을 통하여 속력과 농도에 대한 개념을 구성한 바 있다. 더욱이, 교과 학습에서 다루고 있는 4가지 내포량의 경우 학습자가 수업 중 간단한 활동을 통하여 구현할 수 있다. 수업 중 시각적 자료를 제시하거나 실생활 경험으로 의사소통하고 실제로 내포량의 변화를 경험할 수 있는 기회를 제공하여 학습자가 내포량에 대한 개념을 명확하게 형성할 수 있도록 도울 수 있다.

내포량은 실생활과 타 교과를 통하여 쉽게 접할 수 있는 것으로 이에 대한 올바른 개념의 형성이 매우 중요하며, 내포량을 적절하게 사용하면 풍부한 교육적 맥락을 제공할 수 있다(Howe et al., 2011). 학습자의 인지 수준과 발달 단계를 고려하여 여러 교과의 내용을 비교 분석하여 학습 내용 및 표현 방향을 조정한다면 더욱 체계화된 수업을 가능하게 할 것이며 학습자의 깊이 있는 학습을 이끌 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2015a). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호[별책8].
- Ministry of Education (2015a). *Mathematics curriculum*. 2015-74(Book 8). Ministry of Education.
- 교육부 (2015b). 과학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호[별책9]
- Ministry of Education (2015b). *Science curriculum*. 2015-74(Book 9). Ministry of Education.
- 교육부 (2018). 사회과 교육과정. 교육부 고시 제2018-162호[별책7].
- Ministry of Education (2018). *Social Studies curriculum*. 2018-162(Book 7. Ministry of Education.
- 교육부 (2020a). 초등학교 수학 6-1. 비상교육.
- Ministry of Education (2020a). *Mathematics 6-1*. Visang Publishing.
- 교육부 (2020b). 초등학교 수학 6-2. 비상교육.
- Ministry of Education (2020b). *Mathematics 6-2*. Visang Publishing.
- 교육부 (2021a). 초등학교 수학 익힘 6-1. 비상교육.
- Ministry of Education (2021). *Mathematics Workbook 6-1*. Visang Publishing.
- 교육부 (2021b). 초등학교 사회 4-1. 지학사.
- Ministry of Education (2022c). *Social Studies 4-1*. Jihaksa Publishing.
- 교육부 (2022a). 초등학교 과학 5-1. 천재교과서.
- Ministry of Education (2020a). *Science 5-1*. Chunjaetext Publishing.
- 교육부 (2022b). 초등학교 과학 5-2. 천재교과서.
- Ministry of Education (2020b). *Science 5-2*. Chunjaetext Publishing.
- 교육부 (2022c). 초등학교 사회 5-1. 지학사.
- Ministry of Education (2022d). *Social Studies 5-1*. Jihaksa Publishing.
- 김가람 (2011). 초등학교 과학 교과와 수학 교과의 연계성 분석. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, K. (2011). *An analysis of the relationship between elementary science and mathematics* [Master's thesis, Gyeongin National University of Education Graduate School].
- 김명운 (2010). 내포량의 평균 공식과 조작적 학습법. 한국수학사학회지, **23(3)**, 121-140.
- Kim, M. (2010). The mean formula of implicate quantity. *The Korean Journal for History of Mathematics*, **23(3)**, 121-140.
- 김정하 (2019). 2015 개정 교육과정에서의 3-6학년 수학과 과학 교과서 내용 연관성 분석. 학교수학, **21(4)**, 735-754.
- Kim, J. (2019). Analysis of content correlation between grades 3-6 mathematics and science textbooks in the 2015 revised curriculum. *School Mathematics*, **21(4)**, 735-754.
- 박선주 (2015). 초등학교 수학과와 관련된 과학과, 사회과, 실과 교과용 도서에 나타난 내용의 연계성 분석. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위 논문.
- Park, S. (2015). *An analysis of connections between contents of science, social studies, practical arts and mathematics in elementary school textbooks* [Master's thesis, Seoul National University of Education Graduate School].
- 이지영 (2018). 초등학교 수학에서 다루는 곱셈적 구조에서 내포량에 대한 고찰. 학습자중심교과교육연구, **18**, 725-748.
- Lee, J. (2018). A study on intensive quantities related to multiplicative structure in elementary school mathematics. *The Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, **18**, 725-748.
- 최종현, 고준석, 이정은, 박교식 (2016). 우리나라 초등학교 수학 교과서 및 익힘책에서 취급하는 내포량에 관한 연구. 한국초등수학교육학회지, **20(1)**, 1-15.

- Choi, J., Ko, J., Lee, J., & Park, K. (2016). A study on intensive quantities handled in Korean elementary math textbooks and workbooks. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, **20(1)**, 1-15.
- 정은실 (2010). 초등학교 수학교과서에서의 양(量)의 계산에 대한 연구. *수학교육학연구*, **20(4)**, 445-458.
- Jeong, E. (2010). A study on quantity calculus in elementary mathematics textbooks. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **20(4)**, 445-458.
- Howe, C., Nunes, T., Bryant, P., Bell, D., & Desli, D. (2010). Intensive quantities: Towards their recognition at primary school level. In *BJEP Monograph Series II, Number 7-Understanding number development and difficulties* (Vol. 101, No. 118, pp. 101-118). British Psychological Society.
- Howe, C., Nunes, T., & Bryant, P. (2011). Rational number and proportional reasoning: Using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, **9(2)**, 391-417.
- Nunes, T., Desli, D., & Bell, D. (2003). The development of children's understanding of intensive quantities. *International Journal of Educational Research*, **39(7)**, 651-675.
- Piaget, J. (1952). The child's conception of number. Routledge & Kegan Paul.
- Schwartz, J. L. (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 41 - 52). Lawrence Erlbaum.

A Comparative Analysis of the Intensive Quantity Covered in Elementary Mathematics, Science and Social Studies from a Pedagogical Perspective

Kang, Yunji

Seoul Hongyeon Elementary School

E-mail : angie0718@sen.go.kr

The current elementary mathematics curriculum does not include intensive quantity. However, other subjects also deal with intensive quantity. In order to find a solution to this problem from a pedagogical point of view, the curriculum of mathematics, science, social studies, and elementary textbooks were compared and analyzed, focusing on intensive quantity. As a result of the analysis, the learning contents of intensive quantity were not explicitly presented or the term was not used in the elementary mathematics curriculum. However, intensive quantity was used as a material of activity and word problems in elementary mathematics textbooks. In science and social studies, it was also found that the learning order and content did not match, such as calculating the intensive quantity. For effective learning, it is necessary to consider presenting intensive quantity in elementary mathematics, and to be careful in the composition of learning order and content.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : intensive quantity, elementary mathematics textbook, elementary mathematics curriculum, comparative analysis