

## 초등 수학 교과서의 동분모 분수 덧셈과 뺄셈 단원의 차시 흐름 및 시각적 표현 다양성에 대한 연구

강윤지(서울홍연초등학교, 교사)

초등학교 수학에서 분수의 연산은 매우 중요하지만 학생들이 어려워하는 개념이다. 분수 연산의 기초가 되는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈에 대하여 현행 2015 개정 교육 과정에 따른 국정 교과서 1종, 검정 교과서 10종을 분석하여 단원의 차시 흐름과 시각적 표현을 분석하였다. 분석 결과, 각각의 교과서마다 나름의 순서와 차시 주제를 고민하여 단원을 구성하고 있었으며 비교적 충실하게 교육과정을 반영하였다. 또한, 각각의 교과서마다 사용하는 시각적 표현의 종류와 개수가 다르게 나타났으며 이는 분수의 연산 학습을 돕기 위하여 시각적 표현의 일관성 또는 다양성을 의도한 것으로 보인다. 각 교과서의 차시 구성 및 시각적 표현의 특성을 파악한다면 더욱 효과적으로 분수의 연산을 지도할 수 있을 것이다.

### I. 서론

초등학교 수학의 수와 연산 영역에서 분수는 가르치기도 어렵고 배우기도 어려운 개념이라고 알려져 있다(Tunç-Pekkan, 2015). 특히 분수의 연산, 분수의 덧셈과 뺄셈은 오랫동안 교육자들의 고민거리였다. 자연수의 연산과 달리 분수의 덧셈과 연산을 계산하려면 분수의 개념과 단위에 대한 이해가 필수적으로 요구되기 때문이다. 분수를 이해한다는 것은 분수가 수이며, 크기를 비교할 수 있고, 더하고, 빼고, 곱하고, 나눌 수 있다는 것을 아는 것이다(Reys et al., 2015/2017). 다시 말하면, 아동은 분수의 덧셈과 뺄셈과 관련된 상황을 이전에 경험했던 자연수의 덧셈과 뺄셈과 비슷한 형태로 인식하고, 새로운 상황을 자연수의 덧셈과 뺄셈에 대한 기존의 정신 모델에 사상시킬 수 있어야 한

다(김경미, 황우형, 2009). 따라서 학생들은 분수가 무엇을 의미하는지 이해해야 하며, 분수에 대한 부분과 전체를 이해하고 분수의 상대적 크기를 판단할 수 있어야 한다(Cramer et al., 2008).

이처럼 분수의 덧셈과 뺄셈이 중요하지만, 그동안 교과서 분석 연구에서 제한적인 관심을 받아왔다(Son, 2012). 분수의 연산과 관련된 국내 연구의 수가 많지 않으며 대부분이 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈(이지영, 방정숙, 2016) 또는 분수의 곱셈과 나눗셈(김혜민, 이광호, 2020)에 집중하고 있다. 2015 개정 교육과정에서 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 기존의 초등 수학 교과서 분석 연구는 맥락적 특성, 문제 해결 상황, 수학적 활동을 중점적으로 다루고 있으며(손태권, 황성환, 여승현, 2020) 국정 교과서 1종을 대상으로 하는 등 현재 사용되고 있는 초등 수학 교과서에 대한 최신 연구가 부족하다. 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈이 분수의 연산에 대한 첫 단계로 추후 이분모 분수의 연산 또는 분수의 곱셈과 나눗셈에까지 연쇄적인 영향을 미치리라는 것을 고려하였을 때 이러한 주제에 대한 연구의 필요성이 더욱 강조된다.

분수의 연산과 관련된 여러 가지 문제점을 해결할 수 있는 대안 중 하나로 수학 교육에서 다양한 종류의 시각적 표현이 주목받고 있다. 분수에 대하여 학습하는 학생들에게 표현이 중요한 역할을 하며(Cramer et al., 2008) 분수의 계산 과정을 시각적 표현이나 기호적 표현, 언어적 표현으로 다양하게 나타내는 활동은 계산 원리에 대한 의미 있는 이해에 도움이 될 수 있기 때문이다(방정숙, 이지영, 2009b).

시각적 표현은 단순히 분수의 양을 보여주는 것 이상으로 분수의 개념과 분수의 연산에 대한 이해를 도울 수 있다. 시각적 표현은 일반적으로 지면에 그려진 형태로 제공되며 분수의 개념을 이해하고 분수의 양을 외부화하기 위하여 사용한다. 분수의 개념과 연산을

\* 접수일(2023년 2월 20일), 심사(수정)일(2023년 3월 14일), 게재확정일(2023년 3월 21일)  
\* MSC2000분류 : 97U20  
\* 주제어 : 분수, 분수의 덧셈과 뺄셈, 초등 수학 교과서, 동분모분수

보여줄 수 있는 대표적인 시각적 표현으로 여러 가지 형태의 그림 모델과 수직선 등을 사용한다. 여러 선행 연구(Hannula, 2003; Tunç-Pekkan, 2015; 김혜민, 이광호, 2020; 김정원, 2022)에서도 시각적 표현의 이해와 문제 해결 여부가 긴밀한 관련이 있음을 보여주었다. 그러나 어느 하나의 개념이나 모델이 독자적으로 분수의 모든 개념과 사칙계산 알고리즘을 종합적으로 설명해주시는 못한다(강홍규, 2013). 수업 중 학생들은 교사의 의도와 다른 방향으로 시각적 표현을 이해할 수 있으며 교사는 분수의 연산 과정 중 학생에게 발생할 수 있는 문제를 예측하지 못할 수 있기 때문이다.

현재 2015 개정 교육과정이 적용된 국정 초등 수학 교과서 1종 외에 검정 초등 수학 교과서 10종이 학교 현장에서 사용되고 있다. 기존에는 전국의 학생들과 교사들이 국가 수학 교육과정을 따른 1종의 국정 교과서를 동일하게 사용했지만 이제 각 단위 학교에서 재학 중인 학생의 특성을 고려하여 교과서를 선택하여 활용할 수 있게 된 것이다. 따라서 다양한 종류의 초등 수학 교과서에서 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈이 어떤 차시 흐름으로 전개되고 있으며 이러한 연산을 학습하기 위하여 어떤 종류의 시각적 표현을 활용하고 있는지 분석하는 것은 해당 단원의 지도 학습 과정에 대하여 의미 있는 시사점을 제시할 수 있을 것이다. 현행 교육과정이 반영되었다는 점은 동일하지만 나름의 방식으로 구성된 여러 종류의 교과서를 통하여 유사점과 차이점을 발견할 수 있으며 교육과정의 성취기준이 어떠한 방향으로 구현되었는지 확인할 수 있기 때문이다. 따라서 본 연구는 국정 교과서 1종과 검정 교과서 10종을 포함한 총 11종의 교과서를 분석하였으며 그를 통하여 단원의 차시 흐름과 시각적 표현을 비교 분석하여 추후 교과서 집필 및 교수 학습 방향에 대한 시사점을 제시하고자 하였다.

## II. 이론적 배경

### 1. 분수의 덧셈과 뺄셈

분수의 연산에 대한 지도 학습의 어려움은 분수 개념의 복잡성과 분수를 가르칠 때 사용되는 교육적 접근에 기초한다. 분수의 연산은 자연수의 연산과 다르

며 보다 높은 수준의 이해를 요구한다. 분수의 덧셈과 뺄셈은 학생들의 계산 기능뿐 아니라 수학의 여러 분야와 연결되어 있으며 수학적 지식의 유기적인 이해를 요구한다. 분수의 연산에 대한 이해가 어려운 이유 중 하나는 학생이 분수와 그 연산에 대하여 확실하게 개념적 기초가 이루어지지 않은 상태에서 기호로 표현하게 하면서 계산을 서두르기 때문일 것이다(Reys et al., 2015/2017). 많은 학생이 알고리즘을 바탕으로 분수의 연산을 정확하게 수행하더라도 연산의 저변에 있는 원리는 제대로 이해하지 못하는 경우가 많다(방정숙, 이지영, 2009a).

분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 국내 선행 연구는 교과서 분석과 학생 대상 실험 연구로 나눌 수 있으며 그 중 본 연구와 관련 있는 몇몇을 참고하면 다음과 같다.

방정숙, 이지영(2009a)의 연구는 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 선행 연구의 부족을 지적하면서 교육과정과 교과서 간 연계성, 지도 시기 및 차시 구성의 적절성 측면에서 관련 내용을 분석하고 수학 교과서와 수학 익힘의 내용을 분석하였다. 분석 결과, 보다 친근한 소재나 맥락을 활용할 필요가 있으며 학습이 진행될수록 다양한 의미를 점진적으로 제시하여 폭넓은 이해를 도모해야 한다고 하였다.

김경미, 황우형(2009)의 연구는 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 아동의 이해를 분석하였다. 연구 결과 많은 아동이 분수의 덧셈을 합병의 상황, 분수의 뺄셈을 제거의 상황으로 이해하고 있었으며, 분수의 덧셈과는 달리 분수의 뺄셈 문제에 대하여 의미론적 구조에 기초하여 문제를 해결하려는 경향을 보였다. 특히 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 절차를 특정 상황과 연관짓기 보다 각 연산의 의미로 이해하는 경우에는 문장제 해결 능력이 떨어졌다. 따라서 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 알고리즘보다 각 의미에 대한 개념적 이해에 대한 지도가 필요하다고 하였다.

손태권, 황성환, 여승현(2020)의 연구는 맥락적 특성, 문제 해결 상황, 수학적 활동에 초점을 두고 수학 교과서와 수학 익힘을 분석하였다. 분석 결과, 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 표상 문제의 비율이 가장 높았으며, 실생활 맥락 문제는 약 20%의 비중을 차지하고 있었다. 또한, 분수의 덧셈은 합병, 분수의 뺄셈은 구간으로 제시되었으며 대부분 쉬운 문제들로 구성되어 있었고 동분모 분수인지 이분모 분수인지에 따라 강조되

는 활동이 다르게 나타났다.

김정원(2022)의 연구는 분수 개념 및 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 이해 정도를 수직선을 중심으로 분석하였다. 연구 결과, 전반적으로 정답률이 높지 않았고 정답보다 오답의 반응이 높게 드러난 문항도 있었으며 수직선을 다양한 방식으로 해석하여 사용하고 있었다. 이는 학생들이 분수 개념 및 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 문항을 해결하는 과정에서 수직선을 활용하는 데 어려움이 있다는 것을 보여준다. 특히 구조화된 수직선에 비하여 반구조화된 수직선이 제시되는 문항에서의 정답률이 낮게 나타났다.

이러한 선행 연구는 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 내용 및 방향에 대하여 다루면서 추후 교과용 교재에 대한 시사점을 제안하고 있으며 분수의 개념 및 연산에 대한 이해를 강조하고 있다. 본 연구는 동일한 교육과정이 어떻게 구현될 수 있는지 새롭게 도입된 검정 교과서에 나타나는 차시 흐름과 시각적 표현을 중점으로 분석하여 분수의 연산 지도에 대한 교수학적 시사점을 제안하고자 하였다.

## 2. 분수의 시각적 표현

기존의 전통적인 방식의 수학 수업에서는 분수의 연산을 형식적인 절차에 초점을 두어 지도해왔다. 그러나 최근 연구에서는 분수 연산을 학습하는 과정에서 이러한 부분을 보완하기 위하여 수직선, 직사각형 및 원 모델 등 다양한 시각적 표현을 권장하고 있다(강홍규, 2013; 방정숙, 이지영, 2009a, 2009b; 이지영 외, 2017). 시각적 표현은 분수의 개념 이해 및 연산 과정을 지원하여 학습자의 이해를 도울 수 있기 때문이다. 적절한 시각적 표현을 사용하면 분수의 연산에 대한 학습자의 이해를 높일 뿐만 아니라 형식적 알고리즘을 발견할 기회를 제공할 수 있다.

선행 연구를 참고하여 분수의 개념과 분수의 연산을 나타내기 위하여 사용되는 시각적 표현을 영역 모델(area models)과 선형 모델(linear models)로 구분할 수 있다.

영역 모델은 전체 모양의 일부로 분수를 나타내는 시각적 모델로 원, 삼각형, 사각형 등 다양한 형태의 도형으로 나타난다. 일반적으로 전체 형상이 동일한 크기와 모양으로 분할되며, 분수의 분모는 각 전체 형상에

서 동일한 부분의 총 개수로 표시되고 분수 분자는 특정한 부분의 총 개수로 표시된다(Sidney, Thompson, & Rivera, 2019).

선형 모델은 분수 연산에 대하여 깊게 이해할 수 있도록 핵심적인 단위 인식을 지원하며 수직선, 종이 띠, 분수 막대 등의 형태로 나타내어질 수 있다. 학생들은 분모가 같거나 다른 분모와 관련된 분수의 덧셈과 뺄셈이 공통 단위를 구성하는 동일한 초기 과정을 요구하며, 분수를 곱하고 나누는 것이 복합 단위를 생성한다는 것을 배운다(Sidney et al., 2019). 수직선은 시각적 표현 중 하나이지만, 문제 해결에 대한 구조를 제공하여 특정한 형태로 제시되는 수 개념을 표현할 수 있다(Siegler & Booth, 2005).

이외에도 시각적 표현의 종류를 원 모델, 삼각형 모델, 직사각형 모델 등 형태를 기준으로 나누어 구분할 수 있다. 분수 표현에 사용되는 모양은 과제 해결의 성공에 중요한 영향을 미칠 수 있기 때문이다(Kolar et al., 2018).

원 모델은 방향에 구애받지 않고 등분할이 가능하여 대부분 유사한 형태로 표현된다. 직사각형은 학생들이 그리거나 분할하기 가장 쉬운 영역 모델(Reys et al., 2015/2017)로 가로와 세로의 비에 따라 다양한 모습으로 나타날 수 있다. 또한, 어떻게 표현되느냐에 따라 앞서 언급한 영역 모델과 선형 모델로 구분할 수 있어 다양한 활용이 가능하다. 즉, 동일하게 직사각형의 형태로 나타내어지더라도, 수 막대 선형 모델은 한 방향으로 분할되는 반면에 직사각형 넓이 모델은 가로와 세로 양방향으로 분할되어 승수 표현 방법에서 차이가 나타난다(이대현, 2020). 예를 들어, 같은 직사각형 모델이어도 [그림 1]과 같이 영역 모델의 형태로 나타내어지는 경우와 [그림 2]와 같이 선형 모델의 형태로 나타내어질 수 있다. [그림 2]의 경우 종이 띠 또는 분수 막대 등으로 불리는 직사각형 모델의 예시이며, 선형 모델이면서 영역 모델로 해석이 가능하다.

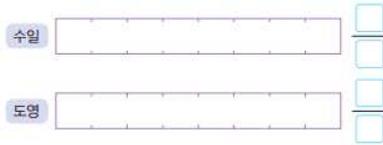
효과적인 분수의 개념 및 연산에 관련된 학습을 위하여 시각적 표현의 역할이 지속적으로 강조되고 있다. 관련된 선행 연구를 살펴보면 여러 종류의 시각적 표현을 활용하여 초등 수학 교과서 및 초등학생의 이해를 분석하였음을 알 수 있다.

- 수일과 도영이가 꾸민 부분을 표시하고, 각각 전체의 얼마인지 분수로 나타내어 보세요.



[그림 1] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(교육부, 2020, p.10)

- 수일과 도영이가 먹은 초콜릿의 양을 그림에 나타내어 보세요.



[그림 2] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(교육부, 2020, p.12)

Tunç-Pekkan(2015)은 미국의 4, 5학년 학생들에게 서로 다른 세 가지 시각적 표현(원, 직사각형, 수직선)을 사용한 6개 유형의 문제를 제시하였다. 연구 결과, 시각적 표현에 따라 정답률이 높거나 낮음을 확인하였으며 원과 직사각형을 사용하였을 때보다 수직선을 활용한 경우 정답률이 낮게 나타났다. 이를 통하여 시각적 표현의 종류와 활용에 따라 학생들의 수행 정도가 달라질 수 있음을 보고하였다.

Cramer et al.(2008)은 6학년 학생들을 대상으로 원 모델을 활용하여 분수의 덧셈 및 뺄셈과 관련된 내용을 학습하였다. 연구 결과 학생들은 원 모델을 활용하여 분수의 덧셈과 뺄셈을 원활하게 수행하였으며 이러한 과정을 통하여 원 모델이 분수에 대한 부분 전체 모델에 대한 학생들의 이해를 지원하고 분수의 상대적인 크기를 판단할 수 있는 정신적 표현을 학생들에게 제공한다는 것을 확인하였다.

이지영 외 3인(2017)은 이분모 분수 덧셈에 대한 지도 방향과 그 가능성을 탐색하기 위하여 한국과 싱가포르 교과서를 비교 분석하였다. 한국과 싱가포르에서 분수의 덧셈과 관련하여 지도 계열 및 지도 시기를 살펴보고 시각적 표현이 어떻게 제시되어 있는지에 주목하였다. 분석 결과, 싱가포르의 교과서는 한국의 교과

서보다 분수의 덧셈과 관련된 내용을 보다 집진적이고 체계적으로 지도하고 있었으며 다양한 시각적 모델을 활용하고 있음을 알 수 있었다.

김혜민, 이광호(2020)은 초등학교 5학년을 대상으로 하여 실험 집단은 각각 넓이 모델 또는 선형 모델을 강조하여 설계된 분수 곱셈 수업을, 비교 집단은 교과서를 바탕으로 분수 곱셈 수업을 실시하였다. 연구 결과, 이해도 검사의 의미 이해 영역의 점수와 시선추적 검사의 정답률에서 실험 집단이 비교 집단보다 유의미하게 높은 것으로 드러났다. 또한 실험 집단이 비교 집단보다 분수 곱셈의 의미나 계산 원리를 바탕으로 시각적 모델을 탐색하는 전략을 많이 사용한 것으로 나타났다.

이처럼 분수의 연산과 시각적 표현이 관련된 연구에서는 공통으로 시각적 모델은 학생들이 분수의 연산을 학습하는 데 도움이 된다는 것에 동의하고 있으며 효과적인 시각적 표현의 활용을 강조하고 있다. 따라서, 여러 교과서에서 분수의 연산과 관련하여 이러한 시각적 표현을 어떻게 구현하고 있는지 분석하는 것은 앞으로의 교과서 집필 방향 및 효과적인 교수 학습 방향 설정에 도움이 될 것으로 보인다.

### 3. 2015 개정 교육과정이 반영된 초등 수학 교과서 분석

2015 개정 수학과 교육과정에서는 3~4학년 수와 연산 영역의 성취기준 중 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈과 관련된 성취기준을 다음과 같이 제시하고 있다(교육부, 2015).

[4수01-16] 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.

현행 교육과정 내 교수·학습 방법 및 유의 사항에서는 분수와 관련하여 1보다 작은 양을 나타내는 경우를 통하여 분수의 필요성을 인식하게 하고, 분수를 도입할 때 ‘분모’, ‘분자’를 사용한다고 언급할 뿐 3~4학년의 내용에서는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈에 대하여 별도로 구체적인 내용이나 방향을 언급하고 있지 않다.

2015 개정 교육과정이 반영된 국정 교과서의 4학년 2학기 1단원 분수의 덧셈과 뺄셈 단원을 차시 흐름과

시각적 표현을 중심으로 분석한 결과는 [표 1]과 같다.

국정 교과서의 차시 흐름을 분석한 결과 분수의 덧셈과 뺄셈 차시가 교차하여 제시되고 있으며 진분수의 덧셈 및 뺄셈에서 대분수의 덧셈 및 뺄셈의 순서로 전개되고 있음을 알 수 있다. 이는 간단한 수에서 복잡한 수의 흐름으로 전개되는 것을 보여준다. 이때 분수끼리의 연산은 물론 1-(진분수), (자연수)-(진분수), (자연수)-(대분수)를 각각의 활동으로 구성하였다.

본 연구에서는 선행 연구(Tunç-Pekkan, 2015)를 참고하여 직사각형 모델, 원 모델, 수직선으로 시각적 표현의 범주를 크게 나누었다. 전체적으로 총 17개 시각적 표현 중 직사각형 모델이 11개 사용되었으며 그 외 다른 도형의 형태가 반영된 그림 모델은 사용되지 않았다. 직사각형이 학생들이 그리거나 분할하기 가장 쉬운 영역 모델(Reys et al., 2015/2017)이며 다양한 목적을 구현하기 위하여 여러 가지 형태로 나타내어질 수 있는 특성이 고려된 것으로 보인다.

국정 교과서에 제시된 직사각형 모델의 형태는 직사각형, 직사각형뿐 아니라 종이띠, 수 막대 등 다양하게 나타났으며 대부분이 분모의 크기만큼 등분할된 형

태로 나타났다. 이외에도 명확한 구분을 위하여 직사각형의 형태로 나타내어진 것 중 두 가지 이상의 방향에서 분할이 가능한 경우를 영역 모델, 가로나 세로의 한 방향으로 확장되어 길이의 의미를 내포하는 경우 선형 모델로 구분하였다. 즉, 직사각형을 이용한 모델이 [그림 1]과 같이 두 가지 이상의 방향에서 분할이 가능하게 나타나는 경우 영역 모델로 간주하였으며 [그림 2]와 같이 단일 방향으로 확장되거나 축소되는 경우에는 선형 모델로 구분하였다. 이러한 직사각형 형태의 선형 모델은 수직선과 별개로 구분하였다.

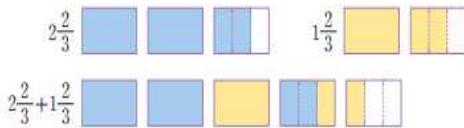
직사각형 모델의 유형에서는 직사각형 모델 중 영역 모델이 2가지, 선형 모델이 9가지로 나타났으며 활동 1과 활동 2에서 모두 제시되었다. 선형 모델의 수가 더 많았던 것은 유사한 형태의 선형 모델을 반복적으로 사용하여 학습자에게 분수의 연산 과정을 더 익숙한 형태로 직관적으로 보여주고자 한 의도가 반영된 것으로 보인다. 활동 2에 등장하는 선형 모델의 경우 활동 1에 등장하는 모델의 종류나 모양이 차시마다 다양하게 나타난 것과 달리 여러 차시에 걸쳐 [그림 3], [그림 4]에 나타난 것처럼 크기나 모양, 색깔 등이 유

[표 1] 국정 교과서의 분수의 덧셈과 뺄셈 단원 내 시각적 표현의 분석 결과

		차시의 흐름	시각적 표현
1차시	활동1	(진분수)+(진분수)=(진분수)	그림(직사각형)
	활동2	(진분수)+(진분수)=(대분수)	수직선
2차시	활동1	(진분수)-(진분수)	그림(직사각형)
	활동2	1-(진분수)	그림(직사각형) 수직선
3차시	활동1	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대분수)+(대분수)	그림(직사각형)
	활동2	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대분수)+(대분수)	그림(직사각형)
4차시	활동1	분수끼리 뺄 수 있는 (대분수)-(대분수)	그림(직사각형)
	활동2	분수끼리 뺄 수 있는 (대분수)-(대분수)	그림(직사각형)
5차시	활동1	(자연수)-(진분수)	그림(직사각형) 수직선
	활동2	(자연수)-(대분수)	그림(직사각형) 수직선
6차시	활동1	분수끼리 뺄 수 없는 (대분수)-(대분수)	그림(직사각형) 수직선
	활동2	분수끼리 뺄 수 없는 (대분수)-(대분수)	그림(직사각형) 수직선
시각적 표현의 개수		그림(직사각형)	11
		수직선	6
		계	17

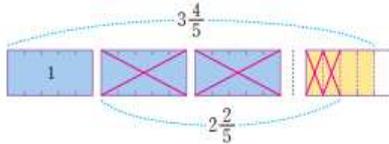
사한 형태로 나타났다. 시각적 모델이 획일적으로 제시된다면 학생들은 시각적 모델을 통해 계산 원리나 방법을 파악하려 노력하기보다 제시된 도구를 절차적으로 사용하는 것에만 집중할 수 있기 때문에(방정숙, 이지영, 2009a) 이러한 부분에 유의할 필요가 있다.

● 그림을 보고  $2\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$ 를 계산하는 방법을 알아보세요.



[그림 3] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 직사각형 모델(선형)의 예시(교육부, 2020, p.15)

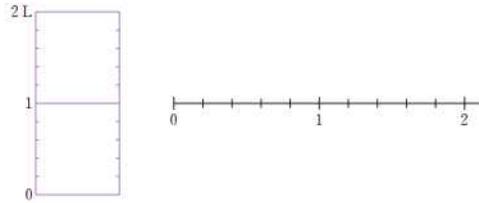
● 그림을 보고  $3\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5}$ 를 계산하는 방법을 알아보세요.



[그림 4] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 직사각형 모델(선형)의 예시(교육부, 2020, p.17)

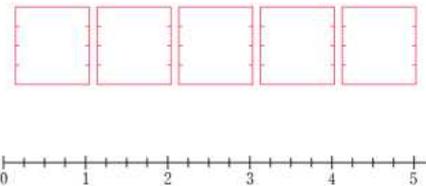
수직선의 경우 총 6가지가 사용되었으며 각각 (진분수)+(진분수), 1-(진분수), (자연수)-(진분수), (자연수)-(대분수), 분수끼리 뺄 수 없는 (대분수)-(대분수)를 나타내기 위하여 사용되었다. 그림 모델과 마찬가지로 활동 1과 활동 2에서 모두 제시되었으나 등장 빈도는 더 낮게 나타났다. [그림 5], [그림 6]과 같이 한 활동에서 그림 모델과 수직선이 함께 제시되는 경우도 나타났다. 분수의 학습 과정에서 수직선은 다른 모델보다 수의 크기와 관계를 더 명확하게 보여줄 수 있으나(Hannula, 2003) 국정 교과서에서는 수직선을 사용하는 횟수가 적고 유사한 형태를 반복하여 제시하는 등 다소 한정적으로 시각적 표현을 활용하고 있음을 확인할 수 있다.

● 그림과 수직선으로 알아보세요.



[그림 5] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(교육부, 2020, p.18)

● 그림과 수직선으로 알아보세요.



[그림 6] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(교육부, 2020, p.20)

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구는 분수의 덧셈과 뺄셈에 관련된 2015 개정 교육과정이 반영된 초등 수학 교과서의 차시 흐름과 시각적 표현을 분석하고자 4학년 1학기 분수의 덧셈과 뺄셈 단원의 내용을 대상으로 선정하였다. 일관성 있는 흐름 및 깊이 있는 연구를 위하여 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 내용으로 범위를 한정하였다. 선행 연구를 위하여 국정 교과서 1종을 분석하였으며 본 연구를 위하여 검정 교과서 10종을 분석하였다. 이때, 객관적인 분석을 위하여 각 출판사의 이름은 익명으로 표기하였다.

분석의 방향은 분수의 덧셈과 뺄셈 지도를 위하여 구성된 본 차시의 흐름 및 본문에 사용한 시각적 표현에 대한 것으로, 명확한 분석을 위하여 단위 도입 및 평가, 특화 차시를 제외한 본 차시를 대상으로 하였다. 단위 도입 및 평가 외에도 특화 차시를 제외한 것은 각 출판사의 의도에 따라 특화 차시의 위치가 본 차시

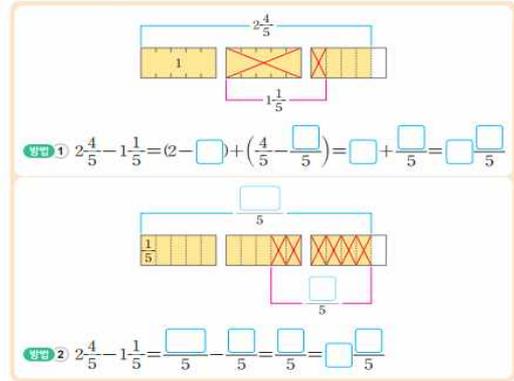
중 또는 본 차시 후로 나뉘기 때문이다. 이에 일관된 차시 흐름을 분석하기 위하여 본 차시를 연구의 대상으로 한정하여 분석하였다.

2. 분석 방법

본 차시의 흐름을 분석하기 위하여 교과서 내 차시 및 활동을 기준으로 하여 각 활동에서 안내하고자 하는 내용을 확인하였다. 출판사에 따라 차시를 기입한 방법의 차이가 있었으나 단원 도입 이후 등장하는 첫 차시를 1차시로 하였으며 중간에 특화 차시가 삽입된 경우 차시를 세지 않고 그 다음 차시로 순서를 세었다. 각 활동의 내용을 확인한 것은 한 차시 내에서 2가지 이상의 활동이 구성될 수 있으며 그로 인한 차시의 흐름에 변화가 나타나기 때문이다. 각 출판사의 교과서 지면 구성에 따라 본 차시의 활동과 확인 문제 사이 구별이 명확하지 않은 경우도 있었으며 활동을 숫자로 구분하지 않거나 교과서 차시의 맥락을 활동으로 번호를 매겨 제시하는 경우, 동일한 상황을 여러 개의 활동에서 연이어 다루는 경우 등이 다양하게 나타났다. 이 경우 문제 맥락의 제시, 반복되는 상황, 확인을 목적으로 하는 연산 문제의 풀이 등을 제외하였으며 학습 내용을 안내하거나 형식화하는 내용이 담긴 것 등을 활동으로 구분하였다. 명확한 차시 및 활동의 구분을 위하여 초등 교육 전문가 2인의 교차 검토를 진행하여 차시 및 활동을 구분하고 순서를 정하였다.

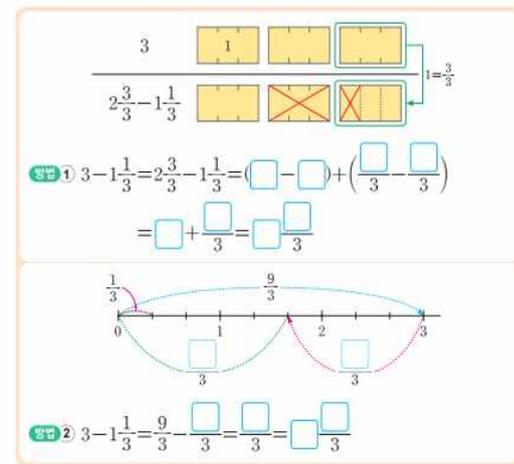
시각적 표현을 분석하기 위하여 한 차시 내 활동 중 분수의 덧셈과 뺄셈을 지도하기 위하여 제시된 시각적 표현의 종류를 살펴보았다. 각 활동에 1개 이상의 시각적 표현이 사용된 경우 개수가 아닌 종류의 수를 기준으로 하였다. 예를 들어, 동일한 출판사에서 집필한 교과서라도 [그림 7]과 같이 동일한 종류의 시각적 표현을 2가지 사용하는 경우와 [그림 8]과 같이 각각 다른 종류의 시각적 표현을 사용하는 경우가 나타났다. 이러한 경우 종류에 따라 구분한다는 분석 기준에 따라 [그림 7]의 경우에는 직사각형 모델 1가지, [그림 8]의 경우에는 직사각형 모델 1가지와 수직선 모델 1가지로 구분하였다.

■ 그림을 보고  $2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{5}$  을 계산하는 방법을 알아보세요.



[그림 7] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(김성여 외, 2022, p.19)

■ 그림을 보고  $3 - 1\frac{1}{3}$  을 계산하는 방법을 알아보세요.



[그림 8] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(김성여 외, 2022, p.21)

그림 모델은 형태를 기준으로 분류하였으며 선행 연구(Tunç-Pekkan, 2015)를 참고하여 원 모델과 직사각형 모델로 나누었다. 직사각형 모델의 경우 크기 외에는 동일한 형태로 나타나는 원 모델과 달리 가로로 긴 모양, 세로로 긴 모양 등 여러 가지 형태로 나타났으며 [그림 9]와 같이 실물과 유사하게 그려진 경우도 나타났다. 직사각형 모델은 출판사에 따라 다양한 모

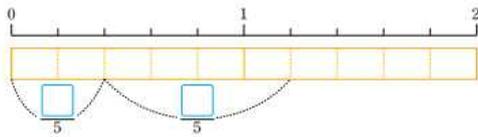
양과 형태로 등장하였으며 [그림 10]과 같이 수직선과 직사각형 모델이 혼합된 형태도 나타났다. 차시 학습 내용에 따라 각 활동 내에서 시각적 표현을 활용하지 않는 경우도 나타났다.

② 물 1 L에서 마신 물  $\frac{3}{5}$  L만큼 X표 하세요.



[그림 9] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(박성선 외, 2022, p.18)

★  $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ 를 그림에 나타내고,  $\frac{1}{5}$ 이 모두 몇 개인지 알아보세요.



[그림 10] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 표현의 예시(한대희 외, 2022, p.11)

직사각형 모델의 경우 원 모델과 달리 영역 모델과 선형 모델의 두 종류로 나뉠 수 있어 이러한 부분을 고려하여 분석하였다. 직사각형 모델 중 영역 모델과 선형 모델은 분할 가능한 방향의 수를 기준으로 나누었다. 두 가지 이상의 방향으로 분할이 가능한 경우를 영역 모델, 단일 방향으로만 분할이 가능한 경우를 선형 모델로 구분하였으며 명확한 구분을 위하여 수직선과 별도의 모델로 간주하였다.

#### IV. 연구 결과

##### 1. 동분모 분수 덧셈과 뺄셈 단원의 차시 흐름

2015 개정 교육과정이 반영된 초등 수학 교과서 중

검정 교과서 10종의 4학년 2학기 1단원 분수의 덧셈과 뺄셈 내 차시의 흐름을 분석하면 [표 2]와 같다. 지면을 확보하기 위하여 (자연수)를 (자), (진분수)를 (진), (대분수)를 (대) 등으로 간략하게 표기하였다.

10개 출판사의 초등 수학 교과서의 차시 흐름을 분석한 결과 7개 출판사가 본 차시의 개수를 6개로 구성하였으며 2개 출판사가 5차시, 1개 출판사가 7차시로 구성한 것을 확인할 수 있다. 이는 기존 국정 교과서가 6차시로 구성된 차시 흐름을 보여주고 있음과 비교하였을 때 검정 교과서에서 나타나는 다양성을 보여주는 지표가 될 수 있다.

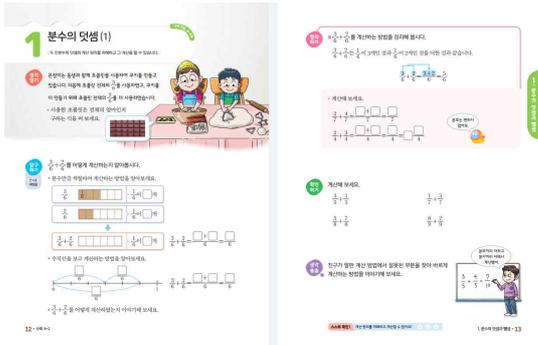
모든 교과서의 1차시에서 (진분수)+(진분수)의 내용으로 해당 단원을 시작하고 있으며 덧셈이 먼저, 뺄셈이 나중의 순서로 나타났다. 다만, 차시 흐름의 차이가 존재하였는데, 덧셈 차시 학습 후 뺄셈 차시 학습으로 진행되는 경우는 전체 10종 중 7개 교과서에서 나타났으며 그 외 3개 교과서에서는 덧셈과 뺄셈 차시가 분수의 종류에 따라 교차하여 나타났다.

한 차시에 제시된 활동의 수가 2가지로 구성되는 경우가 대부분이었으나 활동의 수가 1개 또는 3개 이상으로 구성된 경우도 나타났다. 예를 들어 H 출판사의 교과서에서는 [그림 11]과 같이 (진분수)+(진분수)의 경우 (진분수)+(진분수)=(진분수)의 1가지 활동이 전개되었으며 (진분수)+(진분수)=(대분수)의 경우는 확인 문제에서만 다루었다. 이러한 경우 한 가지 활동을 깊이 학습할 수 있다는 장점이 있으나 한 차시에 구성된 내용이 적게 나타났으며 단원을 구성하는 본 차시의 개수가 많아지는 결과로 이어져 타 교과서와 달리 본 차시가 7개로 구성되었다. 반면, G 출판사의 교과서에서는 [그림 12]와 같이 3개 이상의 활동이 제시되었다. 이러한 경우 교과서 내 자체적으로 설정한 활동의 번호가 8번까지 이어지는 등 한 차시 내의 활동의 수와 학습량이 많았으며 교과서의 지면 분량 또한 3쪽 이상으로 나타났다.

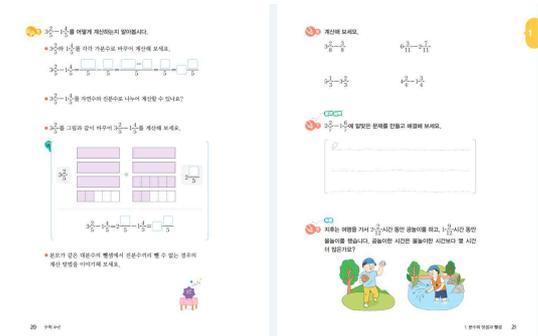
다만, 본 연구에서는 차시 흐름을 분석하는 과정에서 분석 기준에 따라 교과서 지면의 활동 번호와 별개로 학습 내용을 안내하거나 형식화하는 내용을 담고 있는 활동을 대상으로 한정하였으며 교과서의 번호와 별개로 순서를 매겨 분석하였기에 이러한 부분을 고려하여야 한다.

[표 2] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원 내 차시 흐름의 분석 결과

차시	활동	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
1	활동1	(진)+(진)= (진)									
	활동2	(진)+(진)= (대)		(진)+(진)= (대)	(진)+(진)= (대)						
2	활동1	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	(진)-(진)	(진)-(진)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	(진)-(진)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)
	활동2	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	1-(진)	1-(진)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)		1-(진)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)
3	활동1	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	(진)-(진)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	(진)-(진)	(진)-(진)	(진)-(진)	(진)-(진)	분수 부분의 합이 1보다 작은 (대)+(대)	(진)-(진)
	활동2	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	1-(진)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	1-(진)	(진)-(진)	(가)-(진)	1-(진)	분수 부분의 합이 1보다 큰 (대)+(대)	(진)-(진)
4	활동1	(진)-(진)	분수끼리 뺄 수 있는 (대)-(대)								
	활동2	분수끼리 뺄 수 있는 (대)-(대)		분수끼리 뺄 수 있는 (대)-(대)							
5	활동1	(자)-(진)	(자)-(진)	(자)-(진)	(자)-(진)	(자)-(진)	1-(진)	1-(진)	(자)-(진)	(자)-(진)	1-(진)
	활동2	(자)-(대)		분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)	(자)-(대)						
	활동3							분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)			
6	활동1	분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)		(자)-(대)		분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)					
	활동2	분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)		분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)	분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)	분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)					분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)
7	활동 1								분수끼리 뺄 수 없는 (대)-(대)		



[그림 11] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 활동 구성의 예시(류희찬 외, 2022, p.12-13)



[그림 12] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 활동 구성의 예시(신항균 외, 2022, p.20-21)

(자연수)-(분수)의 경우 1-(진분수)를 나타내는 활동이 포함된 교과서가 9가지, (자연수)-(대분수)를 나타내는 활동이 포함된 교과서가 9가지였다. 1-(진분수), (자연수)-(대분수)로 1차시를 구성한 교과서가 3곳, (자연수)-(진분수), (자연수)-(대분수)를 1차시로 구성한 교과서가 5가지였다. 그 외에는 (자연수)-(분수)를 각각 다른 차시에 배정하였으며 이러한 내용을 단독 차시로 구성한 곳도 있었다. 예를 들어, H 출판사의 교과서에서는 (자연수)-(진분수)와 (자연수)-(대분수)에 각각 1차시씩을 배정하는 등 다른 출판사에 비해 한 단원을 구성하는 본 차시의 수가 더 많았다.

다시 말하면, 동일 성취기준이 반영된 동일 단원이 5차시로 구성된 경우 1차시의 학습량이 다른 차시에 비하여 많게 구성되고 쪽수도 3쪽 이상으로 구성되었으며 7차시로 구성된 경우 한 차시에서 다루는 양이

적게 나타나는 등 차시의 개수가 다르더라도 학습 내용에 따른 차이가 크지 않았다. 또한 차시의 순서나 개수가 다르더라도 전체적으로 다루고 있는 활동의 내용이 유사하였으며 10개 출판사 모두 교육과정에서 제시하는 성취기준을 반영하여 집필되었음을 짐작할 수 있다.

## 2. 동분모 분수 덧셈과 뺄셈 단원의 시각적 표현

2015 개정 교육과정이 반영된 초등 수학 교과서 중 검정 교과서 10종의 4학년 2학기 1단원 분수의 덧셈과 뺄셈에 나타난 시각적 표현을 분석하면 [표 3]과 같다. 비교 분석을 위하여 [표 1]에서 언급하였던 국정 교과서의 분석 결과도 함께 나타내었다.

10개 출판사의 초등 수학 교과서의 시각적 표현을 분석한 결과, 대부분의 활동에서 시각적 표현을 이용하여 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 나타내고 있었다. 10개 교과서의 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에 사용한 시각적 표현은 총 143개로 나타났으며 직사각형과 원의 형태로 그려진 그림 모델, 수직선으로 나눌 수 있다.

검정 교과서에 사용된 시각적 표현 중 직사각형 모델이 95개(66.43%)로 가장 많았으며 수직선이 42개(29.37%), 원 모델이 6개(4.20%) 사용되었다. 그림 모델은 직사각형과 원 형태로 그려졌으며 그 외의 도형을 활용한 모델은 등장하지 않았다. 원 모델을 사용하지 않거나 수직선을 사용하지 않는 교과서, 원 모델과 수직선을 사용하지 않는 교과서도 존재하였다. 현행 국정 교과서에서는 직사각형 모델 11개(64.71%)와 수직선 6개(35.29%)를 제시하고 있다.

그림 모델을 활용하는 경우 모델을 색칠하거나 색칠된 부분에  $\times$ 표를 하는 경우, 모델을 보고 알맞은 수를 써넣는 활동 등이 나타났으며 학습자가 제시된 시각적 표현에 관련된 별도의 활동 없이 연산 과정을 시각적 표현을 활용하여 구현한 경우도 있었다. 수직선 모델의 경우 그림 모델과 마찬가지로 수직선을 보고 수를 채워 넣거나 길이를 가늠하는 활동도 있었으며 별도의 지시 사항 대신 연산 과정을 시각적으로 나타내는 경우도 있었다.

직사각형 모델의 경우 가로와 세로의 비, 색, 형태 등이 다양한 형태로 구성되었으나 분수의 양을 시각적으로 표현하여 분수의 덧셈과 뺄셈 과정을 보여주려는

[표 3] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원 내 시각적 표현의 분석 결과

차시	활동	2015 국정	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
1	활동1	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)						
	활동2	수직선	그림(□)	수직선	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	수직선	수직선	그림(□)		수직선	그림(□) 수직선
2	활동1	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)
	활동2	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(○) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)		그림(□) 수직선	그림(□) 수직선
3	활동1	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(○)	그림(○)	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)
	활동2	그림(□)	그림(○) 수직선	수직선	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선		그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선
4	활동1	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)	그림(□)	그림(□)
	활동2	그림(□)	그림(□) 수직선		그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)		그림(□)		그림(□)	그림(□) 수직선
5	활동1	그림(□) 수직선	그림(○)	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(○)	수직선	그림(□)	그림(□)	수직선	그림(□)
	활동2	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□)		그림(□)	그림(□) 수직선
	활동3								그림(□)			
6	활동1	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선	그림(□)	그림(□)	그림(□) 수직선		그림(□)		그림(□)
	활동2	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선		그림(□) 수직선	그림(□) 수직선	그림(□) 수직선					그림(□) 수직선
7	활동1									그림(□)		
	그림(□)	11	10	8	11	11	9	7	11	8	8	12
	그림(○)	0	2	0	1	1	2	0	0	0	0	0
	수직선	6	5	3	6	6	4	7	0	2	3	6
	계	17	17	11	18	18	15	14	11	10	11	18

목적은 동일하였다. [그림 13]과 같이 1에 대응하는 양을 별도로 표시하는 경우도 나타났다. 직사각형 모델에서 1의 양이 제시되지 않는다면 분수 지식이 부족한 초등 학습자가 전체와 부분의 양에 대한 개념을 명확하게 구분하기 어려울 수 있어 혼란이 야기될 수 있어 주의가 필요하다. 한 가지 색으로 연산 과정을 구현하는 경우도 있었으나 [그림 14]와 같이 연산에 등장하는 각각의 분수만큼 다른 색을 사용하여 색칠하여 나타냄으로써 분수의 연산 과정을 시각적으로 보여주는 경우도 있었다.

● 세라와 수호가 먹은 피자의 양을 색칠해 보고, 전체의 얼마인지 분수로 나타내어 보세요.



[그림 13] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 직사각형 모델의 예시(강완 외, 2022, p.10)



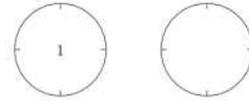
[그림 14] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 직사각형 모델의 예시(박만구 외, 2022, p.17)

초등 수학 교과서에서 여러 가지 형태로 나타나는 직사각형 모델을 분할할 수 있는 방향의 수를 기준으로 하여 영역 모델과 선형 모델로 나누어 구분한 결과는 [표 4]와 같다.

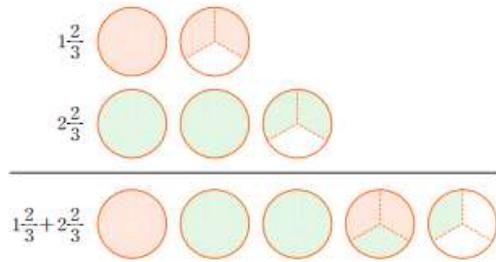
검정 교과서에 직사각형 모델이 나타난 경우를 분석하면 영역 모델이 7개(7.37%), 선형 모델이 88개(92.63%)로 나타나는 등 선형 모델이 나타나는 경우가 훨씬 많았다. 이는 국정 교과서에서 영역 모델이 2개(18.18%), 선형 모델이 9개(81.82%)로 선형 모델이 더 많이 나타난 것과 유사한 방향이다. 10종 검정 교과서 중 4종의 교과서에는 영역 모델이 제시되지 않았으며 선형 모델만 제시하였다. 선형 모델은 대부분 나누어진 부분끼리 크기와 형태가 동일한 직사각형의 형태로 그려졌으며 이는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 직관적으로 보여주기 용이하다.

원을 이용하여 나타내는 경우 [그림 15]와 같은 형태로 원을 동일한 크기의 조각으로 나눠 분수를 표현하는 경우가 일반적이었으며 그러한 과정에서 실선, 점선 등으로 나누었으나 기본적인 형태는 유사하게 나타났다. 연산을 형식화하기 위하여 사용한 시각적 표현 중에는 [그림 16]과 같이 동일한 크기로 원을 나누어 표현하고 각각의 분수만큼 색을 다르게 하여 나타내는 경우도 나타났다.

• 처음에 있던 피자의 양을 그림에 나타내고, 먹은 피자의 양만큼 X표 하세요.



[그림 15] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 원 모델의 예시(김성여 외, 2022, p.20)



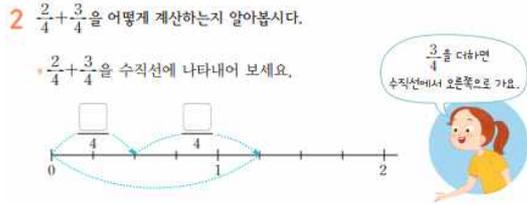
[그림 16] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 원 모델의 예시(안병곤 외, 2022, p.15)

원 모델은 분수에 대한 부분 전체 모형과 분수의 상대적 크기의 의미를 이해하는 데 도움이 되며 분수 덧셈과 뺄셈에 대한 강력한 모델이지만(Cramer et al., 2008) 모든 교과서에서 직사각형 모델보다 등장 빈도가 낮게 나타났다. 여러 종류의 모델을 사용하는 경우 학습자에게 분수를 다양한 형태로 보여줄 수 있으나 동일한 종류의 모델을 사용하는 경우 일관성 있게 연산을 시각화할 수 있는 등 다양한 모델 사용에 대한 장단점이 존재하기에 이러한 부분을 고려하여야 한다.

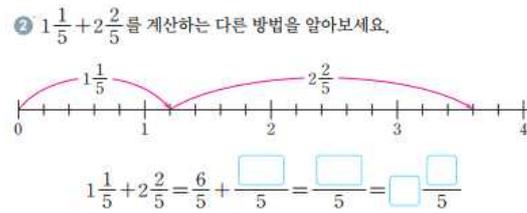
수직선은 분수의 연산 과정을 가시적으로 보여줌으로써 이러한 관계를 깊게 이해할 기회를 제공할 수 있다. 교과서에 등장하는 수직선은 [그림 17]과 같이 수직선에 제시되는 길이만큼 빈칸에 수를 적어 넣고 수직선을 이용하여 계산할 수 있도록 지시하거나 [그림 18]과 같이 수직선의 내용을 파악하여 식을 계산하는 방법을 알 수 있도록 제시하는 경우가 대부분이었다.

[표 4] 직사각형 모델을 영역 모델과 선형 모델로 구분한 결과

	2015 국정	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
영역 모델	2	1	1	2	0	1	1	1	0	0	0
선형 모델	9	9	7	9	11	8	6	10	8	8	12
계	11	10	8	11	11	9	7	11	8	8	12



[그림 17] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 수직선의 예시(박교식 외, 2022, p.11)



[그림 18] 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 수직선의 예시(장혜원 외, 2022, p.15)

또한, 교과서에 제시된 수직선은 대부분 0에서 시작하며 등분할된 눈금을 이용하여 제시하는 수의 크기가 명확히 드러나고 분수의 크기에 따른 위치는 곡선을 사용하여 연결하는 등 분수의 덧셈과 뺄셈 과정이나 계산 결과를 학생들이 쉽게 알 수 있도록 안내하고 있다. 이러한 측면에서 교과서의 수직선은 분수의 덧셈과 뺄셈 과정이나 계산 결과를 학생들이 쉽게 알 수 있도록 안내하고 있으나 동시에 학생들이 수직선의 중요한 핵심적 아이디어를 탐색할 기회가 다소 제한적일 수 있다(김정원, 2022).

## V. 결론

본 연구는 분수의 연산에 기초가 되는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 학습 지도의 시사점을 제공하고자 2015 개정 교육과정이 반영된 국정 교과서 1종 및 검정 교과서 10종에 대하여 차시 흐름 및 시각적 표현을 비교 분석하였다. 이를 통하여 다음과 같은 결론 및 시사점을 도출하였다.

첫째, 각 검정 교과서는 교육과정을 충실하게 반영하고 있었으나 세부적인 구성이 다양하게 나타났다.

분석 결과, 현행 검정 교과서는 2015 개정 교육과정의 성취기준 및 유의 사항을 비교적 충실하게 반영하였으며 간단한 수(진분수)에서 복잡한 수(대분수), 덧셈에서 뺄셈으로 진행되는 등 전체적인 학습의 흐름이 유사하게 나타났다. 동시에 각 출판사에서 제시한 단원 차시의 내용 및 구성, 차시의 수, 차시 내 활동의 수, 한 차시 학습량 등이 다양하게 나타났다. 동일 주제의 차시가 1차시 또는 2차시로 구성되거나 단원 내 차시 구성의 순서가 다르게 나타나는 등 단원 차시 학습의 흐름에도 차이가 있었으며 학습량 및 활동의 구성이 다양하였다. 다양성이 반영되었다라든가 한 차시의 학습량이 많은 경우 단원을 구성하는 차시의 수가 적고 학습량이 적은 경우 차시의 수가 많게 나타나며 지면상 활동에서 다루지 못하는 내용은 확인 문제에서 해당 내용을 보완하여 제시하는 등 교육과정을 반영하려 노력하였다. 즉, 교육과정을 준수하는 범위 안에서 출판사별 교과서 구성의 차별점이 드러났다. 2015 개정 교육과정이 반영된 국정 교과서라는 기준이 있음에도 불구하고 각 교과서의 차시 구성에 이러한 차이가 나타났다는 점은 검정 교과서의 다양성을 보여주는 측면으로 해석할 수 있다. 이러한 각 교과서의 특성을 파악하여 단위 학교 학생의 특성에 알맞은 교과서 선정 및 학습 지도의 활용에 도움을 줄 수 있다.

둘째, 시각적 표현의 일관성 또는 다양성은 단위 학교에 적절한 교과서 선정을 도울 수 있다. 분석 결과 직사각형 모델이 95개(66.43%)로 가장 많이 사용되었으며 수직선이 42개(29.37%), 원 모델이 6개(4.20%) 사용되었다. 모든 출판사의 교과서가 분수의 연산 지도를 위하여 시각적 표현을 적극적으로 활용하고 있으나 사용되는 시각적 표현의 종류는 직사각형 모델, 원 모델, 수직선의 세 가지로 한정되어 있었으며 원 모델 또는 수직선 등 특정한 시각적 표현을 사용하지 않는 교과서도 있었다. 시각적 표현과 관련하여 하나의 모델을 활용하여 일관되고 통일성 있는 학습을 진행한다면 다른 모델과의 연결에 효과적이겠으나(김혜민, 이광호, 2020) 분수 개념과 계산에서 다양한 모델을 사용하여 학습자의 유의미한 이해를 추구할 수도 있다(강홍균, 2013). 즉, 교과서에서 동일한 종류의 시각적 표현을 일관성 있게 사용하는 경우 학습자가 모델이 의미하는 바를 더욱 쉽게 이해할 수 있으나 다양한 시각적 표현을 사용하는 효과를 기대하기 어려울 것이다. 각

각의 교과서에서 제시하는 시각적 표현의 일관성 및 다양성이 의도하는 장단점을 고려하여 학습에 반영하고 필요시 교사의 선택에 따라 시각적 모델을 추가하여 제시하는 등 학생의 특성을 고려하여 유연하게 시각적 표현을 활용하여야 한다.

셋째, 시각적 표현 중 수직선을 적극적으로 활용할 필요가 있다. 분석 결과, 수직선은 전체 시각적 표현 중 42개(29.37%)에 해당하는 등 그림 모델과 비교하였을 때 등장하는 빈도가 낮게 나타났다. 수직선의 경우 그림 모델과 달리 추상적인 수를 가지적으로 표현하여 선 위에 나타냄으로써 분수의 양을 직관적으로 파악함과 동시에 특정한 '수'를 보여줄 수 있다. 수직선에 하나의 점으로 나타내어진 분수는 단위길이를 고려한 0 으로부터의 거리를 의미하며 이러한 과정을 통해 분수를 하나의 수로 인식할 수 있고 자연수나 다른 유리수와 비교하여 수의 크기를 비교할 수 있게 하는 기회를 제공할 수 있기 때문이다(김정원, 2022). 따라서 수직선을 활용하여 분수의 개념 및 연산에 대한 보다 깊은 이해를 유도할 수 있어 더 적극적인 활용을 고려할 필요가 있다. 다만, 이러한 경우 학습자가 수직선의 활용에 어려움을 느낄 수 있기 때문에(Tunç-Pekkan, 2015; 김정원, 2022) 2015 국정 교과서처럼 그림 모델과 함께 제시하거나 수직선에 대하여 추가로 설명하는 등 교사의 세심한 안내가 필요하다. 더 나아가 수업 중 학습자의 특성 및 교사의 선택에 따라 다양한 형태의 수직선을 추가로 활용할 수 있다. 현재 교과서에서 제시하고 있는 수직선의 경우 등분할된 눈금과 수 등이 제시된 전형적인 형태로 표현되어 학습자에게 친절한 안내가 가능하지만, 학생들의 다양한 사고를 촉진하기 어렵다는 한계가 있다. 눈금이 없거나 수가 제시되지 않는 수직선 등 다양한 형태의 수직선을 활용하여 학습자가 스스로 수직선을 완성하거나 수직선의 의미를 주체적으로 탐색할 수 있는 경험을 제공할 수 있다.

넷째, 학습자가 시각적 표현을 다양하게 조작할 수 있는 경험을 제공할 필요가 있다. 교과서의 시각적 표현은 학습자가 분수의 연산에 대한 알고리즘을 시각적으로 이해할 수 있도록 도와주지만, 대부분은 학습자가 완성된 형태로 제시된 시각적 표현을 이해하는 방향으로 구성되었다. 대부분의 교과서에서 시각적 표현을 사용하는 방법은 차시의 활동을 안내하기 위함이었으며  $\times$ 표, 간단한 색칠 등의 활동을 제외하면 의미 있

는 시각적 표현의 조작 활동이 나타나지 않았다. 따라서 수학적 표현 간의 의미 있는 연결을 위하여 조작 활동이 더욱 강조될 필요가 있다(김혜민, 이광호, 2020). 학생이 어떤 대상을 성공적으로 이해할 때, 학생은 개념과 과정에 대한 편안함을 보여주는 나름의 방법으로 그 대상을 표현할 수 있기 때문이다(Lamon, 2001). 더욱이 교사는 아동들이 분수의 연산이 포함된 문제를 해결할 때, 그 의미를 알고 사용하는지 살펴보아야 한다(Reys et al., 2015/2017). 학습자 스스로 알맞은 시각적 표현을 선택하여 학습하는 내용을 나타내게 하거나 기존에 제시된 시각적 표현의 형태를 변형하고 나만의 시각적 표현을 완성하게 하는 등 시각적 표현을 다양한 방법으로 조작할 수 있도록 의도한다면 학습자의 학습 및 이해 과정뿐 아니라 교사가 학생의 학습 및 이해 과정을 세밀하게 파악할 수 있도록 도울 수 있다.

본 연구를 통해 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 여러 검정 교과서의 차시 흐름의 구성과 시각적 표현의 특성을 파악하였다. 다만, 본 연구는 2015 개정 교육과정의 국정 교과서 1종 및 검정 교과서 10종을 분석한 것으로 분수의 연산에 가장 기초적인 내용인 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에 대하여 주목하고 있다. 추후 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 또는 분수의 곱셈과 나눗셈에 대하여 차시 흐름 및 시각적 표현을 살펴보거나 시각적 표현의 다양성에 기대되는 효과성을 검증할 수 있도록 초등학생을 대상으로 하는 실험 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- 강완, 백석윤, 전인호, 이경화, 김연, 이미연, 윤동선, 백종숙, 강태석, 송정환, 이정, 도주원, 이주영, 김봉준, 정희선, 김경미, 이정민, 권혜현, 임다원, 이경은, 이윤경(2022). 수학 4-2. 대교.
- 강홍규(2013). 한국의 초등수학 교과서에 나타나는 분수의 개념과 모델의 양상 분석. 한국초등수학교육학회지, 17(3), 431-455.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2015-74호[별책8].

- 교육부(2020). 수학 4-2. 서울: 비상교육.
- 김경미, 황우형(2009). 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 아동의 이해 분석. 수학교육 논문집, 23(3), 707-734.
- 김성여, 강언진, 강요한, 고창수, 김보현, 김영준, 노시현, 박용준, 박희정, 안효은, 이대현, 정선혜, 정유화, 정지호, 황윤정(2022). 수학 4-2. 아이스크림 미디어.
- 김정원(2022). 초등학교 4학년 학생들의 수직선 이해 분석: 분수 개념 및 분수의 덧셈과 뺄셈을 중심으로. 초등수학교육, 25(3), 213-232.
- 김혜민, 이광호(2020). 시각적 모델의 강조를 통한 분수 곱셈 이해: 시선추적기를 활용하여. 학교수학, 22(2), 229-249.
- 류희찬, 유현주, 이종영, 조영미, 탁병주, 최인숙, 정미진, 이환규, 전종호, 김광식, 이경선, 박순덕, 김경희, 원선희, 선종희, 고기연, 이영배, 김종욱, 김해동, 장연지, 나미연, 김은미, 박순희, 서우립, 윤현철, 김유리(2022). 수학 4-2. 금성.
- 박교식, 정영옥, 고정화, 권석일, 남진영, 박진형, 송상현, 임재훈, 김양권, 최종현, 고준석, 권창진, 노현호, 박재현, 이승은, 이윤아, 이유지, 이윤아, 이정은, 임수정, 정유경, 조남경, 조수경, 최경아, 최혜윤, 한은혜, 황지남, 김국남, 김소영, 이효경, 최혜경, 강동석, 김문정(2022). 수학 4-2. 동아출판.
- 박만구, 강경은, 김대진, 김도경, 김수정, 김은혜, 김지영, 김진호, 김희웅, 손경호, 유대현, 이진우, 임근광, 조두경, 조수윤(2022). 수학 4-2. 천재교육.
- 박성선, 류성림, 김상미, 권성룡, 김남균, 강호진, 김경탁, 김보경, 김영진, 김용성, 김응관, 성창근, 오혜진, 이명희, 정인수, 최병훈, 최주영(2022). 수학 4-2. 와이비엠.
- 방정숙, 이지영(2009a). 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. 한국초등수학교육학회지, 13(2), 285-304.
- 방정숙, 이지영(2009b). 분수의 곱셈과 나눗셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. 학교수학, 11(4), 723-743.
- 손태권, 황성환, 여승현(2020). 2015 개정교육과정 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 수학 교과서 및 익힘책 분석. 학교수학, 22(3), 489-508.
- 신항균, 김태환, 조보영, 김리나, 정나영, 최혜령, 황혜진, 신진수, 박재한, 조용래, 김승희, 백상희, 오수진, 김아라(2022). 수학 4-2. 비상교육.
- 안병곤, 나귀수, 김민경, 이광호, 류현아, 최지선, 김남준, 정연숙, 박은정, 허지연, 황창훈, 문은혜, 김주창, 정소영, 윤재원, 추성엽, 손태권, 장송이, 정은희, 차은경(2022). 수학 4-2. 동아출판.
- 이대현(2020). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등수학교과서에 제시된 분수 연산 내용 분석. 학습자중심교과교육연구, 20(15), 1035-1062.
- 이지영, 방정숙(2016). 이분모분수의 덧셈과 뺄셈 교육 재고: 단위 추론 및 재귀적 분할을 중심으로. 학교수학, 18(3), 625-645.
- 장혜원, 서동엽, 김민희, 김선, 김주숙, 김차명, 남지현, 박미정, 박성광, 박혜민, 유철민, 임미인, 정혜선, 좌승협(2022). 수학 4-2. 미래엔.
- 한대희, 고은성, 이수진, 조형미, 한상희, 신희영, 김병욱, 이자미, 김미현, 김요한, 문석현, 서현진, 정승요, 김나라, 김가영, 김태범, 박이서로(2022). 수학 4-2. 천재교과서.
- Cramer, K., Wyberg, T., & Leavitt, S. (2008). The role of representations in fraction addition and subtraction. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 490-496.
- Hannula, M. S. (2003). Locating Fraction on a Number Line. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 17-24.
- Kolar, V. M., Hodnik Cadez, T., & Vula, E. (2018). Primary teacher students' understanding of fraction representational knowledge in Slovenia and Kosovo. *CEPS Journal*, 8(2), 71-96.
- Lamon, S. L. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *The roles of representations in school mathematics* (pp. 146 - 165). National Council of Teachers of Mathematics.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.
- Sidney, P. G., Thompson, C. A., & Rivera, F. D. (2019). Number lines, but not area models,

- support children's accuracy and conceptual models of fraction division. *Contemporary Educational Psychology*, 58, 288-298.
- Reys, E. R., Lindquist, M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2015). *Helping children learn mathematics* (11th ed.). John Wiley & Sons. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 공역 (2017). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 교우사.
- Son, J. W. (2012). A cross-national comparison of reform curricula in Korea and the US in terms of cognitive complexity: the case of fraction addition and subtraction. *ZDM*, 44, 161-174.
- Tunç-Pekkan, Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 419-441.

## A Study on the Diversity of Lesson Flow and Visual Representations of Common Denominator Fraction Addition and Subtraction in Elementary Mathematics Textbooks

**Kang, Yunji**

Seoul Hongyeon Elementary School

E-mail : angie0718@sen.go.kr

In elementary school mathematics, the addition and subtraction of fractions are difficult for students to understand but very important concepts. This study aims to examine the teaching methods and visual aids utilized in the context of common denominator fraction addition and subtraction. The analysis focuses on evaluating the lesson flow and the utilization of visual representations in one national textbook and ten certified textbooks aligned with the current 2015 revised curriculum. The results show that each textbook is composed of chapter sequences and topics that reflect the curriculum faithfully, with each textbook considering its own order and content. Additionally, each textbook uses a different variety and number of visual representations, presumably intended to aid in learning the operations of fractions through the consistency or diversity of the visual representations. Identifying the characteristics of each textbook can lead to more effective instruction in fraction operations.

---

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key Words : fractions, addition and subtraction of fractions, elementary mathematics textbooks, common denominator fraction