

회전유동을 이용한 기체-액체 반응 촉진 기술 연구

박준상^{*,†}

A Study on Gas-Liquid Reaction Intensification by Using Rotating Flow

Jun Sang Park^{*,†}

Abstract In the present study, we propose new type of a spinning disk reactor(SDR) with high performance and very convenient structure to make a large scale equipment from lab-scale than the conventional one. A split-disk experimental equipment, based on new type of spinning disk reactor, has been developed to generate an energy to break a bulk of injected gas into smaller gas bubble. Several cases of an experimental observation make it to confirm that a bulk of injecting gas could be continuously break into smaller bubbles. It shows the feasibility to make a scale-up of SDR by using the characteristic of Taylor-Proudman column in rotating flow. A theoretical study on single phase liquid flow is given to predict a liquid induced shear stress, which make the present study to be self-containment.

Key Words : Gas-Liquid Reaction(기액반응), Matched Asymptotic Analysis(정합점근법), Process Intensification(프로세스 강화), Rotating Flow(회전유동), Spinning Disk Reactor(회전판 반응기)

1. 서론

1995년 이후부터 화공플랜트 기술의 주된 이슈가 이전의 시스템 공정설계 연구에서 프로세스 강화(process intensification)를 통한 단위공정 혁신연구로 바뀌었다. 단위공정 연구는 거의 모든 공정에서 사용되는 공통장비인 반응로(reactor)와 분리기(separator)가 그 중심에 있고, 이들 중 특히 SDR(Spinning Disk Reactor)이 반응로 분야 프로세스 강화 연구의 핵심적 위치를 차지하고

있다.⁽¹⁾

기체-액체 반응기인 SDR이 이 분야의 중요한 위치를 차지하고 있는 이유는 과거 수백 년 동안 플랜트 공정에서 사용되어오고 있는 batch-type 대용량 반응로인 교반식 반응로(Jacketed stirred tank)에 비해 SDR이 가진 탁월한 성능 때문이다. Kamelia Boodhoo 와 Adam Harvey(2013)의 연구에서 볼 수 있듯이 기존의 방식에 비해 SDR은 열 및 물질 전달 성능이 수백에서 수천 배 이상으로 예측된다.⁽²⁾

전형적인 SDR의 구조는 온도조절 기능을 갖는 고속 회전하는 회전판의 회전 중심으로 반응액을 주입하고 반응기체를 다른 쪽으로 주입한다(Fig. 1 참고). 이때 고속회전판과 정지판 사이에 Couette 유동 형태로 형성되는 액체(반응액)의

[†] School of Mechanical, Automotive & Robot Engineering, Halla University
E-mail: jspark@halla.ac.kr

^{*} Halla Univeristy, Professor

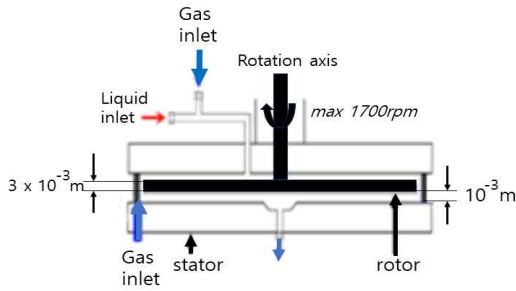


Fig. 1. Configurations of conventional SDR(Meeuse et al.¹⁾(2010))

전단 유동이 기체를 매우 작은 기포 형태로 깨뜨려 기체-액체 사이의 반응 면적을 극대화하는 화학반응, 열전달 혹은 물질전달 반응을 일으키게 하는 기체-액체 반응장치가 SDR이다(Fig. 1참고).

따라서 주입 기체를 마이크로 버블로 만들기 위한 충분한 전단력을 위해 SDR의 회전판과 정지판 사이 간격(h)을 매우 작게 만들 필요가 있다. 결과적으로 R.J.J. Jachuck & C. Ramshaw(1994)와 A. Auone & C. Ramshaw(1999)의 연구에서 시작된 SDR 연구는 여전히 대용량화(scale-up)라는 넘어야 할 기술적 난제를 안고 있다.^(3,4)

본 연구에서는 유체가 고속 회전할 때 회전축 방향으로 회전방향 속도 성분을 일정하게 유지 시키려고 하는 회전유동의 원리(이것을 회전유동에서는 Taylor-Proudman column 이라 부름⁵⁾)를 이용하여 회전판 사이의 간격(h)이 기존 SDR 보다 매우 큰 영역에서 자유전단류(free shear layer)를 만들고(Fig. 2의 파선영역 참고), 이것을 이용하여 주입 기체를 마이크로 버블로 부수는 것이 가능한지에 대한 타당성 연구(feasibility study)를

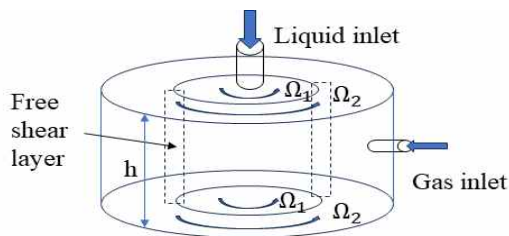


Fig. 2. Schematics of new proposed model on gas-liquid reaction intensification.

유동 가시화를 통해 살펴 보고자 한다. 본 논문의 2장에서는 회전판 사이의 간격($h \approx 36\text{mm}$)이 매우 넓은 새로운 형태의 SDR을 통해 회전판과 정지판 사이의 좁은간격 ($h \approx 1\text{mm}$)에 기인해 발생하는 기존 SDR의 대용량화 한계 문제를 뛰어넘을 수 있는 기술적 가능성을 알아보하고자 한다(Fig. 1 & Fig. 2 참고).

그리고 본 논문의 3장에서는 단상액체유동(single phase liquid flow)에 대한 선형해석을 통해 자유 전단류에 대한 이론 모델을 제시하고 이를 통해 기체를 작은 버블로 만드는 원인인 전단력에 대한 유동변수의 영향을 설명하고자 한다. 나아가 궁극적으로는 기존 SDR의 한계를 넘어서는 회전판 사이 간격이 큰 새로운 형태의 SDR에서 발생하는 액체유동에 대한 이론 모델을 제시하고자 한다.

한가지 언급할 점은 열전달이나 물질 전달의 반응효율 측정 같은 정량적인 연구는 본 논문의 범위를 넘어서는 것으로 여기에서는 다루지 않았다.

2. 실험 및 분석

2.1 실험장치

Fig. 2에서 제안한 SDR 모델의 유동 가시화 실험을 위해 Fig. 3과 같은 실험장치를 제작했다.^{5,6)} 이 실험장치는 내부 및 외부 회전판을 서로 다른 각속도 Ω_1 , Ω_2 로 회전시켜 두 판의 경계에서 자유 전단류를 발생시킨다. 이때 발생하는 액체유동의 전단력이 덩어리(bulk) 형태로 주입되는 기체를 보다 작은 버블(bubble) 형태로 만들고, 이를 통해 기체-액체 반응효율을 극대화하는 것이 제안한 SDR의 작동 메카니즘이다. 액체의 자유 전단류가 만드는 전단력이 기체를 보다 작은 버블로 깨질 수 있는가에 대한 타당성 조사를 하는 것이 실험의 목적이다. Fig. 3 & Fig. 4에 있는 실험장치는 정성적인 관점에서 제안한 SDR의 타당성 확인을 위한 유동 가시화 장치이다. 본 연구에서 사용한 작동유체는 상온의 물과 공기이다.

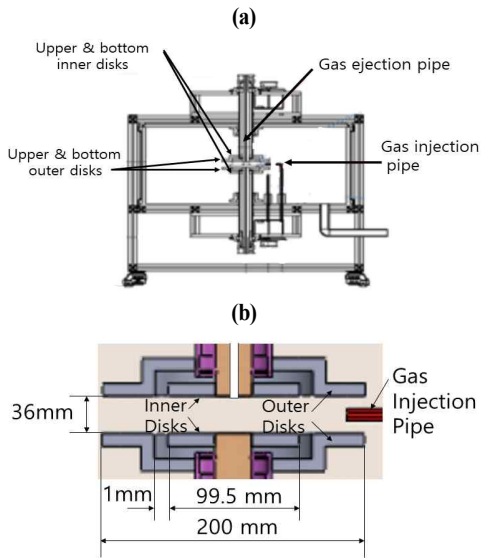


Fig. 3. New proposed system of SDR for microbubble generation : (a) system schematics, (b) coaxial rotating split disks

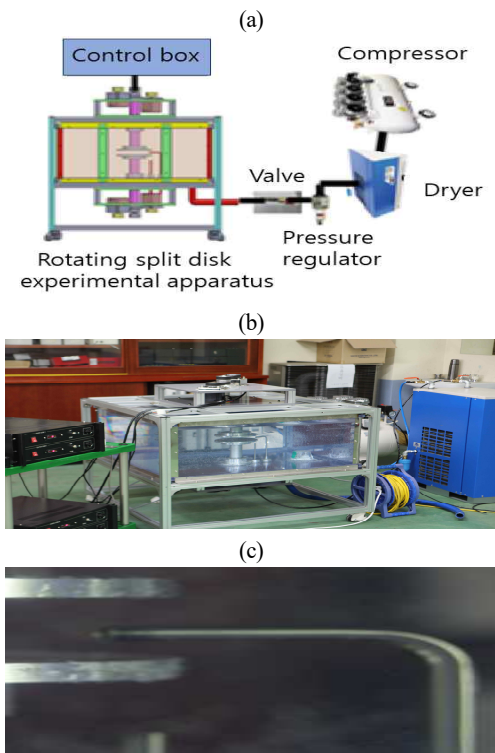


Fig. 4. Experimental system : (a) system schematics, (b) photo of the coaxial rotating split disk system, (c) photo of gas injection pipe

Fig. 4에서 볼 수 있듯이 실험장치는 내부 관찰이 가능하도록 고강도 투명 아크릴 수조(크기 $1m \times 1m \times 0.5m$)로 만들었고, 250 W BLDC 모터를 이용하여 내측 및 외측 회전 디스크의 회전수를 $100 \sim 3500 \text{ rpm}$ 범위에서 독립적으로 속도 제어를 할 수 있고, 압축기와 압력조절기를 통해 공기를 직경 5mm의 “Γ”-형태 가스유입관(gas injection pipe)을 통해 외측 디스크 내부에서 회전축을 향해 수평 방향으로 주입되도록 설계했다 (Fig.3(a) & Fig.4(c)).

압력조절기를 통해 디스크 내부로 유입되는 건조공기의 압력은 3 atm 으로 고정하고, 밸브는 완전 오픈 상태를 유지하면서 실험을 수행했다. 따라서 유입되는 공기의 유량은 액체 회전에 의한 반경 방향 원심력 효과 때문에 디스크 회전수의 제곱(원심력)에 반비례하는 형태로 유입량이 변화하게 된다.

본 논문의 목표가 유입 기체가 자유 전단류에서 작은 버블로 부서지는 것에 대한 정성적인 실현 가능성을 조사하는 것이기 때문에 굳이 실험에서 유량 일정 조건을 만족시켜야 할 필요성이 없다는 것을 여기서 밝힌다.

실험장치에서 사용한 회전판은 Fig. 3(b)에서와 같이 직경 9.95cm인 내측 디스크와 직경 20cm의 외측 디스크로 구성했고, 내측 및 외측 디스크 사이의 간격은 1mm로 설계되었다. 그리고 디스크 회전축을 따라 수직으로 직경 5mm의 기체 유출구를 뚫었다.

실험에서 고려한 액체 유동은 수조 속에서 서로 다른 회전속도(Ω_1, Ω_2)로 회전하는 두 쌍의 회전판에 의해서만 발생한다. 실험의 목적이 전단력에 의한 버블 깨뜨림을 알아보는 것이기 때문에 문제를 보다 단순화해서 제안한 SDR 모델 (Fig. 2)에서와 같은 액체의 유출입은 고려하지 않았다.

실험은 유동 안정성을 고려하여 내측 및 외측 디스크가 같은 방향으로 회전하는 경우(co-rotating case)로 한정하여 외측 디스크의 회전속도(Ω_2)가 내측 디스크의 회전속도(Ω_1)에 비해 큰 경우($\Omega_2 > \Omega_1$)인 회전 속도비 $\Omega_1/\Omega_2 < 1.0$ 범위에서

수행했다. 회전 속도비 Ω_1/Ω_2 는 유동의 비선형성과 함께 자유 전단류에서 생성되는 전단응력 (shear stress)의 세기를 나타내는 흔히 회전유동 연구자들이 로스비수(Rossby number)로 부르는 무차원수이다.

순간 영상은 Canon EOS5D Mark III 카메라를 이용하여 셔터 스피드 1/4000초로 촬영했다.

2.2 실험결과 및 해석

실험은 여러 회전속도비 범위($0 < \Omega_1/\Omega_2 < 1.0$)에 대해 회전속도 Ω_2 를 변화시키면서 다양한 범위의 실험을 수행했다. $\Omega_1/\Omega_2 \sim O(1)$ 의 다양한 회전 속도비에 대해 실험한 결과 정성적으로 서로 비슷했기 때문에 본 논문에서는 $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$ 의 경우에 한정해서 결과를 정리한다. 그리고 본 실험에서는 내, 외측 디스크의 회전 방향은 위쪽에서 회전축 방향으로 바라볼 때 시계방향으로 같은 방향으로 회전하는 경우만을 관찰했다. 내, 외측 디스크의 회전 방향이 서로 다른 경우는 경계면에서 생기는 전단층이 불안정해져 SDR 목적으로는 적절하지 않다.

한가지 언급할 사실은 자유 전단층의 두께가 $O(R_e^{-1/4}H)$ 이라는 사실은 이전의 회전유동 연구에서 잘 알려진 사실이다(회전유동 연구에서는 회전축에 평행한 자유 전단층을 스티워슨 경계층(Stewartson layer)이라고 부른다). 여기서 $R_e (\equiv \rho\Omega_1 H^2/\mu)$ 는 Reynolds number 이다. ρ 액체밀도, μ 액체의 점성계수 그리고 H 는 상하 회전판 사이의 간격이다. 따라서 Ω_1/Ω_2 값이 일정한 상태에서 Ω_2 를 증가시키면 자유 전단층의 두께는 얇아진다. 결과적으로 액체유동이 발생시키는 전단력 크기는 더욱 증가한다.

Fig. 5는 $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$, $\Omega_2 = 2500rpm$ 인 경우의 실험 결과이다. 공기 주입구를 기준으로 회전축 위에서 관찰할 때, Fig.5(a)는 시계방향 각 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 에 해당하는 전면 사진이고, Fig. 5(b)는 각 $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 에 대한 후면 사진이다.

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 의 전면 사진(Fig. 5(a))을 살펴

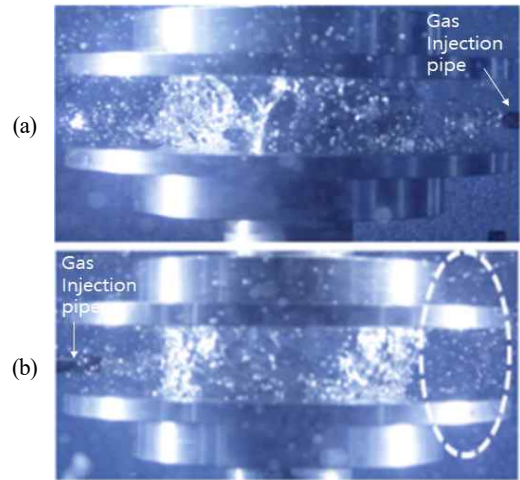


Fig. 5. : Experimental result on bubble breakdown when $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$ and $\Omega_2 = 2500rpm$. (a) front view ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$), (b) rear view ($180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$). See Fig. 3(b) for scale.

보면 외측 디스크 영역의 공기 주입구에서 주입된 기체 버블이 액체와 같이 시계방향으로 회전하면서 동시에 원심력 때문에 발생하는 반경 방향의 부력으로 인해 반경 안쪽으로 이동하는 것을 볼 수 있다. 그러나 아직 내측 디스크와 외측 디스크가 만나는 전단층(shear layer) 영역에 도달하지 않았기 때문에 버블의 크기가 상대적으로 큰 상태를 유지하며 움직이는 것을 볼 수 있다.

반면 $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 의 후면 사진(Fig. 5(b))을 살펴보면 Fig. 5(b)의 오른쪽 원으로 표시한 영역 안에서 작은 기체 버블을 확인할 수 있고, 1mm 이하 크기의 버블이 공간적으로 고르게 분포하는 것을 볼 수 있다.

이 결과는 액체의 회전 운동이 발생시킨 반경 방향의 부력 작용으로 인해 기체 주입구를 떠난 큰 기체 버블은 나선형 운동을 하며 반경 안쪽으로 이동하다가 액체의 자유 전단층을 만나게 되면 N.M. Fischer et al.(2008)⁷⁾이 설명한 버블 변형과 깨짐이라는 일련의 과정이 일어난 결과로 유추할 수 있다.

관찰된 작은 버블의 크기는 전단층 두께 $O(R_e^{-1/4}H)$ 정도의 크기이고, 이것은 회전속도 Ω_2 를 더욱 증가시키면 더 작은 버블을 형성할

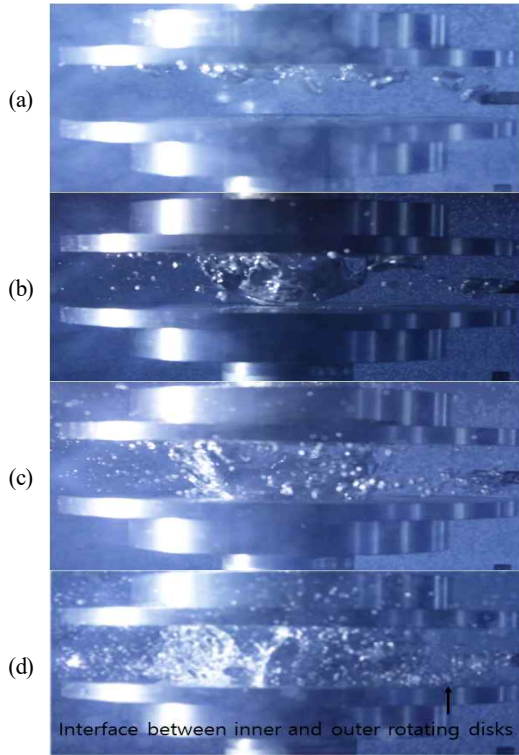


Fig. 6. Photographies of snap shot of bubble dynamics at $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$: (a) $\Omega_2 = 1000rpm$, (b) $\Omega_2 = 1500rpm$, (c) $\Omega_2 = 2000rpm$, (d) $\Omega_2 = 2500rpm$. See Fig. 3(b) for scale.

수 있다는 것을 보여주는 결과이다.

결론적으로 실험 결과는 본 논문에서 제안한 SDR의 실현 가능성이 타당하다는 것을 보여준다. 엄격한 타당성 조사(feasibility study)를 위해서는 본 실험 같은 오픈시스템이 아닌 액체의 유출입이 가능한 밀폐시스템에서의 실험이 요구될 수도 있지만 이것은 본 논문의 범위를 넘어선다는 것을 밝힌다.

Fig. 6은 디스크 회전 속도비를 $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$ 로 고정하고, Ω_2 를 $1000rpm$ 에서 $2500rpm$ 로 증가시키면서 관찰한 결과이다. Fig. 6(a)–Fig. 6(d)는 회전속도(Ω_2)의 변화에 따른 주입 기체 버블의 운동 및 버블 깨짐(bubble breakup)에 대한 특성 변화를 보여준다.

Ω_2 가 $1000rpm$ 인 경우(Fig.6(a)), 즉, 디스크 회전속도가 작은 경우에는 중력에 의한 부력효

과가 원심력에 의한 부력효과보다 상대적으로 크게 나타나 기체 버블이 주입과 동시에 기체 유출구가 있는 위쪽 회전판 쪽으로 움직이는 현상이 나타난다. 점점 디스크 회전속도 Ω_2 를 증가시키면 Fig. 6(b)–(d)에서 볼 수 있듯이 주입 기체의 운동 방향이 수평으로 기울어지는 경향을 볼 수 있다. 따라서 따라서 디스크 회전속도가 충분히 크면 원심력에 의한 부력효과 중력에 의한 부력효과를 압도하고 이때 기체 버블에 작용하는 부력의 방향은 수평으로 회전축을 향하게 된다는 것을 Fig. 6(a)–(d)는 명확히 보여준다.

Fig. 6(a)처럼 Ω_2 값이 작은 경우는 연관된 액체의 레이놀즈수도 마찬가지로 작아지기 때문에 유동 영역 전체가 점성의 영향을 받게 되어 내측 디스크와 외측 디스크의 경계(Fig. 6(d)의 화살표 위치)에서 회전축 방향의 수직 자유 전단류가 생기기 힘들게 된다.

따라서 Fig. 6(a)–(d)의 결과를 살펴보면 두 회전판의 경계에서 버블을 깨뜨릴 수 있는 자유 전단류를 만들기 위해서는 스티워슨 경계층의 두께가 시스템의 크기 척도로 정의되는 두 회전판 사이의 간격보다 매우 큰 조건, 즉, $O(R_e^{-1/4}) \ll 1$ 을 만족해야 한다는 것을 알 수 있다. 다시 말하면 이것은 물리적으로 회전판의 회전속도가 충분히 커서 액체유동이 점성 유동과 비점성 유동으로 나누어지는 경계층 유동 특성을 보여야 회전판의 경계 영역에서 버블을 깨뜨릴 수 있는 자유 전단류 층이 만들어질 수 있다는 의미이다.

3. 이론해석

본 장에서는 버블붕괴(bubble breakup)를 통해 기체-액체 반응면적 증가를 일으키는 원인인 전단력을 예측하기 위해 단상액체유동(single phase liquid flow)에 대한 선형이론 해석을 했다.

해석을 위한 유동모형은 Fig. 7에 있다. 그림에서처럼 유동은 회전축(z-축) 상부에 설치된 반경 $L0$ 의 원형 유입구를 통해 균일한 속도(w_{IN})로 유입되고, $r = L2$ 에 위치한 측벽을 통해 균일속도(u_{OUT})로 유출된다. 이때 그림에서 $z = \pm 0.5$ 에

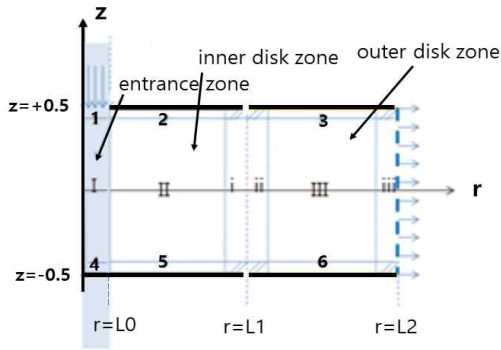


Fig. 7. Flow model on new-type SDR configuration and flow zone classification

위치한 (검은 실선으로 표시된) 회전판은 각각 내측($0 \leq r \leq L1$)은 Ω_1 으로 외측($L1 \leq r \leq L2$)은 Ω_2 로 서로 다른 각속도로 회전한다.

시스템 레이놀즈수(R_e)는 매우 크고, $O(R_e^{-1/2})$ 의 약한 균일유동이 용기의 입, 출구를 따라서 유입, 유출된다.

이제 두 디스크의 회전속도 차이의 세기, 즉, 로스비수(R)를 $R = |(\Omega_2 - \Omega_1)/\Omega_1| \ll 1$ 라고 가정하면 이때 발생하는 흐름은 비선형 항이 제거된 선형유동이 된다.

3.1 지배방정식

Ω_1 으로 회전하는 회전좌표계에 대한 무차원 지배방정식을 쓰면 아래와 같은 선형 비정상 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2v = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{R_e} \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2u = \frac{1}{R_e} \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 w. \quad (4)$$

여기서 (u, v, w)는 각각 반경방향, 회전방향, 수직방향속도성분을 의미하며 길이를 상하 디스크 간격 H 로, 시간을 Ω_1^{-1} 속도를 $R\Omega_1 H$ 로, 압력을 $\rho(\Omega_1 H)^2$ 로 무차원화했다. 그리고 위 식에서 $R_e (\equiv \rho\Omega_1 H^2/\mu)$ 는 Reynolds number이다. ρ 는 액체의 밀도, μ 는 액체의 점성계수이다.

해석을 위해 유동구역을 Fig.7에서와 같이 크게 3개 구역(entrance zone, inner disk zone, outer disk zone)으로 나눌 수 있다.

초기($t=0$)에 액체의 유출입 없고 모든 영역에서 유동은 내측 디스크 회전속도 Ω_1 로 강제회전, 즉,

$$u = v = w = 0,$$

인 것으로 가정한다.

과도시간($t > 0$)에 대한 경계조건은 다음과 같다 (Fig. 7 참고).

(i) 입구구역 : $u = 0, \partial v/\partial z = 0, w = -w_{IN}$

$$(0 \leq r \leq L0, z = -1/2),$$

$$u = v = w = 0 (0 \leq r \leq L0, z = +1/2).$$

(ii) 내측 디스크 구역 :

$$u = v = w = 0 (L0 \leq r \leq L1, z = \pm 1/2).$$

(iii) 외측 디스크 구역 :

$$u = v = r = w = 0$$

$$(L1 \leq r \leq L2, z = \pm 1/2).$$

(iv) 측벽에서의 유출조건

$$u = u_{OUT}, v = 0, w = 0$$

$$(r = R_2, -0.5 \leq z \leq +0.5)$$

상기 경계조건에 나타나는 회전축 방향의 유입 유속(w_{IN})과 반경 방향 유출 유속(u_{OUT})은 연속조건 $Q = A_{IN}w_{IN} = A_{OUT}u_{OUT}$ 을 만족해야 한다. 여기서 Q 는 유출, 유입 유량을 의미하고, $A_{IN} (\equiv \pi L0^2)$ 은 입구 면적, $A_{OUT} (\equiv 2\pi L2)$ 는 출구 면적을 의미한다.

그리고 각 구역의 해는 접촉면, 즉, $r = L0$, $r = L1$ 에서의 속도 연속조건도 만족해야 한다.

3.2 해석해

$R_e \gg 1$ 인 경우 유동특성에 따라 Fig.7처럼 유동을 3구역(entry zone, inner disk rezone, outer disk zone)으로 나눌 수 있고 이들을 다시 점성의 영향이 거의 무시할 수 있을 정도로 작은 (구역 대부분을 차지하는) 비점성 영역(I, II, III)과 점성의 영향이 매우 큰 수평 경계층 영역(1 ~ 6) 그리고 수직 자유 전단층 영역(i, ii, iii)으로 나눌 수 있다.

해석해를 구하는 방법은 각 영역을 나누어 해석하고 이들을 매칭하는 방식의 흔히 정합 점근법(matched asymptotic method)이라 부르는 방법을 적용해서 수행한다.

$R_e \gg 1$ 인 경우 모든 유동변수 Φ 를

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} R_e^{-n/4} \Phi_n, \quad (5)$$

와 같이 섭동파라미터 $R_e^{-1/4}$ 로 전개하고, 각 영역에 대한 잘 알려진 특성 길이변수를 도입하면, Eq.(1)-(4)로부터 물리적으로 의미가 있는 다음과 같은 각 영역 리딩차수해(leading order solution)를 구할 수 있다.

다소 길고 지루한 수학적인 과정은 Greenspan⁽⁸⁾, Park & Hyun^(8,10) 그리고 Park & Sohn⁽¹¹⁾을 참고하기 바람에 여기서는 본 논문의 자족성을 위해 그 결과를 요약한다.

(i) 입구영역의 해

$$u_I = \frac{1}{2} r w_{IN} e^{-2\tau}, \quad u_a = + \frac{w_{IN}}{2} r (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_a} \sin(\zeta_a)$$

$$v_I = - \frac{1}{2} w_{IN} r (1 - e^{-2\tau}),$$

$$v_a = - \frac{w_{IN}}{2} r (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_a} \cos(\zeta_a)$$

$$w_I = - \left(\frac{1}{2} + z e^{-2\tau} \right) w_{IN}$$

$$w_a = (-1)^a \frac{w_{IN}}{2} (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_a} (\cos(\zeta_a) + \sin(\zeta_a))$$

여기서 $a = 1$ (or 4), $\tau = t R_e^{-1/2}$,

$$\zeta_a = (0.5 - (-1)^a z) / E^{1/2}.$$

(ii) 내측 디스크 영역의 해

$$u_{II} = \frac{Q}{2\pi r} e^{-2\tau}, \quad v_{II} = - \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}), \quad w_{II} = 0,$$

$$u_i = v_i = \frac{Q}{2\pi \times L1} \left(-e^{-2\tau} \operatorname{erfc} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}} \right) + F[\tau, \eta_i] \right) + \frac{1}{4} \times L1 \times F[\tau, \eta_i], \quad w_i(\tau, \eta) = -z \frac{\partial v_i}{\partial \eta},$$

$$u_b = \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_b} \sin(\zeta_b),$$

$$v_b = \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_b} \cos(\zeta_b), \quad w_{2,5} = 0,$$

여기서

$$F[\tau, \eta] = e^{\sqrt{2}\eta} \operatorname{erfc} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{2\tau} \right) + e^{-\sqrt{2}\eta} \operatorname{erfc} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}} - \sqrt{2\tau} \right),$$

$$\eta_i = (L1 - r) / E^{1/4}, \quad \zeta_b = (0.5 - (-1)^b z) / R_e^{-1/2}$$

이다.

(iii) 외측 디스크 영역의 해

$$u_{III} = \frac{Q}{2\pi r} e^{-2\tau}, \quad v_{III} = - \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}), \quad w_{III} = 0,$$

$$u_c = v_c = \frac{Q}{2\pi \times L1} \left(-e^{-2\tau} \operatorname{erfc} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}} \right) + F[\tau, \eta_c] \right) + \frac{1}{4} \times L1 \times F[\tau, \eta_c], \quad w_c(\tau, \eta) = -z \frac{\partial v_c}{\partial \eta},$$

$$u_d = \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_d} \sin(\zeta_d),$$

$$v_d = \frac{Q}{2\pi r} (1 - e^{-2\tau}) e^{-\zeta_d} \cos(\zeta_d), \quad w_d = 0,$$

여기서 $c = ii$, $\eta_c = (r - L1) / R_e^{-1/4}$ 혹은 $c = iii$,

$\eta_e = (L2 - r) / E^{1/4}$ 을 의미하고 $d = 3$ (or 6) 그리고

$$\zeta_d = (0.5 + (-1)^d z) / R_e^{-1/2}$$
을 의미한다.

위에 주어진 해에서 하첨자는 Fig. 7에 표기된 영역을 의미한다. Fig. 8과 Fig. 9는 앞서 구한 이론해를 이용하여 구한 유선 및 와도 분포를 그린 것이다. Fig. 7의 SDR 유동 모형에서 일어나는 경계층의 과도상태 변화를 보기 위해 비교적 작은 레이놀즈수 $R_e = 10^3$ 의 경우에 대해 시간 $\tau = 0.01, 0.1, 0.5$ 에서의 결과를 그렸다.

Fig. 8(a) & Fig. 9(a)는 유동이 내측 및 외측 디스크 영역에서 반경 바깥 방향으로 향하는 균일 유동, 즉, 유동이 벽면 점성의 영향을 거의 받지 않는 초기 시작유동(starting flow)의 모습을 보여 준다.

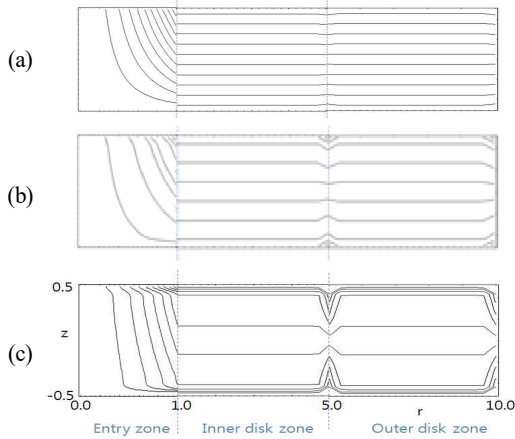


Fig. 8. The time evolution of streamline.
Times, τ , are : (a), 0.01; (b), 0.1; (c), 0.5.
 $R_e = 10^3, w_{IN} = 1.0, L0 = 1.0, L1 = 5.0, L2 = 10.0$.

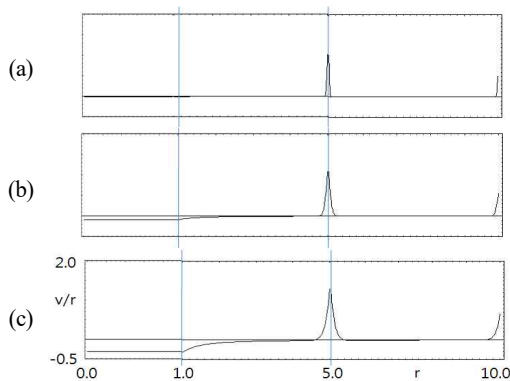


Fig. 9. The time evolution of vorticity at $z = 0$.
Times, τ , are : (a), 0.01; (b), 0.1; (c), 0.5.
 $R_e = 10^3, w_{IN} = 1.0, L0 = 1.0, L1 = 5.0, L2 = 10.0$.

초기에 유체는 모두 반경 바깥방향으로 향하고 이때 유동은 각운동량보존의 법칙을 만족시키기 위해 전영역에서 각속도가 느려지는 스핀다운(spin-down) 현상을 일으킨다. 이후 시간이 지남에 따라 유체와 디스크 사이에는 회전속도 차가 생기기 시작하고 결과적으로 디스크 벽면 근처에서 회전유동에서 에크만층(Ekman layer)이라 부르는 전형적인 두께 $O(R_e^{-1/2}H)$ 의 수평 경계층이 만들어진다. 이와 함께 동시에 내측 디스크와 외측 디스크가 만나는 $r = 0.5$ 부근에서는 스티워슨층(Stewartson layer)이라 부르는 수직

경계층이 만들어진다. 수직 경계층은 회전방향속도 매칭을 위해 $O(R_e^{-1/4}H)$ 의 두께로 형성된다⁷⁾.

Fig. 8(b-c) & Fig. 9(b-c)의 결과는 위 설명에 부합하는 유선과 와도 모습을 보여준다.

그리고 본 논문에서 제시한 이론해와 Fig. 8 & Fig. 9의 결과는 이전 연구와 잘 일치하며⁷⁾, 제시한 SDR 모형에 대한 기체 버블이 깨지는 메카니즘(bubble breakup mechanism)을 설명하기 위한 전단력 산출에 대한 이론적 바탕을 제시한다.

4. 결론

본 연구를 통해 다음의 결과를 얻었다.

- (1) 기존 SDR의 대용량화 문제를 해결할 수 있는 새로운 형태의 SDR 모형을 제시했다.
- (2) 가시화 실험을 통해 디스크의 회전속도가 충분히 빠른 경우 내, 외측 회전 디스크 경계에서 생기는 자유 전단류가 주입 기체를 매우 작은 버블로 깨뜨릴 수 있고, 이를 이용한 고효율 SDR 개발이 가능하다는 타당성을 확인했다.
- (3) 제안한 SDR 모형에서 발생하는 단상액체유동(single phase liquid flow)에 대한 선형해석을 통해 자유 전단류의 구조와 전단력의 세기를 설명할 수 있는 이론을 제시했다.

REFERENCE

- 1) Stankiewicz, A.I. and Moulijn, J.A., 2000, "Process Intensification: Transforming Chemical Engineering", Chemical engineering progress, pp.22~34.
- 2) K. Boodhoo and A. Harvey, 2013, "Process Intensification: An Overview of Principles and Practice," Process Intensification for Green Chemistry: Engineering Solutions for Sustainable Chemical Processing, Harvey. pp.1~31.
- 3) R.J.J. Jachuck and C. Ramshaw, 1994, "Process Intensification—heat Transfer Characteristics of Tailored Rotating Surfaces, Heat Recovery Syst". CHP Vol.14 (5), pp.475~491.

- 4) A. Auone and C. Ramshaw, 1999, "Process Intensification: Heat and Mass Transfer Characteristics of Liquid Films on Rotating Discs", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.42, pp.2543~2556.
- 5) J.S. Park, 2017, "An Experimental Study on Small-bubble Generation by Using Stewartson Layer in Rotating Flow", *KSFM J. Fluid Machinery*, Vol.20 (5), pp.46~53.
- 6) J.S. Park, 2022, "On the Near Wall Coating Flow in a Sloshing Flow of Highly-Viscous Fluid in a Rectangular Box", *J.KSV*, Vol.20 (3), pp.27~35.
- 7) N.M. Fischer, P. Tobler, M. Dressler, P. Fischer and E.J. Windhab, 2008, "Single Bubble Deformation and Breakup in Simple Shear Flow", *Experiments in Fluids*, Vol.45, pp.917~926.
- 8) H.P. Greenspan, 1980, *The Theory of Rotating Fluids*, Cambridge Univ. Press.
- 9) J.S. Park and J.M. Hyun, 1997, "Transient Stewartson Layers of a Rotating Compressible Fluid", *Fluid Dyn. Research*, Vol.19, pp.303~325.
- 10) J.S. Park and J.M. Hyun, 2002, "Transient Motion of a Confined Stratified Fluid Induced Simultaneously by Sidewall Thermal Loading and Vertical Throughflow", *J. Fluid Mech.*, Vol.451, pp.295~317.
- 11) J.S. Park and J.G. Sohn, 2011, "Flow Analysis in a Rotating Container with Axial Injection and Radial Ejection", *J.KSV*, Vol.9 (1), pp.49~54.