

# 파울리 X,Y,Z 오류검출 기능을 갖는 증강된 QSBC(Quantum Short-Block Code)-QURC(Quantum Unity-Rate Code)(II)

박동영\* · 서상민\*\* · 김백기\*\*\*

Augmented QSBC(Quantum Short-Block Code)-QURC(Quantum Unity-Rate Code)(II)  
with Pauli X,Y,Z error detection

Dong-Young Park\* · Sang-Min Suh\*\* · Baek-Ki Kim\*\*\*

## 요약

본 논문은 멀티레이트 양자 터보 숏-블록 코드의 양자정보처리 파트만을 이용해 고전정보처리 파트의 외부 도움 없이 양자 채널에서 발생한 파울리 X,Y,Z 오류의 유형과 위치 정보를 알아내는 방법을 제안한다. 파울리 X,Y 오류의 위치 정보를 얻기 위해 C[n,k,2] QSBC-QURC 인코더에 각각 n개의 보조 큐비트와 CNOT 게이트를 삽입했는데 그 결과 최대 코딩률이 약 1/2로 제한되는 절충 특성을 갖게 되었다. C[n,k,2] QSBC-QURC에 대한 파울리 Z 오류의 위치 정보는 클리포드 기반 스테빌라이저 측정으로 구했다. 제안한 방법은 코딩률 외의 C[n,k,2] QSBC-QURC가 가진 나머지 모든 특성을 상속한다.

## ABSTRACT

This paper proposes a method to find out the type and location information of Pauli X, Y, Z errors generated in quantum channels using only the quantum information processing part of the multiple-rate quantum turbo short-block code without external help from the classical information processing part. In order to obtain the location information of the Pauli X,Y error, n-auxiliary qubits and n-CNOT gates were inserted into the C[n,k,2] QSBC-QURC encoder. As a result, the maximum coding rate is limited to about 1/2 as the trade-off characteristics. The location information of the Pauli Z error for C[n,k,2] QSBC-QURC was obtained through the Clifford-based stabilizer measurement. The proposed method inherits all other characteristics of C[n,k,2] QSBC-QURC except for the coding rate.

## 키워드

Pauli X,Y,Z errors, Quantum Turbo Short-Block Code, QSBC-QURC, Clifford-based Stabilizer Measurement  
파울리 X,Y,Z 오류, 양자 터보 숏-블록 코드, QSBC-QURC, 클리포드-기반 스테빌라이저 측정

\* 강릉원주대학교 정보통신공학과(kouksundb@gwnu.ac.kr)

\*\* 강릉원주대학교 정보통신공학과(sangminsuh@gwnu.ac.kr)

\*\*\* 교신저자: 강릉원주대학교 정보통신공학과

• 접수일: 2023. 04. 10

• 수정완료일: 2023. 05. 11

• 게재확정일: 2023. 06. 17

• Received : Apr. 10, 2023, Revised : May. 11, 2023, Accepted : Jun. 17, 2023

• Corresponding Author : Baek-Ki Kim

Dept. of Information & Telecommunication Engineering, Gangneung-Wonju

National University

Email : bkkim@gwnu.ac.kr

## I. 서론

최근 양자 컴퓨팅 기술의 비약적 발전으로 큐비트(qubit, quantum bit) 수가 곧 1,000개를 넘을 것으로 예측되지만 현재 양자컴퓨터에 필수적인 오류정정 기술은 상용화 수준보다 낮은 단계에 머물러 있다. 큐비트는 고전 컴퓨터의 비트에 대응하는 '0'과 '1'의 2진위 상태를 갖는 양자 정보의 단위로서 중첩(superposition)과 얽힘(entanglement)과 같은 양자역학 성질에 영향을 받는다. 큐비트를 물리적으로 실현한 것이 소위 물리적 큐비트(physical qubit)이다. 물리적 큐비트는 실현 기술에 따라 초전도(superconducting), 양자점(quantum dot), 이온 트랩(ion-trap), 위상양자(topological quantum) 등 다양한 기술로 실현될 수 있다. 고전 컴퓨터의 엔티티(entity)에 해당하는 양자 컴퓨터의 논리적 큐비트(logical qubit)은 여러 개의 물리적 큐비트들로 구성된다. 최근 주목을 받는 초전도 루프 기술로 실현된 양자 큐비트는 기존의 조셉슨(Josephson) 소자를 이용해 실현할 수 있는 이점이 있다. 그러나 물리적 큐비트의 고유 오류율이 매우 낮은 이온 트랩 방식이나 위상양자 기술과 달리 초전도 양자 큐비트는 물리적 큐비트로서 유용할 만큼 오랫동안 정보를 안정적으로 인코딩하고 유지하지 못하기 때문에 논리적 큐비트를 설계하는 경우에 양자 오류 수정이 가능한 결함 감내(fault tolerant) 기능의 차체 내장이 필수적이다[1].

양자 시스템이 오류 수정을 위한 결함 감내 기능을 내장하기 위해서는 필수적으로 보조 큐비트를 사용해야 하는데 보조 큐비트 삽입은 코딩률(coding rate) 저하의 직접적 원인이 된다. 양자 컴퓨팅에서는 양자 계산 또는 통신에서 양자 오류를 감지하고 수정하기 위해 두 가지 측정 방법을 사용한다. 첫 번째 방법은 QECC(: Quantum Error Correction Code)에 대한 QSC(: Quantum Stabilizer Code)의 스테빌라이저(stabilizer) 측정법이다[2]. 두 번째 방법은 클리포드(Clipford) 계열의 CNOT(: controlled-NOT) 유니터리 연산을 통해 양자 채널에서 발생한 분극 오류들을 보조 큐비트 상에 CNOT 반복(repetition)으로 반영한 후에 보조 큐비트들의 물리적 측정을 통해 일련의 오류징후(syndrome)를 측정하는 방법이다[3-7].

QECC의 큐비트 수도 양자기술의 발전에 따라 소규모 큐비트 연구[3-6]로부터 대규모 큐비트 연구[7-11]로 진화하고 있다. 최근에는 양자기술과 고전 기술을 접목한 하이브리드(hybrid) 방식이 주목받고 있다. 대표적 하이브리드 방식 QECC는 연결정-지원 반복 디코딩(soft-decision-aided iterative decoding) 연산을 통해 EXIT(: EXtrinsic Information Transfer)에서 사용할 해싱 경계 거리(hashing bound distance)를 계산하고 성능 평가에 활용한다[10].

본 논문은 QECC[10]의 양자정보처리 파트만을 이용해 양자 채널에서 발생한 파울리 X,Y,Z 오류의 유형과 위치 정보를 측정할 수 있는 증강된 QSBC-QURC(II)를 제안한다. 관련 연구로는 기존 QECC[10]의 양자정보처리 파트만을 증강해 파울리 X 오류를 자동 정정하는 증강된 QSBC-QURC(I) 연구[7]와 양자 게이트의 효율적인 함수 임베딩 연구이다[12, 13].

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 양자 오류 측정을 위한 각종 연산자 그룹을 정의한다. III장은 스테빌라이저 측정과 클리포드-기반 정후 측정법을 논하였다. IV장에서는 증강된 QSBC-QURC로 파울리 X,Y,Z 오류의 유형과 위치 정보를 알아내는 방법을 제안하였고, V장에서 결론을 논하였다.

## II. 양자오류 측정 기초

### 2.1 QSBC 구성

비트-플립(bit-flip) 오류를 완화시키는  $H_x$ 와 위상-플립(phase-flip) 오류를 완화시키는  $H_z$ 로 구성된 식(1)의 2진 PCM(:Parity Check Matrix) H가 식(2)의 심플렉틱(symplectic) 기준을 만족할 경우 이를 Calderbank-Steane-Shor(CSS) 형 양자 코드라 부른다[2, 10]. 위첨자 T는 전치(transpose) 기호이다.

$$H = \begin{bmatrix} H_z & 0 \\ 0 & H_x \end{bmatrix} \quad \dots (1)$$

$$H_z H_x^T + H_x H_z^T = 0 \quad \dots (2)$$

특별히 CSS 양자 코드가  $H_x = H_z$ 인 경우에는 이중-함유(dual-containing) CSS 양자 코드라 한다. 그 밖에 2진 PCM H 코드가 '0'을 포함하지 않는

$$H = [H_z | H_x] \quad \dots (3)$$

와 같은 부류를 non-CSS 형 양자 코드라 한다.

### 2.2 파울리 그룹

물리학과 수학에서 1 큐비트 상의 파울리 그룹  $P_1$  은  $2 \times 2$  항등 행렬로 구성된 아래의 16개 요소 행렬 그룹이다<sup>1)</sup>.

$$P_1 = \{\pm I, \pm iI, \pm X, \pm iX, \pm Y, \pm iY, \pm Z, \pm iZ\} \quad \dots (4) \\ \equiv \langle X, Y, Z \rangle$$

아래의 파울리 행렬은 단일 큐비트의 유니터리들에 대한 기저를 제공한다.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

식(5)의 파울리 그룹 원소 간의 연산 성질을 요약하면 아래와 같다. 이때 연산자  $P$ 의 위첨자 '†' 대거(dagger) 기호는 연산자  $P$ 에 대한 전치 공액(transpose and conjugate)을 수행하는 수반(adjoint) 연산자이다.

1. 파울리 그룹 원소의 제곱은  $P^2 = I$ .
2. 파울리 그룹 원소들은  $PQ = QP$ 와 같이 가환(commute)하거나  $PQ = -QP$ 와 같이 반가환(anti-commute)한다.
3. 파울리 그룹 원소들은  $PP^\dagger = I$  유니터리 성질을 만족한다.

### 2.3 스테빌라이저 그룹

스테빌라이저는 코딩 공간의 모든 상태를 고정하

는 파울리 행렬의 텐서 곱(tensor product) 집합이다. 스테빌라이저는 쿼터니온(quaternionic) 그룹의 아벨(abelian) 하위 그룹으로서 스테빌라이저에는 코드에 대한 모든 필수 정보가 포함되어 있다. 특히 스테빌라이저의 일부 요소로 반가환하는 쿼터니온의 연산자를 코드로 감지할 수 있다. 스테빌라이저 코드는 스테빌라이저를 제공하여 알 수 있는 양자 코드로서 일명 추가 코드(additive code) 또는 GF(4) 코드라고도 한다[2].

$S \in P_n$ 인 스테빌라이저 그룹  $S$ 는 모든 요소가 서로 가환하므로  $-I$  요소를 포함하지 않는 파울리 그룹  $P_n$ 의 서브 그룹이다. QSC의 경우  $S_i$ 가 n-터플(tuple) 파울리 연산자인 경우의 PCM H는  $S_i \in S$ 인 스테빌라이저 연산자로서 식(6)과 같이 인코드 된 물리적 큐비트 상태  $|\bar{\psi}\rangle$ 을 안정화한다.

$$S_i |\bar{\psi}\rangle = |\bar{\psi}\rangle \quad \dots (6)$$

양자 채널 상에서 인코드 된 물리적 큐비트 상태  $|\bar{\psi}\rangle$ 에 가해진  $P \in P_n$ 인 오류 연산자는 합법적인 상태  $|\bar{\psi}\rangle$ 을 오염된 수신상태  $|\tilde{\psi}\rangle$ 로 변환하며, 이것은 식 (7)로 표현할 수 있다.

$$|\tilde{\psi}\rangle = P |\bar{\psi}\rangle \quad \dots (7)$$

보조 큐비트에 의해 수신상태  $|\tilde{\psi}\rangle$ 에 대한 패리티 측정으로 식 (8)과 같은 가환 또는 반가환 고유값(eigenvalue)을 구할 수 있다[10].

$$S_i |\tilde{\psi}\rangle = \begin{cases} |\tilde{\psi}\rangle & , S_i P = P S_i \\ -|\tilde{\psi}\rangle & , S_i P = -P S_i \end{cases} \quad \dots (8)$$

대표적인 3 큐비트 스테빌라이저 그룹의 예는  $S = \{\mathbb{I}, ZZI, ZIZ, IZZ\}$ 이다. 이때  $S_i^2 = I$  및  $(ZZI)(ZIZ) = IZZ$ 이므로  $ZZI$ 와  $ZIZ$ 는 이 두 연산자의 곱셈 연산으로  $S$ 의 모든 연산자를 생성하는 최소 생성자로서 3 큐비트 스테빌라이저 코드로 사용된다.

식 (9)의 모든  $2 \times 2$  행렬 연산자는 서로 간에 반가환 한다.

1) [https://en.wikipedia.org/wiki/Pauli\\_group](https://en.wikipedia.org/wiki/Pauli_group)

$$\begin{aligned}
 XY &= iZ, YX = -iZ \rightarrow XY = -YX \quad \dots (9) \\
 YZ &= iX, ZY = -iX \rightarrow YZ = -ZY \\
 ZX &= iY, XZ = -iY \rightarrow ZX = -XZ
 \end{aligned}$$

파울리 연산자의 가환 제약은 우수 개의 곳에서 서로 다른 비항등(non-identity) 연산자를 가져야만 한다는 것이다.

### 2.4 클리포드 그룹

양자 컴퓨팅 및 양자 정보이론에서 클리포드 게이트<sup>2)</sup>는 n 큐비트 파울리 그룹을 정규화하는 일련의 수학적 변환인 클리포드 그룹의 요소로서 파울리 행렬의 텐서 곱을 파울리 행렬의 텐서 곱으로 매핑한다. 이 개념은 Daniel Gottesman에 의해 도입되었으며 수학자 William Kingdon Clifford의 이름을 따서 명명되었다. 클리포드 게이트로만 구성된 양자 회로는 Gottesman-Knill 정리로 인해 고전적인 컴퓨터로 효율적으로 시뮬레이션할 수 있다. n 큐비트의 클리포드 그룹에서 필요한 연산자들은 아래의 행렬 특성을 갖는 H, CNOT, 그리고 S 게이트이다.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \dots (10)$$

$$cNOT = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (11)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \quad \dots (12)$$

클리포드 그룹은  $PLSUP \forall \in P_n, NPN^\dagger \in P_n$ 의 유니터리 연산을 만족한다. 대표적 예로써 단일 큐비트 P에 대한 단일 H 게이트의 유니터리 변환  $HPH^\dagger$ 은  $U(2^n)$ 에 있는 파울리 그룹의 정규화 연산자이다.

$$HHH^\dagger = I, HXH^\dagger = Z, HZH^\dagger = X, HYH^\dagger = -Y \quad \dots (13)$$

더 나아가 다중 H 게이트에 의한 유니터리 변환 또한 정규화 연산자이다. 본 논문에서 다중 큐비트의 텐서 곱(tensor product,  $\otimes$ ) 연산은 기호 ‘ $\otimes$ ’을 생략한 간편 표기법(예,  $Z \otimes Z \otimes I = ZZI$ )을 적용한다.  $P_1$  연산자에 대한 아래의 CNOT 유니터리 연산은 매우 유용하다[10].

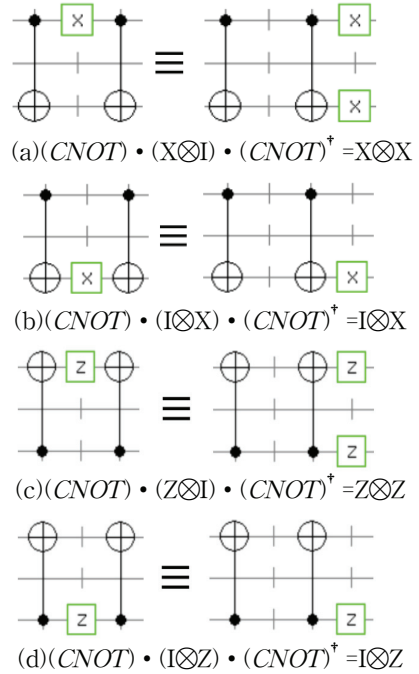


그림 1. CNOT 유니터리 변환 기반 클리포드 CNOT 반복

Fig. 1 Clifford CNOT repetition based on the CNOT unitary transform

그림 1은 고전 클리포드 게이트의 유니터리 변환 결과로서 (a)와 (c)는 제어선 상의 QC에서 발생한 폴립 오류 P가 디코더 단의 제어 큐비트와 표적 큐비트에 복제(replication) 효과를 보이지만 양자는 복제할 수 없으므로 클리포드 CNOT 반복이라고 부르기로 한다.

2) [https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford\\_gates](https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford_gates)

### III. 양자오류 검출을 위한 측정

양자오류정정의 주 아이디어는 코드 공간에서 발생한 어떤 오류를 검출하는 것이기에 한 쌍의 S와 T 연산자는 오류 검출 방법으로 사용될 수 있다. 즉 상태  $|\psi_i\rangle$ 의 집합이 S의 +1 고유값 서브공간(servespace)에 있다면 이 서브공간 벡터들에 대한 어떤 T 오류는 S의 -1 고유값 서브공간으로 이동할 것이며, 이때 발생한 파울리 오류는 스테빌라이저 측정법으로 검출할 수 있다. 스테빌라이저는 인코더 함수인 진단 코드에 대한 스테빌라이저 측정 결과가 -1이면 해당 상태에서 오류가 발생했음을 나타내므로 이러한 연산자의 을 측정하여 양자 상태의 오류를 감지할 수 있다. 한편 정후 측정은 양자 채널에서 발생한 파울리 오류에 대한 클리포드 계열 CNOT 게이트 쌍의 유니터리 변환에 의한 클리포드 반복 효과를 이용한다. 클리포드 반복 효과는 양자 채널에서 발생한 오류들을 특정 보조 큐비트에 직렬 곱의 형태로 반영할 수 있어 해당 오류에 대한 홀수 패리티 정보를 제공한다. 여러 큐비트의 물리적 측정은 스테빌라이저를 양자 상태에 적용해 얻어지며, 그 결과 정후라 불리는 일련의 패리티 측정 결과가 생성되므로 양자 상태에서 오류의 유형과 위치를 식별하는 데 사용할 수 있다.

#### 3.1 스테빌라이저 측정

$r_Q = \frac{1}{2}$ 인  $C[n,k,d]=C[4,2,2]$ 는 아래의 특성을 갖는 이중-함유 CSS 양자 코드로서 그림 2과 같다 [10].

$$H_x = H_z = [1111] \quad \dots (14)$$

$$H_{[4,2,2]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (15)$$

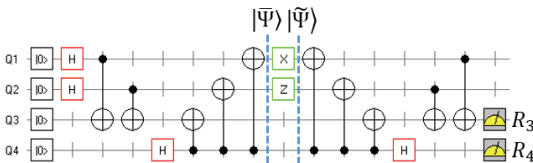


그림 2. C[4,2,2] QSBC-QURC  
Fig. 2 C[4,2,2] QSBC-QURC

그림 2에서 데이터 정보인 Q1과 Q2의 중첩상태가  $|\psi\rangle$ 인 초기 상태는 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &> |00\rangle > \\ &= (\alpha_1|0\rangle + \beta_1|1\rangle) \otimes (\alpha_2|0\rangle + \beta_2|1\rangle) \otimes |00\rangle > \\ &= (\alpha_1\alpha_2|0000\rangle + \alpha_1\beta_2|0100\rangle + \beta_1\alpha_2|1000\rangle \\ &\quad + \beta_1\beta_2|1100\rangle > \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)은 일반식이며, Q1과 Q2의 중첩상태 생성에 H 게이트를 사용할 경우  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 을 적용한다. 이후 본 논문에서는 쉬운 회로 설명을 위해 제어 큐비트가 a이고, 표적 큐비트가 b인 CNOT 게이트를 CNOT(a,b)로 표기하기로 한다. C[4,2,2] QSBC-QURC의 진단 코드  $|\bar{\psi}\rangle$ 는 식(18)에 QSBC를 구성하는 CNOT(1,3)과 CNOT(2,3)의 직렬 파울리 Z 패리티 연산을 반영한다. 이어서 QSBC와 직렬로 QURC를 구성하는  $H_1$  게이트를 이용한 네 번째 큐비트의 초기상태를  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 로 설정한 후 CNOT(4,1), CNOT(4,2), CNOT(4,3)의 직렬 파울리 X 패리티 연산을 반영하면 C[4,2,2] QSBC-QURC의 스테빌라이저 측정을 위한 식(17)과 같은 진단 코드  $|\bar{\psi}\rangle$ 가 구해진다.

$$\begin{aligned} |\bar{\psi}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2\alpha_1(|0000\rangle + |1111\rangle) \quad \dots (17) \\ &\quad + \alpha_2\beta_1(|0101\rangle + |1010\rangle) \\ &\quad + \beta_2\alpha_1(|0110\rangle + |1001\rangle) \\ &\quad + \beta_2\beta_1(|0011\rangle + |1100\rangle) \end{aligned}$$

$C[n,k,2]$  QSBC-QURC의 패리티 검출에는 식(18), (19)와 같은 스테빌라이저가 사용된다.

$$S_z = Z_1 \otimes Z_2 \otimes \dots \otimes Z_n = Z_1 Z_2 \dots Z_n \quad \dots (18)$$

$$S_x = X_1 \otimes X_2 \otimes \dots \otimes X_n = X_1 X_2 \dots X_n \quad \dots (19)$$

C[4,2,2]QSBC-QURC는 n=4이므로 4-튜플 스테빌라이저를 적용한다.

$$S_Z = Z_1 \otimes Z_2 \otimes Z_3 \otimes Z_4 = Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 \quad \dots (20)$$

$$S_X = X_1 \otimes X_2 \otimes X_3 \otimes X_4 = X_1 X_2 X_3 X_4 \quad \dots (21)$$

이제 양자채널에서  $P = X_1 Z_2 I_3 I_4$  과 같은 오류가 발생했을 경우 스테빌라이저  $Z$  측정은 아래와 같다. 먼저 식(17)의 진단 코드에 비트-플립 오류  $X_1$ 을 반영하면 식(22)과 같다.

$$|\tilde{\Psi}\rangle = P |\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2 \alpha_1 (|1000\rangle + |0111\rangle) + \alpha_2 \beta_1 (|1101\rangle + |0010\rangle) + \beta_2 \alpha_1 (|1110\rangle + |0001\rangle) + \beta_2 \beta_1 (|1011\rangle + |0100\rangle)] \quad (22)$$

이제 식(22)에 식(20)의 스테빌라이저  $Z$  측정을 적용한다.

$$\begin{aligned} ZZZZ|\tilde{\Psi}\rangle & \dots \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2 \alpha_1 (|(-1)000\rangle + |0(-1)(-1)(-1)\rangle) + \alpha_2 \beta_1 (|(-1)(-1)0(-1)\rangle + |00(-1)0\rangle) + \beta_2 \alpha_1 (|(-1)(-1)(-1)0\rangle + |000(-1)\rangle) + \beta_2 \beta_1 (|(-1)0(-1)(-1)\rangle + |0(-1)00\rangle)] \\ &= -|\tilde{\Psi}\rangle \end{aligned} \quad (23)$$

다음으로 스테빌라이저  $X$  측정을 위해 식(17)에  $HHHH$ 를 적용해 초기 상태를 만든다.

$$\begin{aligned} HHHH|\tilde{\Psi}\rangle &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2 \alpha_1 (|++++\rangle + |-- --\rangle) + \alpha_2 \beta_1 (|+-+-\rangle + |-+-+\rangle) + \beta_2 \alpha_1 (|+---\rangle + |-+--\rangle) + \beta_2 \beta_1 (|+-+--\rangle + |--++\rangle)] \end{aligned} \quad (24)$$

, 여기서  $|+\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ ,  
 $|-\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ .

식(24)에  $Z_2$  오류를 적용한 것이 식(25)  $|\tilde{\Psi}\rangle$ 이다.

$$\begin{aligned} |\tilde{\Psi}\rangle &= IZI[HHHH|\tilde{\Psi}\rangle] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2 \alpha_1 (|+-+-\rangle + |-+-+\rangle) + \alpha_2 \beta_1 (|++++\rangle + |-- --\rangle) + \beta_2 \alpha_1 (|+---\rangle + |-+--\rangle) + \beta_2 \beta_1 (|+-+--\rangle + |--++\rangle)] \end{aligned} \quad (25)$$

식(25)에 식(21)의 스테빌라이저  $XXXX$  측정을 적용한다.

$$\begin{aligned} XXXX|\tilde{\Psi}\rangle &= \dots (26) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_2 \alpha_1 (|====\rangle + |== ==\rangle) + \alpha_2 \beta_1 (|++++\rangle + |== ==\rangle) + \beta_2 \alpha_1 (|+===\rangle + |== +=\rangle) + \beta_2 \beta_1 (|+===\rangle + |== +=\rangle)] \\ &= -|\tilde{\Psi}\rangle \end{aligned}$$

, 여기서  $|=\rangle \equiv -|-\rangle$ .

식(26)에서는 간편 표기를 위해 클리포드 행렬 안에서 반가환 상태를 나타내는 이중 마이너스 부호에 단축기호 '='를 사용하였다. 스테빌라이저 측정 결과인 식(23)과 식(26)은 각각 네 개의 모든 중첩 상태 항에서 홀수 패리티의 반가환 곱값 '-1'이 발생했으므로  $S_Z = 1$  및  $S_X = 1$ 이다. 그림 3은 그림 2의  $C[4,2,2]$  QSBC-QURC에 대한 스테빌라이저 측정이다.

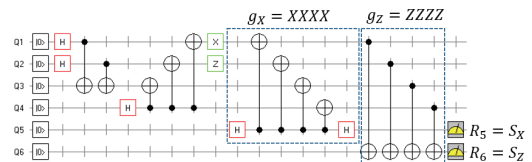


그림 3. QSBC의 스테빌라이저 측정  
 Fig. 3 QSBC's stabilizer measurements

이와 같은 스테빌라이저 측정은 홀수 패리티의 곱값을 측정해 가환 또는 반가환 상태에 따라 오류 상태를 판별하므로 오류의 위치 정보는 알 수 없다. 따라서  $C[n,k,2]$  QSBC-QURC에 대한 오류의 위치 정보를 파악하기 위해 다음 절에서 클리포드 그룹에 의한 징후 측정을 시행하였다.

### 3.2. 클리포드 게이트에 의한 징후 측정

클리포드 계열의 CNOT 게이트만으로 구성된 C[4,2,2] QSBC-QURC는 클리포드 CNOT 반복으로 파울리 X과 Z 오류징후 패리티를 그림 4와 같이 각각  $S_1$ 과  $S_2$ 에 CNOT 반복으로 반영한다[7].

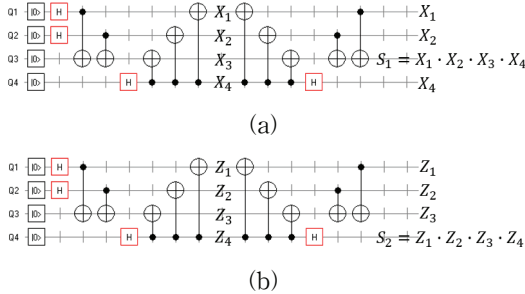


그림 4. C[4,2,2] QSBC-QURC의 클리포드 CNOT 반복에 의한 X,Z 징후 반영

Fig. 4 Parity reflection of Pauli X,Z error by Clifford CNOT repetition of C[4,2,2] QSBC-QURC  
(a) bit-flip error syndrome reflection  $S_1$   
(b) phase-flip error syndrome reflection  $S_2$

그림 4에 그림 1의 클리포드 CNOT 반복을 적용할 경우 그림 4의 QSBC와 QURC는 각각 비트-플립 오류와 위상-플립 오류에 대한 홀수 패리티 곱셈 정보를 식(27)과 식(28)의  $S_1$ 과  $S_2$ 에 반영한다.

$$R_3 = S_1 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \quad \dots (27)$$

$$R_4 = S_2 = Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \quad \dots (28)$$

클리포드 기반 CNOT 게이트에 의한 징후 측정 은 징후  $S_1$ 과  $S_2$ 에 대한 물리적 측정이다.

## IV. QSBC-QURC 기반 파울리 X,Y,Z 측정

### 4.1 파울리 Z 오류의 클리포드 기반 스테빌라이저 측정

그림 5는 C[4,2,2] QSBC-QURC에서 파울리 Z 오류 측정을 위해 본 논문이 사용한 클리포드 기반 스테빌라이저 측정이다.

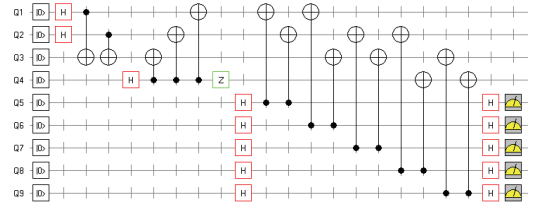


그림 5. C[4,2,2] QSBC-QURC의 파울리 Z 오류 측정을 위한 클리포드 기반 스테빌라이저 징후 측정  
Fig. 5 Clifford-based stabilizer syndrome measurement for C[4,2,2] QSBC-QURC's Pauli Z error measurement

파울리 X,Y,Z 오류에 대한 클리포드 행렬은  $X = [0|1]$ ,  $Z = [1|0]$ ,  $Y = [1|1]$ 과 같다[10]. C[4,2,2] QSBC-QURC의 양자 채널에서 발생한 분극 오류  $P$ 는  $pLSUP \forall_i \in P = \{I, X, Y, Z\}$  식(29)의 클리포드 행렬로 나타낼 수 있다.  $b(z)$ 와  $b(x)$  n-튜플 2진 벡터이다.

$$P = [p_1 p_2 p_3 p_4] \quad \dots (29)$$

$$= [Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 | X_1 X_2 X_3 X_4]$$

$$= [b(z) | b(x)]$$

C[n,k,d]에 대하여  $i=1$  to  $n$  및  $j=1$  to  $n+k-1$  일 때 C[4,2,2] QSBC-QURC의 파울리 Z 오류 측정을 위 go 본 논문이 사용한 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$ 는 표 1과 같다.

표 1. 클리포드 기반 스테빌라이저 코드  
Table 1. Clifford based stabilizer codes

Stabilizer $S_j$	Operator
$S_1$	X X I I
$S_2$	X I X I
$S_3$	I X X I
$S_4$	I X I X
$S_5$	I I X X

식(30)은 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$  적용 시 에  $Z_i$  오류에 대한 j-튜플  $G_j$  징후 식이다.

$$G_j : HHHH[S_j[HHHH[b(z)]]], \text{ 여기서 } i=1 \text{ to } (n+k-1). \quad (30)$$

아래는 분극 오류  $Z_4$  발생 시의 클리포드 기반 스테빌라이저 측정 예이다. 식(31)는  $Z_4$ 의 클리포드 행렬 표현이다.

$$P = [I_1 I_2 I_3 Z_4] = [0001 | 0000] \quad \dots (31)$$

식(30)에 식(31)을 적용한 후 표 1의  $S_j$ 을 순차적 적용하면 식(33) ~ 식(37)을 구할 수 있다.  $G_j$  징후 연산은 식(32)의 연산 규칙을 적용한다.

$$X|+\rangle = |+\rangle, X|-\rangle = -|-\rangle, [-|-\rangle] \equiv [|+\rangle] \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & HHHH[S_1[HHHH[0001]]] \quad \dots (33) \\ & = HHHH[X_1 X_2[+++ -]] \\ & = HHHH[+++ -] \\ & = +[0001] \rightarrow G_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & HHHH[S_2[HHHH[0001]]] \quad \dots (34) \\ & = HHHH[X_1 X_3[+++ -]] \\ & = HHHH[+++ -] \\ & = +[0001] \rightarrow G_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & HHHH[S_3[HHHH[0001]]] \quad \dots (35) \\ & = HHHH[X_2 X_3[+++ -]] \\ & = HHHH[+++ -] \\ & = +[0001] \rightarrow G_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & HHHH[S_4[HHHH[0001]]] \quad \dots (36) \\ & = HHHH[X_2 X_4[+++ -]] \\ & = HHHH[+++ =] \\ & = -[0001] \rightarrow G_4 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & HHHH[S_5[HHHH[0001]]] \quad \dots (37) \\ & = HHHH[X_3 X_4[+++ -]] \\ & = HHHH[+++ =] \\ & = -[0001] \rightarrow G_5 = 1 \end{aligned}$$

$Z_4$  오류에 대한 클리포드 기반 스테빌라이저 측정은 식(38)과 같다.

$$Z_4: G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 = 00011 \quad \dots (38)$$

식(38) 결과는 그림 5에 대한 그림 6의 QCAD<sup>3)</sup>에 의한 물리적 징후 측정결과와 일치함을 알 수 있다. 그림 6에서 ‘Measured’는 물리적 측정을 의미한다. QCAD 출력 “24. |11000????> . 1.00000000”을 해석하면 (C[4,2,2]QSBC-QURC 디코더 외부에 삽입한) 5개 보조 큐비트에 대한 물리적 측정을 한 결과  $10^{-7}$ 의 오차 정확도로 십진수 24인 이진수  $R_9 R_8 R_7 R_6 R_5 = 11000$ 가 100% 확률로 검출되었다’라는 의미이다. 이때 QCAD는 좌에서 우로의 관습적 연산 방향이 아닌 우에서 좌로의 진화 연산을 반영한다는 점을 주의해야 한다.

물음표 기호 “????”는 C[4,2,2] QSBC-QURC에 대한 물리적 측정이 없었다는 표현이다.

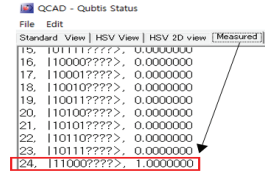


그림 6.  $Z_4$  오류를 반영한 C[4,2,2] QSBC-QURC의 QCAD 측정

Fig. 6 QCAD measurements of C[4,2,2] QSBC-QURC with  $Z_4$  error

C[4,2,2] QSBC-QURC에 대한  $Z_i$  오류 징후는 표 2와 같다.

표 2.  $Z_i$  오류에 대한 C[4,2,2] QSBC-QURC의 클리포드 기반 스테빌라이저 오류 징후  
Table 2. Clifford-based stabilizer  $Z_i$  error syndromes in C[4,2,2] QSBC-QURC

$Z_i$ error type	j-tupled $G_j$ syndromes $G_1 G_2 \dots G_j \dots G_{n+k-1}$
	$Z_1$
$Z_2$	10110
$Z_3$	01101
$Z_4$	00011

그림 7은  $i,j$ 가 각각  $i=1$  to  $n$  및  $j=1$  to  $(n+k-1)$  일 때 C[4,2,2] QSBC-QURC를 C[n,k,2]

3) QCAD download; <http://qcad.sourceforge.jp>



QSBC-QURC로 확장할 경우  $i$ -튜플 열벡터  $Z_i$ 와  $j$ -튜플 행 벡터  $S_j$ 가 규칙성을 갖고 확장되고 있음을 보여 준다. 그림 7에서  $C[4,2,2]$ 의 좌측 첫 번째 열벡터  $[1100]^T$ 은 표 1의  $S_1$  코드로서 이것은 그림 5에서 Q5 행의 CNOT(5,1)과 CNOT(5,2)의 패리티 곱 연산으로 실현되었고  $S_1$  코드는 간단히

$[X_1X_2I_3I_4] = [X_1X_2]$ 과 같이 나타낸다. 같은 방법으로 좌측 두 번째 열벡터  $[1010]^T$ 은 그림 5의 Q6 행에서  $[X_1X_3]$ 로 실현되었다.  $C[n,k,2]$ 로 일반화할 경우  $j$ -튜플 행 벡터  $G_j$ 는  $j=n+k-1$ 로 확장되며,  $i$ -튜플 열벡터  $Z_i$ 는  $k+2$ 로 확장됨을 알 수 있다.

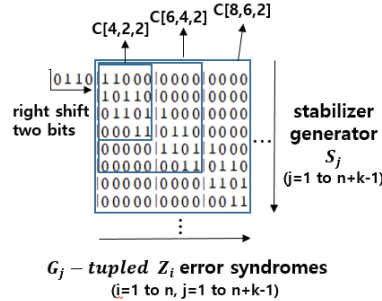


그림 7.  $C[n,k,2]$  QSBC-QURC에 대한 클리포드 기반 Z 오류의 스테빌라이저 측정 징후 일반화  
 Figure 7. Generalized stabilizer measurement syndromes of Clifford-based Z error for  $C[n,k,2]$

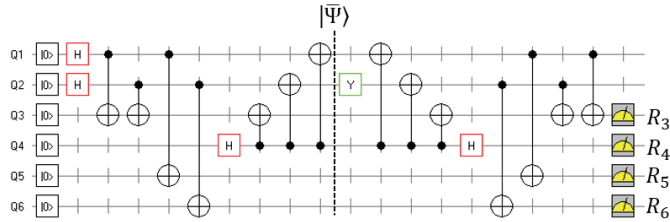


그림 8. 파울리 X,Y 오류를 검출할 수 있는 증강된 QSBC-QURC(I)

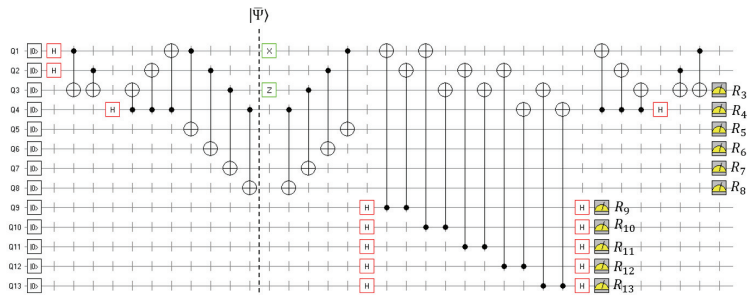


그림 9. 파울리 X,Y,Z 오류를 검출할 수 있는 증강된 QSBC-QURC(II)  
 QSBC-QURC

**4.2 증강된 QSBC-QURC(I)의 클리포드 기반 파울리 X,Y 징후 측정**

증강된 QSBC-QURC(I) 기반 클리포드 계열의 파울리 X,Y 징후 측정은 파울리 X, Y 오류를 검출하기 위해 정보 큐비트 수(k개) 만큼의 보조 큐비트를 추가적으로 삽입하고 QSBC와 QURC 중간 영역에서 각각의 정보 큐비트와 보조 큐비트 사이에 한 개씩의 CNOT 게이트를 삽입한 것이다[7]. 그림 8에서는 k=2이므로 두 개의 보조 큐비트 Q5와 Q6를 추가하고 정보 큐비트와 보조 큐비트 사이에 CNOT(1,5)와 CNOT(2,6)을 추가함으로써 k개 정보 큐비트의 정보를 k개 보조 큐비트로 CNOT 반복하였다. 이와 같은 추가적 보강 조치로 모든 파울리 X, Y 오류들은 고유한 상태 벡터를 부여받을 수 있어 위치 측정이 가능해 진다. 그림 8의 증강된 QSBC-QURC(I)의 진단 코드는 식(39)과 같다.

$$|\bar{\psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha_2\alpha_1(|0000\rangle + |1111\rangle)|00\rangle + \dots + \beta_2\alpha_1(|0110\rangle + |1001\rangle)|01\rangle + \alpha_2\beta_1(|1010\rangle + |0101\rangle)|10\rangle + \beta_2\beta_1(|1100\rangle + |0011\rangle)|11\rangle \quad (39)$$

표 3은 그림 8과 같이 증강된 QSBC-QURC(I)에 의해 검출 가능한 파울리 X,Y 오류징후들이다. 표 3은 증강된 QSBC-QURC(I)가 파울리 Z 오류에 관한 오류 발생 위치 정보를 제공하지 못함을 보여 준다.

표 3. 증강된 QSBC-QURC(I)의 X,Y,Z 오류 징후  
Table 3. X,Y,Z error syndromes of augmented QSBC-QURC(I)

$ R_3R_4R_5R_6\rangle$					
$X_1$	$ 1010\rangle$	$Y_1$	$ 1110\rangle$	$Z_1$	$ 0100\rangle$
$X_2$	$ 1001\rangle$	$Y_2$	$ 1101\rangle$	$Z_2$	$ 0100\rangle$
$X_3$	$ 1000\rangle$	$Y_3$	$ 1100\rangle$	$Z_3$	$ 0100\rangle$
$X_4$	$ 1011\rangle$	$Y_4$	$ 1111\rangle$	$Z_4$	$ 0100\rangle$
$X_5$	$ 0010\rangle$	$Y_5$	$ 0010\rangle$	$Z_5$	$ 0000\rangle$
$X_6$	$ 0001\rangle$	$Y_6$	$ 0001\rangle$	$Z_6$	$ 0000\rangle$

파울리 Z 오류를 검출하기 위해 그림 8의 증강된 QSBC-QURC(I)에 그림 5와 표 1에 제시한 클리

포드 기반 스테빌라이저  $S_j$ 를 적용하면 식(39)에서 식(17)의 진단 코드에 해당하는 Q1~Q4의 얽힘 중첩 상태들이 Q5와 Q6에 의한  $\{00,01,10,11\}$  중의 한 가지 얽힘 중첩상태로 랜덤 붕괴하므로 증강된 QSBC-QURC(I)에는 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$  측정을 적용할 수 없다.

**4.3 증강된 QSBC-QURC(II)의 클리포드 기반 파울리 X,Y,Z 오류 측정**

본 논문은 증강된 QSBC-QURC(I)에 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$ 를 적용할 때 발생하는 중첩 현상의 원인이 추가한 k개의 CNOT 게이트에 의해 발생한다는 사실을 실험적으로 확인할 수 있었고, 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$ 의 적용에 앞서 중첩 현상을 제거하기 위한 연구를 수행하였다. CNOT 게이트 삽입에 따른 중첩 현상을 제거하기 위해 본 논문이 수행한 문제해결 정책은 다음과 같다. 첫째, QSBC-QURC 인코더에 추가적인 k개 CNOT 게이트를 삽입해 파울리 X, Y 오류검출 기능을 부여한다. 둘째, 스테빌라이저  $S_j$  적용 전에 앞서 추가한 CNOT 게이트를 수반 CNOT 게이트로 상쇄시켜 중첩 현상을 제거한다. 셋째, 수반 CNOT 게이트로 중첩 현상을 제거한 후 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$  측정을 적용한다.

본 논문은 거듭된 시행착오 연구 끝에 수반 게이트에 의한 CNOT 게이트 상쇄가 추가 삽입한 CNOT 게이트 위치를 인코더중단 지점으로 변경할 때 가능함을 실험적으로 확인할 수 있었다. 한편 QURC 중단 지점에 CNOT 게이트를 삽입할 경우 입력 큐비트 수(n=k+2) 만큼의 CNOT 게이트와 보조 큐비트가 소요된다는 사실을 QCAD 실험을 통해 확인하였다. 그림 9는 표 4와 같이 고유한 파울리 X,Y,Z 오류 징후를 제공하는 증강된 QSBC-QURC(II)이다. 그림 9에서 클리포드 기반 스테빌라이저  $S_j$  측정은 선택 사항이며, 스테빌라이저  $S_j$  측정을 제거하면 증강된 QSBC-QURC(II)는 증강된 QSBC-QURC(I)이 된다. 식(40)은 그림 9의 증강된 QSBC-QURC(II)에 대한 진단 코드로서 Q1~Q4에 해당하는 좌측 4개 큐비트의 얽힘 상태가 Q5~Q8에 CNOT 반복되는 중첩상태를 보여 준다.

$$\begin{aligned}
 |\bar{\psi}\rangle = & \quad (40) \\
 & \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha_1\alpha_2(|0000\rangle + |1111\rangle + |1111\rangle + |1111\rangle) \\
 & + \alpha_1\beta_2(|0110\rangle + |0110\rangle + |1001\rangle + |1001\rangle) \\
 & + \beta_1\alpha_2(|1010\rangle + |1010\rangle + |0101\rangle + |0101\rangle) \\
 & + \beta_1\beta_2(|1100\rangle + |1100\rangle + |0011\rangle + |0011\rangle)]
 \end{aligned}$$

스테빌라이저  $S_j$  적용 전에 중첩 현상을 제거하기 위해 식(40)에 식(41)과 같이 n개 수반 CNOT 게이트를 적용하면 식(41)의 Q1~Q4는 식(17)의 진단상태로 환원되므로 그림 9의 증강된 QSBC-QURC(II)는 그림 5와 같이 클리포드 기반 스테빌라이저 측정이 가능해진다.

표 4는 논리적 큐비트 수가 k일 때  $C[2(k+2), k]$ 로 증강된 QSBC-QURC(II)로 검출 가능한 파울리 오류들의 유형과 위치 징후에 대한 상태 벡터 정보표이다.

$$\begin{aligned}
 & CNOT(1,5)[CNOT(2,6)[CNOT(3,7)[CNOT(4,8)|\bar{\psi}\rangle]] \quad (41) \\
 & = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha_1\alpha_2(|0000\rangle + |1111\rangle + |0000\rangle) \\
 & + \alpha_1\beta_2(|0110\rangle + |1001\rangle + |0000\rangle) \\
 & + \beta_1\alpha_2(|1010\rangle + |0101\rangle + |0000\rangle) \\
 & + \beta_1\beta_2(|1100\rangle + |0011\rangle + |0000\rangle)] \\
 & = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha_1\alpha_2(|0000\rangle + |1111\rangle) \\
 & + \alpha_1\beta_2(|0110\rangle + |1001\rangle) \\
 & + \beta_1\alpha_2(|1010\rangle + |0101\rangle) \\
 & + \beta_1\beta_2(|1100\rangle + |0011\rangle)]|0000\rangle
 \end{aligned}$$

표 4. 증강된 QSBC-QURC(II)의 X,Y,Z 오류 징후  
Table 4. X,Y,Z error syndromes of augmented QSBC-QURC(II)

$ R_3R_4R_5R_6R_7R_8\rangle +  R_9R_{10}R_{11}R_{12}R_{13}\rangle$		
	Qubit	Decimal
$X_1$	$ 101000\rangle +  000000\rangle$	5
$X_2$	$ 100100\rangle +  000000\rangle$	9
$X_3$	$ 100010\rangle +  000000\rangle$	17
$X_4$	$ 100001\rangle +  000000\rangle$	33
$X_5$	$ 001000\rangle +  000000\rangle$	4

$X_6$	$ 000100\rangle +  000000\rangle$	8
$X_7$	$ 000010\rangle +  000000\rangle$	16
$X_8$	$ 000001\rangle +  000000\rangle$	32
$Z_1$	$ 010000\rangle +  110000\rangle$	194
$Z_2$	$ 010000\rangle +  101110\rangle$	834
$Z_3$	$ 010000\rangle +  011101\rangle$	1410
$Z_4$	$ 010000\rangle +  000111\rangle$	1538
$Z_5 = Z_1, Z_6 = Z_2, Z_7 = Z_3, Z_8 = Z_4$		
$Y_1$	$ 111000\rangle +  110000\rangle$	199
$Y_2$	$ 110100\rangle +  101110\rangle$	843
$Y_3$	$ 110010\rangle +  011101\rangle$	1427
$Y_4$	$ 110001\rangle +  000111\rangle$	1571
$Y_5$	$ 011000\rangle +  110000\rangle$	198
$Y_6$	$ 010100\rangle +  101110\rangle$	842
$Y_7$	$ 010010\rangle +  011101\rangle$	1426
$Y_8$	$ 010001\rangle +  000111\rangle$	1570

## V. 결론

본 논문은 데이터 정보의 확장이 쉬워 상대적으로 높은 코딩률과 낮은 QBER 특성을 보이는  $C[n,k,d]$  QSBC-QURC 인코더에 보조 큐비트와 CNOT 게이트를 삽입할 경우 외부의 고전정보처리 파트 도움 없이 파울리 X,Y,Z 오류에 대한 유형과 위치 정보를 생성할 수 있음을 QCAD 실험을 통해 입증하였다. 본 논문은 파울리 Z 오류의 위치 정보 측정에 적합한 클리포드 기반 스테빌라이저 코드를 적용해  $C[n,k,d]$  QSBC-QURC에서 발생한 파울리 Z 오류의 위치 정보 측정에 성공하였다. 다음에 기존의 파울리 X 오류 자동 정정이 가능한 증강된 QSBC-QURC(I)[7]이 파울리 X 오류 외에 파울리 Y 오류의 검출도 가능함을 실험을 통해 확인할 수 있었다. 최종적으로 본 논문은 기존의 증강된

QSBC-QURC(I)에 클리포드 기반 스테빌라이저 Z 측정법 적용 시에 발생하는 중첩 현상 문제를 해결하고 QSBC-QURC 구조에서 고전 정보처리파트의 외부도움 없이 파울리 X,Y,Z 오류를 측정할 수 있는 새로운 증강된 QSBC-QURC(II) 개발에 성공할 수 있었다.

본 논문이 제안한 증강된 QSBC-QURC(II)는 다중 논리적 큐비트 k를 적용할 경우 최대 코딩률은 약 1/2로 제한되지만, 파울리 X,Y,Z 오류의 유형과 위치정보를 측정할 수 있고, 코딩률 외에 QSBC-QURC가 갖는 주요 성능을 상속한다. 증강된 QSBC-QURC(II)에서 클리포드 기반 스테빌라이저 Z 측정부를 제거하면 파울리 X,Y 오류 측정이 가능한 증강된 QSBC-QURC(I)이 된다.

#### Acknowledgement

This study was supported by Gangneung-Wonju National University.

#### References

- [1] V. Silva, *Practical Quantum Computing for Developers: Programming Quantum Rigs in the Cloud using Python, Quantum Assembly Language and IBM Q Experience*. Cary NC USA : APress, 2018.
- [2] D. Gottesman, "Stabilizer Codes and Quantum Error Correction," Ph.D. Dissertation. (Advisor: John Preskill), *California Institute of Technology*, 1997.
- [3] P. Shor, "Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory," *Phys. Rev. A, Gen. Phys.*, vol. 52, no. 4, 1995. pp. 2493-2496.
- [4] C. Wu, Y. Tsai, and H. Tsai, "Quantum circuits for stabilizer codes," In *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems (ISCAS)*, Kobe, Japan, May 2005, pp. 2333-2336.
- [5] D. Park and B. Kim, "New QECCs for Multiple Flip Error Correction," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, vol. 14, no. 5, 2019, pp. 907-916.
- [6] R. Anitha and B. Vijayalakshmi, "Simulation of quantum encoder & decoder with flip bit error correction using reversible quantum gates," *Int. Conf. on Recent Trends in Electrical, Control and Communication (RTECC)*, Selangor, Malaysia, Mar. 2018, pp. 99-102.
- [7] D. Park, S. Suh, and B. Kim "Augmented Quantum Short-Block Code with Single Bit-Flip Error Correction," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, vol. 17, no. 1, 2022, pp. 31-40.
- [8] M. Wilde, M. Hsieh, and Z. Babar, "Entanglement-Assisted Quantum Turbo Codes," *IEEE J. of Trans. on Information Theory*, vol. 60, no.2, 2014, pp.1203-222.
- [9] Z. Babar, P. Botsinis, D. Alanis, S. X. Ng, and L. Hanjo, "The Road From Classical to Quantum Codes : A Hashing Bound Approaching Design Procedure," *IEEE Access*, vol. 3, 2015, pp.146-176.
- [10] D. Chandra, Z. Babar, S. X. Ng, and L. Hanjo, "Near-Hashing-Bound Multiple-Rate Quantum Turbo Short-Block Codes," *IEEE Access*, vol. 7, 2019, pp. 52712-52730.
- [11] Z. Babar, D. Chandra, H. V. Nguyen, P. Botsinis, D. Alanis, S. X. Ng, L. Hanjo, "Duality of Quantum and Classical Error Correction Codes : Design Principles and Examples," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, no. 1, 2019, pp. 970-1010.
- [12] D. Park, "A New Function Embedding Method for the Multiple-Controlled Unitary Gate based on Literal Switch," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, vol. 12, no. 1, 2017, pp. 101-107.
- [13] D. Park, "Function Embedding and Projective Measurement of Quantum Gate by Probability Amplitude Switch," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, vol. 12, no. 6, 2017, pp. 1027-1034.

## 저자 소개



### **박동영(Dong-Young Park)**

1980년 인하대학교 전자공학과  
졸업(공학사)

1985년 인하대학교 전자공학과  
졸업(공학석사)

1995년 인하대학교 전자공학과 졸업(공학박사)

2023년 현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 명예  
교수

※ 관심분야 : 다차시스템, 양자오류정정



### **서상민(Sang-Min Suh)**

1991년 한양대학교 전자통신공학  
과 졸업(공학사)

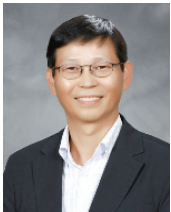
1994년 한양대학교 전자통신공학  
과 졸업(공학석사)

2003년 한양대학교 전자통신전파공학과 졸업(공학  
박사)

2004~2019 삼성전자 근무

2020~현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수

※ 관심분야 : AI, Robotics



### **김백기(Baek-Ki Kim)**

1985년 경희대학교 전자공학과  
졸업(공학사)

1987년 경희대학교 전자공학과  
졸업(공학석사)

1997년 경희대학교 전자공학과 졸업(공학박사)

2022년 현재 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수

2019년 ICT 플랫폼 학회 회장

※ 관심분야 : 신호처리, 의료시스템

