The Journal of the Convergence on Culture Technology (JCCT)
Vol. 9, No. 5, pp.493-499, September 30, 2023. pISSN 2384-0358, eISSN 2384-0366

http://dx.doi.org/10.17703/JCCT.2023.9.5.493
JCCT 2023-9-60

주문량에 따라 종속적인 신용거래 하에 퇴화성제품의 최적 가격 및 재고정책

Optimal Pricing and Ordering Policies for an Exponential Deteriorating Product under Order-size-dependent Delay in Payments

신성환*

Seong-Whan Shinn*

요 약 신용거래(Trade Credit)는 제품 공급자가 중간유통자에게 제품 구입비용에 대하여 일정 기간 동안 지불 유예를 허용하는 거래 행위로 일반적으로 경쟁 기업과의 차별화 수단으로 허용되어 진다. 이와 같은 신용 거래는 고객의 거래량(주문량 크기) 증대를 목적으로 거래량의 크기에 따라 종속적으로 허용되는 것을 흔히 볼 수 있다. 또한 중간유통자 입장에서 보면 신용거래가 허용되면, 제품 구입비용에 대하여 일정 기간 동안의 지불 유예가 가능하여 재고투자비용의 절감 효과를 기대할 수 있고, 이와 같은 재고 투자비용의 절감은 최종 고객의 수요를 늘릴 수단으로 판매가격을 할인하는 요인이 될 수 있다. 본 연구에서는 공급자가 중간유통자의 거래량에 종속적으로 지불 유예 기간을 허용하는 상황 하에서 최종고객의 연간 수요가 중간유통자의 판매가격에 지수적으로 감소하는 가격탄력함수(a price elasticity function)의 경우를 고려하여 중간유통자 관점의 최적 판매가격과 주문량을 결정하는 모형을 분석하고자 한다. 문제 분석을 위하여 제품은 시간이 경과함에 따라 일정율로 퇴화하는 경우에 중간유통자의 재고 모형을 수립하고, 퇴화가 중간유통자의 재고 정책에 미치는 영향에 대해서 분석 해 보고자 한다.

주요어 : 신용거래, 판매가격, 경제적주문량, 가격탄력함수, 퇴화

Abstract Trade credit refers to a transaction where a product supplier allows an distributor to defer payment for a certain period of time for the purchase cost of the products. This practice is generally permitted as a means of differentiation between competing companies. Such trade credit is commonly granted based on the volume of transactions, aiming to increase customer orders. From the perspective of the distributor, trade credit allows for a deferred payment period for the purchase cost, leading to cost savings in inventory investment. These cost savings in inventory investment can be a factor in reducing selling prices with the aim of increasing customer demand. In this study, we analyze a model that determines the optimal selling price and order quantity from the perspective of the distributor, assuming that the supplier allows a deferred payment period dependent on the transaction volume. We assume that the final customer's annual demand exhibits an exponential decrease with respect to the distributor's selling price, using a constant price elasticity function. To analyze the problem, we assume that the product deteriorates at a constant rate over time and aim to establish an inventory model for the intermediate distributor. We also want to analyze the impact of deterioration on the inventory policies of the intermediate distributor.

Key words : Credit Period, Price, Lot-size, Price Elasticity Function, Deterioration

*정회원, 한라대학교 화학공학과 교수 (제1저자)
접수일: 2023년 7월 11일, 수정완료일: 2023년 8월 17일
게재확정일: 2023년 9월 5일
Received: July 11, 2023 / Revised: August 17, 2023
Accepted: September 5, 2023
*Corresponding Author: swshinn@halla.ac.kr
Dept. of Chemical Engineering, Halla Univ, Korea

Ⅰ. 서 론

신용거래(Trade Credit)는 공급자가 중간유통자에게 제품 공급 비용에 대하여 일정 기간 지불 유예를 허용하는 거래 행위로 경쟁 기업과의 차별화 수단으로 종종 활용되어진다. 공급자로부터 허용되는 지불 유예는 중간유통자의 재고 비용을 절감하는 수단이 되어 중간유통자의 재고 정책에 영향을 미치게 되는 것을 알 수 있다. 이와 같은 관점에서 공급자가 지불 유예를 허용하는 상황에서 재고 모형에 대한 연구가 진행되어 왔다. 신용거래 하에 재고 모형에 대한 분석 결과에 따르면, 공급자로 부터의 지불 유예는 재고 비용을 줄이고, 주문량이 증가되는 수단이 되는 것을 알 수 있었다.[1, 2] 이와 같이 공급자로부터 허용되는 지불 유예는 중간유통자의 재고 비용을 절감하는 수단이 되고, 중간유통자는 이와 같은 재고 비용의 절감분을 통하여 고객의 수요 증대를 기대하면서 제품에 대한 판매 가격을 낮출 수 있게 된다. 또한 신용거래하의 중간유통자의 재고정책은 최종 고객의 수요에 민감하게 작용하기 때문에 중간유통자의 재고정책(주문량)과 판매가격은 동시에 결정하는 것이 타당하다. 이와 같은 관점에서 신용거래 하에서 재고정책과 판매가격을 동시에 결정하는 재고 모형을 발표하였다.[3, 4] 특히 수요가 구입가격, 즉 중간유통자의 판매가격에 따라 선형적(lineary)으로 감소하는 함수라는 가정 하에 중간유통자의 재고정책과 판매가격을 결정하는 재고 모형이 발표되었다.[5, 6, 7]

이상의 연구들은 제품 대금에 대한 지불 유예기간이 중간유통자의 거래 규모(주문량의 크기)에 무관하게 동일하게 주어지는 것으로 가정하였다. 그러나 신용거래가 경쟁 기업 간의 차별화 수단의 하나로 제공된다는 측면에서 보면 이와 같은 지불 유예 기간이 거래 규모(주문량의 크기)에 따라 종속적으로 허용되는 것이 더 일반적일 수 있다. 이와 같은 이유로 신용 거래 기간이 고객의 거래 규모에 따라 종속적으로 주어지는 상황을 고려하여 재고정책과 판매가격을 동시에 결정하는 모형이 연구되었다.[8] 최근에는 최종 고객의 수요가 고객의 구입가격에 따라 선형적(linearly)으로 감소한다는 가정 하에 지불 유예 기간이 중간유통자의 거래 규모에 따라 종속적으로 주어지는 상황을 고려하여 중간유통자의 재고정책과 판매가격을 동시에 결정하는 모형이 발표되었다.[9]

지금까지의 연구들은 제품의 특성이 보유 시간에 상관없이 일정한 상태로 보전된다는 가정으로 모형을 분석하였다. 이 가정은 시간이 경과해도 제품의 특성이 변화되지 않는 제품의 경우에는 타당 해 보이지만, 보유 시간이 경과함에 따라 제품의 특성이 퇴화되어 사용할 수 없는 경우를 볼 수 있고, 이와 같이 신용거래의 상황 하에서 퇴화성 제품에 대한 재고정책과 판매가격을 결정하는 재고모형이 연구되었다.[10] 최근에는 거래규모(주문량)에 종속적으로 지불 유예기간이 허용되는 상황 하에서 고객의 수요가 중간 유통자의 판매가격에 선형적(linearly)으로 감소하는 수요 함수를 고려하여 퇴화성 제품에 대한 최적 재고정책과 판매가격을 결정하는 모형을 발표하였다.[11]

본 연구는 공급자로부터 허용되는 지불 유예 기간이 중간유통자의 거래규모(주문량)의 크기에 따라 종속적으로 허용되는 상황에서 고객의 수요를 구입 가격에 선형 함수로 가정는 대신에 구입가격에 지수적으로 감소하는 가격탄력함수(a price elasticity function)의 경우로 가정하여 분석 해 보고자 한다. 또한 문제 분석을 위하여 일정률로 퇴화하는 퇴화성 제품의 경우를 고려하여 중간유통자의 최적 재고정책(주문량)과 판매가격을 결정 해 보고, 퇴화 및 퇴화의 정도가 중간유통자의 최적 재고정책(주문량)과 판매가격에 미치는 영향을 분석 해 보고자 한다.

Ⅱ. 신용거래모형

본 연구는 Shinn [11]의 모형과 같이 공급자로부터 신용거래가 허용되는 상황 하에서 일정율로 퇴화하는 퇴화성 제품을 취급하는 중간유통자의 최적 재고정책과 판매가격을 결정하는 문제를 고려하였다. 다만, 최종고객의 수요는 구입가격 즉 중간유통자의 판매가격에 가격탄력함수의 형태로 나타나는 경우로 최종고객의 수요에 대한 가정을 제외하면, Shinn [11]의 모형과 동일하다.

<가정>

(1) 최종고객의 수요는 구입가격, 즉 중간유통자의 판매가격에 지수적으로 감소하는 가격탄력함수 형태로 나타난다.

(2) 공급자로 부터 중간유통자의 거래대금 지불에 일정 기간 지불유예가 허용된다. 공급자가 허용하는 지불유예기간은 중간유통자의 주문량 크기에 따라 증가한다.
(3) 지불유예기간 동안 중간유통자는 제품 대금의 일시적인 유용으로 이자 수익(이자율 I)이 발생하고, 유예기간이 경과된 후 제품 대금을 지불, 남아있는 재고에 대하여 재고투자비용(이자율 R)이 발생하게 된다.
(4) 제품은 시간의 경과에 따라 퇴화하고, 퇴화율(λ)은 일정하다.(λ)

<기호>

C = 단위당 제품 가격.
P = 단위당 판매 가격.
S = 1회 주문 비용.
D = 연간 수요, $D = KP^{-\beta}$, K 는 스케일링 상수 (> 0), β 는 가격탄력지수(> 0)
R = 재고투자비용(% 값).
I = 이자수익률(% 값).
H = 재고투자비용을 제외한 재고유지비용.
λ = 퇴화율
Q = 주문량.
T = 주문주기.
tc_j = 주문량에 크기에 종속적으로 주어지는 지불유예기간, $v_{j-1} \le TDC < v_j$, $tc_{j-1} < tc_j$, $j = 1, 2, \cdots, m$ $v_0 < v_1 < \cdots < v_m$, $v_0 = 0$, $v_m = \infty$.
$q(t)$ = t 시점의 재고 수준.

재고가 시간이 지남에 따라 일정율로 퇴화하는 경우, 시점 t 에 퇴화수준은 재고 수준에 비례하게 되고, 다음과 같은 결과를 얻게 된다.(Shinn [11] 참고) 따라서 주기당 주문량, Q 는

$$Q = \frac{D}{\lambda}(e^{\lambda T} - 1) \tag{1}$$

이 되고, 시점 t 의 재고수준, $q(t)$는 다음 식과 같다.

$$q(t) = \frac{D}{\lambda}(e^{\lambda(T-t)} - 1),\ 0 \le t \le T \tag{2}$$

중간유통자의 연간 이익식, $\Pi(P,T)$ 다음과 같은 비용 항목으로 구성된다.(Shinn [11] 참고)

(1) 연간 판매수입 $= PD$
(2) 연간 구매비용 $= CQ/T = CD(e^{\lambda T} - 1)/\lambda T$
(3) 연간 주문비용 $= S/T$,
(4) 연간 재고유지비용 $= \frac{H}{T}\int_0^T q(t)dt$

$$= \frac{HD(e^{\lambda T} - \lambda T - 1)}{\lambda^2 T}.$$

(5) 연간 재고투자비용

Case 1($tc_j \le T$) :

$$= \frac{1}{T}\left\{CR\int_{tc_j}^{T} q(t)dt - \frac{CIDtc_j^2}{2}\right\}$$
$$= \frac{1}{\lambda^2 T}CRD(e^{\lambda(T-tc_j)} - \lambda(T-tc_j) - 1) - \frac{CIDtc_j^2}{2T}.$$

Case 2($tc_j > T$) :

$$= -\frac{1}{T}\left\{\frac{DT}{2}TCI + DT(tc_j - T)CI\right\}$$
$$= \frac{CIDT}{2} - CIDtc_j .$$

따라서 중간유통자의 연간 이익식, $\Pi(P,T)$는 tc_j 와 T 의 상대적 크기에 따라 다음 식과 같이 나타 낼 수 있다.

(1) Case 1($tc_j \le T$)

$$\Pi_{1,j}(P,T) = PD - \frac{CD(e^{\lambda T}-1)}{\lambda T} - \frac{S}{T} - \frac{HD(e^{\lambda T} - \lambda T - 1)}{\lambda^2 T} - \left(\frac{CRD(e^{\lambda(T-tc_j)} - \lambda(T-tc_j) - 1)}{\lambda^2 T} - \frac{CIDtc_j^2}{2T}\right)$$
$$,\ TDC \in [v_{j-1}, v_j),\ j = 1, 2, \cdots, m. \tag{3}$$

(2) Case 2($tc_j > T$)

$$\Pi_{2,j}(P,T) = PD - \frac{CD(e^{\lambda T}-1)}{\lambda T} - \frac{S}{T} - \frac{HD(e^{\lambda T} - \lambda T - 1)}{\lambda^2 T} - \left(\frac{CIDT}{2} - CIDtc_j\right)$$
$$,\ TDC \in [v_{j-1}, v_j),\ j = 1, 2, \cdots, m. \tag{4}$$

III. 신용거래모형 분석

본 연구는 식 (3), (4)로 모형화된 중간유통자의 연간 이익을 최대화하는 판매가격(P^*)과 발주주기(T^*)를 구하는 문제로 일단 T^* 를 구하면, 식(1)에 의하여 최적 주문량(Q^*)을 계산 할 수 있다. 그러나 식 (3)과 (4)는 식의 구조상 미분은 가능하다. 그러나 수학적으로 다루기가 매우 어렵다는 것을 알 수 있다. 따라서 지수항에

대하여 테일러 급수 전개를 적용하면 근사적으로 문제를 풀 수 있다. 식 (3)과 (4)에 테일러 급수 전개,

$$e^{\lambda T} \approx 1 + \lambda T + \frac{1}{2}\lambda^2 T^2 \tag{5}$$

를 적용하면, 다음과 같은 근사식을 얻게 된다.

$$\Pi_{1,j}(P,T) = PD - CD - \frac{S}{T} - \frac{(H+C\lambda)DT}{2} - \left(\frac{C(R-I)Dtc_j^2}{2T} + \frac{CRDT}{2} - CRDtc_j\right), \quad TDC \in [v_{j-1}, v_j),\ j = 1,2,\cdots,m. \tag{6}$$

$$\Pi_{2,j}(P,T) = PD - CD - \frac{S}{T} - \frac{(H+C\lambda)DT}{2} - \left(\frac{CIDT}{2} - CIDtc_j\right), \quad TDC \in [v_{j-1}, v_j),\ j = 1,2,\cdots,m. \tag{7}$$

식 (6)과 (7)는 Shinn [11]이 발표한 모형에서 최종고객의 수요가 중간유통자의 판매가격 즉 구입 가격에 선형 감소함수가 아닌 가격탄력함수 형태라는 가정 이외에는 동일한 구조로 나타나는 것을 알 수 있고, 따라서 다음과 같이 Shinn [11]의 분석 결과를 적용할 수 있다. 식 (6)과 (7)을 최대화하는 최적 판매가격과 발주주기를 결정하기 위하여 먼저 판매가격을 P^0로 가정하고, T에 대한 일변수 함수, $\Pi(P^0,T)$를 구한다. 이 때 $\Pi(P^0,T)$는 T에 대한 오목함수(Concave) 이고, 각각 다음 식과 같은 극대값(extreme point)을 갖게 된다.

$$T_{1,j} = \sqrt{(2S + C(R-I)Dtc_j^2)/(H_1 D)}, \quad D = a - bP^0 \text{ 그리고 } H_1 = H + C\lambda + CR, \tag{8}$$

$$T_{2,j} = \sqrt{2S/(H_2 D)}, \quad D = a - bP^0 \text{ 그리고 } H_2 = H + C\lambda + CI \tag{9}$$

또한 극대값 $T_{i,j}$와 $\Pi_{i,j}(P^0,T)$는 Shinn [11]이 증명한 대로 다음의 특성을 갖는다.(Shinn [11] 참고)

특성 1. $T_{1,j} < T_{1,j+1}$, $j = 1,2,\cdots,m-1$.

특성 2. $T_{2,j} = T_{2,j+1}$, $j = 1,2,\cdots,m-1$.

특성 3. 임의의 T에 대해서 $\Pi_{i,j}(P^0,T) < \Pi_{i,j+1}(P^0,T)$, $i = 1,2$ 그리고 $j = 1,2,\cdots,m-1$.

특성 4. 임의의 j에 대해서 $T_{1,j} \ge tc_j$ 이면, $T_{2,j} \ge tc_j$이고, $\Pi_{2,j}(P^0,T)$ 는 $T < tc_j$ 에서 T에 대한 증가 함수이다. 또한 $T_{2,j} < tc_j$ 이면, $T_{1,j} < tc_j$이고, $\Pi_{1,j}(P^0,T)$ 는 $T \ge tc_j$ 에서 T에 대한 감소함수 이다.

이상의 특성으로부터 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j = \{T | v_{j-1}/DC \le T < v_j/DC\}$, $j = 1,2,\cdots,m$는 다음과 같은 성질을 갖고 있는 것을 알 수 있다. 이 때 k는 처음으로 $T_{2,j} < tc_j$, $j = 1,2,\cdots,m$, 인 값이다.

정리 1. 다음의 T, $T \in I_j$, $j \ge k$에 대해서 다음의 경우를 고려 해 볼 수 있다.

(1) 만일 $T_{2,j} < v_{j-1}/DC$ 이면, v_{j-1}/DC 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다.

(2) 만일 $v_{j-1}/DC \le T_{2,j} < v_j/DC$ 이면, $T_{2,j}$ 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다.

(3) 만일 $v_j/DC \le T_{2,j}$ 이면, T^*를 찾기 위해 T, $T \in I_j$는 고려할 필요가 없다.

정리 2. 다음의 T, $T \in I_j$, $j < k$에 대해서 다음의 경우를 고려 해 볼 수 있다.

(1) 만일 $T_{1,j} < v_{j-1}/DC$ 이면, v_{j-1}/DC 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다.

(2) 만일 $v_{j-1}/DC \le T_{1,j} < v_j/DC$ 이면, $T_{1,j}$ 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다.

(3) 만일 $tc_j < v_j/DC < T_{1,j}$ 이면, v_j^-/DC, $v_j^- = v_j - \epsilon$ 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다.

(4) 만일 $v_j/DC \le tc_j < T_{1,j}$ 이면, T^*를 찾기 위해 T, $T \in I_j$ 는 고려할 필요가 없다.

정리 3.

(1) 만일 $T_{1,j}$ 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다면, $T^* \ge T_{1,j}$ 이다. 즉, $\Pi(P^0,T)$를 최대화하는 T는 $T_{1,j}$ 보다 큰 값에서 발견된다.

(2) 만일 v_j^-/DC 에서 $\Pi(P^0,T)$, $T \in I_j$의 최대값이 나타난다면, $T^* \ge v_j^-/DC$ 이다. 즉, $\Pi(P^0,T)$를 최대화하는 T는 v_j^-/DC 보다 큰 값에서 발견된다.

따라서 판매가격을 P^0로 가정했을 때, $\Pi(P^0,T)$를 최대화하는 발주주기($T^*(P^0)$)는 $\Omega = \{T_{i,j}(P^0), v_{j-1}/DC, v_j^-/DC,\ i = 1,2,\ j = 1,2,\cdots,m\}$ 에서 결정됨을 알 수 있고, 다음의 조건을 만족 할 때 $T^*(P^0)$의 후보 값이 될 수 있다.

(1) $T_{i,j}(P)$가 $T^*(P)$의 후보가 되기 위한 조건:

$T_{1,j}(P) \ge tc_j$ 그리고 $v_{j-1}/DC \le T_{1,j}(P) < v_j/DC$, $tc_j \le T$

$T_{2,j}(P) < tc_j$ 그리고 $v_{j-1}/DC \le T_{2,j}(P) < v_j/DC$, $tc_j > T$.

(2) v_{j-1}/DC 가 $T^*(P)$의 후보가 되기 위한 조건:

$v_{j-1}/DC \ge tc_j$ 그리고 $v_{j-1}/DC > T_{1,j}(P)$, $tc_j \le T$

$v_{j-1}/DC < tc_j$ 그리고 $v_{j-1}/DC > T_{2,j}(P)$, $tc_j > T$.

(3) v_j^-/DC 가 $T^*(P)$의 후보가 되기 위한 조건:

$v_j/DC > tc_j$ 그리고 $v_j/DC \le T_{1,j}(P)$, $tc_j \le T$

또한 최종고객의 수요(D)는 중간유통자의 판매가격에 함수이기 때문에 $T^*(P^0)$의 후보 값이 되기 위한 조건에 수요함수($D = KP^{-\beta}$)를 대입하여 정리하면, P 에 대한 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$T_{1,j}(P) \ge tc_j \text{는 } P \ge P1_j,\ P1_j = \left(\frac{K(H + C\lambda + CI)tc_j^2}{2S}\right)^{1/\beta} \quad (10)$$

$$\frac{v_{j-1}}{DC} \le T_{1,j}(P) \text{는 } P \le P2_j$$

$$P2_j = \left(\frac{KC(R-I)tc_j^2}{\sqrt{S^2 + C^{-1}(R-I)tc_j^2(H + C\lambda + CR)v_{j-1}^2} - S}\right)^{1/\beta} \quad , R > I \quad (11)$$

$$P2_j = \left(\frac{2KSC^2}{(H + C\lambda + CR)v_{j-1}^2}\right)^{1/\beta} \quad , R = I \quad (12)$$

$$T_{1,j}(P) < v_j/DC \text{ 는 } P > P3_j$$

$$P3_j = \left(\frac{KC(R-I)tc_j^2}{\sqrt{S^2 + C^{-1}(R-I)tc_j^2(H + C\lambda + CR)v_j^2} - S}\right)^{1/\beta} \quad , R > I \quad (13)$$

$$P3_j = \left(\frac{2KSC^2}{(H + C\lambda + CR)v_j^2}\right)^{1/\beta} \quad , R = I \quad (14)$$

$$T_{2,j}(P) < tc_j \text{ 는 } P < P1_j$$

$$T_{2,j}(P) < \frac{v_j}{DC} \text{ 는 } P > P4_j$$

$$P4_j = \left(\frac{2KSC^2}{(H + C\lambda + CI)v_j^2}\right)^{1/\beta} \quad (15)$$

$$T_{2,j}(P) \ge v_{j-1}/DC \text{ 는 } P \le P4_{j-1}$$

$$tc_{j+1} \le v_j/DC \text{ 는 } P \ge P5_j$$

$$P5_j = \left(\frac{KCtc_{j+1}}{v_j}\right)^{1/\beta} \quad (16)$$

$$tc_j < v_j/DC \text{ 는 } P > P6_j$$

$$P6_j = \left(\frac{KCtc_j}{v_j}\right)^{1/\beta} \quad (17)$$

P 에 대한 부등식으로부터 집합 Ω 의 각 T 값들이 $T^*(P)$의 후보가 되기 위한 조건은 P 의 범위로 변경할 수 있다.

(1) $T_{i,j}(P)$가 $T^*(P)$의 후보가 되는 P의 범위:

$PR1_j = \{P|P \ge P1_j\} \cap \{P|P3_j < P \le P2_j\}$, $tc_j \le T$,

$PR1_j = \{P|P < P1_j\} \cap \{P|P4_j < P \le P4_{j-1}\}$, $tc_j > T$.

(2) $\frac{v_{j-1}}{DC}$가 $T^*(P)$의 후보가 되는 P의 범위:

$PR2_j = \{P|P > P2_j\} \cap \{P|P \ge P5_{j-1}\}$, $tc_j \le T$,

$PR2_j = \{P|P > P4_{j-1}\} \cap \{P|P < P5_{j-1}\}$, $tc_j > T$.

(3) v_j^-/DC가 $T^*(P)$의 후보가 되는 P의 범위:

$PR3_j = \{P|P \le P3_j\} \cap \{P|P > P6_j\}$, $tc_j \le T$.

따라서 $P \in PR1_j$인 P에서 $T_{i,j}(P)$는 $T^*(P)$의 후보가 되기 위한 조건을 만족하고, 결과적으로 $T_{i,j}(P)$는 $T^*(P)$의 후보가 된다. 이 때 $\Pi_{i,j}(P,T)$의 T를 $T_{i,j}(P)$로 치환하면, $\Pi_{i,j}(P,T)$는 P의 일변수 함수 $\Pi_{i,j}^0(P) = \Pi_{i,j}(P, T_{i,j}(P))$로 변환되고, 결국 P의 일변수 함수, $\Pi_{i,j}^0(P)$ 의 최대화 문제가 된다. 마찬가지로 $P \in PR2_j$인 P의 범위에서 v_{j-1}/DC 는 $T^*(P)$의 후보가 되고, $P \in PR3_j$인 P의 범위에서 v_j^-/DC 는 $T^*(P)$의 후보가 되는 것을 알 수 있다. 이 때 v_{j-1}/DC와 v_j^-/DC 역시 P의 함수이므로 $\Pi_{i,j}(P,T)$의 T에 각 후보 값으로 치환하면, P의 일변수 함수 $\Pi_{i,j}(P, v_{j-1}/DC)$과 $\Pi_{i,j}(P, v_j^-/DC)$를 얻게 된다. 결과적으로 최적해 T^*와 P^*는 다음과 같은 P에 대한 일변수함수의 최대화문제로부터 구할 수 있다.

$$\max_{P,T} \Pi(P,T) = \{ \max_{P \in PR1_j} \Pi_{i,j}^0(P),\ \max_{P \in PR2_j} \Pi_{i,j}(P, v_{j-1}/DC),\ \max_{P \in PR3_j} \Pi_{i,j}(P, v_j^-/DCP) \}. \quad (18)$$

<해법>

Step 1. For Case 1($tc_j \le T$)

1.1 $P \in PR1_j$인 P에 대하여 $\Pi_{1,j}^0(P) = \Pi_{1,j}(P, T_{1,j}(P))$, $j = 1, 2, \cdots, m$,를 최대화시키는 $P_{1,j}$를 결정한다.

1.2 $P \in PR2_j$인 P에 대하여 $\Pi_{1,j}(P, v_{j-1}/DC)$, $j = 2, 3, \cdots, m$,를 최대화시키는 $P_{1,j}$를 결정한다.

1.3 $P \in PR3_j$인 P에 대하여 $\Pi_{1,j}(P, v_j^-/DC)$, $j = 1, 2, \cdots, m-1$,를 최대화시키는 $P_{1,j}$를 결정한다.

Step 2. For Case 2($tc_j > T$)

2.1 $P \in PR1_j$인 P에 대하여 $\Pi_{2,j}^0(P) = \Pi_{2,j}(P, T_{2,j}(P))$, $j = 1, 2, \cdots, m$,를 최대화시키는 $P_{2,j}$를 결정한다.

표 1. 퇴화 정도에 따른 중간유통자의 최적해
Table 1. The distributor's optimal solution with various values of λ

λ	0.0	0.3	0.5
$\Pi(P,T)$	8927	8466	8269
P^*	4.927	4.961	4.881
T^*	0.232	0.219	0.105
Q^*	1077	1034	513

2.2 $P \in PR2_j$인 P에 대하여 $\Pi_{2,j}(P, v_{j-1}/DC)$, $j=2,3,\cdots,m$,를 최대화시키는 $P_{2,j}$를 결정한다.

Step 3.

3.1 Step 1, 2에서 구한 값 중 최대값이 중간유통자의 최적 판매가격(P^*)과 주문주기(T^*)가 된다.

3.2 T^*를 식 (1)에 대입하여 경제적주문량 Q^*를 결정한다.

IV. 분석 결과

이제 거래규모(주문량)에 따라 종속적으로 지불 유예 기간이 허용되는 상황 하에서 퇴화성 제품을 취급하는 중간유통자의 신용거래 모형에 대한 분석 내용을 토대로 중간유통자의 최적 가격 및 재고 정책을 결정 해 보고, 퇴화가 중간유통자의 최적 가격 및 재고 정책에 미치는 영향을 분석 해 보자. 분석을 위해 다음의 예제를 적용 해 보았다.

(1) $S=50$[\$/회], $C=3$[\$/단위], $H=0.1$[\$/단위·년], $R=0.15(=15\%)$, $I=0.1(=10\%)$, $K=2.5\times10^5$ 그리고 $\beta=2.5$.

(2) 신용거래 기간

구입비용	신용거래기간
$0 \le TDC < \$1,500$	$tc_1 = 0.1$
$\$1,500 \le TDC < \$3,000$	$tc_2 = 0.2$
$\$30,000 \le TDC$	$tc_3 = 0.3$

먼저 퇴화가 없는 경우($\lambda=0.0$)를 가정하고, 최적해를 도출하였다. 다음으로 퇴화율이 중간유통자의 최적 재고정책에 미치는 영향을 분석하기 위하여 퇴화율(λ)을 0.3과 0.5 두 가지로 적용하여 퇴화 정도가 중간유통자의 최적 판매 가격(P^*), 발주 주기(T^*) 그리고 주문량(Q^*)에 미치는 영향을 분석 해 보았다. 표 1에 나타난 대로 분석 결과 다음의 사실을 확인 할 수 있었다.

(1) 퇴화 정도가 증가함에 따라 중간유통자의 연간 총이익과 발주 주기(T^*)는 감소한다.

(2) 퇴화 정도가 증가함에 따라 중간유통자의 연간 총이익은과 최적 주문량(Q^*)은 감소한다.

일반적으로 퇴화 정도가 증가함에 따라 중간유통자의 주문량은 퇴화량을 고려하여 줄어들게 되고, 퇴화량의 증가로 연간 총이익 역시 감소 할 것으로 예측되어진다. 예제를 통하여 퇴화가 중간유통자의 재고정책에 미치는 영향을 분석한 결과에 의하면, 퇴화가 발생하는 경우, 중간유통자의 주문량은 퇴화량을 고려하여 줄어들게 되고, 퇴화가 발생함으로써 중간유통자의 연간 총이익 역시 감소하는 것으로 나타났다. 주문량의 크기에 따라 종속적으로 주어지는 지불 유예 기간은 중간유통자의 주문량의 크기에 긍정적인 요인으로 작용하지만, 반대로 제품의 퇴화는 부정적인 요인으로 작용하게 되고, 특히 퇴화 정도가 커짐에 따라 주문량에 미치는 영향이 더욱 더 커지는 것을 알 수 있었다. 따라서 퇴화가 일어나는 경우에 최적 판매가격과 주문량 결정에는 지불 유예 기간과 퇴화율 두 요인의 상대적인 크기에 따라 재고 정책에 변화가 발생하는 것을 알 수 있었다. 특히 중간유통자의 판매 가격에 따라 지수적으로 감소하는 고객 수요 함수를 고려하면, 재고정책(주문량)과 판매가격은 동시에 결정하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있었다.

V. 결 론

우리는 공급자로부터 거래 규모(주문량)에 따라 종속적으로 집불 유예 기간이 허용되는 상황을 가정하고, 퇴화성 제품을 유통하는 중간유통자의 최적 가격 및 재고 정책을 결정하는 문제를 분석하였다. 문제 분석을

위하여 최종 고객의 수요가 중간유통자의 판매가격에 지수적으로 감소하는 가격탄력함수의 형태로 가정하고, 중간유통자 측면의 재고 모형을 분석하였다.

분석 결과에 의하면 거래규모에 따라 허용되는 지불 유예 기간은 중간유통자의 주문량을 증가시키는 긍정적인 요인으로 작용하게 되고, 고객의 수요가 구입 가격에 따라 지수적으로 감소하는 경우, 중간유통자의 판매가격은 더 중요한 변수로 작용하는 것을 알 수 있었다. 반면에 제품의 퇴화는 주문량의 증가를 제한하는 부정적인 요인이 될 수 있고, 특히 퇴화 정도가 커짐에 따라 주문량에 미치는 영향이 더 커지는 것을 알 수 있었다. 따라서 퇴화가 일어나는 신용거래 모형의 경우, 최적 판매가격과 주문량 결정에는 지불 유예 기간과 퇴화 정도 두 요인의 절충이 절대적으로 필요함을 알 수 있었다.

References

[1] S. K. Goyal, “Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments,” J. of Opl Res. Soc., Vol.36, No.4, pp.335-338, 1985.
[2] J. T. Teng, C. T. Chang, M. S. Chern and Y. L. Chan, “Retailer’s optimal ordering policies with trade credit financing,” International Journal of Systems Sci., Vol.38, No.3, pp.269-278, 2007.
[3] J. T. Teng, C. T. Chang and S. K. Goyal, “Optimal pricing and ordering policy under permissible delay in payments,” International Journal of Production Economics, Vol.97, pp.121-129, 2005.
[4] C. Y. Dye and L. Y. Ouyang, “A particle swarm optimization for solving joint pricing and lot-sizing problem with fluctuating demand and trade credit financing,” Computers & Industrial Engineering, Vol.60, pp.127-137, 2011.
[5] T. Avinadav, A. Herbon and U. Spiegel, “Optimal ordering and pricing policy for demand functions that are separable into price and inventory age,” International Journal of Production Economics, Vol.155, pp.406-417, 2014.
[6] J. Shi, R. Y. K. Fung and J. Guo, “Optimal ordering and pricing policies for seasonal products: Impacts of demand uncertainty and capital constraint,” Discrete Dynamics in Nature and Society, Vol.2016, pp.1-13, 2016.
[7] S. W. Shinn, “Buyer’s pricing and lot-sizing policy with price dependent demand under day terms supplier credit in a two-stage supply chain,” Asia-pacific Journal of Multimedia Services Convergent with Art, Humanities, and Sociology, Vol.7, No.12, pp.717-720, 2017. http://dx.doi.org/10.14257/ajmahs.2017.12.05
[8] L. Y. Ouyang, C. H. Ho, and C. H. Su, “An optimization approach for joint pricing and ordering problem in an integrated inventory system with order-size dependent trade credit,” Computers & Industrial Engineering, Vol.57, pp.920-930, 2009.
[9] S. W. Shinn “Optimal pricing and ordering policies with price dependent demand linearly under order-size-dependent delay in payments,” International Journal of Advanced Culture Technology, Vol.9, No.2, pp.91-99, 2021. http://dx.doi.org/10.17703/IJACT.2021.9.2.91
[10] Y. C. Tsao and G. J. Sheen, “Joint pricing and replenishment decisions for deteriorating items with lot-size and time-dependent purchasing cost under trade credit,” International Journal of Systems Sci.. Vol.38, No7, pp.549-561, 2007.
[11] S. W. Shinn “Distributor's pricing and ordering policies with linearly price dependent demand for decaying products under order-size-dependent delay in payments,” The Journal of the Convergence on Culture Technology, Vol.8, No.3, pp.485-491, 2022. http://dx.doi.org/10.17703/JCCT.2022.8.3.485