

지형 추종을 위한 모델 예측제어와 비선형 외란 관측기를 이용한 백스테핑 슬라이딩 모드 제어기법 설계

이동우¹⁾ · 홍경우¹⁾ · 임철수¹⁾ · 방효충^{*,1)} · 임동주²⁾ · 박대성²⁾ · 송기훈³⁾

¹⁾ 한국과학기술원 항공우주공학과

²⁾ 한화시스템(주)

³⁾ 국방과학연구소 항공기레이더체계단

A Design of Model Predictive Control and Nonlinear Disturbance Observer-based Backstepping Sliding Mode Control for Terrain Following

Dongwoo Lee¹⁾ · Kyungwoo Hong¹⁾ · Chulsoo Lim¹⁾ · Hyochoong Bang^{*,1)} ·
Dongju Lim²⁾ · Daesung Park²⁾ · Kihoon Song³⁾

¹⁾ Department of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea

²⁾ Hamwha Systems, Korea

³⁾ Aircraft Radar System PMO, Agency for Defense Development, Korea

(Received 7 July 2023 / Revised 14 May 2024 / Accepted 27 May 2024)

Abstract

In this study, we propose the terrain following algorithm using model predictive control and nonlinear disturbance observer-based backstepping sliding mode controller for an aircraft system. Terrain following is important for military missions because it helps the aircraft avoid detection by the enemy radar. The model predictive control is used to replace the generating trajectory and guidance with the flight path angle constraint. In addition, the aircraft is affected to the parameter uncertainty and unknown disturbance such as wind near the mountainous terrain. Therefore, we suggest the nonlinear disturbance-based backstepping sliding mode control method for the aircraft that has highly nonlinearity to enhance flight path angle tracking performance. Through the numerical simulation, the proposed method showed the better tracking performance than the traditional backstepping method. Furthermore, the proposed method presented the terrain following maneuver maintaining the desired altitude.

Key Words : Terrain Following(지형 추종), Model Predictive Control(모델 예측 제어), Backstepping(백스테핑), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어), Nonlinear Disturbance Observer(비선형 외란 관측기)

* Corresponding author, E-mail: hcbang@kaist.ac.kr

Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

1. 서론

항공기가 지형과 충돌하지 않으면서 안전하게 저공 비행을 가능케 하는 지형 추종(Terrain Following) 시스템은 적 방공망에 피탐될 확률을 낮춰 생존 가능성을 높인다^[1]. 지형 추종은 실시간으로 전방의 지형을 탐지하며, 탐지된 지형 정보를 기반으로 궤적을 생성하고, 생성된 궤적을 추종하기 위한 제어를 수행한다. 특히, 저공비행 시 지형 충돌에 대한 위험성이 존재하므로, 적절한 궤적을 생성하고 해당 궤적을 정확하게 추종할 수 있도록 제어하는 것이 중요하다.

전방 지역 탐색은 이미 제작된 수치 표고 모델(Digital Elevation Model, DEM)^[2] 또는 지형 추종 레이더^[3]를 이용하여 전방 지형의 고도를 측정한다. 임무 고도를 침하지 않으며 비행 가능한 궤적을 생성하기 위해서 지형 고도 프로파일을 매끄럽게 처리하거나^[4] 항공기 고도를 제약조건으로 하는 최적화 기법들이^[5] 사용되며, 퍼지 로직을 활용하여 적합한 궤적을 설계하는 연구들이 존재한다^[6]. 생성된 궤적을 추종하기 위해서는 각각 설계된 제어기를 통해 피치 각^[7], 비행경로 각^[8,9], 또는 수직 가속도^[10] 명령을 생성하며 이를 효과적으로 따르는 제어기를 이용하여 지형 추종 시스템을 설계한다.

하지만, 지형 추종을 하는 상황에서 예상치 못한 바람과 같은 외란이나 공력계수와 같은 시스템 모델 파라미터의 불확실성이 존재하게 되면 원하는 제어 성능을 확보할 수 없게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 적응제어기법을 활용하여 임의의 바람에 대한 영향을 추정하거나^[11], L1 적응제어기법을 적용하여 바람을 고려한 방위각 각 명령을 생성하거나^[12], 적분기가 추가된 백스테핑 기법을 활용하여 공력계수의 불확실성을 보상하여 비행경로 각의 성능을 보장하는 연구가 존재한다^[13].

이전까지의 연구들은 운동학 모델을 기준으로 유도 기법에 대한 성능만 분석을 진행하거나 횡축 운동학 모델 기준에서의 바람 외란 및 불확실성 보상을 위한 연구들이 주로 진행되었다. 따라서, 본 연구를 통하여 기여 하고자 하는 부분은 다음과 같다. 첫째, 지형 추종을 위한 궤적 생성 및 유도를 모델 예측제어를 활용하여 필요한 과정을 간략화하고자 한다. 둘째, 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 제어기법을 적용하여 일정한 바람 및 확률적 바람 외란 모델 및 공기역학 계수의 불확실성 하에서 비행경로 각 추

종 성능을 향상하고자 한다. 셋째, DTED level 1 데이터를 활용하여 전방 지역 탐색 모델을 구축하여 제안하는 유도제어기법의 지형 추종 성능을 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 간략화된 비행체의 종축 모델링을 제시하고, 3장에서는 일정한 바람 모델과 공기역학적 계수의 불확실성을 해결하기 위한 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 모드 제어를 제안하고 안정성을 분석하였고, 모델 예측제어를 이용한 지형 추종 기법에 관해 설명하였다. 4장에서는 DEM 기반의 고도 프로파일을 활용하여 바람 외란과 공력계수 불확실성이 존재하는 상황에서 지형 추종 알고리즘의 시뮬레이션을 진행하였다. 마지막에서는 본 연구의 결론을 기술하였다.

2. 비행체 운동 모델링

본 절에서는 비행체의 동역학 모델링을 살펴보고자 한다. 지형 추종은 비행체의 종축 운동에만 관여하기 때문에 간략화된 검증을 위해서 비행경로 각, 피치(pitch) 각, 그리고 각속도가 고려된 동역학 모델을 고려하였다. Fig. 1은 사용한 비행체의 좌표계와 시스템 변수들을 정의의 나타낸다. 비행체의 종축 동역학 모델을 다음 아래 식 (1)과 같이 정리할 수 있다.

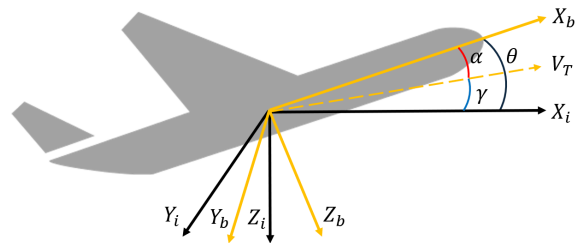


Fig. 1. Aircraft model of longitudinal dynamics

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma} &= \frac{1}{mV_T} [L + F_T \sin(\alpha) - mg \cos(\gamma)] \\
 \dot{\theta} &= q \\
 \dot{q} &= \frac{1}{I_{yy}} (M) + \Delta
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

이때, γ , α , θ , q 는 비행경로 각, 받음각, 피치 각, 피치 축 각속도를 나타내며, V_T 는 비행체의 속도, L 은 양력, m 은 비행체의 질량, g 는 중력 가속도, I_{yy} 는 비

행체의 y축 관성모멘트, M 은 피치 축 모멘트, Δ 는 모델 불확실성과 바람으로 야기되는 외란이다.

비행체에 제안하는 제어기법을 적용하기 위해 순항 속도는 일정하고($\dot{V}_T = 0$), 받음각이 충분히 작고($\sin(\alpha) = \alpha$), 추력(F_T)이 일정하다고 가정하여 간략화된 비행체의 종축 동역학 모델을 구하였다. 얻어진 간략화된 모델은 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{1}{m V_T} [\bar{q}(C_{L0} + C_{L,\alpha}\alpha) + F_T\alpha - mg\cos(\gamma)] \quad (2) \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= \frac{1}{I_{yy}} (C_{M0} + C_{M,\alpha}\alpha + \frac{\bar{c}}{2V_T} C_{M,q}q + C_{M,\delta_c}\delta_c) + \Delta \end{aligned}$$

3. 지형 추종을 위한 모델 예측제어와 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 모드 제어기

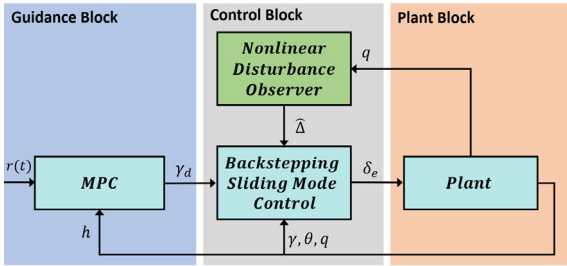


Fig. 2. Schematic of proposed method

제안하는 알고리즘은 지형 고도 프로파일에 안전거리를 더한 고도를 입력으로 받아 비행경로 각 명령을 만드는 유도 블록과 비행경로 각 명령을 받아서 타면 각을 출력으로 가지는 제어 블록으로 이루어져 있다. 일정 고도를 침하지 않으며 최적의 비행경로 각을 계산하기 위해서 모델 예측제어기법이 사용되었으며, 종축 비행체의 안정적인 제어와 불확실성 및 외란을 보상하기 위해 제어 블록에는 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 모드 제어기법이 사용되었다. 백스테핑 제어기는 원하는 비행경로 각뿐만 아니라 피치 각, 각속도를 정확하게 추종하게 하고 슬라이딩 모드 제어기와 비선형 외란 관측기는 지속적인 바람으로 야기되는 외란과 공기역학 불확실성에도 제어 성능을 보장하도록 설계하였다.

3.1 백스테핑 슬라이딩 모드 제어

일반적인 제어기법들은 각각 운용되는 고도 및 마하 속도에 따라 선형화된 모델을 통해 제어 상수를 계산하고, 해당 상수를 스케줄링하여 사용한다. 이러한 기법들은 사전에 각 운용환경에 적합한 제어 상수를 계산해야 하므로 많은 시간과 노력이 필요하다. 또한, 선형화 과정에서 비선형성이 강한 비행체의 특성 때문에 불안정성을 유발할 수 있다는 단점도 존재한다. 따라서, 우리는 이러한 점을 극복할 수 있는 비행체의 종축 비선형 제어기법을 제안한다.

첫 번째로, 비행경로 각, 피치 각 그리고 각속도를 모두 안정하게 만드는 백스테핑 제어 입력은 다음과 같은 참고문헌을 기반으로 유도되었다^[4]. 비행경로 각은 식 (3)과 같이 정의한다.

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (3)$$

이를 통해 비행경로 각의 오차는 다음과 같다.

$$\tilde{\gamma} = \gamma - \gamma_{ref} \quad (4)$$

식 (4)를 미분하여 비행경로 각 오차의 미분 값은 비행경로 각의 미분 값과 비행경로 각 명령의 미분 값의 차이로 유도된다. 식 (2)와 수치 미분을 통해 구한 비행경로 각 명령의 미분 값을 이용하여 식 (5)와 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\gamma}} &= \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_{ref} \quad (5) \\ &= \frac{1}{m V_T} [\bar{q}C_{L0} + (\bar{q}C_{L,\alpha} + F_T)\alpha - mg\cos(\gamma)] - \dot{\gamma}_{ref} \end{aligned}$$

이때, $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V_T^2 S$ 로 정의된다.

비행경로 각의 리아프노프(Lyapunov) 후보 함수는 비행경로 각의 안정성 분석을 위해 식 (6)과 같이 정의된다.

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^2 \quad (6)$$

비행경로 각의 리아프노프 후보 함수를 시간에 대해서 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\tilde{\gamma}} \\ &= \tilde{\gamma} \left(\frac{1}{m V_T} [\bar{q} C_{L0} + (\bar{q} C_{L,\alpha} + F_T) \alpha - mg \cos(\gamma)] - \dot{\gamma}_{ref} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

가상의 피치 각의 제어 명령 α_1 를 구하기 위해 먼저 받음각 명령 α_{ref} 을 구해야 한다. 식 (7)를 0으로 만드는 값 $\alpha_{ref,1}$ 을 찾고, 리아프노프 함수를 음수로 만드는 $\alpha_{ref,2}$ 을 추가하여 받음각 명령을 유도하게 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_{ref} &= \alpha_{ref,1} + \alpha_{ref,2} \quad (8) \\ \alpha_{ref,1} &= \frac{1}{\bar{q} C_{L,\alpha} + F_T} [mg \cos(\gamma) - \bar{q} C_{L0} + m V_T \dot{\gamma}_{ref}] \\ \alpha_{ref,2} &= \frac{1}{\bar{q} C_{L,\alpha} + F_T} [-m V_T c_1 (\gamma - \gamma_{ref})] \end{aligned}$$

따라서, 비행경로 각을 받음각 명령에 더하여 가상의 피치 각의 제어 명령을 구하게 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \gamma + \alpha_{ref} \\ &= \gamma + \frac{1}{\bar{q} C_{L,\alpha} + F_T} [-m V_T c_1 (\gamma - \gamma_{ref}) \\ &\quad + mg \cos(\gamma) - \bar{q} C_{L0} + m V_T \dot{\gamma}_{ref}] \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, c_1 이 양수로 가정하면 비행경로 각의 리아프노프 후보 함수의 시간에 대한 변화량이 항상 음수가 되게 된다.

$$\dot{V}_1 = \dot{\tilde{\gamma}} = -c_1 \tilde{\gamma}^2 < 0 \quad (10)$$

두 번째로는 가상의 제어 명령 α_1 을 이용하여 피치 각을 점근적으로 안정하게 하고자 피치 각의 오차와 피치 각도 오차의 미분 값은 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\theta} = \theta - \alpha_1 \quad (11)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\alpha}_1 \quad (12)$$

비행경로 각과 피치 각 모두 안정성을 보장하기 위해 식 (13)와 같이 리아프노프 후보 함수를 정의한다.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^2 \quad (13)$$

V_2 리아프노프 후보 함수를 시간에 대해서 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 \tilde{\gamma}^2 + \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -c_1 \tilde{\gamma}^2 + \tilde{\theta} (q - \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\gamma} + \frac{-m V_T [c_1 (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_{ref}) - \ddot{\gamma}_{ref}] - mg \sin(\gamma) \dot{\gamma}}{\bar{q} C_{L,\alpha} + F_T} \quad (15)$$

가상의 각속도 제어 명령 α_2 은 점근적 안정성을 보장하고자 다음 식 (16)와 같이 정의된다.

$$\alpha_2 = \dot{\alpha}_1 - c_2 (\theta - \alpha_1) \quad (16)$$

따라서, c_2 이 양수로 가정하면 V_2 리아프노프 후보 함수의 시간에 대한 변화량이 항상 음수가 되게 된다.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - c_2 \tilde{\theta}^2 = -c_1 \tilde{\gamma}^2 - c_2 \tilde{\theta}^2 < 0 \quad (17)$$

세 번째로 각속도를 포함한 모든 상태 변수들이 안정적으로 제어되도록 만드는 제어 명령 u 를 설계하고자 한다. 각속도의 오차와 각속도 오차의 미분 값은 식 (18) 및 식 (19)과 같이 정의된다.

$$\tilde{q} = q - \alpha_2 \quad (18)$$

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{\alpha}_2 \quad (19)$$

각속도 제어기에서는 외란 및 불확실성에 대해서 강건한 성능을 보장하기 위해서 적분 값이 추가된 슬라이딩 표면이 설계된다.

$$s = \tilde{q} + c_3 \int_0^t \tilde{q}(\eta) d\eta \quad (20)$$

모든 변수의 안정성을 보장하기 위해 식 (20)와 같은 새로운 리아프노프 후보 함수를 정의한다.

$$V_3 = V_1 + V_2 + \frac{1}{2} s^2 \quad (21)$$

V_3 리아프노프 후보 함수를 시간에 대해서 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 + s\dot{s} \\ &= -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 + s(\dot{q} - \dot{a}_2 + c_3\tilde{q}) \\ &= -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 + s(f(x) + Bu + \Delta - \dot{a}_2 + c_3\tilde{q}) \end{aligned} \quad (22)$$

이때, $f(x)$ 와 B 는 다음과 같이 정의된다.

$$f(x) = \frac{\bar{q}(C_{M0} + C_{M\alpha}\alpha + \frac{\bar{c}}{2V_T}C_{M\alpha}q)}{I_{yy}} \quad (23)$$

$$B = \frac{\bar{q}C_{M\delta_e}}{I_{yy}} \quad (24)$$

따라서, 우리는 다음과 식 (25)-(27)과 같이 제어 명령을 유도할 수 있다.

$$u = B^{-1}[\dot{a}_2 - f(x) - c_3(q - a_2) - c_4s - \beta \text{sign}(s)] \quad (25)$$

$$\dot{a}_2 = -c_2(q - \dot{a}_1) + \ddot{a}_1 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 &= (1 - \frac{mV_Tc_1 + mgs\sin(\gamma)}{\bar{q}C_{L\alpha} + F_T})\ddot{\gamma} \\ &\quad - (\frac{mg\cos(\gamma)}{\bar{q}C_{L\alpha} + F_T})\dot{\gamma} + (\frac{mV_T[c_1\ddot{\gamma}_{ref} + \ddot{\gamma}_{ref}]}{\bar{q}C_{L\alpha} + F_T}) \end{aligned} \quad (27)$$

이때, $\text{sign}(x)$ 는 입력 값에 대해 부호를 나타내는 함수이며, 이는 채터링(chattering) 현상을 발생하여 구동기에 악영향을 주는 것으로 알려져 있으므로, 다음과 같은 얇은 경계 ϕ_H 를 가지는 함수를 사용하여 강인 제어를 설계하였다. 따라서, 식 (25)는 다음과 같이 다시 정의된다.

$$u = B^{-1}[\dot{a}_2 - f(x) - c_3(q - a_2) - c_4s - \beta \text{sat}(s)] \quad (28)$$

$$\text{sat}(\frac{x}{\phi_H}) = \begin{cases} \frac{x}{\phi_H} & \text{if } \left| \frac{x}{\phi_H} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(\frac{x}{\phi_H}) & \text{if } \left| \frac{x}{\phi_H} \right| > 1 \end{cases} \quad (29)$$

식 (28)에서 c_3 및 c_4 을 양수로 설계하고 강인 제어 성분의 β 를 외란 및 불확실성의 크기보다 크게 설계

하면 V_3 리아프노프 후보 함수의 시간에 대한 변화량이 항상 음수이므로 시스템의 안정성이 확보된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 - c_4s^2 + s(\Delta - \beta \text{sat}(\frac{s}{\phi_H})) \\ &\leq -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 - c_4s^2 < 0, \forall \tilde{\gamma} \neq 0, \tilde{\theta} \neq 0, s \neq 0 \end{aligned} \quad (30)$$

3.2 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 모드 제어 기법

시스템 모델의 불확실성이나 외란이 크게 존재할 때, 백스테핑 슬라이딩 기법의 제어 성능은 설계한 강인 제어 파라미터에 따라 변화하게 된다. 따라서, 이러한 영향들을 보상해줄 수 있는 추가적인 알고리즘이 필요하다. 본 연구에서는 다양한 플랫폼에 적용되어 바람 같은 외란을 제거하는 기법인 비선형 외란 관측기를 추가하여 문제를 해결하고자 한다. 백스테핑 제어기에서 각속도 제어기의 비선형 외란 관측기를 추가하여 설계를 진행하였다. 본 비선형 외란 관측기에서 $x = q$ 로 가정하여 설계를 진행하였다. 그리고 외란에 대해서 매우 느리게 변화한다고 가정하면 $\dot{\Delta} \approx 0$, 실제 외란을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\Delta = \dot{x} - f(x) - Bu \quad (31)$$

식 (31)을 이용하여 다음과 같이 일반적인 외란 관측기를 설계할 수 있다^[15].

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\Delta}} &= -c\hat{\Delta} + c\Delta \\ &= -c\hat{\Delta} + c(\dot{x} - f(x) - Bu) \end{aligned} \quad (32)$$

이때, $\hat{\Delta}$ 은 추정된 외란을 의미하고, c 는 임의의 관측기 추정 상수를 나타낸다.

앞서 언급된 느리게 변화하는 가정과 식 (32)을 이용하여 일반적인 관측기의 추정 오차 $e_{DO,\Delta}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{DO,\Delta} &= \dot{\Delta} - \dot{\hat{\Delta}} \approx -\dot{\hat{\Delta}} \\ &= -c(\Delta - \hat{\Delta}) \\ &= -ce_{DO,\Delta} \end{aligned} \quad (33)$$

식 (33)을 통해서 양수인 c 를 사용하게 되면 외란에 대한 추정 오차는 점근적으로 수렴하게 된다.

이와 같은 방식으로 외란을 추정하기 위해 우리는 각속도에 대한 미분 값이 필요하다. 하지만, 각속도 미분 값을 측정할 수 있는 센서가 존재하지 않기 때문에 이와 같은 문제를 해결하고자 내부 변수 z 를 대신 추정하여 각속도 미분 값 없이도 외란을 추정하고자 하였다.

$$z = \hat{\Delta} - p(x) \tag{34}$$

이때, $p(x)$ 는 임의의 비선형 함수를 나타낸다.

그리고 비선형 함수 $p(x)$ 는 정의되고 이를 통해 비선형 외란 관측기의 상수 $l(x)$ 도 정의된다.

$$p(x) = c_5 x \tag{35}$$

$$l(x) = \frac{d(p(x))}{dx} \approx c_5 \tag{36}$$

내부 변수 z 를 추정하기 위해서, 우리는 다음 식 (35)와 같이 내부 변수의 미분 값이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{\hat{\Delta}} - l(x)\dot{x} \\ &= -l(x)\dot{\hat{\Delta}} + l(x)(\dot{x} - f(x) - Bu) - l(x)\dot{x} \\ &= -l(x)(z + f(x) + Bu + p(x)) \end{aligned} \tag{37}$$

따라서, 우리는 비선형 외란 관측기에서 추정된 외란의 오차 동역학 모델을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{NDO,\Delta} &= \dot{\hat{\Delta}} - \dot{\Delta} \approx -\dot{\hat{\Delta}} \\ &= -\dot{z} - l(x)\dot{x} = -l(x)(\Delta - \hat{\Delta}) \\ &= -l(x)e_{NDO,\Delta} \end{aligned} \tag{38}$$

따라서, 일반적인 외란 관측기와 동일하게 양수인 $l(x)$ 를 설계하게 되면 외란에 대한 추정은 점근적으로 수렴하게 되고, 이 비선형 외란 관측기 상수는 외란에 대한 오차 방정식의 시정수의 역수와 동일한 물리적 의미를 가진다. 본 연구에서는 시뮬레이션을 통해 적절한 수준의 관측기 제어 상수를 선정하였다.

비선형 외란 관측기에서 추정된 외란을 사용하였을 때도 제안하는 제어기의 안정성을 확인하고자 식 (39)와 같은 새로운 리아프노프 후보 함수를 정의한다.

$$V_4 = V_1 + V_2 + V_3 + \frac{1}{2}e_{NDO,\Delta}^2 \tag{39}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 - c_4s^2 \\ &\quad + s(e_{NDO,\Delta} - \beta \text{sat}(\frac{s}{\phi_{bl}})) - l(x)e_{NDO,\Delta}^2 \\ &\leq -c_1\tilde{\gamma}^2 - c_2\tilde{\theta}^2 - c_4s^2 - c_5e_{NDO,\Delta}^2 < 0 \end{aligned} \tag{40}$$

이때, β 는 이전 백스테핑 슬라이딩 모드 제어기와 다르게 비선형 외란 관측기에서 가정했던 $\dot{\Delta} \approx 0$ 와 작은 c_5 설계로 발생하는 추정 성능들을 보상하기 위해 사용되며, 더욱 작은 값으로 제어기 설계가 가능하여 채터링 문제를 더욱 피할 수 있다.

3.3 모델 예측제어

일정한 고도를 보장하면서 지형을 추종하기 위해서는 최적의 비행경로 각이 요구된다. 따라서, 지형 고도에서 안전고도를 추가한 고도를 입력으로 하면서, 비행경로 각의 제약조건을 고려하며 최적의 값을 얻기 위해 모델 예측제어가 사용되었다.

모델 예측제어는 현재 시각 기준으로 미래의 변수와 제어 입력을 예측하여 최적의 제어 입력을 얻어내는 기법이다. 시스템 모델을 이용한 유한한 지평선을 통해 우리는 최적화된 제어 입력이 원하는 참조 경로로 수렴하게 만들 수 있다. 최적화 과정에서는 추종 오차와 제어 입력으로 구성된 2차 비용함수를 사용하여 매 시간 최적의 제어 입력을 도출한다. 사용한 모델 예측제어 알고리즘의 개념도는 Fig. 3과 같다.

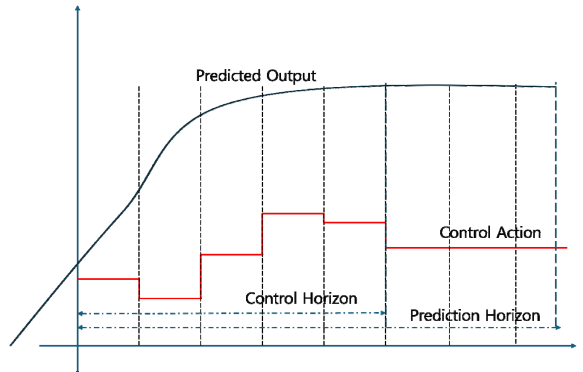


Fig. 3. Model predictive control

모델 예측제어를 이용한 지형 추종에서 비행경로 각을 제어입력이며, 출력을 비행고도로 정의하였다. 모델 예측제어에서 사용한 제어 명령은 앞서 언급된 지형 고도에 안전고도를 더한 형태로 정의된다.

$$r(t) = h_{TE}(t) + h_{MSD} \quad (41)$$

이때, h_{TE} , h_{MSD} 는 지형 고도와 최소 이격 거리이다.

그리고 작은 각 가정과 제안된 제어가 올바르게 동작하여 비행경로 각이 다음과 같은 오차 방정식을 만족한다고 하면 시스템 모델을 식 (42) 및 (43)과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{h} = V_T \sin(\gamma) \approx V_T \gamma \quad (42)$$

$$\frac{\gamma(s)}{\gamma_c(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (43)$$

여기서, τ 는 비행경로 각의 페루프 응답의 시정수를 나타낸다.

위의 식을 통해 유도 명령 생성을 위한 시스템 모델을 연속 시간에서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{MPC}x + B_{MPC}u \\ y &= C_{MPC}x \end{aligned} \quad (44)$$

$$A_{MPC} = \begin{bmatrix} 0 & V_T \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, B_{MPC} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, C_{MPC} = [1 \ 0] \quad (45)$$

위의 식 (44)를 시간 간격 T_d 을 이용하여 이산화를 진행하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k \\ y_k &= C_d x_k \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} A_d &= e^{A_{MPC}T_d} \\ B_d &= \left(\int_0^{T_d} e^{A_{MPC}\tau} d\tau \right) B_{MPC} \\ C_d &= C_{MPC} \end{aligned} \quad (47)$$

이때, 변수 $x = [h, \gamma]$, 제어 입력 $u = \gamma_c$ 그리고 출력은 $y = h$ 이다.

최적의 비행경로 각을 얻기 위해서 시스템 모델에 관한 등식 형태의 제약조건과 비행경로 각과 비행고도에 대한 부등식 형태의 제약조건을 고려해서 최적화 문제를 풀어야 한다.

2차 함수 형태의 비용함수는 추종 경로 오차 $e_k = y_k - r_k$ 의 합 그리고 제어입력의 합 형태로 정의된다. 모델 예측제어와 제약조건은 다음과 같다.

$$\min_{u_0, \dots, u_{N-1}} \left(\sum_{k=1}^{N-1} e_k^T Q_{MPC} e_k + \sum_{k=0}^{N-1} u_k^T R_{MPC} u_k \right) \quad (48)$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k \\ y_{k+1} &= C_d x_{k+1} \\ \gamma_{\min} &\leq u_k \leq \gamma_{\max} \\ Y_k &\geq h_{\min} \end{aligned} \quad (49)$$

이때, $Y_k = [y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+p}]$ 이며 p 는 예측하고 싶은 미래 제어 입력 수를 나타내고, Q_{MPC} , R_{MPC} 은 추종 경로 오차 및 제어 입력의 가중치이다. 또한, 모델 예측제어의 최적화 문제는 2차 비용함수 형태로 정의가 되었기 때문에 2차 계획법을 통해서 계산되었다.

4. 지형 추종 통합 시뮬레이션

본 장에서는 제안하는 지형 추종 알고리즘을 이용한 지형 추종 통합 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 먼저, 시뮬레이션에 적용된 전방 지역 탐색 모델을 설명하고 시뮬레이션 환경을 설명한다. 마지막으로, 바람 및 공력 계수로 인한 영향에도 지형 추종 결과를 통해 제안하는 알고리즘의 성능을 보여준다.

4.1 전방 지역 탐색

우선, 항공기 전방의 지역을 탐색하여 전방 지역의 고도 프로파일을 획득해야 한다. 본 시뮬레이션에서는 DEM을 기반으로 전방 지역 탐색을 수행하였으며, DEM으로는 해상도 90 m의 DTED level 1을 사용하였다. 전방 지역 탐색 주기는 0.5초로 설정하였으며 10 초 이후 도달 거리까지 탐색한다.

Fig. 4는 전방 지역 탐색 방식을 보여준다. 빨간 점은 항공기의 현재 위치를 의미하며, 항공기의 위치 및 속도의 불확실성을 고려하여 방위각 방향으로 방사 형태의 탐색 지역(흰색)을 설정한다. 위치와 속도의 불확실성을 각각 δ_p 및 δ_v 로 표시하였다. 연속된 범위를 탐색 주기를 기준으로 나누어 격자 화하며, 해당 영역은 항공기가 도달 가능한 영역으로 각 분할된 지역에서 가장 높은 지형 고도를 채택한다. 이렇게 채택

된 지형 고도 프로파일을 최악의 프로파일(Worst Case Profile, WCP)라 하며, WCP에 최소 여유 고도(Minimum Separation Distance, MSD)를 추가하여 최종 임무케적을 생성한다. Fig. 5는 전방 지역 탐색을 이용하여 생성된 케적 결과를 보여준다. 검은 점선은 가장 높은 지형 고도로 생성된 WCP를 의미하며, 100 m의 MSD를 더하여 최종 임무케적을 생성한다.

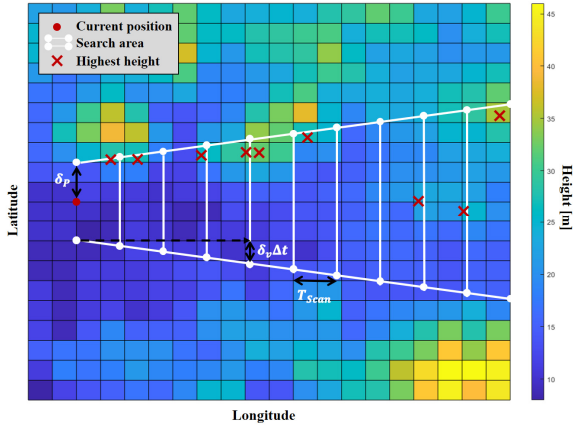


Fig. 4. Generate the terrain profile by scanning area in DEM

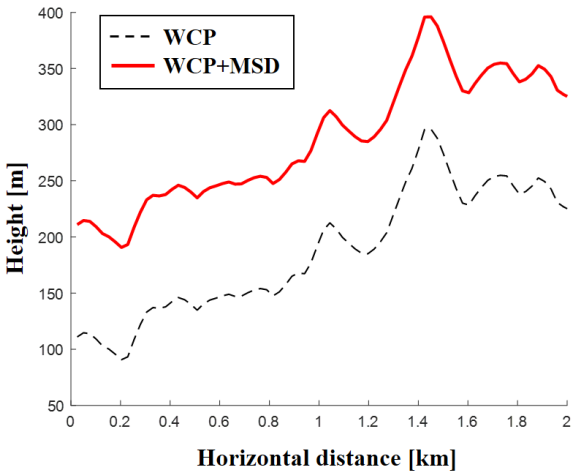


Fig. 5. The trajectory for terrain following

4.2 시뮬레이션 환경

제안하는 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 우리는 MATLAB 환경에서 시뮬레이션을 진행하였으며, MPC toolbox를 사용하여 모델 예측제어 알고리즘을 구현하

였다. 시뮬레이션은 CPU는 AMD Ryzen 7 7700X RAM은 32 GB 환경에서 진행되었다. 시뮬레이션의 시작 지점은 북위 36.3°, 동경 127.15°이며, 속도는 200 m/s이다. 항공기는 북동 방향으로 등속 운동하며, 비행시간은 150초로 하였다. 또한, 다음과 같은 초기 값 $\gamma_0 = 0$, $\theta_0 = 0$, $q_0 = 0$ 으로 진행하였다. 시뮬레이션에 사용한 시간 간격(Δt)은 0.001로 선정하였다. 기타 시뮬레이션에 사용된 공력 모델, 시스템과 제어기 변수들은 Table 1에 나타냈다.

Table 1. Simulation model parameters

| Parameters | Values/Units | Parameters | Values/Units |
|------------------|-----------------------------|-----------------|--------------|
| m | 9,295 [kg] | c_1 | 2.5 |
| I_{yy} | 4070.5 [kg·m ²] | c_2 | 4.5 |
| $C_{L,0}$ | 0.362 | c_3 | 10 |
| $C_{L,\alpha}$ | 0.181 | c_4 | 20 |
| $C_{M,0}$ | 0.007 | c_5 | 5 |
| $C_{M,\alpha}$ | -0.647 | β | 3 |
| $C_{M,q}$ | -0.64 | ϕ_{bl} | 1 |
| C_{M,δ_c} | -0.384 | dt | 0.025 |
| $Q_{m\dot{p}c}$ | 0.5 | $R_{m\dot{p}c}$ | 10 |

4.3 시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 크게 제한하는 제어기에 대한 분석과 통합 환경에서의 지형 추종 성능 비교로 진행된다. 제안하는 제어기에 대한 검증을 계단 입력형태의 비행경로 각 명령을 인가하여 공기역학 계수 C_{m,δ_c} 가 40 프로의 불확실성을 가지는 경우와 일정한 크기의 바람과 확률적 바람으로 구성된 외란에 대한 두 가지 경우에 대해서 분석하였다.

Fig. 6은 공기역학 계수의 불확실성이 존재하는 상황에서 제안하는 제어기와 적분기 기반의 백스테핑(I-BS) 및 적분기가 추가된 백스테핑 기법(BS-I)의 비행경로 각 추종 그래프이다. 공기역학 계수 불확실성이 4초에 인가되고 제안하는 기법을 제외하고는 계단 입력에서 오버슈트가 발생하는 것을 볼 수 있으며, 적분기 기반의 백스테핑은 최대 10도의 오버슈트를 가지게 되었다. 단순히 적분기 형태의 구조를 통해서

공기역학 계수로 야기된 불확실성을 효과적으로 제거하지 못하는 것으로 판단된다. 하지만, 제안하는 기법은 비선형 외란 관측기와 강인 제어를 통해 불확실성으로 야기된 영향을 빠르게 추정하여 작은 오차를 가지는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 7은 각 기법의 피치 각도 및 각속도 그래프를 나타낸다. 나머지 두 기

법의 각속도 그래프에서 명령을 따라가지 못하고 있지만 제안하는 기법은 정확하게 추종하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과들은 비행경로 각 평균 제곱근 오차에서도 비행경로 각, 피치 각, 각속도에서 제일 작은 평균 제곱 오차(RMSE)를 가지는 것을 Table 2에서 확인할 수 있다.

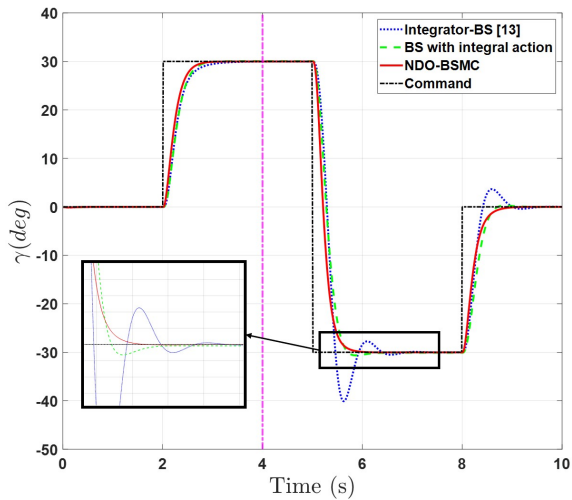


Fig. 6. Result of flight path angle in Case 1-1

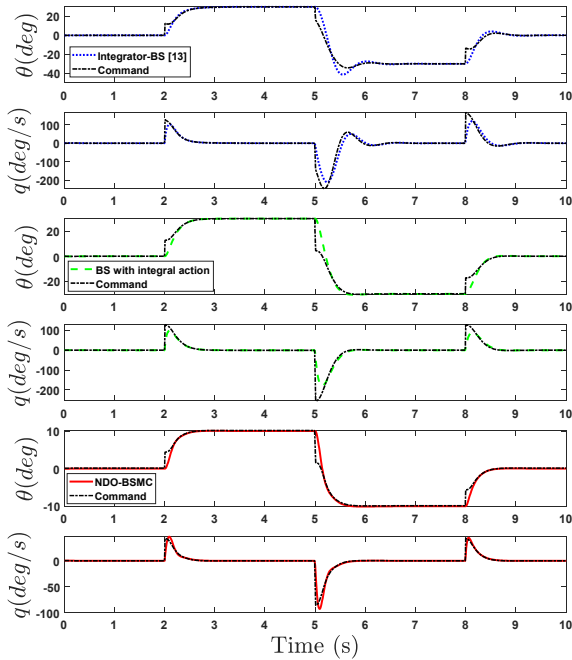


Fig. 7. Result of pitch angle and rate in Case 1-1

Table 2. RMSE in Case 1-1

| RMSE | I-BS | BS-I | NDO-BS |
|----------------|---------------|---------------|----------------------|
| $\ e_\gamma\ $ | 2.0046 (deg) | 1.8517 (deg) | 1.0255 (deg) |
| $\ e_\theta\ $ | 0.7008 (deg) | 0.6459 (deg) | 0.1994 (deg) |
| $\ e_q\ $ | 5.9512(deg/s) | 5.2961(deg/s) | 1.1377(deg/s) |

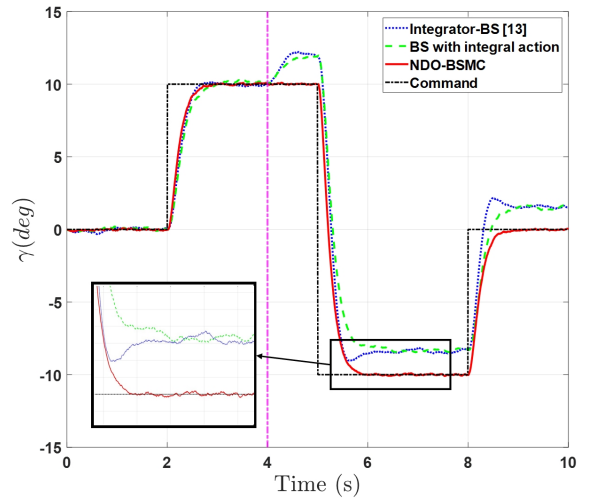


Fig. 8. Result of flight path angle in Case 1-2

Fig. 8은 일정한 바람 및 확률적 바람 외란이 존재하는 상황에서 제안하는 제어기와 적분기 기반의 백스테핑, 적분기가 추가된 백스테핑 기법들의 비행경로 각 추종 그래프이다. 임의의 외란이 4초에 인가되고 제안하는 기법을 제외하고는 바로 제어 명령을 벗어나게 되고, 최대 3도의 오차를 가지게 되었다. 또한, 지속해서 정상상태 오차를 가지는 것으로 나타났다. 본 연구에서 제안하는 기법은 임의의 외란이 인가된 후에도 제어 명령을 올바르게 추종하는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 9는 각 기법의 피치 각도 및 각속도 그래프를 나타낸다. 이전 경우와 같이 나머지 두 기법의 각속도 그래프에서 명령을 따라가지 못하고 정상

상태 오차를 가지고 있었으며, Table 3에서 제어 성능을 확인할 수 있다. 또한, Fig. 10은 본 시뮬레이션에서 사용한 외란 그래프이며, 크기 2 deg/s를 가지는 확률적 바람 모델과 크기 3 deg/s를 가지는 일정한 바람 모델로 구성되었으며, 일정한 바람 모델은 4초에 인가 되도록 설계하였다.

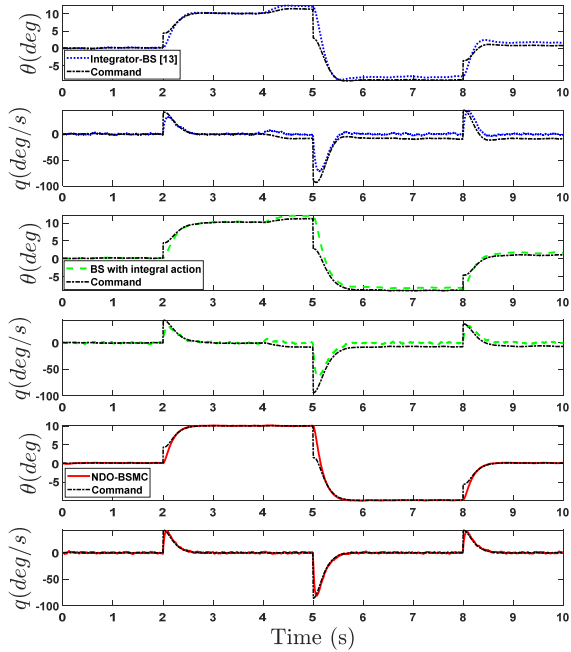


Fig. 9. Result of pitch angle and rate in Case 1-2

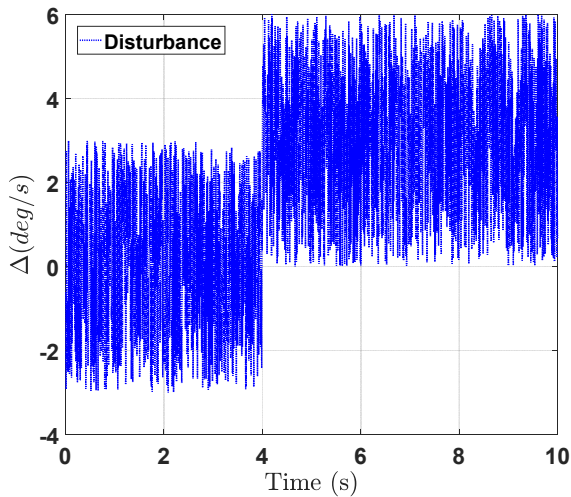


Fig. 10. Disturbance model in Case 2-2

두 번째로, 모델 예측제어에서 발생한 비행경로 각 명령을 이용하여 지형 추종 성능을 시뮬레이션을 통해 분석해보았다. 시뮬레이션 40초에 이전 제어기 분석에서 사용된 외란과 80초에 공기역학 계수 C_{m,δ_c} 가 40 프로의 불확실성을 인가하면서 지형 추종 성능을

Table 3. RMSE in Case 1-2

| RMSE | I-BS [13] | BS-I | NDO-BS |
|----------------|---------------|---------------|----------------------|
| $\ e_\gamma\ $ | 6.2529 (deg) | 6.1136 (deg) | 0.5079 (deg) |
| $\ e_\theta\ $ | 0.5598 (deg) | 0.4037 (deg) | 0.1361 (deg) |
| $\ e_q\ $ | 2.7116(deg/s) | 1.9439(deg/s) | 0.4041(deg/s) |

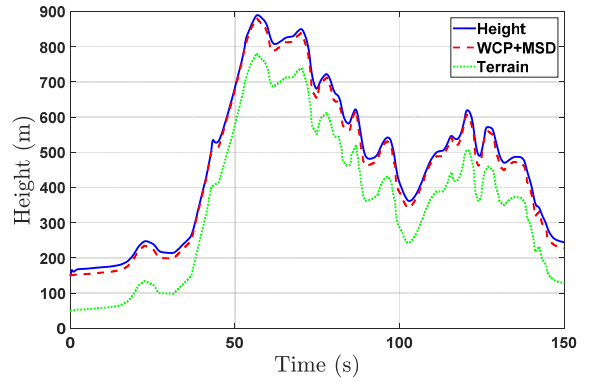


Fig. 11. Result of height of aircraft in Case 2

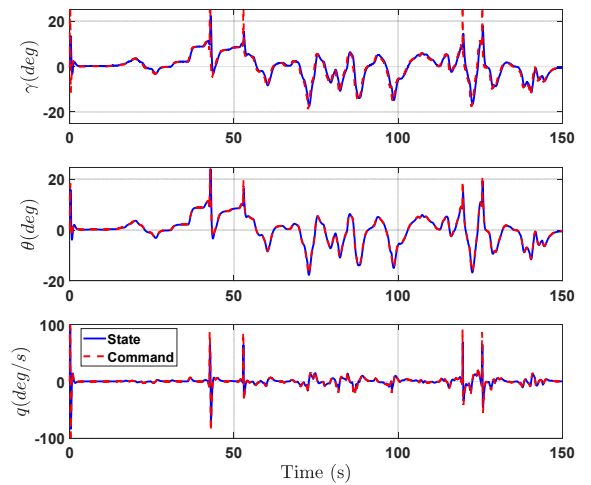


Fig. 12. Result of flight path angle, pitch angle, angular rate in Case 2

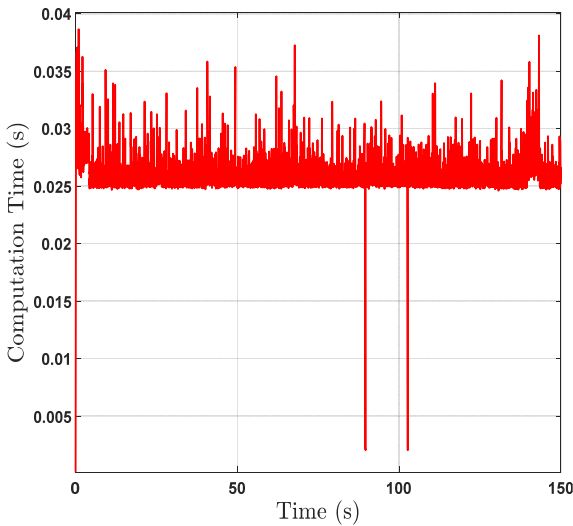


Fig. 13. Computation time in Case 2

분석하였다. Fig. 11은 비행체의 고도, WCP에 최소 여유 고도, 실제 지형의 고도를 나타낸다. 제안하는 기법을 통해 임무계획 아래로 침하 하지 않고 비행하는 것을 보여준다. Fig. 12는 비행경로 각, 피치 각, 각속도의 그래프이며, 제안하는 기법은 외란 및 불확실성이 있더라도 제어 명령을 올바르게 추종하는 것을 확인하였다. Fig. 13은 모델 예측제어 기법의 계산 수행 시간으로, 평균 0.0258초로 약 38 Hz의 유도 명령을 계산할 수 있는 것으로 판단된다. 이와 같은 계산 속도는 추후 최적화 알고리즘의 개선을 통해서 더욱 향상할 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 지형 추종을 위한 모델 예측제어와 비선형 외란 관측기 기반의 백스테핑 슬라이딩 모드 제어기 알고리즘을 제안하였다. 기존의 궤적 생성 및 유도기법의 과정을 모델 예측제어를 통해 간략화하며 임무계획을 보장하는 비행경로 각을 계산하였다. 또한, 비선형성이 강한 비행체의 특성과 임의의 외란 및 불확실성이 있는 상황을 고려한 새로운 형태의 제어기를 제안하였으며, 리아프노프 안정성도 증명하였다. 이와 같은 알고리즘 시뮬레이션을 통해 지형 추종 성능이 임무계획을 침하 하지 않고 비행체가 기동하는 것을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2023년도 한화시스템(주)의 재원을 지원받아 수행된 연구임.

References

- [1] G. Oh, J. Seo, H. Kim, Y. Kim and B. Kim, "Trajectory Generation, Guidance, and Navigation for Terrain Following of Unmanned Combat Aerial Vehicles," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 40, No. 11, pp. 979-987, 2012.
- [2] K. Hong, S. Kim, J. Noh, H. Bang and D. Lim, "Reference Trajectory Reshaping Algorithm for Terrain Following under Acceleration Limit," *The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, pp. 737-738, 2022.
- [3] H. Lee, S. Hahn, S. Lee, S. Lee and K. Seo, "A Study on Terrain Profile Generation for Terrain Following," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 51, No. 1, pp. 49-56, 2023.
- [4] S. Hahn, H. Lee, S. Lee, W. Choi and J. Jung, "A Study on the Terrain-Following Trajectory Generation Method Using Morphology and Circular Path," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 51, No. 2, pp. 93-102, 2023.
- [5] L. Ping and P. L. Bion, "Optimal aircraft terrain-following analysis and trajectory generation," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, pp. 550-560, 1995.
- [6] M. Rahim and M. Seyed, "Aircraft terrain following flights based on fuzzy logic," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 83, No. 2, pp. 94-104, 2011.
- [7] S. Jang, H. Jeaong, Y. Jang, J. Jeong, S. Kim and J. Suk, "Precision Terrain-Following Altitude Control Flight Test of a Fixed-wing UAV," *The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, pp. 473-474, 2021.
- [8] J. Noh, H. Ahn, J. Lee and H. Bang, "Terrain-

- following guidance based on model predictive control,” Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology(APISAT), pp. 845-853, 2021.
- [9] H. Kang, S. Lee, J. Lee, Y. Kim, J. Suk and S. Kim, “Altitude Tracking of UAV with Pitch-Hold Constraint Based on Model Predictive Control for Mine Detection,” 21st International Conference on Control, Automation and Systems(ICCAS), pp. 1955-1959, 2021.
- [10] K. Jang and H. Bang, “Terrain following algorithm using Model Predictive Path Integral control method,” The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, pp. 1391-1392, 2022.
- [11] A. Brezoescu, T. Espinoza, P. Castillo and R. Lozano, “Adaptive Trajectory Following for a Fixed-Wing UAV in Presence of Cross-wind,” Journal of Intelligent and Robotics Systems, Vol. 69, No. 1, pp. 257-271, 2013.
- [12] S. Toufik, “L1 Adaptive Path-Following of Small Fixed-wing Unmanned Aerial Vehicles in Wind,” IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 58, No. 4, pp. 3708-3716, 2022.
- [13] T. Tran and B. Newman, “Integrator-Backstepping Control Design for Nonlinear Flight System Dynamics,” AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2015.
- [14] T. Tran and O. R. Gonzalez, “Backstepping-based control methodology for aircraft roll dynamics,” Journal of Systems and Control Engineering, Vol. 234, No. 4, pp. 566-574, 2012.
- [15] W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo and S. Li, “Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods—An Overview,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 63, No. 2, pp. 1083-1095, 2016.