

<http://dx.doi.org/10.17703/JCCT.2023.9.6.875>

JCCT 2023-11-105

# 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 가상 PID 알고리즘 튜닝 기법과 데이터 분석

## Virtual PID Algorithm Tuning Technique and Data Analysis through Computer Simulation

남진문\*

**Jim Moon Nam\***

**요약** 본 논문에서는 PID 알고리즘을 이용하는 온도제어기의 가상적 튜닝 기법을 제안한다. 제어대상의 수학적 표현을 이용하여 컴퓨터에서의 가상적 시뮬레이션을 활용하였다. 컴퓨터의 상세한 데이터 분석을 통하여 PID 알고리즘의 이득을 정확하게 구하는 기법을 도입하였고 기존의 실험적 튜닝 결과보다 우수한 성능을 검증하였다. 또한 실제의 제어대상에서 실시하는 튜닝 실험을 대체하는 장점이 있어 시간적 공간적 제한이 전혀 없다. 제어대상을 실제 가동하는 튜닝 실험은 그 과정에서 나타나는 자세한 데이터를 확인할 수 없다. 실험의 정확성을 보장할 수 없으며 그 결과를 즉시 확인할 수도 없었다. 제안하는 기법을 통해 튜닝의 모든 과정을 컴퓨터에서 정확하게 확인할 수 있으며 발생하는 문제의 원인도 분석할 수 있다.

**주요어** : PID튜닝, 알고리즘, 오버슈트, 언더슈트, 안정시간

**Abstract** In this paper, we propose a virtual tuning technique for a temperature controller using the PID algorithm. Virtual simulation on a computer was used using the mathematical expression of the control object. A technique for accurately calculating the gain of the PID algorithm was introduced through detailed computer data analysis, and superior performance compared to conventional experimental tuning results was verified. In addition, it has the advantage of replacing tuning experiments conducted on actual control subjects, so there are no temporal or spatial limitations. Tuning experiments that actually operate the control object do not show detailed data that appears during the process. The accuracy of the experiment could not be guaranteed, and the results could not be confirmed immediately. Through the proposed technique, the entire tuning process can be accurately checked on a computer and the cause of problems that occur can also be analyzed.

**Key words** : PID tuning, algorithm, overshoot, undershoot, settling time

### 1. 서 론

일반적으로 선형적 시스템(linear system)에서 PID (Proportional-Integral-Derivative) 알고리즘(algorithm)

은 제어의 안정성과 성능이 우수하고 신뢰할 수 있다. 그 구조와 구현 방법이 간단하고 편리하여 공학 및 산업의 다양한 분야에서 그 활용성이 매우 높아서 대표적

\*정회원, 평택대학교 피어선칼리지 교수  
접수일: 2023년 10월 1일, 수정완료일: 2023년 10월 25일  
게재확정일: 2023년 11월 5일

Received: October 1, 2023 / Revised: October 25, 2023

Accepted: November 5, 2023

\*Corresponding Author: namjm@ptu.ac.kr

Dept. of Pierson College, Pyeongtaek Univ., Korea

인 제어 기법으로 사용해 왔다.

### 1. PID Algorithm

다음은 PID 알고리즘을 표현하는 일반적인 수식이다. 온도 또는 속도와 같은 제어대상(control object) 물리량을 목표하는 값에 도달시키는 제어를 위해 많이 사용한다. 식 (1a)는 비례(proportional)항, 적분(integral)항, 미분(derivative)항으로 구성되며 각 항이 출력하는 합계, 즉 제어량  $h(t)$ 를 제어대상에 입력함으로써 제어 동작이 구현된다[1][2]. 입력변수  $e(t)$ 는 목표하는 설정값(set value) 상수( $V_s$ )와 현재값(current value)의 차이를 나타낸다. 여기서 현재값  $V_c(t)$ 는 PID 제어에 의하여 제어대상이 반응하는 값이며 시간  $t$ 에 따라 변한다. 비례상수  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 는 각 항의 제어 강도를 결정하며 제어대상의 반응 특성에 맞추는 실험에 의하여 결정된다[2][3]. 이와 같이 제어대상 시스템을 실험하기 위해 미리 동작시키는 과정, 즉 튜닝(tuning)은 PID 알고리즘이 동작하기 위해 반드시 필요한 실험이다[4][5][6].

$$h(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (1a)$$

$$e(t) = V_s - V_c(t) \quad (1b)$$

제어대상의 상세한 동작 메커니즘이 알려지지 않았거나 영향을 미치는 입력변수가 불분명한 경우가 많이 있다. 이와 같이 시스템 식별(system identification) 과정이 어려운 제어대상에서도 PID 알고리즘을 효과적으로 사용할 수 있다. 동작 메커니즘을 확인하지 않은 시스템을 식별 과정도 생략하고 제어하는 것은 내부를 알 수 없는 블랙박스를 다루는 것과 같을 수 있다. 이 경우에는 반드시 거쳐야 하는 과정이 PID 튜닝이다[2][7].

다음 그림 1은 PID 알고리즘을 적용한 제어기의 동작 원리를 구조적으로 표현한다. 제어대상의 현재값이 제어기가 설정한 목표값에 도달하도록 제어하는 동작을 나타낸다. PID 알고리즘 제어기의 비례항, 적분항, 미분항은 제어 동작에서 각각 고유한 특성을 가진다. 비례항은 현재의 값을 기준하여 목표값과의 차이에 대하여 비례하는 출력으로 목표값에 도달하도록 제어한다. 차이에 대한 제어의 강도를 결정하는 비례 상수  $K_p$ 를 이득(gain)이라 하며 튜닝에 의하여 결정된다. 또한 적분항은 과거의 값을 모두 적분한 결과를 기준하여 동

작한다. 반면에 미분항은 변하는 정도를 측정하여 미래를 예측하는 출력을 발생한다.

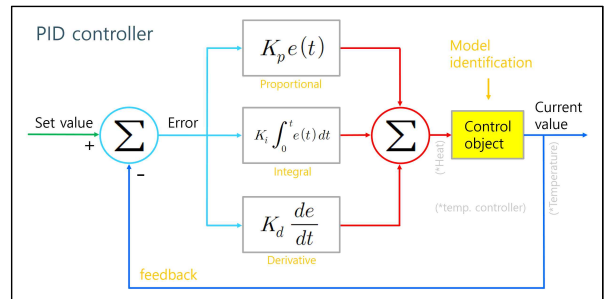


그림 1. PID 알고리즘 제어기의 동작 원리  
Figure. 1. Operating principle of PID algorithm controller

비례항의 장점은 목표값을 직접 추종하는 특성을 가지며 가장 신속한 제어 출력을 발생한다. 그러나 비례항의 제어만으로는 현재값이 목표값에 완전히 도달할 수 없는 경우가 존재한다. 운동역학에서 지속적으로 저항하는 마찰력이나 열역학의 열손실이 그 예이다. 이때는 항상 목표값에 일부 뒤쳐진 상태로만 따라가는 결과가 발생한다. 그러나 적분항은 과거의 이력에 대한 평균을 기억하고 추종하므로 마찰력이나 열손실의 강도에 정확한 대항력을 출력하여 무력화할 수 있다.

### 2. 온도제어의 오버슈트 발생

PID 알고리즘의 비례, 적분, 미분의 고유한 특성은 제어 동작에서 중요한 성분이며 상호 보완적이다. 이 성분들의 조화와 균형이 완벽하게 작동할 수 있도록 최적의 제어 이득  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 를 찾는 것이 중요하다. 튜닝에서 비례, 적분, 미분 결과에 대한 출력의 강도가 결정되며 이는 제어대상의 특성에 맞는 최적의 제어를 위한 이득이 된다.

다음 그림 2는 온도 제어기에서 과도한 적분의 결과로 오버슈트(overshoot)를 발생하는 과정을 나타낸다. 그 결과 오버슈트는 언더슈트(undershoot)의 원인이 되고 다시 그 다음의 오버슈트로 이어진다. 결과적으로 목표값을 위 아래로 벗어나 흔들리면서 현재값의 안정화가 늦어진다. 목표값과의 차이로 제어량을 결정하는 비례항에도 이 영향이 그대로 나타나는 것을 아래의 그림에서 알 수 있다

이와 같이 과거의 이탈 정도에 비해 너무 강한 적분 이득( $K_i$ )을 가지면 목표값을 초과하는 결과를 초래한

다. 궤도를 이탈한 자동차는 궤도의 재진입을 위해서 적절한 조향이 필요하지만 과도한 조향으로 궤도의 반대 방향으로 지나쳐 다시 이탈하는 경우와 같다. 이와 같이 적분의 강도, 즉 적분 이득 Ki를 결정하는 튜닝은 PID 제어기의 성능에 매우 큰 영향을 미친다.

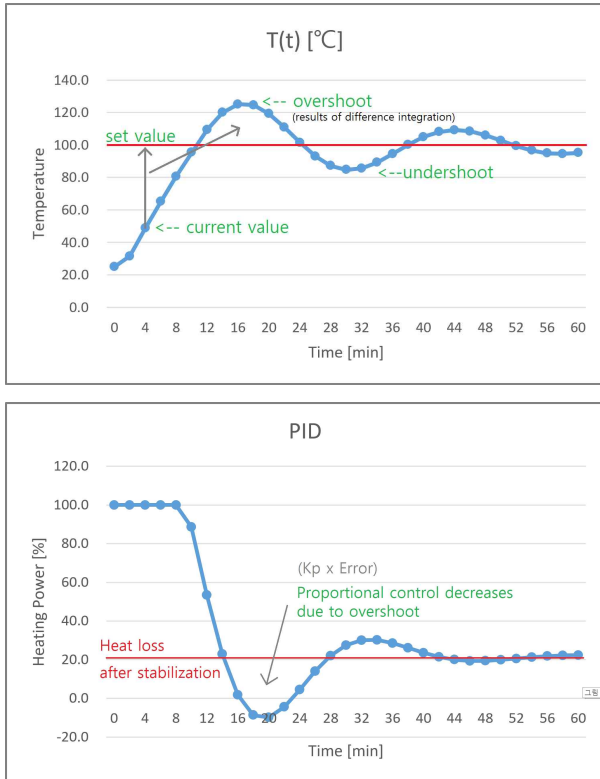


그림 2. PID 알고리즘 온도 제어기의 동작  
 Figure. 2. Operation of PID algorithm temperature controller

미분항은 정상 상태에서는 제어에 대한 영향력이 없지만 외란(disturbance)에 대하여 강력한 저항력을 출력한다. 운동역학의 가감속이나 온도제어에서 냉각과 문열림과 비슷하다. 이때도 적절한 보상적 대항력이 요구된다. 미분항의 이득 Kd도 튜닝으로 설정되며 관성과 유사한 제어 영향력을 가진다.

### 3. 시뮬레이션을 이용한 오버슈트 분석법

다음 그림 3은 온도 제어기에서 PID 알고리즘의 제어 이득(Kip, Ki, Kd)이 잘 못 튜닝된 대표적 사례를 나타내고 있다. 부적합한 제어 이득을 가진 상태에서 목표 온도 200°C를 향한 제어 동작을 나타낸 그림이다. 우측 위의 현재 온도 T(t) 그래프에서 약 25°C 정도의

많은 오버슈트가 발생한다. 기존의 실제 동작에서는 합산된 제어량(PID)만 확인할 수 있었다. 따라서 좌측 위 그래프에서 출력하는 히팅파워(heating power, cal/s)가 과도하여 발생한 결과로 판단할 수 있었다. 그 결과 오버슈트 결과만 볼 수 있는 기존의 분석법으로는 적분항 또는 비례항의 이득을 줄이는 방법을 많이 선택하였다.

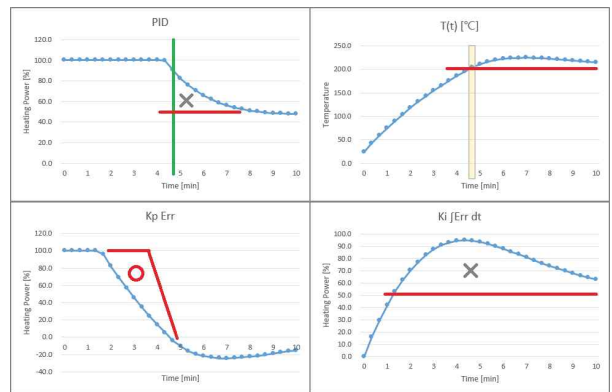


그림 3. 부정확한 PID튜닝의 결과 그래프  
 Figure. 3. Result graph of inaccurate PID tuning

그러나 본 논문에서 오버슈트를 더욱 효과적으로 줄일 수 있는 새로운 기법을 제시한다. 이 기법은 컴퓨터 시뮬레이션(simulation)에 기반하며 독립된 그래프를 모두 생성하여 정확한 원인을 분석할 수 있다.

앞의 그림에서 비례항과 적분항의 독립된 그래프를 각각 좌측 아래와 우측 아래에 나타내었다. 이 그래프는 아래의 수식 (2a)를 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 새롭게 생성한 그래프이다[8][9][10]. 제어대상의 모델(model) 수식을 이용하는 새로운 시도이다. 이 모델 수식의 도입과 모델검증 결과를 이용하면 본 논문에서 제시하는 시뮬레이션을 통한 분석, 가상적(virtual) 튜닝 외에도 적응형(adaptive) 제어에도 활용이 가능하다[10]. 이는 다음 논문에서 연구할 예정이다.

$$(mc) dz = (H - L(T(t) - A)) dt \quad (2a)$$

앞의 그래프 우측 위의 온도상승을 보면 목표값 200°C에 도달하였지만 쉽게 이탈하여 과도한 오버슈트를 유발한다. 이 원인을 찾기 위해서 비례항(Kp)와 적분항(Ki)을 분리하여 분석하여야 한다.

그래프에서 보면 PID 출력이 약 50%에서 안정된 모습을 찾을 것으로 추정된다. 이 값은 정상상태에서 열

손실을 나타낸다. 이를 이용하여 독립된 적분항의 그래프 패턴을 분석하면 중요한 단서를 발견할 수 있다. 그래프의 비례 제어량(Kp)을 기준하면 적분량(Ki)이 과도하다는 것을 확인할 수 있다.

또한 적분이 안정되어 열손실 값으로 수렴되는 모습을 보여야 한다. 그러나 적분(Ki) 그래프에서 오버슈트의 원인은 과도한 적분 때문임을 알 수 있다. 목표값에 도달할 때 적분의 출력이 안정된 값을 나타내지 못하고 과도하게 쌓여 있는 모습을 보여준다.

이는 좌측 하단의 비례제어 이득 Kp가 낮아서 발생하며 이로 인하여 우측의 적분항에서 적분의 과다로 오버슈트가 발생한다. 따라서 기존의 적분항의 이득 Ki를 낮추는 방법보다 비례항의 이득 Kp를 높이는 방법이 훨씬 효과적이다.

이는 앞에서 언급한 기존의 방법에 비해 훨씬 우수한 제어 성능을 제공한다. 오버슈트와 언더슈트를 완벽하게 제거할 뿐만 아니라 결과적으로 안정(settling time)시간도 대폭 단축하는 결과로 이어진다.

본론에서 PID알고리즘이 우수한 성능을 발휘할 수 있도록 제어대상의 특성에 맞춘 최적의 Kp, Ki, Kd를 구하는 상세한 튜닝 기법을 제시한다. 이는 PID 알고리즘을 적용하는 온도 제어기에서 효과적으로 활용할 수 있다. 다음에서 제어대상의 시물레이션을 이용하는 이론적 논의부터 시작한다.

## II. 모델을 이용한 가상적 PID 튜닝

이제 온도 제어를 위한 PID 알고리즘의 가상적 튜닝 기법을 제시한다. 실물을 이용한 온도 실험을 실시하지 않고 컴퓨터에서 시물레이션을 통하여 가상적으로 진행되는 튜닝이다. 먼저 제어대상을 표현하는 모델 수식을 이용하여 컴퓨터에서 가상적 제어대상을 구현하여야 한다. 그 다음 단계에서 본 논문의 주제인 가상적 튜닝 기법을 제시한다. 히팅자켓(heating jacket)의 모델을 이용하며 새로운 가상적 튜닝의 결과를 실제의 온도 실험과 비교하는 검증도 실시한다.

### 1. 히팅자켓의 모델링

우선 가상적 PID 튜닝 기법을 제시하기 위해서는 모델식별(model identification)이 완료된 제어대상이 필요하다. 그 모델을 이용한 컴퓨터 시물레이션 기반에서

가상적 튜닝을 진행할 수 있고 실제의 온도 실험을 통해 결과의 비교 검증이 가능하다.

아래의 그림 4는 반도체 공정의 제조설비에 사용하는 실제의 히팅자켓 사진이다. 이 자켓은 반도체 장비에서 온도에 민감한 특정한 부분의 온도를 일정하게 유지할 수 있도록 가열소자(heating element)와 온도센서(temperature sensor)가 자켓의 내부에 적용되어 있다.



그림 4. 히팅자켓의 전기적 사양  
Figure. 4. Heating Jacket Specifications

다음 수식 (3a)는 히팅자켓의 온도를 기술하는 모델 수식이다. 히팅자켓의 온도변화율  $dz/dt$ 은 자켓의 온도  $T(t)$ 와 주변의 온도  $A$ 의 차이에 비례한다[10].

$$(mc) \frac{dz}{dt} = H - L(T(t) - A) \quad (3a)$$

이때 발생하는 열손실율의 비례상수가  $L$ 이다. 자켓의 내부에 설치된 가열소자가 발생하는 히팅파워  $H$ 와 열손실율의 차이로 히팅 자켓의 온도가 상승하거나 하락한다. 자켓의 단위 온도당 열용량  $mc$ 를 적용하면 온도변화율이 계산된다. 단  $m$ 은 제어대상의 질량이며  $c$ 는 비열이다. 이 수식을 이용하여 위의 4번 히팅자켓을 가상적으로 구현하는 컴퓨터 시물레이션을 실시할 수 있다. 이 때  $mc$ 와  $L$ 은 앞의 4번 히팅자켓을 나타내는 고유 상수가 된다.

모델 수식을 위한 프로그램 작성을 통하여 4번 히팅자켓을 컴퓨터에서 가상적으로 구현하였고 컴퓨터 시물레이션 통하여 가상의 온도제어 실험도 진행할 수 있

게 되었다.

## 2. 온도 상승율과 도달시간 검출

이제 구현된 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 가상적 튜닝 기법의 첫 단계를 시작한다. PID 알고리즘을 이용하는 온도제어를 위한 새로운 가상적 PID 튜닝 기법이다. 앞의 모델 수식을 이용하여 제어대상에 적합한 최적의 제어 이득  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 를 구하는 과정을 기술하며 세부 단계는 다음과 같다.

1. 제어기 동작모드 : 강제출력 설정
2. 히팅 100% 출력
3. 목표온도(SV) 도달시간 측정 (최단시간)
4. PID 모드 설정 ( $K_i$ 와  $K_d$ 는 0으로 설정)
5. SV 도달시간 설정 : 최단시간의 1.2 - 1.5배
6. SV 도달시간에 맞는  $K_p$  설정
7. SV 도달 시점에 오버슈트 없는  $K_i$  설정

첫 단계는 최고 빠른 온도 변화율에서 목표온도까지 도달하는 시간을 찾는 것이다. 자켓의 주변온도는 25℃이며 내부 가열소자의 동작 조건은 강제 입력(forced input) 100%이다. 이것은 히팅파워, 열손실을, 단위 온도당 열용량을 모두 고려한 온도 상승에서 최고 빠른 속도를 측정하는 것이다.

시뮬레이션에서 모델 수식 (3a)의 고유상수는 히팅 자켓 4번을 표현하도록 설정하였다. 이 상수들을 구하는 상세한 과정은 생략한다( $mc=113.9$ ,  $L=0.2899$ ).

목표온도 설정값이 200℃일 때 최적의 이득을 구하는 것으로 가정하였다. 4번 히팅자켓의 최대발열 온도 실험 시뮬레이션 결과는 다음 표 1과 같다. 결과에서 현재온도  $T(t)$ 가 설정온도 SV를 초과하는데 걸리는 시간이 약 280초(4분40초)이다. 이는 히팅파워 강제 100%에서 나타난 결과이므로 4번 히팅자켓의 최단시간이다.

실제의 PID 온도제어 동작에서는 설정값 200℃에 도달하여 안정되는 시간이 최단시간의 1.2배에서 1.5배 사이일 것이다. 1.2배의 빠른 시간에 도달하면 약간의 오버슈트가 발생할 수 있고 반대로 1.5배의 느린 시간을 선택하면 오버슈트가 없는 제어 결과를 얻을 수 있다. 이것은 선택의 문제이다.

표 1. 히팅자켓의 온도 상승 속도

Table 1. Temperature increase rate of heating jacket

Time [Sec]	Ambient [°C]	Heat [%]	Loss [%]	T(t) - A	mc [kg/°C]	dz [°C]	T(t) [°C]	Time	SV [°C]
0	25.0	100.0	0.2899	0.0	113.9	0.00	25.00	0분	200.0
20	25.0	100.0	0.2899	17.6	113.9	17.56	42.56		200.0
40	25.0	100.0	0.2899	34.2	113.9	16.67	59.22		200.0
60	25.0	100.0	0.2899	50.8	113.9	15.82	75.04	1분	200.0
80	25.0	100.0	0.2899	67.4	113.9	15.01	90.05		200.0
100	25.0	100.0	0.2899	84.0	113.9	14.25	104.30		200.0
120	25.0	100.0	0.2899	100.6	113.9	13.52	117.82	2분	200.0
140	25.0	100.0	0.2899	117.2	113.9	12.83	130.66		200.0
160	25.0	100.0	0.2899	133.8	113.9	12.18	142.84		200.0
180	25.0	100.0	0.2899	150.4	113.9	11.56	154.40	3분	200.0
200	25.0	100.0	0.2899	167.0	113.9	10.97	165.37		200.0
220	25.0	100.0	0.2899	183.6	113.9	10.41	175.79		200.0
240	25.0	100.0	0.2899	200.2	113.9	9.88	185.67	4분	200.0
260	25.0	100.0	0.2899	216.8	113.9	9.38	195.05		200.0
280	25.0	100.0	0.2899	233.4	113.9	8.90	203.95	시간	200.0
300	25.0	100.0	0.2899	250.0	113.9	8.45	212.40	5분	200.0
320	25.0	100.0	0.2899	266.6	113.9	8.02	220.42		200.0
340	25.0	100.0	0.2899	283.2	113.9	7.61	228.03		200.0
360	25.0	100.0	0.2899	299.8	113.9	7.22	235.26	6분	200.0

다음 단계는 제어 이득  $K_p$ 와  $K_i$ 를 찾는 단계이다. 제어기의 강제 출력을 제거하고 PID 제어 모드로 전환하여 실시하는 가상적 PID 튜닝 과정이다. 따라서 PID 알고리즘 수식 (1a)도 프로그램으로 작성하여 컴퓨터에서 가상적 PID 제어를 구현하는 논의를 시작한다.

## 3. PID 온도제어의 시뮬레이션

앞의 수식 (1a)는 PID 알고리즘의 일반적인 제어 동작을 기술하며 이를 온도제어를 위한 PID 제어기에 적용할 수 있다. 비례항, 적분항, 미분항을 각각 계산하고 모두 합산하여 가열소자의 히팅파워(cal/s)를 나타내는  $h(t)$ 로 출력한다. 각 항에서 제어 대상인 온도의 목표(설정)값과 현재값의 차이  $e(t)$ 를 이용하여 제어 동작을 실시한다.  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 는 온도 제어에서 필요한 각각의 비례제어, 적분제어, 미분제어의 이득을 나타낸다.

PID 알고리즘을 튜닝한다는 것은 대상 시스템의 온도 제어에 적합한 3가지 이득을 찾는다는 의미이다. 이 과정을 실제의 제어대상을 동작시키는 실험을 거치지 않고 제어대상을 기술하는 모델(수식 3a)을 이용하여 가상적으로 튜닝을 실시하는 것이 본 논문의 주제이다.

$$h(t) = K_p e(t) + K_i \sum_0^t e(t) + K_d [e(t) - e(t-1)] \quad (4a)$$

따라서 PID알고리즘 식 (1a)를 프로그램으로 구현하기 위해 이산적 표현으로 변경하여 식 (4a)로 나타낸다. 단  $dt$ 는 1로 가정한 표현이다. 이 수식을 이용하여 컴퓨터에서 프로그램을 작성하여 PID 알고리즘을 구현하였다. 앞에서 컴퓨터로 구현한 온도제어 대상의 모델도 같이 실행하여 식 (4a)에 적용할 이득  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 를 구

하기 위한 가상적 튜닝을 실시한다.

#### 4. 비례제어의 이득 Kp 추정

다음은 비례항의 이득 Kp를 찾는 단계이다. 제어기의 강제 출력을 해제하고 PID 제어 모드로 전환하여 모델에 적합한 Kp를 찾는다. 현재온도 T(t)가 안정되는 시간이 앞에서 찾은 최단시간의 1.2배에서 1.5배에서 결정되도록 Kp를 정한다. 다음 표 2의 결과는 340초(5분 40초)에서 온도가 안정(188.17°C)되도록 Kp에 4를 입력하는 선택을 하였다.

표 2. 히팅자켓의 비례이득 추정

Table 2. Proportional gain setting for heating jacket

dz [°C]	T(t) [°C]	SV [°C]	Kp	Ki	Kd	PID
			4	0	0	
0.00	25.00	0분 200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
17.56	42.56	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
16.67	59.22	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
15.82	75.04	1분 200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
15.01	90.05	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
14.25	104.30	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
13.52	117.82	2분 200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
12.83	130.66	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
12.18	142.84	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
11.56	154.40	3분 200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
10.97	165.37	200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
10.41	175.79	200.0	96.9	0.0	0.0	96.9
9.33	185.12	4분 200.0	59.5	0.0	0.0	59.5
2.30	187.42	200.0	50.3	0.0	0.0	50.3
0.57	187.99	200.0	48.0	0.0	0.0	48.0
0.14	188.13	5분 200.0	47.5	0.0	0.0	47.5
0.03	188.16	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.01	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	6분 200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	7분 200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	8분 200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	9분 200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	200.0	47.3	0.0	0.0	47.3
0.00	188.17	10분 200.0	47.3	0.0	0.0	47.3

#### 5. 적분제어의 이득 Ki 추정

이제는 적분항의 이득 Ki를 찾는 단계이다. 앞에서 도달한 동일한 340초(5분40초)에서 온도 T(t)가 설정값 200°C에 도달하는 Ki를 찾는다. 이렇게 하면 도달시간에 맞추어 적분항이 정확히 열손실율을 대체하는 히팅 파워를 출력한다. 오버슈트와 언더슈트가 발생하지 않도록 Ki를 정할 수 있지만 약간의 오버슈트를 허용하면

서 목표온도에 도달하는 시간을 단축하는 Ki를 선택할 수도 있다.

표 3. 히팅자켓의 적분이득 추정

Table 3. Integral gain setting for heating jacket

dz [°C]	T(t) [°C]	SV [°C]	Kp	Ki	Kd	PID
			4	0.002635	0	
0.00	25.00	0분 200.0	100.0	0.0	0.0	100.0
17.56	42.56	200.0	100.0	8.3	0.0	100.0
16.67	59.22	200.0	100.0	15.7	0.0	100.0
15.82	75.04	1분 200.0	100.0	22.3	0.0	100.0
15.01	90.05	200.0	100.0	28.1	0.0	100.0
14.25	104.30	200.0	100.0	33.1	0.0	100.0
13.52	117.82	2분 200.0	100.0	37.5	0.0	100.0
12.83	130.66	200.0	100.0	41.1	0.0	100.0
12.18	142.84	200.0	100.0	44.1	0.0	100.0
11.56	154.40	3분 200.0	100.0	46.5	0.0	100.0
10.97	165.37	200.0	100.0	48.4	0.0	100.0
10.41	175.79	200.0	96.9	49.6	0.0	100.0
9.88	185.67	4분 200.0	57.3	50.4	0.0	100.0
9.38	195.05	200.0	19.8	50.7	0.0	70.5
3.72	198.77	200.0	4.9	50.7	0.0	55.7
0.93	199.69	5분 200.0	1.2	50.7	0.0	52.0
0.23	199.93	200.0	0.3	50.7	0.0	51.0
0.06	199.98	200.0	0.1	50.7	0.0	50.8
0.01	200.00	6분 200.0	0.0	50.7	0.0	50.8
0.00	200.00	200.0	0.0	50.7	0.0	50.7
0.00	200.00	200.0	0.0	50.7	0.0	50.7
0.00	200.00	7분 200.0	0.0	50.7	0.0	50.7
0.00	200.00	200.0	0.0	50.7	0.0	50.7
0.00	200.00	200.0	0.0	50.7	0.0	50.7

위 표 3의 결과를 보면 340초(5분40초)에 온도 T(t)가 설정값 199.98°C(섭씨)에 도달하도록 Ki를 0.002635로 정하여 오버슈트가 없도록 하였다.

#### 6. 검증 실험

이제 실제의 제어대상에서 실시하는 실험을 통하여 앞에서 논의한 가상적 PID 튜닝 기법을 검증한다. 실험에는 4번 히팅자켓을 이용한다. 앞에서 가상적 튜닝을 통하여 구한 Kp(4)와 Ki(0.002635)가 실제의 4번 히팅자켓에 적합하게 선정되었는지를 실험을 통해 검증한다. 또한 컴퓨터에서 구현한 가상의 4번 히팅자켓을 이용한 시뮬레이션의 결과도 비교한다.

다음의 그림 5는 컴퓨터에서 구현한 4번 히팅자켓에 PID 알고리즘을 적용한 가상적 온도 실험의 결과 그래프이다. 즉 수식 (3a)를 수식 (4a)가 제어하는 동작을 컴퓨터에서 시뮬레이션한 결과이다. 제어 이득은 앞에서 실시한 가상적 PID 튜닝으로 구한 값을 적용하였다.

모델의 고유상수 mc와 L에는 각각 113.9와 0.2899를 적용하여 가상적 4번 히팅자켓을 구현하였으며 목표 온도

200°C에서  $K_p$ 와  $K_i$ 는 각각 4와 0.002635를 적용하여 PID 온도제어를 시뮬레이션한 결과이다.

주변온도 25°C에서 온도상승을 시작하여 오버슈트와 언더슈트는 없으며 6분 경과 후 정확히 200°C에 도착하였고 열손실은 50.7%로 나타난다.

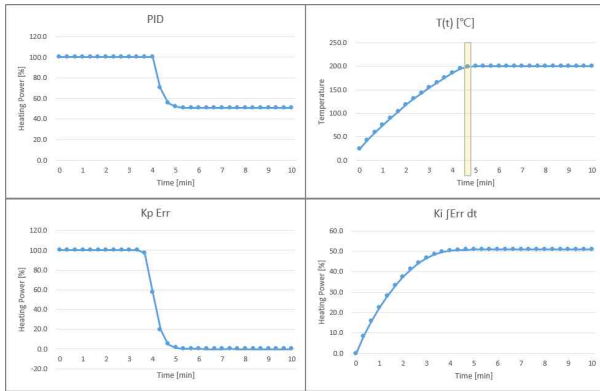


그림 5. 가상적 PID튜닝을 적용한 온도제어  
 Figure. 5. Temperature control using virtual PID tuning

다음 그림 6은 실제의 4번 히팅자켓에서 실시한 온도제어 실험의 결과 그래프이다. 위의 시뮬레이션과 동일하게  $K_p$ 와  $K_i$ 에는 각각 4와 0.002635를 적용하고 주변온도 25°C에서 목표온도 200°C에 도달하는 실험을 실시하였다. 위 시뮬레이션과 동일하게 오버슈트와 언더슈트가 없었으며 실제 환경에서 51.22%의 열손실이 발생한다. 이는 시뮬레이션 대비 0.48 증가한 수치로 백분율 오차 0.95%에 해당하여 일치하는 결과로 판단된다.

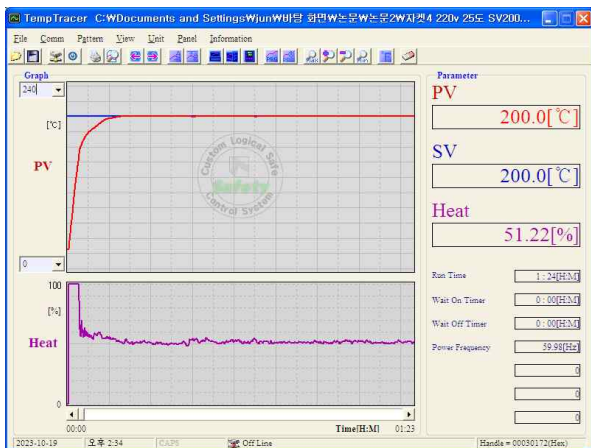


그림 6. 히팅자켓 4번의 온도실험 결과  
 Figure. 6. Temperature experiment of jacket No. 4

다만 도달시간에서 시뮬레이션 대비 4분의 지연을 보인다. 이는 실물의 재질과 구조에서 열전도 지연에

따른 결과로 추정되며 시간의 변수를 포함한 추가 연구가 필요한 것으로 판단된다.

따라서 본 논문에서 제시한 가상적 PID 튜닝을 이용하면 PID 알고리즘에서 오버슈트와 언더슈트가 없는 최적의 제어 이득을 찾을 수 있다는 것이 확인되었다.

미분항은 제어의 안정성을 향상시키는 효과 때문에 잘못된 튜닝도 비교를 어렵게 하는 효과가 있어 미분 이득  $K_d$ 는 본 논문의 논의와 실험에서 제외하였다.

### III. 결 론

본 논문에서 PID 알고리즘의 가상적 튜닝 기법을 제안하였다. 제어대상의 모델 수식을 이용하는 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 가상적 PID 튜닝이다. 이 기법은 시간적 공간적 제약이 없으며 제어성능에 대한 자세한 원인 분석도 가능하다. 따라서 이 기법을 활용하여 온도제어를 위한 PID 알고리즘 제어기의 정확한 튜닝을 실시할 수 있으며 그 성능도 극대화 할 수 있다.

또한 현장에서 제어대상의 실험적 튜닝이 제한적인 경우가 많아 기존의 실험적 튜닝은 PID 제어기 성능의 최적화에 어려운 점이 있었다. 그러나 본 논문에서 제안하는 가상적 PID 튜닝 기법을 이용하면 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 데이터 분석이 가능하여 목표값 도달 속도가 빠르면서 오버슈트와 언더슈트가 없는 정확한 제어를 구현할 수 있다.

추후 본 논문의 결과를 이용하여 PID 알고리즘을 이용한 자기 적응형(self-adaptive) 제어에 대한 연구를 실시할 예정이다. 이는 반도체 제조 공정과 같이 제어 대상에 접근이 엄격히 제한된 환경에서 튜닝이 불가능한 경우에 매우 효과적이다.

### References

- [1] Jan Jantzen, "Tuning of fuzzy PID controllers," Denmark. Tech. Report, no. 98-H 871 (fpid), pp. 1-22, 30 Sep. 1998.
- [2] B. Nagaraj, S. Subha, B. Rampriya, "Tuning Algorithms for PID Controller Using Soft Computing Techniques," *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, Vol. 8, No. 4, pp. 278-281, April 2008.

- [3] Kiam Heong Ang, Gregory Chong, Yun Li, "PID Control System Analysis, Design, and Technology," *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, Vol. 13, No. 4, pp. 559-576, July 2005. DOI: 10.1109/TCST.2005.847331
- [4] Karl J. Astrom and T. Haggglund, "*PID Controllers: Theory, design and tuning*," Instrument society of America, 2nd edition, 1995.
- [5] Katsuhiko Ogata, "*Modern Control Engineering*," *Third edition*, Prentice - Hall Inc., 1997.
- [6] Benjamin C. Kuo, "*Digital Control Systems*," *Second edition*, Saunders Colledges Publishing, 1992.
- [7] Jens Graf, "*PID Control: Ziegler-Nichols Tuning*," Createspace Independent Pub., 2013.
- [8] A. Ortega and J. Juan Rosales, "Newton's law of cooling with fractional conformable derivative," *Revista Mexicana de Física*, Vol. 64, pp. 172-175, March 2018. DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFis.64.172>
- [9] Charles L. Phillips, H. Troy Nagle, "*Digital Control System Analysis and Design*," Third edition, Prentice-Hall Inc., 1995.
- [10] Jin-moon Nam, "Model Identification of Heating Jacket with Heat Loss Characteristics and Verification through Temperature Experiment," *Journal of The Institute of Electronics and Information Engineers*, Scheduled to be published in December 2023.