

속도/자세 정합 전달정렬에서 주 관성항법장치 속도/자세 오차에 의한 정렬 정확도 분석

김천중¹⁾ · 이인섭¹⁾ · 박찬식²⁾ · 박준민^{*,3)}

¹⁾ 국방과학연구소 미사일연구원 6부

²⁾ 충북대학교 지능로봇공학과

³⁾ 충남대학교 전자공학과

Analysis of Alignment Accuracy due to Velocity/Attitude Error of Master Inertial Navigation System in Velocity/Attitude Matching Transfer Alignment

Cheonjoong Kim¹⁾ · Inseop Lee¹⁾ · Chansik Park²⁾ · Junmin Park^{*,3)}

¹⁾ *Missile Research Institute - 6th Directorate, Agency for Defense Development, Korea*

²⁾ *Department of Intelligent System and Robotics, Chungbuk National University, Korea*

³⁾ *Department of Electronics Engineering, Chungnam National University, Korea*

(Received 3 May 2024 / Revised 31 July 2024 / Accepted 31 July 2024)

Abstract

This paper theoretically analyzes the effect of the velocity and attitude errors of Master Inertial Navigation System(MINS) on the accuracy of Slave Inertial Navigation System(SINS) transfer alignment in velocity and attitude matching, and validates the analysis through simulation. Theoretical analysis involves deriving a new state equation that considers the velocity and attitude errors of MINS from the state equation of the transfer alignment filter, and deriving the state estimation equation of the Kalman filter based on this. The analysis confirms that MINS's velocity and attitude errors induce the same level of velocity and attitude errors in SINS. A reference inertial navigation system model is added to the simulation model, and the transfer alignment accuracy is analyzed by comparing the navigation information of MINS and SINS with the reference inertial navigation system. It is confirmed that the accuracy analysis results through simulation are consistent with the theoretically analyzed results, and through this, the validity of the theoretically analysis in this paper is verified. The research findings indicate that when performing transfer alignment using MINS, which is likely to be operated for prolonged periods in pure inertial navigation mode, the navigation errors of MINS are transferred to SINS. This implies that initial correction navigation is necessary to be considered for SINS

Key Words : Transfer Alignment(전달정렬), Master Inertial Navigation System(주 관성항법장치), Velocity/Attitude Matching (속도/자세 정합)

* Corresponding author, E-mail: jm_park@cnu.ac.kr

Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

기 호 설 명

- δv_i^s : 부 관성항법장치의 i 축 속도오차
- ϵ_i : i 축 자세오차
- δm_i : i 축 비정렬 오차
- $\delta \omega_i^s$: 부 관성항법장치의 i 축 각속도 오차
- δf_i^s : 부 관성항법장치의 i 축 가속도 오차
- \bar{C}_s^n : 부 관성항법장치 동체좌표계에서 항법좌표계로의 수평축 성분 좌표변환행렬
- C_m^n : 주 관성항법장치 동체좌표계에서 항법좌표계로의 좌표변환행렬
- δv_i^m : 주 관성항법장치의 i 축 속도오차
- ξ_i : 주 관성항법장치의 i 축 자세오차
- f_i : i 축 가속도
- Ω_i : i 축 각속도

1. 서 론

추측항법(Dead Reckoning)의 원리로 동작하는 관성항법장치(INS: Inertial Navigation System)는 운용 전에 정렬(Alignment)이라는 과정을 통하여 초기 항법정보 획득이 필요하다. 관성항법장치 정렬은 정지상태에서 관성센서 정보만을 이용하여 수행하는 자체정렬(Self-Alignment)과 움직이는 상황에서 외부 항법정보를 이용하여 수행하는 운항중 정렬(In-motion Alignment)로 나눌 수 있다. 운항중 정렬에서도 주 관성항법장치(MINS: Master INS)에서 전송되는 항법정보를 이용하여 부 관성항법장치(SINS: Slave INS) 정렬을 수행하는 방법을 전달정렬(Transfer Alignment)이라 한다¹⁻³⁾.

MINS는 일반적으로 무기체계가 탑재되는 플랫폼에 장착되는 고정밀 관성항법장치로 함정, 전투기 등에 장착되는 관성항법장치가 이에 해당한다. MINS는 GNSS(Global Navigation Satellite Systems) 수신기, 고도계, 대조 항법장치 등과 같은 다양한 보조 항법장치와 연동하여 일정한 정밀도를 유지하도록 설계되며, 보조 항법장치가 가용하지 않은 환경에서도 항법오차가 급격히 증가하지 않도록 고정밀 관성센서를 적용한다. SINS는 MINS 대비하여 저급 관성센서를 적용하지만 MINS 항법정보를 이용하여 정확하게 전달정렬을 수행하면 SINS 탑재 무기체계의 항법 정확도를 획기적

으로 향상시킬 수 있기 때문에 전달정렬에 대한 많은 연구가 수행되었다⁴⁻⁸⁾. 전달정렬에 대한 연구는 전달정렬 필터의 모델링 및 측정치별 전달정렬 성능분석, 측정치 오차에 대한 다양한 모델링 등에 집중되어 있으며 MINS 오차에 의한 전달정렬 성능분석에 대한 연구는 많이 진행되지 않았다. 이 분야의 연구가 많이 진행되지 않은 사유는 MINS는 정확하다고 가정한 상태에서 전달정렬 기법의 설계가 진행되기 때문으로 판단된다. 따라서 MINS에서 제공되는 항법정보가 부정확한 경우 SINS의 전달정렬 성능에 어떠한 영향을 주는가에 대한 연구가 필요하다고 판단된다. 이에 본 논문에서는 수중함에서 운용되는 MINS의 항법정보가 부정확한 경우 SINS 전달정렬 성능에 미치는 영향을 분석한 결과를 제시한다.

수중함에 탑재되는 MINS는 고정밀 관성센서를 적용함에도 불구하고 시스템 레벨에서 일정한 회전 절차로 관성센서를 회전시켜 관성센서 오차가 상호 상쇄되도록 하는 방법을 적용하여 추가적으로 순수항법 성능을 개선하는 방법을 적용하기도 한다^{9,10)}. 이와 같이 수중함 관성항법장치의 순수항법 성능을 개선하기 위하여 관성센서 회전과 같은 복잡한 방법을 적용하는 사유는 수중에서 수중함 관성항법장치와 연동 가능한 보조 항법장치가 많지 않기 때문이다. 수중에서 적용 가능한 대표적인 보조 항법장치로는 EM(Electromagnetic)-Log와 심도계가 있다. EM-Log는 측정원리 상 대수 속도와 수중함의 속도를 구분하지 않고 동시에 측정하여 속도 측정치의 정확도가 GNSS 수신기 측정 속도와 비교하여 높지 않기 때문에 속도 오차를 일정수준 이하로 유지할 수는 있어도 정확한 속도오차 보정은 쉽지 않다. 따라서 수중함이 수상으로 부상하여 GNSS 수신기 등과 같은 정밀한 보조 항법장치 정보와 연동을 통하여 MINS의 항법오차를 보정하지 않고 장시간 수중에서 운항하는 경우 MINS의 속도 및 자세오차가 누적되어 정확도가 저하되는 경우가 있다. 이러한 상황에서 MINS 항법정보를 이용하여 SINS가 속도/자세 정합 전달정렬을 하는 경우 전달정렬 정확도에 어떠한 영향을 주는가를 본 논문에서 이론적으로 분석하고 M&S를 통하여 검증한 결과를 제시한다. 본 논문은 2장에서 MINS의 속도/자세 오차에 대한 정렬 정확도를 이론적으로 분석한 결과를 제시하고, 3장에서는 2장에서 이론적으로 분석한 내용을 시뮬레이션을 통하여 검증한 결과를 제시하며, 4장에서 본 논문의 결론을 맺도록 한다.

2. MINS 속도/자세 오차에 의한 전달정렬 정확도 분석

2.1 속도/자세 정합 전달정렬의 상태 추정 방정식

속도/자세 정합 전달정렬의 기법을 그림으로 나타내면 Fig. 1과 같다. 속도/자세 정합 전달정렬은 MINS 속도/자세 정보와 SINS의 속도/자세 정보를 측정치로 사용하며, 전달정렬 필터의 오차 추정치를 SINS에 보정함으로써 SINS의 초기 항법정보를 획득하는 기법이다. 전달정렬 기법 설계 시 SINS의 전달정렬 성능은 MINS가 정확하다고 가정하여 MINS 기준으로 판단하게 된다. 그러므로 수중함의 MINS와 같이 장시간 수중에서 순수항법으로 운용한 후 전달정렬을 수행하는 경우에는 MINS의 속도/자세 오차에 의한 SINS의 전달정렬 성능을 분석하는 것이 필요하다.

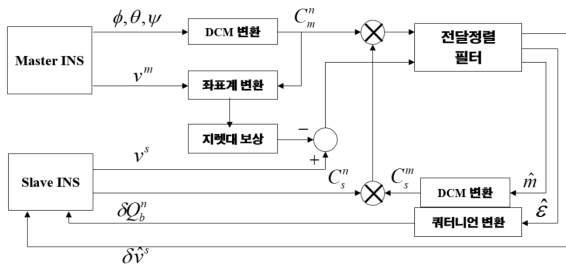


Fig. 1. Block diagram of transfer alignment using velocity/attitude matching

전달정렬은 사용되는 측정치에 따라 다양한 방법이 존재한다. 본 장에서는 속도/자세를 측정치로 사용하는 경우를 가정하여 MINS 속도/자세 오차에 의한 정렬 정확도를 이론적으로 분석한 결과를 제시한다. 전달정렬은 서론에서 언급한 바와 같이 MINS 항법정보를 이용하여 SINS를 정렬하는 과정이므로 MINS와 SINS 측정치를 비교하여 일치시킨다는 의미로 측정치 별로 정합(Matching)이라는 단어를 사용한다. 속도/자세 정합 전달정렬 필터 설계에 필요한 상태방정식 및 측정방정식은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 u_1 + w_1 \\ z_1 &= H_1 x_1 + C_1 v_1 \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 상태변수 x_1 은 수평축 속도오차, 자세오차 및 SINS와 MINS 간 비정렬 각을 상태변수로 가지

는 벡터로 $x_1 = [\delta v_e^s \delta v_n^s \epsilon_e \epsilon_n \epsilon_u \delta m_x \delta m_y \delta m_z]^T$ 이며, 정렬에 사용되는 측정치 z 는 수평축 속도오차 및 자세오차이다. 상태변수에서 δv_i^s 는 SINS의 i 축 속도오차, ϵ_i 는 SINS의 i 축 자세오차, δm_i 는 i 축 비정렬 각을 의미한다. 식 (1)을 구성하는 행렬 A, B, H, C를 유도하면 식 (2)와 같다. 식 (2)는 전달정렬이 짧은 시간에 완료되고 외부에서 인가되는 운동은 급격하지 않다고 가정하여 유도된 행렬이다. 식 (2)에서 상태방정식의 입력 u_1 은 항법좌표계에서의 가속도계 및 자이로 오차로 $u_1 = [\delta f_e^s \delta f_n^s \delta \omega_e^s \delta \omega_n^s \delta \omega_u^s]^T$ 이다. 식 (2)에서 \times 는 skew-symmetric 행렬 곱을 나타내며 I 는 단위행렬을, \bar{C}_s^n 은 SINS 동체좌표계에서 항법좌표계로의 수평축 성분 좌표변환행렬, C_m^m 은 MINS 동체좌표계에서 항법좌표계로의 좌표변환행렬을 의미한다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & f^n \times & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -\omega_{in}^n \times & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_s^n & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & C_b^m \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ H_1 &= \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & -I_{3 \times 3} & -C_m^m \end{bmatrix}, \quad C_1 = [I_{5 \times 5}] \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)는 MINS의 속도 및 자세오차가 무시할 정도로 작다고 가정하여 구한 상태방정식이므로 MINS의 속도 및 자세오차가 크다고 가정하여 새로운 상태방정식을 구하면 아래와 같다. 아래 식에서 상태변수 x_2 는 $x_2 = [\delta v_e^s \delta v_n^s \epsilon_e \epsilon_n \epsilon_u \delta m_x \delta m_y \delta m_z \delta v_e^m \delta v_n^m \xi_x \xi_y \xi_z]^T$ 와 같이 표현할 수 있다. 상태변수 x_2 에서 δv_i^m 는 MINS의 i 축 속도오차를, ξ_i 는 MINS의 i 축 자세오차를 의미한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= A_2 x_2 + B_2 u_2 + w_2 \\ z_2 &= H_2 x_2 + C_2 v_2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & f^n \times & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -\omega_{in}^n \times & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \bar{C}_b^n & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & C_b^m \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ H_2 &= \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & -I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & -I_{3 \times 3} & -C_m^m & 0_{3 \times 2} & C_m^m \end{bmatrix}, \quad C_2 = [I_{5 \times 5}] \end{aligned} \quad (4)$$

식 (3), (4)를 이용하여 MINS의 속도/자세 오차에 의한 전달정렬 정확도를 분석하기 위해서는 시스템 행렬에 대한 역행렬 연산이 필요하다. 그러나 위 식은 시스템 행렬의 차수가 크기 때문에 역행렬 연산이 어렵고, 역행렬을 계산하더라도 행렬의 차수가 높으면 상태변수 간의 상호 연관관계로 인하여 정렬 정확도 분석이 불가능할 것으로 판단된다. 따라서 본 논문에서는 추정치에 대한 가관측성 분석 결과를 기반으로 가관측성이 보장되는 상태변수들을 모아 시스템 행렬의 차수를 축소하여 MINS의 속도/자세 오차에 의한 전달정렬 정확도를 분석하였다.

2.2 속도 정합 상태추정 방정식

속도/자세 정합 전달정렬의 경우, 수평축 자세오차는 속도 추정치와 가관측성이 있으며, 수직축 자세오차는 항체가 롤 및 피치 각 운동을 하는 경우에 자세 추정치와 가관측성이 있는 것으로 알려져 있다^[11,12]. 이러한 사실을 기반으로 속도/자세 추정치 각각에 대하여 MINS의 속도/자세 오차에 의한 전달정렬 정확도 분석을 수행하였다. 이를 위하여 13차 상태추정 방정식인 식 (3), (4)를 속도 정합 전달정렬 상태방정식으로 다시 유도하면 식 (5), (6)과 같다. 식 (5)에서 상태변수 x_3 는 수평축 속도오차 및 자세오차를 상태변수로 가지는 벡터로 $x_3 = [\delta v_e^s \delta v_n^s \epsilon_e \epsilon_n \epsilon_u \delta v_e^m \delta v_n^m]^T$ 로 설정하고, 추정치 z_3 를 수평축 속도오차라 설정하여 식 (5)을 구성하는 행렬을 유도하면 식 (6)과 같다. 식 (5)에서 상태방정식의 입력 u_3 는 항법좌표계로 표현된 SINS의 가속도계 및 자이로 오차이며, 식으로 표현하면 $u_3 = [\delta f_e^s \delta f_n^s \delta \omega_e^s \delta \omega_n^s \delta \omega_u^s]^T$ 이다.

$$\dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 u_3 + w_3 \tag{5}$$

$$z_3 = H_3 x_3 + C_3 v_3$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & f^n \times & 0_{2 \times 2} \\ 0_{3 \times 3} & -\omega_{in}^n \times & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} \bar{C}_b^n & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & C_b^n \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$H_3 = [I_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 3} \ -I_{2 \times 2}], C_3 = [I_{2 \times 2}]$$

식 (5), (6)을 이용하여 속도 정합 전달정렬 칼만필터를 구성하고 상태 추정을 위한 추정치 갱신 상태추정 방정식을 구하면 식 (7)과 같다. 식 (7)에서 K 는

칼만 이득으로, 추정 오차의 제곱 평균이 최소화되도록 실시간으로 계산되며, 칼만필터가 정상상태로 진입하면 일정한 값을 가지는 것으로 알려져 있다. 그리고 식 (7)에서 \hat{x}_3 는 칼만필터에서 추정된 추정치를 의미한다.

$$\dot{\hat{x}}_3 = A_3 \hat{x}_3 + B_3 u_3 + K(z_3 - H_3 \hat{x}_3) \tag{7}$$

칼만필터 기반의 속도 정합 전달정렬 기법에서 MINS 속도오차에 의한 정렬 정확도 성능 분석을 위해 식 (7)을 상세히 기술하면 식 (8)과 같이 유도된다. 식 (8)에서 k_{ij} 는 칼만 이득을 의미하며 식 (8)에서 좌표변환행렬은 해석상의 편의를 위하여 단위행렬로 가정하여 유도하였다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta v_e^s} \\ \dot{\delta v_n^s} \\ \dot{\epsilon_e} \\ \dot{\epsilon_n} \\ \dot{\epsilon_u} \\ \dot{\delta v_e^m} \\ \dot{\delta v_n^m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{11} - k_{12} & 0 & f_u - f_n & k_{11} & k_{12} \\ -k_{21} - k_{22} & -f_u & 0 & f_e & k_{21} & k_{22} \\ -k_{31} - k_{32} & 0 & \Omega_u - \Omega_n & k_{31} & k_{32} \\ -k_{41} - k_{42} & -\Omega_u & 0 & 0 & k_{41} & k_{42} \\ -k_{51} - k_{52} & \Omega_n & 0 & 0 & k_{51} & k_{52} \\ -k_{61} - k_{62} & 0 & 0 & 0 & k_{61} & k_{62} \\ -k_{71} - k_{72} & 0 & 0 & 0 & k_{71} & k_{72} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_e^s \\ \delta v_n^s \\ \hat{\epsilon_e} \\ \hat{\epsilon_n} \\ \hat{\epsilon_u} \\ \delta v_e^m \\ \delta v_n^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \\ k_{41} & k_{42} \\ k_{51} & k_{52} \\ k_{61} & k_{62} \\ k_{71} & k_{72} \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta f_e^s \\ \delta f_n^s \\ \delta \omega_e^s \\ \delta \omega_n^s \\ \delta \omega_u^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

속도 정합 전달정렬의 상태방정식인 식 (8)도 추정치를 분리하여 정리하였으나 여전히 상태변수의 차수가 높아 해석에 어려움이 있으므로, 속도 추정치를 축별로 분리하여 각각에 대하여 성능분석을 수행하였다. 이와 같이 속도 추정치를 축별로 분리하여 해석을 수행하여도 축별 속도오차 추정치에 의한 자세오차의 추정은 가관측성 분석을 통하여 어느 정도 분리되어 있음이 알려져 있기 때문에 해석상 결과는 추정치를 통합하여 성능분석을 수행하는 것과 동일하여 해석상의 오류는 없을 것으로 판단된다.

2.2.1 n축 속도오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식

식 (8)에서 n축 속도오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식을 구성하면 식 (9)와 같이 유도된다. n축 속도오차에 측정치에 대한 자세오차의 가관측성 분석 결과 e축 자세오차와 u축 자세오차가 추정 가능성이 알려져 있으므로 MINS의 속도오차에 의한 전달정렬 성능분석을 먼저 수행하였다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta v}_n^s \\ \dot{\epsilon}_e \\ \dot{\epsilon}_n \\ \dot{\epsilon}_u \\ \dot{\delta v}_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{22} - f_u & 0 & f_e & k_{22} \\ -k_{32} & 0 & \Omega_u - \Omega_n & k_{32} \\ -k_{42} - \Omega_u & 0 & 0 & k_{42} \\ -k_{52} & \Omega_n & 0 & 0 & k_{52} \\ -k_{72} & 0 & 0 & 0 & k_{72} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_n^s \\ \hat{\epsilon}_e \\ \hat{\epsilon}_n \\ \hat{\epsilon}_u \\ \delta v_n^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{22} \\ k_{32} \\ k_{42} \\ k_{52} \\ k_{72} \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta f_n^s \\ \delta w_e^s \\ \delta w_n^s \\ \delta w_u^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)의 주파수 영역 해석을 위해 라플라스 변환하면 식 (10)과 같다. 식 (10)에서 함수의 매개변수가 (0)으로 표현된 항목은 초기치를 의미하며 전달정렬에서는 정렬 과정에서 SINS의 초기치는 정렬이 진행됨에 따라 점차 작아져 사라지나 MINS의 초기치는 전달정렬 수행 동안 유지되는 것으로 본 논문에서는 이 항목에 의한 전달정렬 자세정확도에 대해 집중적으로 분석한다.

$$\begin{bmatrix} \delta v_n^s(s) \\ \hat{\epsilon}_e(s) \\ \hat{\epsilon}_n(s) \\ \hat{\epsilon}_u(s) \\ \delta v_n^m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s + k_{22} & f_u & 0 & -f_e - k_{22} \\ k_{32} & s & -\Omega_u & \Omega_n - k_{32} \\ k_{42} & \Omega_u & s & 0 & -k_{42} \\ k_{52} & -\Omega_n & 0 & s & -k_{52} \\ k_{72} & 0 & 0 & 0 & s - k_{72} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta v_n^s(0) \\ \hat{\epsilon}_e(0) \\ \hat{\epsilon}_n(0) \\ \hat{\epsilon}_u(0) \\ \delta v_n^m(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{22} \\ k_{32} \\ k_{42} \\ k_{52} \\ k_{72} \end{bmatrix} z(s) + \begin{bmatrix} \delta f_n^s(s) \\ \delta w_e^s(s) \\ \delta w_n^s(s) \\ \delta w_u^s(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)에서 전달정렬이 짧은 시간에 완료되고 n축 방향으로 가속이 인가되는 것 외에는 외부 운동이 크게 가해지지 않는 환경에서 전달정렬이 수행된다고 가정하면 지구 회전각속도 및 transport rate 성분에 의한 자세오차 간 상호 연관관계와 f_e 성분은 무시할 수 있으므로 이를 반영하여 새로이 상태추정 방정식을 유도하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \delta v_n^s(s) \\ \hat{\epsilon}_e(s) \\ \hat{\epsilon}_n(s) \\ \hat{\epsilon}_u(s) \\ \delta v_n^m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s + k_{22} & f_u & 0 & 0 & -k_{22} \\ k_{32} & s & 0 & 0 & -k_{32} \\ k_{42} & 0 & s & 0 & -k_{42} \\ k_{52} & 0 & 0 & s & -k_{52} \\ k_{72} & 0 & 0 & 0 & s - k_{72} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta v_n^s(0) \\ \hat{\epsilon}_e(0) \\ \hat{\epsilon}_n(0) \\ \hat{\epsilon}_u(0) \\ \delta v_n^m(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{22} \\ k_{32} \\ k_{42} \\ k_{52} \\ k_{72} \end{bmatrix} z(s) + \begin{bmatrix} \delta f_n^s(s) \\ \delta w_e^s(s) \\ \delta w_n^s(s) \\ \delta w_u^s(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)에서 행렬 $(sI - A)^{-1}$ 의 행렬식(Determinant)를 구하면 식 (12)와 같다.

$$\det(sI - A)^{-1} = s^3(s^2 + (k_{22} - k_{72})s - f_u k_{32}) \quad (12)$$

식 (11), (12)를 이용하여 MINS의 n축 속도오차인 $\delta v_n^m(0)$ 에 대하여 SINS의 n축 속도오차 및 자세오차를 구하면 식 (13)~(16)과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta v_n^s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{k_{22}s - f_u k_{32}}{s(s^2 + (k_{22} - k_{72})s - f_u k_{32})} \delta v_n^m(0) \approx \delta v_n^m(0) \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-k_{32}}{(s^2 + (k_{22} - k_{72})s - f_u k_{32})} \delta v_n^m(0) \approx 0 \quad (14)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_n(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{k_{42}}{(s^2 + (k_{22} - k_{72})s - f_u k_{32})} \delta v_n^m(0) \approx 0 \quad (15)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_u(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-k_{52}}{(s^2 + (k_{22} - k_{72})s - f_u k_{32})} \delta v_n^m(0) \approx 0 \quad (16)$$

2.2.2 e축 속도오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식

n축 속도오차 측정치에 대한 성능분석과 동일한 방법으로 e축 속도오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식을 구성하면 식 (17)과 같다. e축 속도오차에 측정치에 대한 자세오차의 가관측성 분석결과 n축 및 u축 자세오차가 추정 가능성이 알려져 있으며 MINS의 e축 속도오차에 의한 SINS의 자세정확도에 대해 분석한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta v}_e^s \\ \hat{\epsilon}_e \\ \hat{\epsilon}_n \\ \hat{\epsilon}_u \\ \dot{\delta v}_e^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{11} & 0 & f_u - f_n & k_{11} \\ -k_{31} & 0 & \Omega_u - \Omega_n & k_{31} \\ -k_{41} & -\Omega_u & 0 & 0 & k_{41} \\ -k_{51} & \Omega_n & 0 & 0 & k_{51} \\ -k_{61} & 0 & 0 & 0 & k_{61} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_e^s \\ \hat{\epsilon}_e \\ \hat{\epsilon}_n \\ \hat{\epsilon}_u \\ \delta v_e^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{31} \\ k_{41} \\ k_{51} \\ k_{61} \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta f_e^s \\ \delta w_e^s \\ \delta w_n^s \\ \delta w_u^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식 (17)를 주파수 영역 해석을 위해 라플라스 변환하면 식 (18)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \delta v_e^s(s) \\ \hat{\epsilon}_e(s) \\ \hat{\epsilon}_n(s) \\ \hat{\epsilon}_u(s) \\ \delta v_e^m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+k_{11} & 0 & -f_u & f_n & -k_{11} \\ k_{31} & s & -\Omega_u & \Omega_n & -k_{31} \\ k_{41} & \Omega_u & s & 0 & -k_{41} \\ k_{51} & -\Omega_n & 0 & s & -k_{51} \\ k_{61} & 0 & 0 & 0 & s-k_{61} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta v_e^s(0) \\ \hat{\epsilon}_e(0) \\ \hat{\epsilon}_n(0) \\ \hat{\epsilon}_u(0) \\ \delta v_e^m(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{31} \\ k_{41} \\ k_{51} \\ k_{61} \end{bmatrix} z(s) + \begin{bmatrix} \delta f_e^s(s) \\ \delta w_e^s(s) \\ \delta w_n^s(s) \\ \delta w_u^s(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

식 (18)에서 지구회전 각속도 및 transport rate을 무시하고 행렬 $(sI-A)^{-1}$ 의 행렬식(Determinant)를 구하면 식 (19)와 같다.

$$\det(sI-A)^{-1} = s^3(s^2 + (k_{11} - k_{61})s + f_u k_{41} - f_n k_{51}) \quad (19)$$

식 (18), (19)을 이용하여 MINS의 e축 속도오차인

$\delta v_e^m(0)$ 에 대하여 SINS의 e축 속도오차 및 자세오차를 구하면 식 (20)~(23)과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta v_e^s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{k_{11}s + f_u k_{41} - f_n k_{51}}{s(s^2 + (k_{11} - k_{61})s + f_u k_{41} - f_n k_{51})} \delta v_e^m(0) \approx \delta v_e^m(0) \quad (20)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-k_{31}}{(s^2 + (k_{11} - k_{61})s + f_u k_{41} - f_n k_{51})} \delta v_e^m(0) \approx 0 \quad (21)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_n(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{k_{41}}{(s^2 + (k_{11} - k_{61})s + f_u k_{41} - f_n k_{51})} \delta v_e^m(0) \approx 0 \quad (22)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_u(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-k_{51}}{(s^2 + (k_{11} - k_{61})s + f_u k_{41} - f_n k_{51})} \delta v_e^m(0) \approx 0 \quad (23)$$

2.3 자세 정합 상태추정방정식

식 (3), (4)에서 유도된 속도/자세 정합 전달정렬의 13차 상태추정 방정식을 자세 정합 전달정렬 상태방정식으로 다시 유도하면 식 (24), (25)와 같다. 식 (25)에서 상태변수는 $x_4 = [\epsilon_e \epsilon_n \epsilon_u \delta m_x \delta m_y \delta m_z \xi_e \xi_n \xi_u]^T$ 와 같다. 상태변수 x_4 에서 ξ_i 는 MINS의 i축 자세오차를 의미한다. 식 (25)의 상태추정 방정식을 유도하면 식 (26)과 같다. 식 (26)에서 $\epsilon = [\epsilon_e \epsilon_n \epsilon_u]^T$, $\delta m = [\delta m_x \delta m_y \delta m_z]^T$, $\xi = [\xi_x \xi_y \xi_z]^T$ 와 같다.

$$A_4 = \begin{bmatrix} -\omega_n^n \times 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 2} & C_b^n \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$H_4 = [-I_{3 \times 3} - C_m^n \ C_m^n], C_4 = [I_{2 \times 2}]$$

$$\dot{x}_4 = A_4 x_4 + B_4 u_4 + w_4 \quad (25)$$

$$z_4 = H_4 x_4 + C_4 v_4$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\epsilon}} \\ \dot{\delta m} \\ \dot{\hat{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_n^n \times + K_{11} & K_{11} C_m^n - K_{11} C_m^n \\ K_{21} & K_{21} C_m^n - K_{21} C_m^n \\ K_{31} & K_{31} C_m^n - K_{31} C_m^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\epsilon} \\ \delta m \\ \hat{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta w^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{12} \\ K_{13} \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 (26)에서 K_{ij} 는 i 상태변수에 대한 칼만필터의 칼만 이득을 나타내며 3×3 행렬이고 이를 상세히 유도하면 식 (27)과 같다. 식 (26)은 9차 상태추정 방정식으로 자세 정합 전달정렬의 경우 SINS의 동체 좌표계인 m 좌표계에서 항법 좌표계 n 으로의 좌표변환행렬인 C_m^n 이 포함되어 있으며 본 논문에서는 ψ 각으로 요(yaw) 각 운동을 한다고 가정하였다. 그리고 상태추정 방정식 (26)의 시스템 행렬에 포함되어 있는 지구 회전각속도 및 transport rate 성분도 짧은 기간의 전달정렬 기간에는 전달정렬 성능에 크게 영향을 미치지 않기 때문에 분석에서 무시하였다.

2.3.1 u축 자세오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식

앞에서 언급한 바와 같이 식 (26)은 상태변수의 차수가 높아 해석의 어려움이 있어 식 (26)을 u축 자세오차만을 고려하여 식 (28)와 같은 상태추정 방정식을 새로이 유도하였다. 식 (28)에서 $K_{ij}(l, m)$ 은 K_{ij} 행렬의 l, m 번째 구성요소를 의미한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\epsilon}}_u \\ \delta \dot{\hat{m}}_z \\ \dot{\hat{\xi}}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}(3,3) & K_{11}(3,3) - K_{11}(3,3) \\ K_{21}(3,3) & K_{21}(3,3) - K_{21}(3,3) \\ K_{31}(3,3) & K_{31}(3,3) - K_{31}(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_u \\ \delta \hat{m}_z \\ \hat{\xi}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(3,3) \\ K_{21}(3,3) \\ K_{31}(3,3) \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta w_u^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

식 (28)을 주파수 영역 해석을 위해 라플라스 변환하면 식 (29)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_u(s) \\ \delta \hat{m}_z(s) \\ \hat{\xi}_z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - K_{11}(3,3) - K_{11}(3,3) & K_{11}(3,3) \\ -K_{21}(3,3) & s - K_{21}(3,3) & K_{21}(3,3) \\ -K_{31}(3,3) & -K_{31}(3,3) & s + K_{31}(3,3) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_u(0) \\ \delta \hat{m}_z(0) \\ \hat{\xi}_z(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(3,3) \\ K_{21}(3,3) \\ K_{31}(3,3) \end{bmatrix} z(s) + \begin{bmatrix} \delta w_u^s(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

식 (29)를 이용하여 MINS z축 자세오차인 $\hat{\xi}_z(0)$ 에 대하여 SINS의 u축 자세오차를 구하면 식 (30)과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_u(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-K_{11}(3,3)s}{\det(sI - A)^{-1}} \hat{\xi}_z(0) \approx -\frac{K_{11}(3,3)}{K_{31}(3,3) - K_{11}(3,3) - K_{21}(3,3)} \hat{\xi}_z(0) \quad (30)$$

식 (30)에서 칼만 이득 $K_{11}(3,3)$ 는 측정치와 직접 연결되는 이득으로 다른 칼만 이득 성분과 비교하여 매우 큰 값을 가지므로 식 (30)의 분모 항에 $K_{11}(3,3)$ 을 제외하고 다른 항을 무시하면 식 (30)은 식 (31)과 같이 새로이 유도된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_u(t) \approx \hat{\xi}_z(0) \quad (31)$$

2.3.2 e축 자세오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식

해석의 용이성을 높이기 위하여 식 (28)과 유사하게 e축 자세오차만을 고려하여 식 (32)과 같은 상태추정 방정식을 새로이 유도하였다. 식 (32)에서는 요 각으로 회전하는 경우를 가정하였기 때문에 좌표변환행렬 성분이 방정식에 포함되어 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\epsilon}}_e \\ \delta \dot{\hat{m}}_x \\ \dot{\hat{\xi}}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}(1,1) & K_{11}(1,1)\cos\psi + K_{11}(1,2)\sin\psi - K_{11}(1,1)\cos\psi - K_{11}(1,2)\sin\psi \\ K_{21}(1,1) & K_{21}(1,1)\cos\psi + K_{21}(1,2)\sin\psi - K_{21}(1,1)\cos\psi - K_{21}(1,2)\sin\psi \\ K_{31}(1,1) & K_{31}(1,1)\cos\psi + K_{31}(1,2)\sin\psi - K_{31}(1,1)\cos\psi - K_{31}(1,2)\sin\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_e \\ \delta \hat{m}_x \\ \hat{\xi}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(1,1) \\ K_{21}(1,1) \\ K_{31}(1,1) \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta w_e^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

식 (32)에서 요 각이 매우 작은 각도 내에서 움직인다고 가정하면 식 (32)은 식 (33)과 같이 간략하게 정리되며 식 (33)에 대하여 라플라스 변환을 통하여 x축 MINS 자세오차인 $\hat{\xi}_x(0)$ 에 대하여 SINS의 e축 자세오차를 구하면 식 (34)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\epsilon}}_e \\ \delta \dot{\hat{m}}_x \\ \dot{\hat{\xi}}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}(1,1) & K_{11}(1,1)\cos\psi & -K_{11}(1,1)\cos\psi \\ K_{21}(1,1) & K_{21}(1,1)\cos\psi & -K_{21}(1,1)\cos\psi \\ K_{31}(1,1) & K_{31}(1,1)\cos\psi & -K_{31}(1,1)\cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_e \\ \delta \hat{m}_x \\ \hat{\xi}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(1,1) \\ K_{21}(1,1) \\ K_{31}(1,1) \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} \delta w_e^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\epsilon}_e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-K_{11}(1,1)s}{\det(sI - A)^{-1}} \hat{\xi}_x(0) \approx -\frac{K_{11}(1,1)}{(K_{31}(1,1) - K_{21}(1,1))\cos\psi - K_{11}(1,1)} \hat{\xi}_x(0) \quad (34)$$

식 (34)에서 칼만 이득 $K_{11}(1,1)$ 는 측정치와 직접

연결되는 이득으로 다른 칼만 이득 성분과 비교하여 매우 큰 값을 가지므로 식 (35)의 분모 항에서 $K_{11}(1,1)$ 을 제외하고 다른 항을 무시하면 식 (34)은 식 (35)과 같이 새로이 유도된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_e(t) \approx \hat{\xi}_x(0) \quad (35)$$

2.3.3 n축 자세오차를 측정치로 가지는 상태추정 방정식

식 (32)과 유사한 방법으로 n축 자세오차 만을 고려하여 상태추정 방정식을 새로이 유도하면 식 (36)와 같다. 식 (36)에 대하여 요 각이 매우 작은 각도 내에서 움직인다고 가정하고 라플라스 변환을 통하여 y축 MINS 자세오차인 $\hat{\xi}_y(0)$ 에 대하여 SINS의 n축 자세오차를 구하면 식 (37)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_n(s) \\ \delta \hat{m}_y(s) \\ \hat{\xi}_y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - K_{11}(2,2) & K_{11}(2,1)\sin\psi - K_{11}(2,2)\cos\psi & -K_{11}(2,1)\sin\psi + K_{11}(2,2)\cos\psi \\ -K_{21}(2,2) & s + K_{21}(2,1)\sin\psi - K_{21}(2,2)\cos\psi & -K_{21}(2,1)\sin\psi + K_{21}(2,2)\cos\psi \\ -K_{31}(2,2) & K_{31}(2,1)\sin\psi - K_{31}(2,2)\cos\psi & s - K_{31}(2,1)\sin\psi + K_{31}(2,2)\cos\psi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{e}_n(0) \\ \delta \hat{m}_y(0) \\ \hat{\xi}_y(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(2,2) \\ K_{21}(2,2) \\ K_{31}(2,2) \end{bmatrix} z(s) + \begin{bmatrix} \delta w_n^e(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_n(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \frac{-K_{11}(2,2)s}{\det(sI - A)^{-1}} \hat{\xi}_y(0) \quad (37)$$

$$\approx - \frac{K_{11}(2,2)}{(K_{31}(2,2) - K_{21}(2,2))\cos\psi - K_{11}(2,2)} \hat{\xi}_y(0)$$

식 (37)에서 칼만 이득 $K_{11}(2,2)$ 는 측정치와 직접 연결되는 이득으로 다른 칼만 이득 성분과 비교하여 매우 큰 값을 가지므로 식 (37)의 분모 항에서 $K_{11}(2,2)$ 을 제외하고 다른 항을 무시하면 식 (37)은 식 (38)과 같이 새로이 유도된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_n(t) \approx \hat{\xi}_y(0) \quad (38)$$

2.4 속도/자세오차에 의한 전달정렬 정확도 분석

자세 정합 전달정렬에서 MINS 자세오차는 식 (31), (35), (38)에서 확인할 수 있듯이 SINS 자세오차를 동일한 크기로 발생시키는 것을 확인할 수 있다. 식 (31), (35), (38)는 요 각이 매우 작은 범위에서 변하는 상황을

가정한 해석으로, 요 각이 90 deg 변하는 경우 식 (35), (38)의 좌변의 값이 변경되어 SINS의 e축 자세오차는 MINS y 축 자세오차가 발생시키고 n축 자세오차는 MINS x 축 자세오차가 발생시키게 된다. 따라서 수중함의 자세변화에 따라 MINS의 자세오차는 SINS 자세오차에 복합적으로 영향을 미치는 것으로 확인되었다.

속도/자세 정합 전달정렬에서의 MINS 속도/자세 오차에 의한 정렬 정확도를 분석한 결과 MINS의 속도오차는 SINS의 속도오차를 동일하게 발생시키나 자세오차에는 영향을 미치지 않는 것으로 식 (13)-(16), (20)-(23)을 통하여 분석되었다. 그리고 MINS의 자세오차는 모든 자세각이 영인 경우 SINS의 자세오차를 동일하게 발생시키는 것으로 식 (31), (35), (38)에서 분석되었으나 수중함 자세변화에 따라 MINS의 동체 좌표계에서 정의된 자세오차가 좌표변환되어 SINS의 자세오차를 발생시키는 것을 분석을 통하여 확인할 수 있었다.

3. 시뮬레이션 결과

3.1 시뮬레이션 환경 구성

본 장에서는 속도/자세 정합 전달정렬에서 MINS의 속도/자세 오차가 전달정렬 정확도에 미치는 영향을 이론적으로 분석한 2장의 결과를 검증하기 위하여 시뮬레이션을 수행한 결과를 제시한다. 시뮬레이션 구성도를 그림으로 나타내면 Fig. 2와 같다. Fig. 1과 다르게 기준 관성항법장치가 장착된 T(True) 좌표계를 정의하고 T 좌표계에서 측정된 가속도(f^T), 각속도(ω_{iT}^T) 성분을 정의한다. 기준 관성항법장치에는 f^T , ω_{iT}^T 가 입력되고, MINS와 SINS에는 f^T , ω_{iT}^T 가 비정렬 각에 해당하는 좌표변환행렬(C_T^m , C_T^s)로 좌표 변환되어 입력된다. 이렇게 함으로써 MINS와 SINS는 동체좌표계(m 좌표계, s 좌표계)에서 측정된 가속도(f^m , f^s), 각속도(ω_{im}^m , ω_{is}^s)를 항법정보 계산에 사용하게 된다. Fig. 2의 좌표변환행렬 C_T^m 는 기준 관성항법장치와 MINS의 동체 좌표계가 일치한다고 가정하여 단위행렬로 가정하였으며 C_T^s 는 기준 관성항법장치와 SINS 간 비정렬 각이 수평축 1 deg(1σ), 수직축 3 deg(1σ)라고 시험결과를 바탕으로 설정하였다. MINS의 속도($\delta v^m(0)$) / 자세($\xi(0)$) 오차는 현재 전 세계적으로 가장 널리 사용되는 수상/수중함 용 관성항법장치의 시험결과^[13]를

참고하여 속도오차는 0.2 m/sec(1σ), 자세오차는 0.01 deg(1σ)로 가정하였다.

시뮬레이션에 사용된 시험궤적은 정속 운항중 요 각 회전을 하는 궤적과 정지상태에서 롤 운동을 하는 궤적이다. 궤적 1은 일반적인 전달정렬 과정에서의 수중함 운항속도인 5 kts(= 2.57 m/sec)로 90 초간 북쪽 방향으로 정속 운행 후 1 deg/sec의 회전 속도로 요 각을 +90 deg 회전하고, 다시 90 초 정속 운행한 후 -90 deg 요 각을 회전하는 궤적이며, 이와 같은 6 분주기 운동을 반복하도록 설정하였다. 수직 궤적은 수심 변화 없이 일정 수심에서 운항한다고 가정하였다. 궤적 1과 같이 등속 운동을 하는 경우 전달정렬의 요 각 수렴특성이 매우 느리기 때문에 요 각 회전을 통하여 수평축 가속도를 발생시켜 전달정렬의 요 각 추정 수렴속도를 높이도록 설정하였다. 궤적 2는 정지상태에서 롤 각을 20 초 주기, 2 deg 진폭으로 정현파 운동하는 궤적으로, 롤 운동 시 요 각 추정 가관측성이 획기적으로 높아지기 때문에 요 각 추정이 빠르게 수렴하게 된다. 이러한 경우에 대한 전달정렬 성능을 분석하기 위하여 궤적 2를 시뮬레이션에 추가하였다.

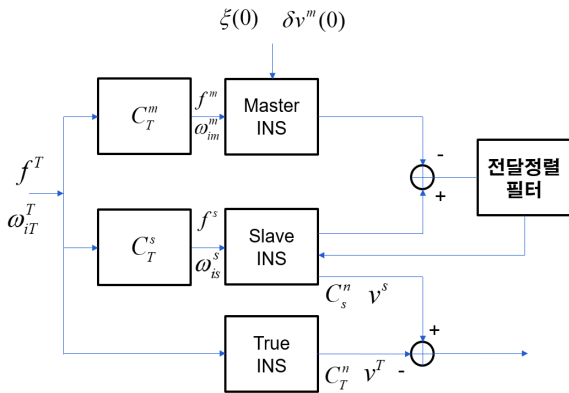


Fig. 2. Simulation configuration diagram

MINS의 속도/자세 오차에 의한 전달정렬 성능은 기준 관성항법장치에서 계산한 속도(v^T), 자세(C_T^n)와 SINS의 속도(v^s), 자세(C_s^n)의 차를 비교하여 분석한다. 먼저 시뮬레이션 궤적 1의 궤적과 속도 및 자세를 그림으로 나타내면 Fig. 3~5와 같다. 궤적 2의 자세를 그림으로 나타내면 Fig. 6과 같다. Fig. 3~6은 시뮬레이션 궤적의 속도/자세 출력이 설계된 대로 정상동작함을 보여주는 결과이다. 궤적 1, 2에 대한 시뮬레이션은 MINS

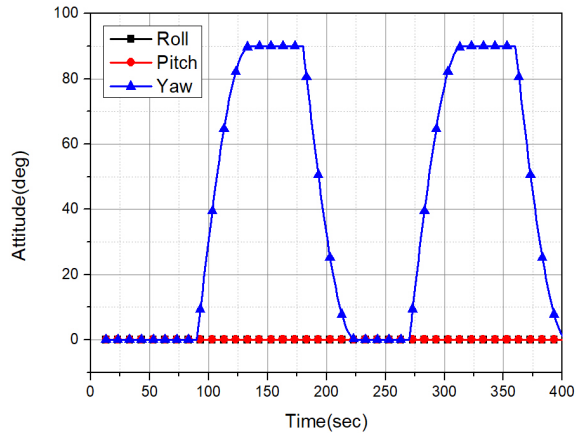


Fig. 3. Attitude of simulation trajectory 1

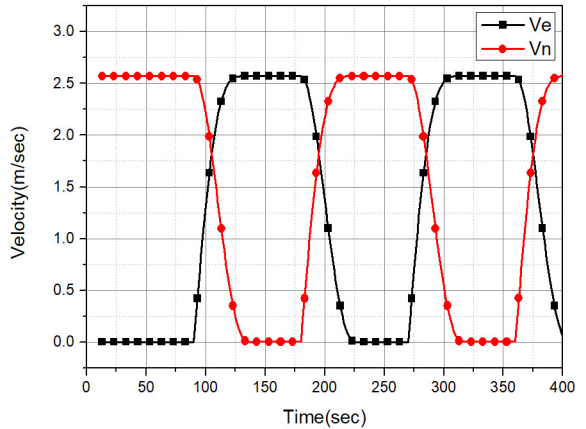


Fig. 4. Velocity of simulation trajectory 1

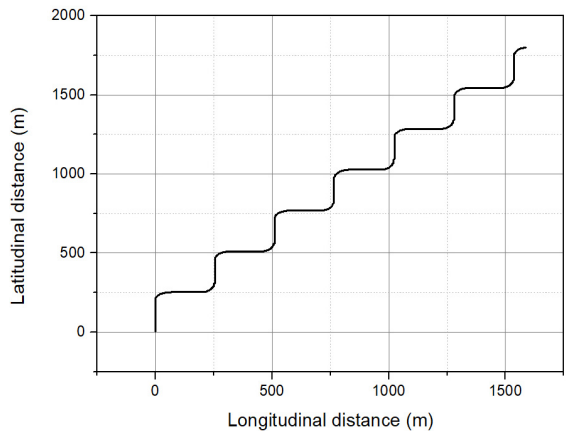


Fig. 5. Trajectory of simulation trajectory 1

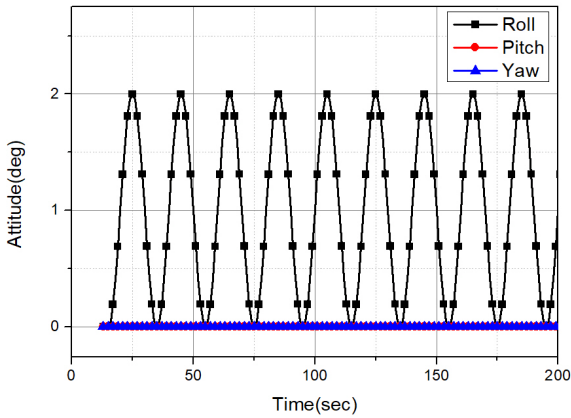


Fig. 6. Attitude of simulation trajectory 2

속도/자세 오차 및 비정렬각에 대하여 100회 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 기준 관성항법장치 대비 SINS의 속도/자세 오차의 RMS 값을 계산하여 평가하였다.

3.2 속도 정합 전달정렬 시뮬레이션 결과 분석

2장에서 유도된 MINS 속도오차에 의한 SINS의 전달정렬 성능 분석 결과 검증을 위하여 궤적 1과 궤적 2에 대하여 시뮬레이션을 수행한 후 기준 관성항법장치 대비 SINS의 속도 및 자세오차를 그림으로 나타내면 Fig. 7~11과 같다. 시뮬레이션은 MINS에 0.2 m/sec (1σ) 크기의 속도오차 $\delta v^m(0)$ 가 존재하는 경우를 가정하였다. 식 (13)~(16), 식 (20)~(23)에서 유도된 바와 같이 궤적 1, 2 모두 SINS 속도오차가 MINS와 동일하게 약 0.2 m/sec를 유지하는 것(Fig. 7, 10)을 보여주며, 전달정렬 수평축 자세오차는 거의 영으로 수렴(Fig. 8, 11)하여 MINS의 속도오차에 의해 영향을 받지 않는 것으로 확인되었다. Fig. 7, 10에서 SINS의 속도오차가 정확하게 0.2 m/sec로 수렴하지 않는 것은 몬테칼로 시뮬레이션 횟수 부족에 의한 것으로 500회 수행 시 정확하게 0.2 m/sec로 수렴하는 것을 추가 확인하였다. 그리고 궤적 1에 대한 수직축 자세오차는 등속운동 환경에서 느리게 수렴하는 특성으로 인하여 약 1000 초 이상 경과한 후에 영에 가까이 수렴하는 것을 확인할 수 있다(Fig. 9). 궤적 2에 대해서는 Fig. 11과 같이 빠르게 영으로 수렴하는 것으로 볼 때 MINS 속도오차는 SINS의 전달정렬 수직축 자세오차에 영향을 주지 않는 것으로 확인되었다. 이러한 결과는 2장에서 이론적으로 분석한 결과와 동일한 결과로 본 논문의 해석결과가 정확함을 보여주는 결과이다.

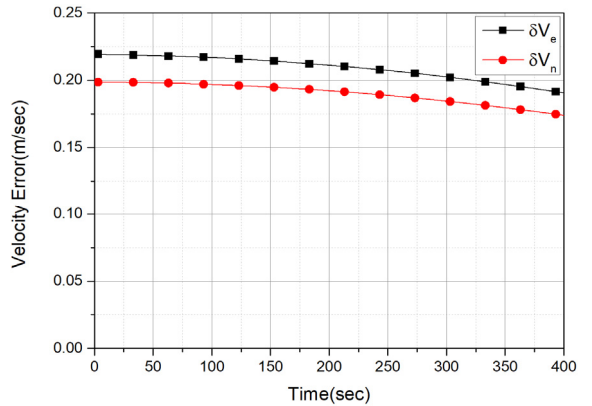


Fig. 7. Transfer alignment velocity error for $\delta v^m(0)$ on trajectory 1

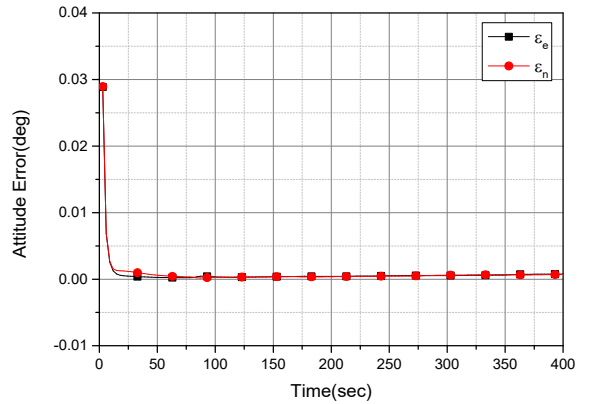


Fig. 8. Transfer alignment horizontal attitude error for $\delta v^m(0)$ on trajectory 1

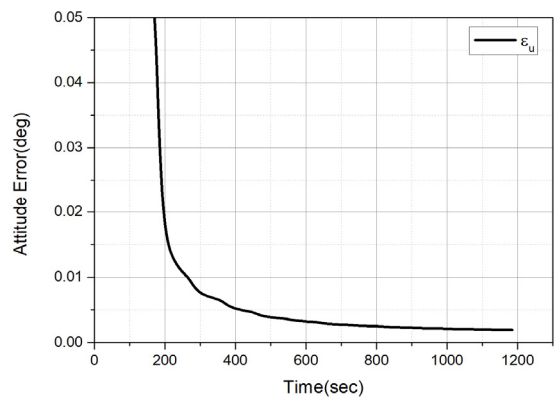


Fig. 9. Transfer alignment vertical attitude error for $\xi(0)$ on trajectory 1

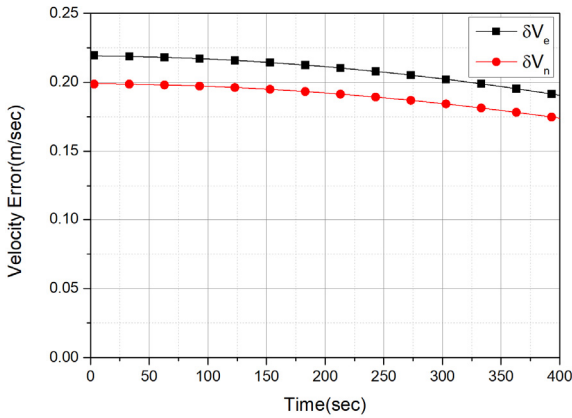


Fig. 10. Transfer alignment velocity error for $\delta v^m(0)$ on trajectory 2

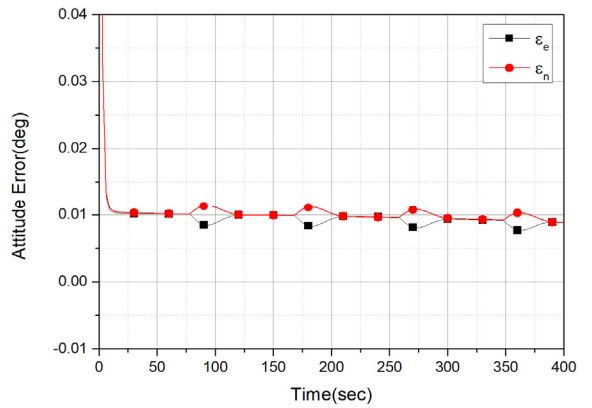


Fig. 12. Transfer alignment horizontal attitude error for $\xi(0)$ on trajectory 1

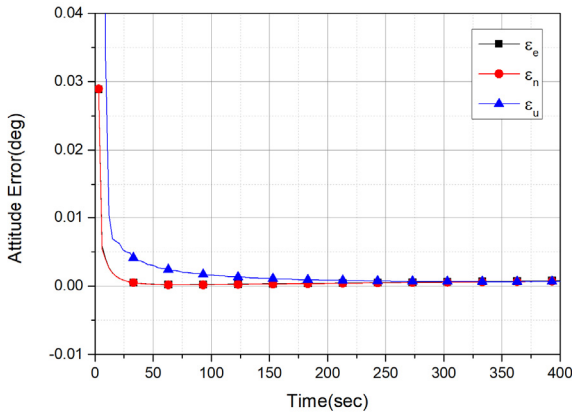


Fig. 11. Transfer alignment attitude error for $\delta v^m(0)$ on trajectory 2

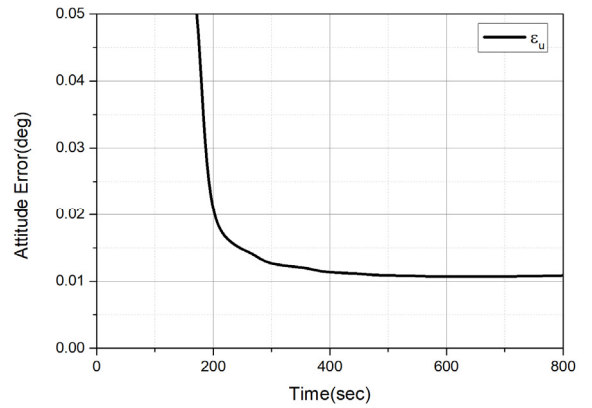


Fig. 13. Transfer alignment vertical attitude error for $\xi(0)$ on trajectory 1

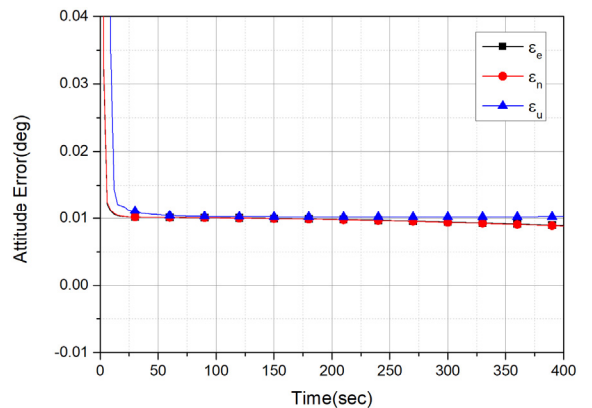


Fig. 14. Transfer alignment attitude error for $\xi(0)$ on trajectory 2

3.3 자세 정합 전달정렬 시뮬레이션 결과 분석

2장에서 유도된 MINS 자세오차에 의한 SINS 자세오차 분석 결과의 검증을 위하여 궤적 1과 궤적 2에 대하여 시뮬레이션을 수행한 후 기준 관성항법장치 대비 SINS 자세오차를 그림으로 나타내면 Fig. 12~14와 같다. 시뮬레이션은 MINS에 $0.01 \text{ deg}(1\sigma)$ 의 $\xi(0)$ 가 존재하는 경우를 가정하였다. 식 (31), (35), (38)에서 유도된 바와 같이 궤적 1, 2 모두 SINS의 자세오차가 MINS와 동일하게 약 0.01 deg 로 수렴하여 유지하는 것을 Fig. 12~14를 통해 확인할 수 있다. 수직축 자세오차는 등속 운동환경에서 느리게 수렴하는 특성에 따라, 궤적 1의 경우에 수렴하기까지 약 500 초가 소요되는 반면, 궤적 2에서는 수십 초 이내에 빠르게

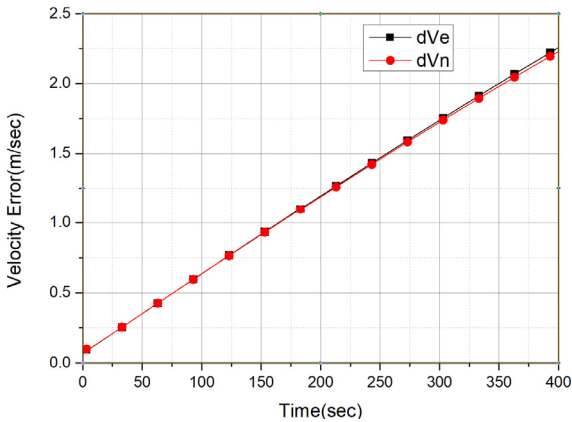


Fig. 15. Transfer alignment velocity error for $\xi(0)$ on trajectory 2

수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 MINS 자세오차가 SINS의 전달정렬 자세오차를 동일한 크기로 발생시킨다는 2장의 이론적 분석 결과와 일치하는 것이므로, 본 논문의 해석결과가 타당함을 뒷받침하는 결과이다. 한편, 궤적 2에 대한 SINS 속도오차는 MINS 자세오차에 의해 발생하는 MINS 속도오차에 의해 Fig. 15와 같이 증가하게 되는 것을 확인할 수 있다.

3.4 속도/자세 정합 전달정렬 시뮬레이션 결과 종합

2장의 이론적인 해석 결과의 타당성을 검증하기 위하여 MINS의 속도/자세 오차가 각각 존재하는 경우에 대한 속도/자세정합 전달정렬 시뮬레이션 결과를 Fig. 7~15에 제시하였다. 두 오차가 동시에 존재하는 경우에 MINS의 속도오차는 일정한 값의 초기 속도오차와 MINS 자세오차에 의해 추가적으로 발생한 시변 속도오차가 더해진 형태가 되므로, SINS의 속도오차는 초기에 MINS의 초기 속도오차와 같은 크기를 유지하다가 시변 속도오차가 추가된 MINS 속도오차를 추종하게 된다. 이와 유사하게 SINS의 자세오차는 MINS의 초기 자세오차를 일정 시간 유지하다가 MINS 속도오차에 의해 추가적으로 발생한 시변 자세오차가 더해진 MINS 자세오차를 추종하게 된다. 이를 확인하기 위하여 MINS 속도오차를 기준 0.2 m/sec 외에 0.5 m/sec, 1 m/sec로 가변하며 MINS 자세오차에 대한 민감도를 분석하였다. 분석 결과를 그림으로 나타내면 Fig. 16~18과 같다. 그림에 나타난 바와 같이 MINS 속도오차에 의해 MINS의 자세오차 특성이 가변하는

것으로 나타났으며 이를 추종하는 SINS 자세오차도 동일하게 가변하는 것으로 확인되었다. 추가적인 장시간 M&S를 통하여 MINS의 속도 및 자세오차는 슬러 주기를 가지며 서서히 가변하는 것으로 확인되었다. 이러한 결과로 판단할 때 SINS의 전달정렬 성능은 MINS의 성능에 의해 결정되는 것으로 확인되었다. 특히 수중함 관성항법장치의 경우 장시간 순수항법으로 인해 항법오차가 누적된 상태에서 전달정렬을 수행한 후 수중함에서 발사되어 공중에서 GNSS 수신기 항법 정보로 보정항법을 수행하는 경우 수중함 관성항법장치의 속도/자세 오차로 인해 누적된 큰 항법 오차를 고려한 보정항법 기법의 설계가 필요할 것으로 판단된다.

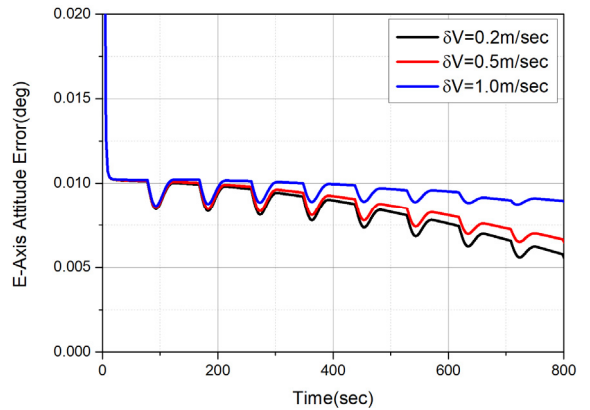


Fig. 16. Transfer alignment e-axis attitude error for $\delta v^m(0)$, $\xi(0)$ on trajectory 2

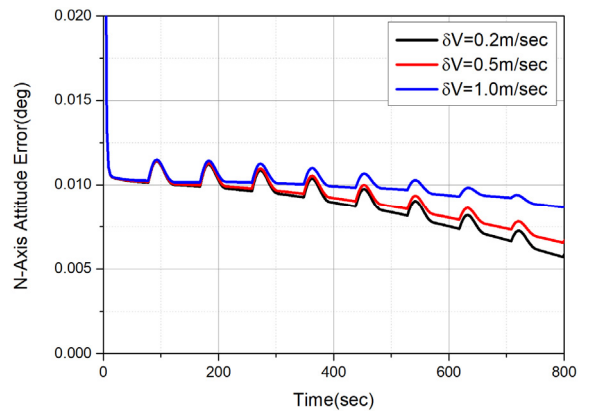


Fig. 17. Transfer alignment n-axis attitude error for $\delta v^m(0)$, $\xi(0)$ on trajectory 2

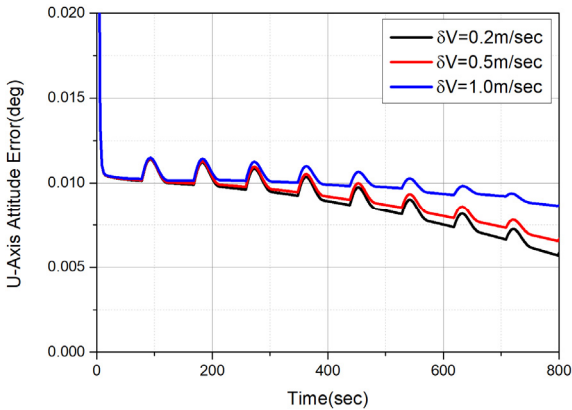


Fig. 18. Transfer alignment u-axis attitude error for $\delta v^m(0)$, $\xi(0)$ on trajectory 2

4. 결론

본 논문은 속도/자세 정합 전달정렬에서 MINS의 속도/자세 오차가 SINS의 전달정렬 정확도에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였으며, 분석한 내용을 시뮬레이션을 통하여 검증하였다. 이론적인 분석은 전달정렬 필터의 상태방정식에서 MINS의 속도/자세 오차를 고려한 상태방정식을 새로이 유도하고, 이를 기반으로 칼만필터의 상태추정 방정식을 유도하여 분석을 수행하였다. 이론적인 분석 결과, MINS 속도/자세 오차는 동일 수준의 SINS 속도/자세 오차를 유발시키는 것을 확인할 수 있었다. 시뮬레이션에 사용된 MINS의 속도/자세 오차 규격은 기존에 널리 운용되고 있는 수중함용 관성항법장치의 속도/자세 오차규격을 참고하여 결정하였다. 시뮬레이션 모델에 기존 관성항법장치 모델을 새로이 추가하고 전달정렬 수행 MINS와 SINS 항법정보를 기준 관성항법장치와 비교를 통하여 전달정렬 정확도를 분석하였다. 시뮬레이션을 통한 정확도 분석 결과가 이론적으로 분석한 결과와 일치하는 것을 확인하여 본 논문에서 분석한 내용의 타당성을 입증하였다.

본 논문의 연구결과는 장시간 순수항법으로 운용할 가능성이 높은 수중함 관성항법장치 기반 전달정렬 기법 설계에 활용할 수 있을 것으로 판단된다. 특히 이러한 상황에서 발사되는 유도무기의 경우, MINS에서 누적된 항법오차가 전달정렬 과정에서 SINS에 그대로 전달되기 때문에, 발사 후 초기 보정항법 수행

시 이를 고려한 설계가 필요할 것으로 판단된다. 또한, 본 논문에서 제시한 상태추정 방정식 기반의 전달정렬 정확도 분석방법은 다른 필터 기반 정렬 기법의 정확도 분석에도 활용 가능할 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 정부(방위사업청)의 재원으로 국방과학연구소에서 수행한 연구임

References

- [1] D. H. Titterton and J. L. Weston, "Strapdown inertial navigation technology," Institution of Electrical Engineers and American Institute of Aeronautics and Astronautics, pp. 259-292, 2004.
- [2] P. D. Groves, "Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems," Artech House, Boston, USA, pp. 407-418, 2008.
- [3] R. M. Rogers, "Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems," 2nd ed., AIAA Education Series, Reston, VA, USA, pp. 245-266, 2003.
- [4] C. Yang and D. Shim, "Observability analysis of a lever arm error for velocity matching in transfer alignment," Journal of the Institute of Electronics and Information Engineers, Vol. 50, No. 1, pp. 276-284, 2013.
- [5] K. Kim, Y. Ko, and C. Park, "A study of observability enhancement by matching methods at sea," Proceedings of the 11th Korea Automatic Control Conference, Pohang, Korea, Vol. 1996, No. 10b, pp. 867-870, Oct. 1996.
- [6] H. Yu, I. Lee, J. Oh, and C. Kim, "A study on the possibility of stored alignment in the inclined guided missile launch system," Proceedings of 2022 37th ICROS Annual Conference, Geoje, Korea, pp. 1-3, Jun. 2022.
- [7] H. Kim, C. Kim, and H. Park, "Observability analysis on time delay error in transfer alignment," The 14th GNSS Workshop, Vol. Session B, No. B-GPS INS, pp. 1-4, 2007.

- [8] C. Kim and J. Lyou, "Compensation Technique of Measurement Time Delay in Transfer Alignment Using the Double Moving Window Buffer," *Journal of Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 14, No. 4, pp. 684-693, 2011.
- [9] W. H. Fincke, "Strapdown Inertial Sensing Unit Rotation(SISUR) - A new approach to inertial navigation," *Proceedings of PLANS*, pp. 132-145, 1978.
- [10] E. Levinson, J. Horst and M. Willcocks, "The Next Generation Marine Inertial Navigation is Here Now," *Proceedings of IEEE PLANS*, pp. 121-127, 1994.
- [11] J. Lee, "Development of the Precise Multi-Position Alignment Method using a Pitch Motion," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 13, No. 4, pp. 708-715, 2010.
- [12] C. K. Yang, P. K. Young, H. M. Kim, and D. S. Shim, "Transfer Alignment Using Velocity Matching/Parameter Tuning and Its Performance and Observability Analysis," *Journal of Advanced Navigation Technology*, Vol. 19, No. 5, pp. 389-394, October 2015.
- [13] T. Tucker and E. Levinson, "The AN/WSN-7B Marine Gyrocompass/Navigator," *Proceedings of the 2000 National Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Anaheim, CA, pp. 348-357, January 2000.